CHUYÊN ĐỀ BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI

giải TOÁN trên máy tính cầm tay

CASIO 570VN PLUS

DÀNH CHO HỌC SINH TRUNG HỌC CƠ SỞ

LỚP 9

Dành cho học sinh 8,9

Học sinh giỏi đội tuyển MTCT

Giáo viên giảng dạy và luyện thi

TỦ SÁCH LUYỆN THI

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI

Môn: Giải toán bằng máy tính bỏ túi

<u>Vấn đề 1:</u> Tìm nghiệm gần đúng của phương trình f(x) = 0

Bước 1: Dùng phím $\boxed{\text{ALPHA}}$, $\boxed{\text{X}}$, . . . viết phương trình vào máy.

Giả sử phương trình : f(x) = 0 *(dấu* $\boxed{=}$ *được viết bằng phím* $\boxed{\text{ALPHA}}$ $\boxed{=}$*)*

Bước 2: Bấm $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{SOLVE}}$ màn hình hiện: X?

Nhập x = a *(a Î ¡ bất kỳ® gần bằng với nghiệm, tuy nhiên ta thường lấy các giá trị x = 10; – 10; 0)*

Bước 3: $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{SOLVE}}$ được nghiệm thứ nhất

Bước 4: Lặp lại bước 2 và 3 với x = b ¹ a ta được nghiệm thứ 2

Nếu với x = a ; b ; . . . mà máy hiện: Can't SOLVE → phương trình không có nghiệm thực gần với các số a ; b ; . . . → hãy thử số khác,

lưu ý: Không nên để phương trình dạng phân thức hay phức tạp, ta nên biến đổi để đưa phương trình về dạng đơn giản nhất có thể. Cần tìm ra khoảng chứa nghiệm thì máy cho kết quả nhanh và chính xác hơn.

-Để tìm hết các nghiệm của 1 phương trình, đặc biệt là các phương trình bậc 2, 3, 4… ta cần áp dụng thêm định lý **Bơdu**: Nếu đã tìm được 1 nghiệm x_1 của phương trình f(x) = 0. Ta tiếp tục áp dụng phương pháp trên tìm nghiệm x_2 từ phương trình $\frac{f(x)}{x-x_1}=0$ và nghiệm x_3 từ phương trình $\frac{f(x)}{(x-x_1)(x-x_2)}=0\ldots$

<u>Vấn đề 2:</u> Dãy fibonacci:

A/ Dạng 1: $u_{n+1} = m.u_n$; " n ³ 1 ; A Î ¡

Với $u_1 = a$ → tính $u_k = ?$ (k Î ¥)

* Khai báo: bấm : $\boxed{\text{a}}$ $\boxed{=}$

bấm : $\boxed{}$ m $\boxed{=}$ → *được u_2*

bấm dãy lặp $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ . . .

ta được lần lượt u_3, u_4, . . .

Bấm k – 1 lần dấu bằng được u_k

Cách 2:

Gán các giá trị: a SHIFT STO A (A chính là u_1)

1 SHIFT STO M (biến đếm)

Nhập vào máy như sau:

M = M + 1 : A = m×A

Bấm =; =; =; … để tính các giá trị u_n

Lưu ý:

-Dùng phím ALPHA để nhập các chữ M, A và các dấu "=" dấu ":"

-Cách giải này có ưu điểm là có thể kiểm soát được các bước lặp. Với mỗi giá trị M hiển thị trên màn hình tương ứng với giá trị của n trong dãy lặp.

B/ Dạng 2: (Dãy Lucas)

u_1=a ; u_2= b ; $u_{n+1} = u_n + u_{n-1}$ (" n ³ 2)

Tính u_k? *(Với a = b = 1 thì dãy lucas → dãy Fibonacci)*

*Khai báo:

Bấm: $\boxed{\text{b}}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{STO}}$ $\boxed{\text{A}}$ $\boxed{+}$ $\boxed{\text{a}}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{STO}}$ $\boxed{\text{B}}$ → *được $u_3 = a + b = B$*

(gán b → A tức u_2 ; a → B tức u_1)

Lặp lại dãy phím: $\boxed{+}$ $\boxed{\text{ALPHA}}$ $\boxed{\text{A}}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{STO}}$ $\boxed{\text{A}}$

$\boxed{+}$ $\boxed{\text{ALPHA}}$ $\boxed{\text{B}}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{STO}}$ $\boxed{\text{B}}$

Ta lần lượt thu được: u_4 ; u_5 / u_6 ; u_7/…

(lặp lại bằng cách dùng phím V *và dấu* = *)*

<u>Giải thích :</u>

Sau khi bấm: b SHIFT STO A + a SHIFT STO B , được

$B = u_3 = a + b$ *(đang hiển thị trên màn hình)*

bấm tiếp: + ALPHA A → *tức* $u_3 + u_2$ → *được* u_4 *(đang hiện trên màn hình)*

lúc đó gán tiếp : SHIFT STO A *tức* u_4 → *A*

bấm tiếp: + ALPHA B → *tức* $u_4 + u_3$ → *được* u_5 *;*

lúc đó gán tiếp: SHIFT STO B *tức* u_5 → B *(đang hiện trên màn hình) tiếp tục thực hiện dãy lặp tương tự.*

C/ Dạng 3: $u_1 = a; u_2 = b; u_{n+1} = m.u_n + p.u_{n-1}$ ("n³ 2) tìm u_k = ?

* Bấm: b SHIFT STO A □ m + p □ a SHIFT STO B

(lúc này: b → A = u_2 ; b × A + B × a → B = u_3)

*Lặp lại dãy phím sau:

□ m + ALPHA A □ p SHIFT STO A → u_4 = A

□ m + ALPHA B □ p SHIFT STO B → u_5= B

(Thực hiện dãy lặp trên ta lần lượt thu được: u_4 *;* u_5 */* u_6 *;* u_7*/… dùng phím* V *và dấu* = *để thực hiện các dãy lặp)*

<u>Cách 2:</u>

Thực hiện các phép gán:

a SHIFT STO A (A chính là u_1)

b SHIFT STO B (B chính là u_2)

2 SHIFT STO M (biến đếm các bước lặp)

Nhập vào máy dãy phép tính sau:

M = M + 1 : A = m □ B + p ´ A : M = M + 1 : B = m ´ A + p □ B

(Tức là: M = M + 1 : A = m.b + p.A : M = M + 1 : B = m.A + p.B)

Bấm =; =; =; … để tính các giá trị u_n

Lưu ý:

-Dùng phím ALPHA để nhập các chữ M, A và các dấu “=” dấu “:”

-Cách giải này có ưu điểm là có thể kiểm soát được các bước lặp. Với mỗi giá trị M hiển thị trên màn hình tương ứng với giá trị của n trong dãy lặp.

Giải thích:

-Đầu tiên máy thực hiện tính M = M + 1 khi đó M = 3 (tương ứng với u_3)

-Tiếp theo máy thực hiện tính A = m □ B + p □ A lúc này u_3 = A

-Tiếp theo máy thực hiện tính M = M + 1 khí đó M = 4 (tương ứng với u_4)

-Tiếp theo máy thực hiện tính B = m □ A + p □ B lúc này u_4 = B

sau đó máy lại quay lại các bước lặp trên để tìm ra các giá trị u_n tiếp theo.

<u>Cách 3:</u>

a SHIFT STO A (A chính là u_1)

b SHIFT STO B (B chính là u_2)

2 SHIFT STO M (biến đếm các bước lặp)

Nhập vào máy dãy phép tính sau:

M = M + 1 : A = m ´ B + p ´ A : C = A : A = B : B = C

Bấm dãy lặp: =; =; =; ...

<u>Giải thích:</u>

Sau khi tính A = m ´ B + p ´ A lúc này A = u_3

Gán $C = A = u_3$
Gán $A = B = u_2$
Gán $B = C = u_3$
Máy tính tiếp $A = m \times$ B + p $\times$ A lúc này $A = m.u_3 + p.u_2 = u_4$
Cứ tiếp tục như vậy tính được các giá trị tiếp theo.

Cách 4:

Nhập vào máy: M = M + 1 : A = m.b + p.A: B = m.A + p.B
Bấm: **CALC**
Máy hỏi M? → Nhập 2 = (Màn hình hiển thị: M=M+1 bằng 3)
Bấm tiếp = Máy tiếp tục hỏi: A? → Nhập a =
Lúc này màn hình hiển thị A = m.b + p.A
(Góc dưới màn hình là kết quả phép tính: m.b + p.a chính là U_3)
Tiếp tục bấm = Máy tiếp tục hỏi B? → Nhập tiếp b=
Lúc này màn hình hiển thị: B = m.A + p.B
(Góc dưới màn hình là kết quả của phép tính m.A + p.b chính là U_4)
Thực hiện dãy lặp bằng cách bấm các phím =, =, =…

Cách 5: $u_1 = a;\ u_2 = b;\ u_{n+1} = m.u_n + p.u_{n-1}\ (\forall n \geq 2)$

Bấm vào máy: a = Bấm tiếp b =
Nhập dãy lặp sau: m.**Ans** + p.**PreAns**
Thực hiện dãy lặp bằng cách bấm liên tiếp dấu ==== Dấu = đầu tiên chính là u_3

Lời bình: Có thể dùng cách này để tính giá trị của các biểu thức có dạng 1 dãy số có quy luật.
VD như: Tính $A=3^2+5^2+7^2+...+19^2$ *(HS tự suy luận tìm thuật giải)*

> Dạng 4: *(Fibonacci suy rộng bậc 2 dạng:)*
> $$u_1 = a;\ u_2 = b;\ u_{n+1} = u_n^2 + u_{n-1}^2;\ (\forall n \geq 2)$$
> Tính u_k?

*Bấm phím: b SHIFT STO A x^2 + a x^2 SHIFT STO B → $u_3 = B$
*Lặp lại dãy phím:
x^2 + ALPHA A x^2 SHIFT STO A → $u_4 = A$
x^2 + ALPHA B x^2 SHIFT STO B → $u_5 = B$
Lần lượt thu được: u_4 ; u_5 / u_6 ; u_7/…

> **Dạng 5: FIBONACCI BẬC 3**
> $$u_1 = a;\ u_2 = b;\ u_3 = c;\ u_{n+1} = m.u_n + p.u_{n-1} + q.u_{n-2}\ (\forall n \geq 3)$$
> Tính u_k?

Đưa u_2 vào A: b SHIFT STO A
Đưa u_3 vào B: c SHIFT STO B
Tính u_4:
ALPHA B × m + ALPHA A × p + a × q SHIFT STO C
(được u_4 → C đang hiển thị trên màn hình)
Lập lại dãy phím sau:
× m + ALPHA B × p + ALPHA A × q SHIFT STO A → $u_5 = A$
× m + ALPHA C × p + ALPHA B × q SHIFT STO B → $u_6 = B$
× m + ALPHA A × p + ALPHA C × q SHIFT STO C → $u_7 = C$
Lần tượt thu được: u_5, u_6, u_7 / u_8, u_9, u_{10} / . . .

Vấn đề 3: Biễu diễn số thập phân vô hạn tuần hoàn thành 1 phân số tối giản:

VD1: Giả sử có số 0, (a) trong đó $a \in \mathbb{N}$, $a=\overline{1;9}$

Ta có: 0,(a) . 10 = a + 0, (a) $\Leftrightarrow$ 0, (a) . 9 = a

$$\Rightarrow 0,(a) = \frac{a}{9}$$

VD: $0,(1) = \frac{1}{9};\ 0,(3) = \frac{3}{9}\ldots$

VD2: Giả sử có: $0,(\overline{ab})$ trong đó $a,b \in \mathbb{N}$, $a;b = \overline{1;9}$

Có $\quad 0,(\overline{ab})\ .\ 100 = \overline{ab} + 0,(\overline{ab})$

$$\Rightarrow 0,(\overline{ab})\ .\ 99 = \overline{ab}$$

$$\Rightarrow 0,(\overline{ab}) = \frac{ab}{99}$$

VD: $0,(01) = \frac{01}{99};\ 0,(13) = \frac{13}{99}\ldots$

VD: $$0,1(23) = \frac{1+0,(23)}{10} = \frac{1+\frac{23}{99}}{10} = \frac{99+23}{990} = \frac{122}{990} = \frac{61}{495}$$

Vấn đề 4: Bài toán ngân hàng:

*Lãi ngân hàng: có 2 cách tính lãi

1/Lãi đơn: Khi gửi a (đồng) vào ngân hàng với lãi suất x%/năm thì sau 1 năm ta nhận được số tiền lãi là:

a.x% (đồng)

Số tiền lãi này nhận được hàng năm như nhau.

2/ Lãi kép: Sau 1 đơn vị thời gian *(tháng, năm)*, lãi được gộp vào vốn và được tính lãi.

Bài toán tính bằng lãi kép:

Hàng tháng 1 người gửi váo ngân hàng a (đồng) với lãi xuất x%/ tháng. Tính xem đến tháng thứ k người đó nhận được bao nhiêu tiền cả gốc lẫn lãi?

GIẢI: Gọi T là tổng số tiền nhận được ở cuối tháng thứ k.

–Cuối tháng thứ nhất số tiền trong sổ tiết kiệm của người đó là:

a (1 + x%) *(đồng)*

–Vì hàng tháng người ấy tiếp tục gửi vào ngân hàng a đồng nên số tiền gốc đầu tháng thứ hai là:

$$a(1+x\%)+a = a.\left[(1+x\%)+1\right]$$
$$= \frac{a.\left[(1+x\%)+1\right]\left[(1+x\%)-1\right]}{(1+x\%)-1}$$
$$= \frac{a}{(1+x\%)-1}.\left[(1+x\%)^2-1\right]$$
$$= \frac{a}{x\%}.\left[(1+x\%)^2-1\right]$$

Số tiền cuối tháng thứ hai là:

$$= \frac{a}{x\%}.\left[(1+x\%)^2-1\right] + \frac{a}{x}.\left[(1+x\%)^2-1\right].x\%$$
$$= \frac{a}{x\%}.\left[(1+x\%)^2-1\right].(1+x\%) = \frac{a}{x\%}.\left[(1+x\%)^3-(1+x\%)\right]$$

Tương tự, số tiền gốc đầu tháng 3 là:

$$= \frac{a}{x\%}.\left[(1+x\%)^3-(1+x\%)\right] + a = \frac{a}{x\%}.\left[(1+x\%)^3-(1+x\%)+x\%\right]$$

$$= \frac{a}{x\%}.\left[(1+x\%)^3 - 1\right]$$

Số tiền cuối tháng cuối tháng thứ 3 là:

$$= \frac{a}{x\%}.\left[(1+x\%)^3 - 1\right].(1+x\%) = \frac{a}{x\%}.\left[(1+x\%)^4 - (1+x\%)\right]$$

Tương tự: số tiền trong sổ tiết kiệm cuối tháng thứ k là:

$$\boxed{T = \frac{a}{x\%}.\left[(1+x\%)^k - 1\right].(1+x\%)}$$

Chú ý: *Một số bài toán khác yêu cầu tính k hoặc x% hoặc a . . .*

Để tính k, ta viết lại như sau:

$$T = \frac{a}{x\%}.\left[(1+x\%)^k - 1\right].(1+x\%) \Rightarrow (1+x\%)^k = \frac{T.x\%}{a.(1+x\%)} + 1$$

$$\boxed{k = \log_{(1+x\%)}\left(\frac{T.x\%}{a.(1+x\%)} + 1\right)}$$

Cách giải khác: trong trường hợp k không lớn, ta áp dụng dãy lặp để tính như sau:

Phân tích:

–Cuối tháng thứ nhất số tiền trong sổ tiết kiệm của người đó là:

A(1 + x%) gán kết quả này vào A

-Cuối tháng thứ 2 ta cũng có: A(1 + x%) lại gán tiếp vào A

Ta thấy đây chính là dãy lặp để tính tiền vốn và lãi ở cuối tháng; khi thực hiện trên máy ta thêm biến đếm M để quản lý tháng tính lãi như sau:

Nhập vào máy dãy lặp: M=M + 1 : A=A(1 + x%)

Bấm CALC máy hỏi M? và A? ta nhập: M = 0; A = số tiền gửi hàng tháng

Thực hiện dãy lặp bằng cách bấm liên tiếp dấu "=" đến khi thấy trên màn hình m=k; ta thu được tổng số tiền vốn và lãi trong sổ ở tháng thứ k.

Bài toán về Tiền lương: Một người hiện có mức lương là A, biết rằng sau 3 năm tăng lương một lần, mỗi lần tăng x% lương. Tính tổng số lương người đó nhận được từ bây giờ cho đến sau n năm nữa ?

Gọi T là tổng tiền lương người đó nhận được sau n năm:

*Trong 3 năm thứ 1 – đợt 1:

-Số tiền lương hàng tháng: A

-Tổng lương trong 3 năm (36 tháng): 36A

*Trong 3 năm thứ 2 – đợt 2:

-Số tiền lương hàng tháng: A + A.x% = A(1 + x%)

-Tổng lương trong 3 năm: 36A(1 + x%)

Trong 6 năm qua, tổng tiền lương nhận được là:

36A + 36A(1 + x%) = 36A [1 + (1 + x%)]

*Trong 3 năm thứ 3 – đợt 3:

-Số tiền lương hàng tháng: $A(1 + x\%) + A(1 + x\%).x\% = A(1 + x\%)^2$

-Tổng lương trong 3 năm: $36A(1 + x\%)^2$

Trong 9 năm qua, tổng tiền lương nhận được là:

$$36A[1 + (1 + x\%)] + 36A(1 + x\%)^2 = 36A[1 + (1 + x\%) + (1 + x\%)^2]$$

Tương tự, tính tổng tiền lương đến hết đợt thứ n là:

$$36A[1 + (1 + x\%)] + 36A(1 + x\%)^2 = 36A[1 + (1 + x\%) + (1 + x\%)^2 + \ldots + (1 + x\%)^{n-1}]$$

$$= 36A.\frac{1 - (1 + x\%)^n}{1 - (1 + x\%)} = 36A.\frac{(1 + x\%)^n - 1}{x\%}$$

$$\boxed{\text{Vậy: } T = 36A.\frac{(1 + x\%)^n - 1}{x\%}}$$

<u>Vấn đề 5:</u> Các bài toán về phương trình, đa thức:

<u>a/ Dạng 1:</u> *<u>Tìm dư của phép chia đa thức f(x) cho x – a?</u>*

* $\exists$ đa thức q(x) sao cho: $f(x) = (x - a) . q(x) + r$ (r là dư; $r \in \mathbb{R}$)

Vì vậy $r = f(a)$

* Cách khác: dùng sơ đồ Hoocner

Chia f(x) cho $(x - a) \rightarrow$ tìm được r

<u>b/ Dạng 2:</u> *Tính f(a)?*

Ngồi cách tính thông thường ta có thể dùng Hoocner để tìm dư của phép chia f(x) cho (x–a)

Khi đó: $f(a) = r$

<u>c/ Dạng 3:</u> Tìm phần dư khi chia đa thức f(x) cho $x^2 - a^2$

*Vì đa thức chia có bậc 2 nên dư của phép chia trên là đa thức bậc nhất có dạng:

Ax + B. Ta phải tìm A và B

Ta có: $f(x) = (x^2 - a^2) . q(x) + Ax + B$

Vậy: $f(a) = A.a + B$; $f(- a) = A.(- a) + B$

Từ đó tìm được A và B

<u>d/ Dạng 4:</u> Cho đa thức f(x) có bậc n; có n nghiệm: $x_1, x_2, x_3, \ldots x_n$

kí hiệu $P(x) = x^2 - a^2$. hãy tìm tích $P = P(x_1).P(x_2).P(x_3) \ldots P(x_n)$.

Ta có: $f(x) = k . (x - x_1).(x - x_2).(x - x_3) \ldots (x - x_n)$ *(k là hệ số của x^n)*

$P(x_1) = x_1^2 - a^2 = (x_1 - a).(x_1 + a)$.

Vậy: $P = (x_1 - a).(x_1 + a).(x_2 - a).(x_2 + a).(x_3 - a).(x_3 + a) \ldots (x_n - a).(x_n + a)$.

Ta thấy: $(x_1 - a).(x_2 - a).(x_3 - a) \ldots (x_n - a) = \dfrac{(-1)^n . f(a)}{k}$

$(x_1 + a).(x_2 + a).(x_3 + a) \ldots (x_n + a) = \dfrac{(-1)^n . f(-a)}{k}$

$\Rightarrow P = \dfrac{(-1)^n . f(a)}{k} . \dfrac{(-1)^n . f(-a)}{k} = \dfrac{f(a) . f(-a)}{k}$ *(tính được)*.

<u>e/ Dạng 5:</u> Cho đa thức $P(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$

và $P(1) = 3, P(2) = 9, P(3) = 19, P(4) = 33, P(5) = 51$

Tính: P(6), P(7), P(8), . . . ?

Đặt: $Q(x) = 2x^2 + 1$

(P(1), P(2), . . . P(5) có dạng: $Q(x) = 2x^2 + 1$ (với $x = \overline{1;5}$))

Ta thấy: x = 1, 2, 3, 4, 5 là 5 nghiệm của đa thức P(x) – Q(x)

(P(x) – Q(x) = 0 khi x = 1, 2, 3, 4, 5)

Đặt $R(x) = P(x) - Q(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5)$

(vì R(x) có bậc 5 và hệ số của x^5 là 1)

$\Rightarrow P(x) = R(x) + Q(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5) + 2x^2 + 1$

Từ đó tính được P(6), P(7), P(8), . . .

<u>Chú ý:</u>

–Từ giả thiết P(1) = 3, P(2) = 9, P(3) = 19, P(4) = 33, P(5) = 51, để tìm P(x), ta có thể giải hệ 5 phương trình bậc nhất 5 ẩn: a, b, c, d, e.

–Với cách đầu, ta phải tìm được đa thức Q(x). Cách tìm ở phần bài tập.

Áp dụng công thức nội suy Newton:

-Có thể mô tả công thức nội suy Newton như sau:

Nếu có 2 bộ số: (x_1, x_2, x_3, ... x_{n+1}) và (y_1, y_2, y_3, ... y_{n+1}) tồn tại duy nhất một đa thức f(x) có bậc n thỏa mãn: $f(x_1) = y_1$; $f(x_2) = y_2$; $f(x_3) = y_3$; ... $f(x_{n+1}) = y_{n+1}$; Đa thức f(x) trên có dạng:

$$\mathbf{f(x) = a_1 + a_2(x - x_1) + a_3(x - x_1)(x - x_2) + \ldots + a_{n+1}(x - x_1)(x - x_2)\ldots(x - x_n)}$$

Để tìm các số a_1, a_2, a_3, ... ,a_{n+1} ta lần lượt tính $f(x_1)$, $f(x_2)$, $f(x_3)$, ... $f(x_{n+1})$

Áp dụng vào dạng 5:

Có duy nhất 1 đa thức Q(x) bậc 4 thỏa: Q(1) = 3, Q(2) = 9, Q(3) = 19, Q(4) = 33, Q(5) = 51

$$\mathbf{Q(x) = a_1+a_2(x - 1)+a_3(x - 1)(x - 2) + a_4(x - 1)(x - 2)(x - 3) + a_5(x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4)}$$

$x = 1 \Rightarrow Q(1) = a_1 = 3$

$x = 2 \Rightarrow Q(2) = a_1+a_2(x - 1) = 3 + a_2(2 - 1) = 9 \quad \Rightarrow a_2 = 6$

$x = 3 \Rightarrow Q(3) = a_1+a_2(x - 1)+a_3(x - 1)(x - 2) = 3 + 6(3-1)+a_3(3-1)(3-2) = 19 \quad \Rightarrow a_3 = 2$

$x = 4 \Rightarrow Q(4) = a_1+a_2(x - 1)+a_3(x - 1)(x - 2) + a_4(x - 1)(x - 2)(x - 3)$

$= 3 +6(4-1)+2(4-1)(4-2)+a_4(4-1)(4-2)(4-3) = 33 \quad \Rightarrow a_4 = 0$

$x = 5 \Rightarrow Q(5) = 3 +6(5-1)+2(5-1)(5-2)+0(5-1)(5-2)(5-3)+a_5(5-1)(5-2)(5-3)(5-4) = 51 \Rightarrow a_5 = 0$

Vậy: $Q(x) = 3 + 6(x - 1) + 2(x - 1)(x - 2)$

Từ đó suy ra: H(x) = P(x) – Q(x) nhận các giá trị 1, 2, 3, 4, 5 làm nghiệm.

Trong đó H(x) là đa thức bậc 5 có hệ số cao nhất là 1 *(vì P(x) bậc 5, có hệ số cao nhất là 1)*

$\Rightarrow H(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5)$

Mà $H(x) = P(x) - Q(x) \Rightarrow P(x) = H(x) + Q(x)$

$$\Rightarrow \mathbf{P(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5) + 3 + 6(x - 1) + 2(x - 1)(x - 2)}$$

Để cho ngắn gọn và dễ nhớ, sau này ta chỉ cần trình bày như sau:

Áp dụng công thức nội suy Newton ta có:

$\mathbf{P(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5) + a_1(x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4)+ a_2(x - 1)(x - 2)(x - 3)+a_3(x - 1)(x - 2) +a_4(x - 1)+ a_5}$

Rồi từ: P(1) = 3, P(2) = 9, P(3) = 19, P(4) = 33, P(5) = 51 ta tìm được a_1, a_2, a_3, a_4, a_5

Và suy ra P(x)

<u>Vấn đề 6:</u> *Tìm số dư trong phép chia a cho b:*

Cách 1: Bấm $\boxed{A}\ \boxed{=}\ \boxed{-}\ \boxed{B}\ \boxed{=}\ \boxed{=}\ \boxed{=}$ . . . *(đến khi ta thu được $r < B$ thì dừng lại)*

Cách 2: Có: $\boxed{A = B.q + r \Rightarrow r = A - B.q = \frac{A}{B}.B - B.q}$

Bấm: $\boxed{A}\ \boxed{¸}\ \boxed{B}\ \boxed{=}\ \boxed{´}\ \boxed{B}\ \boxed{-}\ \boxed{q}\ \boxed{´}\ \boxed{B}\ \boxed{=}$

Cách 3: Có: $\boxed{A = B.q + r \Rightarrow \frac{A}{B} = q + \frac{r}{B} \Rightarrow r = \left(\frac{A}{B} - q\right).B}$

Bấm: $\boxed{A}\ \boxed{¸}\ \boxed{B}\ \boxed{=}\ \ \boxed{-}\ \boxed{q}\ \boxed{=}\ \boxed{´}\ \boxed{B}\ \boxed{=}$

Cách 4: Giả sử $\frac{A}{B} = C\frac{D}{B}$ *(Ở đây C là thương và D chính là dư trong phép chia A cho B)*

Để tải về mất 4 k nên chia sẻ cho các bạn hs không có điều kiện tải

Ta có: $\boxed{\frac{A}{B}=C\frac{D}{B}\Rightarrow r=D=\left(\frac{A}{B}-C\right).B}$

Trên máy tính ta bấm $\boxed{A}$ $\boxed{a\,{}^{b}/_{c}}$ $\boxed{B}$ trên màn hình xuất hiện C‡D‡B trong đó C là hỗn số. Như vậy để tìm dư trong phép chia A cho B ta thực hiện:

$\boxed{A}$ $\boxed{a\,{}^{b}/_{c}}$ $\boxed{B}$ $\boxed{=}$ $\boxed{-}$ $\boxed{C}$ $\boxed{=}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{B}$ $\boxed{=}$

Lời bình: Cách 1 dễ thực hiện, ngắn gọn tuy nhiên chỉ áp dụng khi phần nguyên của thương là số tương đối nhỏ. Trong 4 cách trên thì cách 4 là tốt nhất, kết quả thu được sẽ chính xác tuyệt đối.

Cách 5: Trên máy 570VN-PLUS: bấm: $\boxed{A}$ $\boxed{\text{Alpha}}$ $\boxed{,\ R}$ $\boxed{B}$ $\boxed{=}$

Khi đó màn hình hiện biểu thức có dạng: **q, R = r** trong đó q là thương và r là dư

*Tìm dư của phép chia a cho b trong trường hợp a là 1 số rất lớn: (lũy thừa với số mũ lớn):

Áp dụng đồng dư để thực hiện:

1.Một số tính chất đồng dư thường áp dụng như sau:

$a \equiv b \pmod m \Rightarrow a^n \equiv b^n \pmod m$

$$\begin{cases} a \equiv b \pmod m \\ c \equiv d \pmod m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \pm c \equiv b \pm d \pmod m \\ a.c \equiv b.d \pmod m \\ a^k \equiv m^k \pmod m \end{cases}$$

$a + c \equiv b \pmod m \Rightarrow a \equiv b - c \pmod m$

$a.c \equiv b.c \pmod m,\ (c,m) = 1 \Rightarrow a \equiv b \pmod m$

$a.c \equiv b.c \pmod{m.c} \Rightarrow a \equiv b \pmod m,\ (c \neq 0)$

$a \equiv b \pmod m \Rightarrow a.c \equiv b.c \pmod{m.c}$

$a \equiv b \pmod m \Rightarrow a.c \equiv b.c \pmod m;\ (c,m) = 1$

-Số các ước của m: Nếu $m = p_1^{\alpha_1}.p_2^{\alpha_2}.p_3^{\alpha_3}\ ...\ p_k^{\alpha_k}$

Thì số các ước (tự nhiên) của m là $\boxed{(\alpha_1+1)(\alpha_2+1)...(\alpha_k+1)}$

-Tổng các ước tự nhiên của m: Nếu $m = p_1^{\alpha_1}.p_2^{\alpha_2}.p_3^{\alpha_3}\ ...\ p_k^{\alpha_k}$ thì tổng các ước tự nhiên của m được tính bằng công thức: $\boxed{\sigma(m)=\prod_{i=1}^{k}\frac{p_i^{\alpha_i+1}-1}{p_i-1}=\frac{p_1^{\alpha_1+1}-1}{p_1-1}.\frac{p_2^{\alpha_2+1}-1}{p_2-1}...\frac{p_k^{\alpha_k+1}-1}{p_k-1}}$

VD: Tính tổng các ước của 1987526177

Có: 1987526177 = 7.13.43.47.101.107

Tổng các ước: $\frac{7^2-1}{7-1}.\frac{13^2-1}{13-1}.\frac{43^2-1}{43-1}.\frac{47^2-1}{47-1}.\frac{101^2-1}{101-1}.\frac{107^2-1}{107-1}=8.14.44.48.102.108=2\,605\,768\,704$

-Định lí Fecma: $\boxed{a\in\mathbb{Z}, p\in P, (a,p)=1 \Rightarrow a^{p-1}\equiv 1 \pmod p}$

-Giả sử n phân tích thành tích các thừa số nguyên tố như sau:

$$n = p_1^{\alpha_1}.p_2^{\alpha_2}...p_k^{\alpha_k}$$

Khi đó ta có: $\boxed{\varphi(n) = n\prod_{i=1}^{k}(1-\frac{1}{p_i})}$

-Định lý Ơle: $\boxed{a\in\mathbb{Z}, n\in\mathbb{N}^*, (a,n)=1 \Rightarrow a^{\varphi(n)}\equiv 1 \pmod n}$

Áp dụng: tìm số dư của phép chia 2^{2009} **cho 35**

Ta có: $35=7^1.5^1$

Để tải về mất 4 k nên chia sẻ cho các bạn hs không có điều kiện tải

$$\varphi(35) = 35.\left(1-\frac{1}{7}\right)\left(1-\frac{1}{5}\right)=24$$

Lại có (2,35) = 1

Theo định lý Ơle Ta suy ra: $2^{\varphi(35)} \equiv 1 \pmod{35} \Leftrightarrow 2^{24} \equiv 1 \pmod{35}$

Ta có: 2009 = 83.24+17

$2^{24} \equiv 1 \pmod{35} \Rightarrow 2^{24.83} \equiv 1 \pmod{35}$

$2^{24.83}.2^{17} \equiv 2^{17} \pmod{35} \Rightarrow 2^{2009} \equiv 2^{17} \pmod{35}$

Ta lại có: $2^5 \equiv -3 \pmod{35} \Rightarrow \left(2^5\right)^3 \equiv \left(-3\right)^3 = -27 \pmod{35}$

$\Rightarrow\ 2^{15}.2^2 \equiv -27.2^2 = -108 \equiv -3 \equiv 32 \pmod{35}$

$\Rightarrow 2^{17} \equiv 32 \pmod{35}$

Vậy dư trong phép chia trên là 32

2.Vài tính chất cần thiết khác:

-ƯCLN, BCNN: $\boxed{[a,b] = \dfrac{a.b}{(a,b)} \quad (a,b \in \square)}$, Nếu $(a,b)=1 \Rightarrow [a,b] = a.b$

<u>Vấn đề 7:</u> ***Tìm chu kỳ của số thập phân vô hạn tuần hoàn được biểu diễn bởi 1 phân số:***

VD: Tìm chu kỳ của số thập phân vô hạn tuần hoàn có được từ phép chia 10 cho 23 ?

* Lấy 10 : 23 = (0,434782608) → *màn hình chỉ hiển thị 10 chữ số*

Vậy 10 số dư đầu tiên là: ***0,434782608***

* Lấy 0,434782608 ´ 23 = 9,999999984

10 [-] [Ans] [=] 0,000000016

Vậy 10 = 0,434782608 ´ 23 + 0,000000016

Þ 10 : 23 = 0,434782608 + 0,000000016 : 23 = 0,434782608 + 0,000000001 ´ (16 : 23)

* Lấy 16 : 23 = (0,695652173) → *Màn hình hiển thị chưa hết kết quả của phép chia.*

Þ Chín số dư tiếp theo là: ***695652173***

*Lấy 0,695652173 ´ 23 = 15,99999998

16 [-] [Ans] [=] 0,000000021

Vậy 16 = 0,695652173 ´ 23 + 0,000000021. Tương tự cách làm trên ta được:

21 : 23 = (0,913043478) Þ Chín số dư tiếp theo là: ***913043478***

Vậy: 10 : 23 = 0,434782608695652173913043478 . . .

= 0,(4347826086956521739130)

Þ Chu kỳ của số thập phân vô hạn tuần hoàn trên là: ***(4347826086956521739130)***

<u>Vấn đề 8:</u>Biểu diễn phân số thành liên phân số:

Giả sử $x = \dfrac{a}{b}$ (a, b Î ¢)

Ta thực hiện phép chia Ơclit trên các số a, b như sau:

$a = b\,q_0 + r_1$

$b = r_1\,q_1 + r_2$

$r_1 = r_2\,q_2 + r_3$

. . . .

$r_{n-2} = r_{n-1}\,q_{n-1} + r_n$

$r_{n-1} = r_n\,q_n$

Để tải về mất 4 k nên chia sẻ cho các bạn hs không có điều kiện tải

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = q_0 + \frac{1}{\frac{b}{r_1}} = q_0 + \frac{1}{q_1 + \frac{1}{\frac{r_1}{r_2}}} = \ldots = q_0 + \cfrac{1}{q_1 + \cfrac{1}{q_2 + \cfrac{1}{q_3 + \cfrac{1}{\cfrac{\ldots\ldots}{\cfrac{1}{q_n}}}}}} \qquad (q_n > 1)$$

(Trong đó $q_0 \in \mathbb{Z}$, $q_1, q_2, q_3, \ldots q_n \in \mathbb{Z}^+$, $q_n > 1$ *)*

Biểu thức trên gọi là một liên phân số hữu hạn cấp n. Ký hiệu: $d = [q_0, q_1, q_2, \ldots q_n]$, n gọi là cấp, $q_0, q_1, q_2, q_3, \ldots q_n$ gọi là các số hạng của liên phân số.

Tính liên phân số:

Để tính liên phân số chúng ta có 2 cách và tính từ dưới tính lên:

-Cách 1: Bấm $q_{n-1} + \frac{1}{q_n} = x^{-1} + q_{n-2} = x^{-1} + q_{n-3} = \ldots = x^{-1} + q_0 =$

-Cách 2: Bấm: $q_{n-1} + \frac{1}{q_n} = q_{n-2} + 1/Ans = q_{n-3} + 1/Ans = \ldots = q_0 + 1/Ans =$

<u>Vấn đề 9:</u> Tìm ƯCLN của 3 số A, B, C

Gọi $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản của phân số $\frac{A}{B}$, khi đó giả sử m là thương của phép chia A cho a vậy thì (A, B) = m

Tiếp tục tìm phân số tối giản của phân số $\frac{m}{C}$, giả sử là $\frac{p}{q}$, gọi n là thương của phép chia m cho *p* khi đó (m , C) = n

Vậy thì: (A, B, C) = ((A, B), C) = (m, C) = n

Để tìm phân số tối giản $\frac{a}{b}$ của phân số $\frac{A}{B}$ ta nhập vào máy như sau:

Bấm: A $\boxed{a^b/_c}$ B $\boxed{=}$

<u>Vấn đề 10:</u> Một số bài toán giải bằng phép lặp:

VD1: Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$A = 1 + \sum_{X=1}^{20} 0,2012^X$$

Lập công thức truy hồi

Nhập M=M+1:A=A+(0,2012)^M

Bấm: CALC nhập 0 = 1 = *(Nhập các giá trị ban đầu cho M và A; Vì lúc này trên màn hình hỏi: M? và A?)*

Nhấn đến khi M + 1 = 20 , ta được kết quả: A=

VD2: Tính 123 + 123123+ 123123123 + … + 123…123 (20 nhóm 123)

Ta xây dựng dãy lặp như sau: M=M+1:A = A.1000 + 123: B = B + A

VD 2: Tìm tổng các ước lẻ của số 804257792

Ghi vào màn hình: Ấn 0 SHIFT STO A

A = A +1 :804257792 ÷ 2^A ấn bằng đến khi A = 20 máy hiện thương là 767 thì dừng (cách này cho ta đếm và kiểm tra được số A).

Suy ra số 804257792 phân tích được 2^20x767.
Do vậy 767 là một ước lẻ của 804257792.
Tiếp tục tìm ước lẻ của 767 bằng cách dùng PP lặp.
Ghi vào màn hình: Ấn 0 SHIFT STO A
A = A +1 : 767 ÷ (2A+1) ấn = lần lượt , ta tìm thêm được 2 ước lẻ là 59 ; 13
(Vì 59 x 13 = 767 nên không còn ước lẻ nào khác lớn hơn 1)
Suy ra số 804257792 có 4 ước số lẻ là : 767; 59; 13; 1
Tổng các ước lẻ là : 767 + 59 + 13 +1 = 840.

Vấn đề 11: Dãy số

I.Cấp số:

Tổng n số hạng đầu tiên của cấp số cộng:

$$S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_n = \frac{(u_1+u_n)n}{2}$$

Trong đó: $u_k = u_{k-1} + d$ *(d gọi là công sai)*

CM:

$2S_n = (u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_n) + (u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_n)$
$= (u_1 + u_n) + (u_2 + u_{n-1}) + \ldots + (u_{n-1} + u_2) + (u_n + u_1)$ (n ngoặc)

Xét mỗi số hạng *(mỗi ngoặc)* trong tổng trên ta thấy chúng luôn bằng $(u_1 + u_n)$

Cụ thể 1 số hạng: $(u_2 + u_{n-1}) = (u_1 + d) + (u_n - d) = u_1 + u_n$

Như vậy: $2S_n = n(u_1 + u_n)$

Hay: $S_n = \frac{(u_1+u_n)n}{2}$

Tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân:

$$S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q}$$

Trong đó: $u_k = u_{k-1}.q$ *(Q gọi là công bội)*

Và ta luôn có: $u_n = u_1.q^{n-1}$

CM:

$q.S_n = q.u_1 + q.u_2 + q.u_3 + \ldots + q.u_n = u_2 + u_3 + \ldots + u_n + u_{n+1}$

Do đó: $S_n - q.S_n = u_1 - u_{n+1} = u_1 - u_1.q^n = u_1(1 - q^n)$

Từ đó suy ra: $S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q}$

1)Tổng: $S_1 = 1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

Đây là cấp số cộng công sai d = 1

2)Tổng: $S_2 = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \ldots + (n-1).n = \frac{(n-1).n.(n+1)}{3}$

Thật vậy, ta có:

$$3S_2 = 3.\left[1.2 + 2.3 + 3.4 + \ldots + (n-1).n\right]$$
$$3S_2 = \left[1.2.(3-0) + 2.3.(4-1) + 3.4.(5-2) + \ldots + (n-1).n.\{(n+1)-(n-2)\}\right]$$
$$3S_2 = \left(1.2.3 + 2.3.4 - 1.2.3 + 3.4.5 - 2.3.4 + \ldots + (n-1).n.(n+1) - (n-2)(n-1).n\right)$$

$$3S_2 = (n-1).n.(n+1)$$

$$S_2 = \frac{(n-1).n.(n+1)}{3}$$

3)Tổng: $S_3 = 1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + \ldots + (n-2)(n-1).n = \frac{(n-2)(n-1).n.(n+1)}{4}$

(Tương tự cách khai thác trên ta tính 4S rồi khai triển, rút gọn ra công thức này)

4)Tổng: $S_4 = \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \ldots + \frac{1}{(n-1).n} = 1 - \frac{1}{n}$

Thật vậy:

$$S_4 = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) + \ldots + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}\right) = 1 - \frac{1}{n}$$

5)Tổng: $S_5 = \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \ldots + \frac{1}{(n-2).(n-1).n} = \frac{1}{4} - \frac{1}{2.(n-1).n}$

Thật vậy:

$$S_5 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1.2} - \frac{1}{2.3}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2.3} - \frac{1}{3.4}\right) + \ldots + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{(n-2)(n-1)} - \frac{1}{(n-2)n}\right)$$

$$S_5 = \frac{1}{2}.\left[\frac{1}{1.2} - \frac{1}{(n-2)n}\right] = \frac{1}{4} - \frac{1}{2(n-2)n}$$

6)Tổng: $S_6 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = \frac{n.(n+1).(2n+1)}{6}$

Thật vậy:

$$S_6 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = 1.(2-1) + 2.(3-1) + 3.(4-1) + \ldots + n.\left[(n+1) - 1\right]$$

$$S_6 = \left[1.2 + 2.3 + 3.4 + \ldots + n(n+1)\right] - (1 + 2 + 3 + \ldots + n)$$

Theo S_2 ta có:

$$S_2 = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \ldots + n.(n+1) = \frac{n.(n+1)(n+2)}{3}$$

Vậy $S_6 = S_2 - S_1 = \frac{n.(n+1)(n+2)}{3} - \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n.(n+1).(2n+1)}{6}$

7)Tổng: $S_7 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 = \left[\frac{n.(n+1)}{2}\right]^2$

Thật vậy:

$$S_7 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 = 1^2.(2-1) + 2^2.(3-1) + 3^2.(4-1) + \ldots + n^2.\left[(n+1) - 1\right]$$

$$= (1^2.2 + 2^2.3 + 3^2.4 + \ldots + n^2.(n+1)) - (1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2)$$

$$= \left[(0+1).1.2 + (1+1).2.3 + (2+1).3.4 + \ldots + \{(n-1)+1\}.n.(n+1)\right] - (1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2)$$

$$= \left[0.1.2 + 1.2.3 + 2.3.4 + \ldots + (n-1).n.(n+1)\right] + \left[1.2 + 2.3 + 3.4 + \ldots + n.(n+1)\right] - (1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2)$$

Ta đã có: $S_2 = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \ldots + n.(n+1) = \frac{n.(n+1)(n+2)}{3}$

$$S_3 = 1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + \ldots + (n-1).n.(n+1) = \frac{(n-1).n.(n+1).(n+2)}{4}$$

$$S_6 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = \frac{n.(n+1).(2n+1)}{6}$$

Vậy $S_7 = S_3 + S_2 - S_6 = \left[\frac{n.(n+1)}{2}\right]^2$

7. $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$

Ta thấy: $\frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2}$

$\frac{1}{4} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4}$

$\frac{1}{8} = \frac{1}{4} - \frac{1}{8}$

Vậy $A = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{8}\right) + \ldots + \left(\frac{1}{32} - \frac{1}{64}\right)$

$A = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \ldots + \frac{1}{32} - \frac{1}{64}$

$A = 1 - \frac{1}{64}$

$A = \frac{64}{64} - \frac{1}{64} = \frac{63}{64}$

Vấn đề 12: Phương trình sai phân:

1.Phương trình sai phân tuyến tính thuần nhất bậc 2:

Định nghĩa: Phương trình sai phân tuyến tính thuần nhất bậc hai với hệ số là hằng số có dạng: $\boxed{ax_{n+2} + bx_{n+1} + cx_n = 0 \ \ (*);\ \text{với } n = 0;1;2;\ldots}$ trong đó $a \neq 0$; b, c là hằng số.

Nghiệm tổng quát:

Nếu c = 0 thì phương trình (*) có dạng: $ax_{n+2} + bx_{n+1} = 0 \Leftrightarrow x_{n+2} = -\frac{b}{a}x_{n+1} = \lambda x_{n+1}$ có nghiệm tổng quát $\mathbf{x_{n+1} = \lambda^n x_1}$.

Nếu phương trình (*) có phương trình đặc trưng là $\mathbf{a\lambda^2 + b\lambda + c = 0}$ có hai nghiệm λ_1, λ_2 thì việc tìm nghiệm dựa vào các mệnh đề sau:

Mệnh đề 1: Giả sử hai nghiệm của phương trình đặc trưng là phân biệt $(\lambda_1 \neq \lambda_2)$ khi ấy phương trình (*) có nghiệm tổng quát là: $\mathbf{x_n = C_1\lambda_1^n + C_2\lambda_2^n}$ trong đó C_1, C_2 là những số bất kỳ gọi là hằng số tự do và được xác định theo điều kiện ban đầu x_0, x_1.

Ví dụ 1: Tìm nghiệm của phương trình sai phân: $u_0 = 7; u_1 = -6; u_{n+2} = 3u_{n+1} + 28u_n$.

Phương trình đặc trưng $\lambda^2 - 3\lambda - 28 = 0$ có hai nghiệm $\lambda_1 = -4; \lambda_2 = 7$. Vậy nghiệm tổng quát có dạng: $u_n = C_1(-4)^n + C_2 7^n$.

Với n = 0 ta có: $C_1 + C_2 = 7 (= x_0)$

Với n = 1 ta có: $-4.C_1 + 7C_2 = -6 (= x_1)$

Giải hệ $\begin{cases} C_1 + C_2 = 7 \\ -4.C_1 + 7C_2 = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1 = 5 \\ C_2 = 2 \end{cases}$

Vậy nghiệm tổng quát phương trình có dạng: $u_n = 5.(-4)^n + 2.7^n$

Mệnh đề 2: Nếu phương trình đặc trưng có nghiệm kép $\lambda_1 = \lambda_2 = -\frac{b}{a}$ thì nghiệm tổng quát của phương trình (*) có dạng: $\mathbf{x_n = C_1\lambda_1^n + C_2 n\lambda_1^n = (C_1 + C_2 n)\lambda_1^n}$ trong đó C_1, C_2 là hằng số tự do và được xác định theo điều kiện ban đầu x_0, x_1.

Ví dụ 2: Tìm nghiệm phương trình sai phân: $u_0 = -1; u_1 = 2; u_{n+2} = 10u_{n+1} - 25u_n$.

Phương trình đặc trưng $\lambda^2 - 10\lambda + 25 = 0$ có hai nghiệm $\lambda_1 = \lambda_2 = 5$. Vậy nghiệm tổng quát có dạng: $u_n = (C_1 + C_2 n)5^n$.

Với n = 0 ta có: $C_1 = -1$

Với n = 1 ta có: $(C_1 + C_2).5 = 2 \Rightarrow C_2 = \frac{7}{5}$

Vậy nghiệm tổng quát phương trình có dạng: $u_n = (-1 + \frac{7}{5}n)5^n$

Mệnh đề 3: Nếu phương trình đặc trưng không có nghiệm thực thì nghiệm tổng quát của phương trình (*) có dạng: $\mathbf{x_n} = r^n(C_1\cos n\varphi + C_2\sin n\varphi)$ trong đó $r = \sqrt{A^2 + B^2}; \varphi = \text{arctg}\frac{B}{A}$; $A = -\frac{b}{2a}; B = \frac{\sqrt{|\Delta|}}{2a}$; C_1, C_2 là hằng số tự do xác định theo điều kiện ban đầu x_0, x_1.

Ví dụ 3: Tìm nghiệm của phương trình sai phân: $u_0 = 1; u_1 = \frac{1}{2}; u_{n+2} = u_{n+1} - u_n$

Phương trình đặc trưng $\lambda^2 - \lambda + 1 = 0$ có hai nghiệm phức $\lambda_{1,2} = \frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2}$.

Ta có: $A = \frac{1}{2}; B = \frac{\sqrt{3}}{2}; r = 1; \varphi = \frac{\pi}{3}$

Vậy nghiệm tổng quát có dạng: $u_n = C_1\cos\frac{n\pi}{3} + C_2\sin\frac{n\pi}{3}$.

Với $u_0 = 1; u_1 = \frac{1}{2}$ thì $C_1 = 1$ và $C_1\cos\frac{\pi}{3} + C_2\sin\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow C_2 = 0$.

Vậy nghiệm tổng quát có dạng: $u_n = \cos\frac{n\pi}{3}$.

Bài tập

Tìm nghiệm u_n của các phương trình sau:

a. $u_0 = 8; u_1 = 3; u_{n+2} = 12u_n - u_{n+1}$

b. $u_0 = 2; u_1 = -8; u_{n+2} + 8u_{n+1} - 9u_n = 0$

c. $u_0 = 1; u_1 = 16; u_{n+2} - 8u_{n+1} + 16u_n = 0$

Ví dụ 4: Cho dãy $u_0 = u_1 = 1; u_n = \frac{u_{n-1}^2 + 2}{u_{n-2}}; \forall n \geq 3$. Tìm dạng tuyến tính của dãy đã cho?

Gọi số hạng tổng quát của dãy có dạng: $u_n = au_{n-1} + bu_{n-2} + c$ (*)

Cho n = 1; 2; 3 ta được $u_3 = 3; u_4 = 11; u_5 = 41$

Thay vào (*) ta được hệ: $\begin{cases} a + b + c = 3 \\ 3a + b + c = 11 \\ 11a + 3b + c = 41 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -1 \\ c = 0 \end{cases}$

Vậy $u_n = 4u_{n-1} - u_{n-2}$

Chú ý: Ta có thể dùng phương pháp qui nạp để chứng minh công thức trên.

Ví dụ 5: Cho dãy $u_0 = \frac{1}{2}; u_1 = \frac{1}{3}; u_n = \frac{u_{n-1}u_{n-2}}{3u_{n-2} - 2u_{n-1}}; \forall n \geq 2$. Tìm công thức tổng quát của dãy.

Để tải về mất 4 k nên chia sẻ cho các bạn hs không có điều kiện tải

Ta thấy $u_n \neq 0$ (với mọi n) vì nếu $u_n = 0$ thì $u_{n-1} = 0$ hoặc $u_{n-2} = 0$ do đó $u_2 = 0$ hoặc $u_1 = 0$. Vô lí.

Đặt $v_n = \frac{1}{u_n}$ khi ấy $v_n = 3v_{n-1} - 2v_{n-2}$ có phương trình đặc trưng $\lambda^2 - 3\lambda + 2 = 0$ có nghiệm $\lambda_1 = 1; \lambda_2 = 2$.

Công thức nghiệm tổng quát: $v_n = C_1 + C_2.2^n$. Với n = 0; 1 ta có: $C_1 = 1; C_2 = \frac{1}{2}$.

Vậy $v_n = 1 + 2^{n-1}$ hay $u_n = \frac{1}{1+2^{n-1}}$

Ví dụ 6: Cho dãy $u_0 = 2; u_1 = 6 + \sqrt{33}; u_{n+1} - 3u_n = \sqrt{8u_n^2 + 1}; \forall n \geq 2$. Tìm công thức tổng quát của dãy.

Bình phương hai vế phương trình đã cho ta có: $u_{n+1}^2 - 6u_{n+1}.u_n + u_n^2 = 1$.

Thay n + 1 bởi n ta được: $u_n^2 - 6u_n.u_{n-1} + u_{n-4}^2 = 1$.

Trừ từng vế của hai phương trình trên ta được: $(u_{n+1} - u_{n-1})(u_{n+1} - 6u_n + u_{n-1}) = 0$

Do $u_{n+1} - 3u_n = \sqrt{8u_n^2 + 1}$ nên $u_{n+1} > 3u_n > 9u_{n-1} > u_{n-1}$

Suy ra $u_{n+1} - 6u_n + u_{n-1} = 0$ có phương trình đặc trưng $\lambda^2 - 6\lambda + 1 = 0$ có nghiệm $\lambda_{1,2} = 3 \pm \sqrt{8}$

Công thức nghiệm tổng quát $u_n = C_1\left(3+\sqrt{8}\right)^n + C_2\left(3-\sqrt{8}\right)^n$

Từ các giá trị ban đầu suy ra: $C_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{66}}{8}$

Vậy số hạng tổng quát: $u_n = \frac{\left(8+\sqrt{66}\right)\left(3+\sqrt{8}\right)^n + \left(8-\sqrt{66}\right)\left(3-\sqrt{8}\right)^n}{8}$

Bài tập

Bài 1: Tìm nghiệm tổng quát của phương trình sau: $u_0 = 0; u_{n+1} = 5u_n + \sqrt{24u_n^2 + 1}$

Bài 2: Xác định số hạng tổng quát của dãy số: $u_1 = 1; u_{n+1} = \frac{u_n}{2 + \sqrt{3 + u_n^2}}$

Một số dạng toán thường gặp:

Bài 1: (Thi khu vực 2005) Cho dãy số $u_n = \frac{\left(3+\sqrt{2}\right)^n - \left(3-\sqrt{2}\right)^n}{2\sqrt{2}}$. Lập công thức truy hồi để tính u_{n+2} theo u_{n+1}, u_n.

Cách 1:

Giả sử $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n + c$ (*).

Với n = 0, 1, 2, 3 ta tính được $u_0 = 0; u_1 = 1; u_2 = 6; u_3 = 29; u_4 = 132$.

Thay vào (*) ta được hệ phương trình : $\begin{cases} a + c = 6 \\ 6a + b + c = 29 \\ 29a + 6b + c = 132 \end{cases}$ => $\begin{cases} a = 6 \\ b = -7 \\ c = 0 \end{cases}$

Vậy $u_{n+2} = 6u_{n+1} - 7u_n$

Chú ý: Với bài trên ta có thể giả sử $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$ thì bài toán sẽ giải nhanh hơn.

Cách 2:

Đặt $\lambda_1 = 3 + \sqrt{2}; \lambda_2 = 3 - \sqrt{2}$ khi ấy $\lambda_1 + \lambda_2 = 6$ và $\lambda_1.\lambda_2 = 7$ chứng tỏ λ_1, λ_2 là nghiệm của phương trình đặc trưng $\lambda^2 - 6\lambda + 7 = 0 \Leftrightarrow \lambda^2 = 6\lambda - 7$ do đó ta có: $\lambda_1^2 = 6\lambda_1 - 7$ và $\lambda_2^2 = 6\lambda_2 - 7$

Suy ra: $\lambda_1^{n+2} = 6\lambda_1^{n+1} - 7\lambda_1^{n}$

$\lambda_2^{n+2} = 6\lambda_2^{n+1} - 7\lambda_2^{n}$

Vậy $\lambda_1^{n+2} - \lambda_2^{n+2} = (6\lambda_1^{n+1} - 7\lambda_1^{n}) - (6\lambda_2^{n+1} - 7\lambda_2^{n}) = 6\left(\lambda_1^{n+1} - \lambda_2^{n+1}\right) - 7\left(\lambda_1^{n} - \lambda_2^{n}\right)$

hay $\left(3+\sqrt{2}\right)^{n+2} - \left(3-\sqrt{2}\right)^{n+2} = 6\left[\left(3+\sqrt{2}\right)^{n+1} - \left(3-\sqrt{2}\right)^{n+1}\right] - 7\left[\left(3+\sqrt{2}\right)^{n} - \left(3-\sqrt{2}\right)^{n}\right]$

$$\Leftrightarrow \frac{\left(3+\sqrt{2}\right)^{n+2}}{2\sqrt{2}} - \frac{\left(3-\sqrt{2}\right)^{n+2}}{2\sqrt{2}} = 6\left[\frac{\left(3+\sqrt{2}\right)^{n+1}}{2\sqrt{2}} - \frac{\left(3-\sqrt{2}\right)^{n+1}}{2\sqrt{2}}\right] - 7\left[\frac{\left(3+\sqrt{2}\right)^{n}}{2\sqrt{2}} - \frac{\left(3-\sqrt{2}\right)^{n}}{2\sqrt{2}}\right]$$

tức là $u_{n+2} = 6u_{n+1} - 7u_n$.

Bài 2: (Thi khu vực 2002) Cho dãy số $u_0 = 2; u_1 = 10$ và $u_{n+1} = 10u_n - u_{n-1}$ (*). Tìm công thức tổng quát u_n của dãy?

Phương trình đặc trưng của phương trình (*) là: $\lambda^2 - 10\lambda + 1 = 0$ có hai nghiệm $\lambda_{1,2} = 5 \pm 2\sqrt{6}$

Vậy $u_n = C_1\lambda_1^n + C_2\lambda_2^n = C_1\left(5+2\sqrt{6}\right)^n + C_2\left(5-2\sqrt{6}\right)^n$

Với n = 0; 1 ta có hệ phương trình sau: $\begin{cases} C_1 + C_2 = 2 \\ \left(5+2\sqrt{6}\right)C_1 + \left(5+2\sqrt{6}\right)C_2 = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1 = 1 \\ C_2 = 1 \end{cases}$

Vậy số hạng tổng quát $u_n = \left(5+2\sqrt{6}\right)^n + \left(5-2\sqrt{6}\right)^n$.

Bài 3: Cho dãy số $u_0 = 2; u_1 = 10$ và $u_{n+1} = 10u_n - u_{n-1}$. Tính số hạng thứ u_{100}?

Cách 1: Lập quy trình bấm phím

Cách 2: Tìm công thức tổng quát $u_n = \left(5+2\sqrt{6}\right)^n + \left(5-2\sqrt{6}\right)^n$.

Thay n = 100 để tính

Nhận xét: *Như vậy cách 2 sẽ nhanh và chính xác hơn nhiều so với cách 1 nhưng sẽ mất thời gian để tìm ra công thức tổng quát. Do đó nếu số hạng cần tính là nhỏ thì ta dùng cách 1, còn lớn ta sẽ dùng cách 2.*

Vấn đề 13: Xử lý các bài toán tràn màn hình:

Tính chính xác các phép tính sau (Sử dụng máy tính FX-570VN-PLUS)

VD1: 9876543^3

ĐS: 963 418 267 239 450 275 007

Bấm vào máy phép toán trên ta có kết quả: $9.634182672 \times 10^{20}$

Bấm phím: ENG liên tục đến khi được kết quả: 1918378424×10^{9}

Ghi ra giấy: 191837842 rồi bấm tiếp: $-191837842 \times 10^{10}$ ta có kết quả: 19183784235234700000

Vấn đề 14: Giải hệ phương trình đồng dư

MỘT SỐ ĐIỀU CẦN BIẾT:

-Số các chữ số của một lũy thừa: a^m là $\left[\log\left(a^m\right)\right] + 1 = m.\left[\log(a)\right] + 1$

trong đó $\left[\log\left(a^m\right)\right]$ là phần nguyên của $\left[\log\left(a^m\right)\right]$

-Số chữ số của 1 số A tùy ý là $\left[\log(A)\right] + 1$

Để tải về mất 4 k nên chia sẻ cho các bạn hs không có điều kiện tải

VD1: Tìm số chữ số của 19^{9^9}

Số chữ số là $\left[\log\left(19^{9^9}\right)\right]+1 = 495415345 + 1 = 495415346$ chữ số

BT 10. Tìm năm chữ số đầu tiên của $A=2^{2^{10}}$

Lời giải và đáp số

Quy trình bấm phím như sau:

Ghi vào màn hình: $2^{10}\times\log(2)$

Bấm $\boxed{=}$, ta được 308,2547156

Ghi vào màn hình: Ans – 308. Bấm $\boxed{=}$

Thực hiện phép tính : 10^{Ans}, ta được: 1,797693135

Vậy năm chữ số đầu tiên của $A=2^{2^{10}}$ là 17976

Xem thêm VD19 trang 232 tài liệu bồi dưỡng Casio Trần Đình Cư cho THPT

BÀI TẬP ÁP DỤNG

1.Dãy số:

Bài 1 Tính 10 số hạng đầu của dãy số (u_n) cho bởi:

$$u_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right] \quad ; \quad n = 1,2,3...$$

Bài 2: Tìm 20 số hạng đầu của dãy số (u_n) cho bởi:

$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n+2}{u_n+1}, n \in N^* \end{cases}$$

Bài 3: Cho dãy số được xác định bởi:

$$\begin{cases} u_1 = \sqrt[3]{3} \\ u_{n+1} = (u_n)^{\sqrt[3]{3}}, n \in N^* \end{cases}$$

Tìm số tự nhiên n nhỏ nhất để u_n là số nguyên.

Bài 4: Cho dãy số được xác định bởi:

$$\begin{cases} u_1 = 1, u_2 = 2 \\ u_{n+2} = 3u_{n+1} + 4u_n + 5 \; ; \; n \in N^* \end{cases}$$

Hãy lập quy trình tính u_n.

Bài 5: Cho dãy số được xác định bởi:

$$\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_{n+1} = \dfrac{n}{n+1}(u_n + 1) \; ; \; n \in N^* \end{cases}$$

Hãy lập quy trình tính u_n.

Bài 6: Tính số hạng thứ 10 của dãy $u_1 = u_2 = 1$; $u_3 = 2$; $\boxed{u_{n+1} = u_n + u_{n-1} + u_{n-2}}$

Bài 7: Cho dãy $u_1 = 8$, $u_2 = 13$, $\boxed{u_{n+1} = 3u_n + 2u_{n-1} + \frac{1}{n} \quad (n \geq 2)}$

a.Lập qui trình bấm phím liên tục để tính u_{n+1}?

b.Tính u_7? ĐS: $u_7 = 8717,92619$

Bài 8: (Thi khu vực, 2001, lớp 9) Cho dãy $u_1 = 144$; $u_2 = 233$; $u_{n+1} = u_n + u_{n-1}$

a.Lập một qui trình bấm phím để tính u_{n+1}.

b.Tính chính xác đến 5 chữ số sau dấu phẩy các tỉ số $\frac{u_2}{u_1};\frac{u_3}{u_2};\frac{u_4}{u_3};\frac{u_6}{u_5}$

Bài 9: (Thi khu vực, 2003, lớp 9) Cho dãy $u_1 = 2$; $u_2 = 20$; $u_{n+1} = 2u_n + u_{n-1}$.

a.Tính $u_3; u_4; u_5; u_6; u_7$.

b.Viết qui trình bấm phím để tính u_n.

c.Tính giá trị của $u_{22}; u_{23}; u_{24}; u_{25}$.

Bài 10: (Thi khu vực, 2003, lớp 9 dự bị) Cho dãy số $u_n = \dfrac{\left(2+\sqrt{3}\right)^n - \left(2-\sqrt{3}\right)^n}{2\sqrt{3}}$

a.Tính 8 số hạng đầu tiên của dãy.

b.Lập công thức truy hồi để tính u_{n+2} theo u_{n+1} và u_n.

c.Lập một qui trình tính u_n.

d.Tìm các số n để u_n chia hết cho 3.

Bài 11: (Thi khu vực, 2003, lớp 9 dự bị) Cho $u_0 = 2$; $u_1 = 10$; $u_{n+1} = 10u_n - u_{n-1}$.

a.Lập một quy trình tính u_{n+1}

b.Tính $u_2; u_3; u_4; u_5, u_6$

c.Tìm công thức tổng quát của u_n.

Bài 12: (Thi vô địch toán Lêningrat, 1967) Cho dãy $u_1 = u_2 = 1$; $u_{n+1} = u_n^2 + u_{n-1}^2$. Tìm số dư của u_n chia cho 7.

Bài 13: (Tạp chí toán học & tuổi trẻ, tháng 1.1999) Cho $u_1 = 1$; $u_2 = 3$, $u_{n+2} = 2u_{n+1} - u_{n+1}$. Chứng minh: $A=4u_n.u_{n+2} + 1$ là số chính phương.

Bài 14: (Olympic toán Singapore, 2001) Cho $a_1 = 2000$, $a_2 = 2001$ và $a_{n+2} = 2a_{n+1} - a_n + 3$ với $n = 1,2,3\ldots$ Tìm giá trị a_{100}?

Bài 15: (Tạp chí toán học & tuổi trẻ, tháng 7.2001) Cho dãy số u_n được xác định bởi: $u_1 = 5$; $u_2 = 11$ và $u_{n+1} = 2u_n - 3u_{n-1}$ với mọi n = 2, 3,…. Chứng minh rằng:

a. Dãy số trên có vô số số dương và số âm.

b. u_{2002} chia hết cho 11.

Bài 16: (Thi giỏi toán, 1995)Dãy u_n được xác định bởi:

$u_0 = 1$, $u_1 = 2$ và $u_{n+2} = \begin{cases} u_{n+1} + 9u_n, n = 2k \\ 9u_{n+1} + 5u_n, n = 2k+1 \end{cases}$ với mọi n = 0, 1, 2, 3, ….

Chứng minh rằng:

a. $\sum_{k=1995}^{2000} u_k^2$ chia hết cho 20

b. u_{2n+1} không phải là số chính phương với mọi n.

Bài 17: (Sở GD Lâm Đồng, 2005) Cho $u_1 = u_2 = 7$; $u_{n+1} = u_1^{\,2} + u_{n-1}^{\,2}$. Tính u_7=?

Bài 18: (Trường THCS Đồng Nai – Cát Tiên 2005)

Cho dãy $u_1 = u_2 = 11$; $u_3 = 15$; $u_{n+1} = \dfrac{5u_n^{\,2}}{3+u_{n-1}} - \dfrac{u_{n-1}}{2+u_n}$ với $n \ge 3$

a.Lập quy trình bấm phím để tìm số hạng thứ u_n của dãy?

b.Tìm số hạng u8 của dãy?

Bài 19: Cho dãy $u_1 = 5$; $u_2 = 9$; $u_{n+1} = 5u_n + 4u_{n-1}$ $(n \ge 2)$.

a.Lập quy trình bấm phím để tìm số hạng thứ u_n của dãy?

b.Tìm số hạng u_{14} của dãy?

Bài 20:

a.Cho u_1=1,1234 ; u_{n+1}=1,0123.u_n $(n \in N; n \ge 1)$. Tính u_{50} ?

b. Cho $u_1=5$; $u_{n+1}=\dfrac{3u_n^2+13}{u_n^2+5}$ $(n\in N;\ n\ge 1)$. Tính u_{15} ?

c. Cho $u_0=3$; $u_1=4$; $u_n = 3u_{n-1} + 5u_{n-2}$ $(n\ge 2)$. Tính u_{12} ?

Bài 21: (Thi khu vực 2002, lớp 9)Cho dãy số xác định bởi công thức $x_{n+1}=\dfrac{4{x_n}^2+5}{{x_n}^2+1}$, n là số tự nhiên, n >= 1. Biết $x_1 = 0{,}25$. Viết qui trình ấn phím tính x_n? Tính x_{100}?

2.Các bài toán về đa thức

a.Tính giá trị của biểu thức:

Bài 1: Cho đa thức $P(x) = x^{15} - 2x^{12} + 4x^7 - 7x^4 + 2x^3 - 5x^2 + x - 1$

Tính P(1,25); P(4,327); P(-5,1289); $P(1\frac{3}{4})$

H.Dẫn:

-Nhập công thức P(x)

-Tính gi trị của đa thức tại các điểm: dùng chức năng $\boxed{\text{CALC}}$

Bài 2: Tính giá trị của các biểu thức sau:

$P(x) = 1 + x + x^2 + x^3 +...+ x^8 + x^9$ tại x = 0,53241

$Q(x) = x^2 + x^3 +...+ x^8 + x^9 + x^{10}$ tại x = -2,1345

H.Dẫn:

-Áp dụng hằng đẳng thức: $a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b +...+ ab^{n-2} + b^{n-1})$. Ta có:

$$P(x) = 1 + x + x^2 + x^3 +...+ x^8 + x^9 = \frac{(x-1)(1+x+x^2+...+x^9)}{x-1} = \frac{x^{10}-1}{x-1}$$

Từ đó tính P(0,53241) =

Tương tự:

$$Q(x) = x^2 + x^3 +...+ x^8 + x^9 + x^{10} = x^2(1 + x + x^2 + x^3 +...+ x^8) = x^2\frac{x^9-1}{x-1}$$

Từ đó tính Q(-2,1345) =

Bài 3: Cho đa thức $P(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$. Biết P(1) = 1; P(2) = 4; P(3) = 9; P(4) = 16; P(5) = 25. Tính P(6); P(7); P(8); P(9) = ?

H.Dẫn:

Bước 1: Đặt **Q(x) = P(x) + H(x)** sao cho:

+ Bậc H(x) nhỏ hơn bậc của P(x)

+ Bậc của H(x) nhỏ hơn số giá trị được biết của P(x), trong bài bậc H(x) nhỏ hơn 5, nghĩa là:

$$Q(x) = P(x) + a_1x^4 + b_1x^3 + c_1x^2 + d_1x + e$$

Bước 2: Tìm a_1, b_1, c_1, d_1, e_1 để Q(1) = Q(2) = Q(3) = Q(4) = Q(5) = 0, tức là:

$$\begin{cases} a_1+b_1+c_1+d_1+e_1+1=0 \\ 16a_1+8b_1+4c_1+2d_1+e_1+4=0 \\ 81a_1+27b_1+9c_1+3d_1+e_1+9=0 \\ 256a_1+64b_1+16c_1+4d_1+e_1+16=0 \\ 625a_1+125b_1+25c_1+5d_1+e_1+25=0 \end{cases} \Rightarrow a_1 = b_1 = d_1 = e_1 = 0;\ c_1 = -1$$

Vậy ta có: $\mathbf{Q(x) = P(x) - x^2}$

Vì x = 1, x = 2, x = 3, x = 4, x = 5 là nghiệm của Q(x), mà bậc của Q(x) bằng 5 có hệ số của x^5 bằng 1 nên: $Q(x) = P(x) - x^2 = (x -1)(x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5)$

$\Rightarrow P(x) = (x -1)(x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5) + x^2$.

Từ đó tính được: P(6) = ; P(7) = ; P(8) = ; P(9) =

Bài 4: Cho đa thức $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$. Biết P(1) = 5; P(2) = 7; P(3) = 9; P(4) = 11. Tính P(5); P(6); P(7); P(8); P(9) = ?

H.Dẫn:

- Giải tương tự bài 3, ta có: P(x) = (x -1)(x - 2)(x - 3)(x - 4) + (2x + 3).

Bài 5: Cho đa thức $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$. Biết P(1) = 1; P(2) = 3; P(3) = 6; P(4) = 10.

Tính: $A = \dfrac{P(5) - 2P(6)}{P(7)} = ?$

H.Dẫn:

- Giải tương tự bài 4, ta có: P(x) = (x -1)(x - 2)(x - 3)(x - 4) + $\dfrac{x(x+1)}{2}$. Từ đó tính được:

Bài 6: Cho đa thức f(x) bậc 3 với hệ số của x^3 là k, $k \in Z$ thoả mãn: f(1999) = 2000; f(2000) = 2001. Chứng minh rằng: f(2001) - f(1998) là hợp số.

H.Dẫn:

* Tìm đa thức phụ: đặt g(x) = f(x) + (ax + b). Tìm a, b để g(1999) = g(2000) = 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1999a + b + 2000 = 0 \\ 2000a + b + 2001 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -1 \end{cases}$$ $\Rightarrow$ **g(x) = f(x) - x - 1**

* Tính gi trị của f(x):

- Do bậc của f(x) là 3 nên bậc của g(x) là 3 và g(x) chia hết cho: (x - 1999), (x - 2000) nên: $g(x) = k(x - 1999)(x - 2000)(x - x_0)$

$\Rightarrow f(x) = k(x - 1999)(x - 2000)(x - x_0) + x + 1$.

Từ đó tính được: f(2001) - f(1998) = 3(2k + 1) l hợp số.

Bài 7: Cho đa thức f(x) bậc 4, hệ số của bậc cao nhất là 1 và thoả mãn: f(1) = 3; P(3) = 11; f(5) = 27. Tính giá trị $A = f(-2) + 7f(6)$

H.Dẫn:

- Đặt $g(x) = f(x) + ax^2 + bx + c$. Tìm a, b, c sao cho g(1) = g(3) = g(5) = 0 $\Rightarrow$ a, b, c là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} a + b + c + 3 = 0 \\ 9a + 3b + c + 11 = 0 \\ 25a + 5b + c + 27 = 0 \end{cases}$$ $\Rightarrow$ bằng MTBT ta giải được: $$\begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \\ c = -2 \end{cases}$$

$\Rightarrow g(x) = f(x) - x^2 - 2$

-Vì f(x) bậc 4 nên g(x) cũng có bậc là 4 và g(x) chia hết cho (x - 1), (x - 3), (x - 5), Do vậy: $g(x) = (x-1)(x-3)(x-5)(x-x_0) \Rightarrow f(x) = (x-1)(x-3)(x-5)(x-x_0) + x^2 + 2$

Ta tính được: A = f(-2) + 7f(6) =

Bài 8: Cho đa thức f(x) bậc 3. Biết f(0) = 10; f(1) = 12; f(2) = 4; f(3) = 1. Tìm f(10) = ? *(Đề thi HSG CHDC Đức)*

H.Dẫn:

- Giả sử f(x) có dạng: $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Vì f(0) = 10; f(1) = 12; f(2) = 4; f(3) = 1 nên:

$$\begin{cases} d = 10 \\ a + b + c + d = 12 \\ 8a + 4b + 2c + d = 4 \\ 27a + 9b + 3c + d = 1 \end{cases}$$

Lấy 3 phương trình cuối lần lượt trừ cho phương trình đầu và giải hệ gồm 3 phương trình ẩn a, b, c trên MTBT cho ta kết quả: $a = \frac{5}{2}; b = -\frac{25}{2}; c = 12; d = 10$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{5}{2}x^3 - \frac{25}{2}x^2 + 12x + 10 \Rightarrow f(10) =$$

Bài 9: Cho đa thức f(x) bậc 3 biết rằng khi chia f(x) cho (x - 1), (x - 2), (x - 3) đều được dư là 6 và f(-1) = -18. Tính f(2005) = ?

H.Dẫn:

-Từ giả thiết, ta có: f(1) = f(2) = f(3) = 6 và có f(-1) = -18

-Giải tương tự như bài 8, ta có $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x$

Bài 10: Cho đa thức $P(x) = \frac{1}{630}x^9 - \frac{1}{21}x^7 + \frac{13}{30}x^5 - \frac{82}{63}x^3 + \frac{32}{35}x$

a) Tính gi trị của đa thức khi x = -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4.

b) Chứng minh rằng P(x) nhận giá trị nguyên với mọi x nguyên

Giải:

a)Khi x = -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4 thì (tính trên máy) P(x) = 0

b) Do 630 = 2.5.7.9 và x = -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4 là nghiệm của đa thức P(x) nên

$$P(x) = \frac{1}{2.5.7.9}(x-4)(x-3)(x-2)(x-1)x(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$$

Vì giữa 9 số nguyên liên tiếp luôn tìm được cá số chia hết cho 2, 5, 7, 9 nên với mọi x nguyên thì tích: $(x-4)(x-3)(x-2)(x-1)x(x+1)(x+2)(x+3(x+4)$ chia hết cho 2.5.7.9 (tích của cc số nguyên tố cùng nhau). Chứng tỏ P(x) là số nguyên với mọi x nguyên.

Bài 11: Cho hm số $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$. Hãy tính các tổng sau:

$$a)\quad S_1 = f\left(\frac{1}{2002}\right) + f\left(\frac{2}{2002}\right) + ... + f\left(\frac{2001}{2002}\right)$$

$$b)\quad S_2 = f\left(\sin^2\frac{\pi}{2002}\right) + f\left(\sin^2\frac{2\pi}{2002}\right) + ... + f\left(\sin^2\frac{2001\pi}{2002}\right)$$

H.Dẫn:

*Với hàm số f(x) đã cho trước hết ta chứng minh bổ đề sau:

Nếu a + b = 1 thì f(a) + f(b) = 1

*Áp dụng bổ đề trên, ta có:

a) $S_1 = \left[f\left(\frac{1}{2002}\right) + f\left(\frac{2001}{2002}\right)\right] + ... + \left[f\left(\frac{1000}{2002}\right) + f\left(\frac{1002}{2002}\right)\right] + f\left(\frac{1001}{2002}\right)$

$$= 1 + ... + 1 + \frac{1}{2}\left[f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{1}{2}\right)\right] = 1000 + \frac{1}{2} = 1000,5$$

b) Ta có $\sin^2\frac{\pi}{2002} = \sin^2\frac{2001\pi}{2002}, ..., \sin^2\frac{1000\pi}{2002} = \sin^2\frac{1002\pi}{2002}$. Do đó:

$$S_2 = 2\left[f\left(\sin^2\frac{\pi}{2002}\right) + f\left(\sin^2\frac{2\pi}{2002}\right) + ... + f\left(\sin^2\frac{1000\pi}{2002}\right)\right] + f\left(\sin^2\frac{1001\pi}{2002}\right)$$

$$= 2\left[\left(f\left(\sin^2\frac{\pi}{2002}\right) + f\left(\sin^2\frac{1000\pi}{2002}\right)\right) + ... + \left(f\left(\sin^2\frac{500\pi}{2002}\right) + f\left(\sin^2\frac{501\pi}{2002}\right)\right)\right] + f\left(\sin^2\frac{\pi}{2}\right)$$

$$= 2\left[\left(f\left(\sin^2\frac{\pi}{2002}\right) + f\left(\cos^2\frac{\pi}{2002}\right)\right) + ... + \left(f\left(\sin^2\frac{500\pi}{2002}\right) + f\left(\cos^2\frac{500\pi}{2002}\right)\right)\right] + f(1)$$

$$= 2[1 + 1 + ... + 1] + \frac{4}{6} = 1000 + \frac{2}{3} = 1000\frac{2}{3}$$

b.Tìm thương và dư trong phép chia hai đa thức:

Dạng 1: Tìm dư trong phép chia đa thức P(x) cho (ax + b)

Cách giải:

- Ta phân tích: P(x) = (ax + b)Q(x) + r $\Rightarrow P\left(-\frac{b}{a}\right)=0.Q\left(-\frac{b}{a}\right)+r \Rightarrow$ r = $P\left(\frac{-b}{a}\right)$

Bài 12: Tìm dư trong phép chia P(x) = $3x^3 - 5x^2 + 4x - 6$ cho (2x - 5)

Giải:

- Ta có: P(x) = (2x - 5).Q(x) + r $\Rightarrow P\left(\frac{5}{2}\right)=0.Q\left(\frac{5}{2}\right)+r \Rightarrow r=P\left(\frac{5}{2}\right) \Rightarrow$ r = $P\left(\frac{5}{2}\right)$

Tính trên máy ta được: r = $P\left(\frac{5}{2}\right)$ =

<u>Dạng 2</u>: Tìm thương và dư trong phép chia đa thức P(x) cho (x + a)

Cách giải:

- Dùng lược đồ Hoocner để tìm thương và dư trong phép chia đa thức P(x) cho (x + a)

Bài 13: Tìm thương và dư trong phép chia P(x) = $x^7 - 2x^5 - 3x^4 + x - 1$ cho (x + 5)

H.Dẫn: - Sử dụng lược đồ Hoocner, ta có:

	1	0	-2	-3	0	0	1	-1
-5	1	-5	23	-118	590	-2950	14751	-73756

* Tính trên máy tính các giá trị trên như sau:

$\boxed{(-)}$ 5 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{STO}}$ $\boxed{\text{M}}$

1 $\boxed{\times}$ $\boxed{\text{ANPHA}}$ $\boxed{\text{M}}$ $\boxed{+}$ 0 $\boxed{=}$ (-5) : ghi ra giấy -5

$\boxed{\times}$ $\boxed{\text{ANPHA}}$ $\boxed{\text{M}}$ $\boxed{+}$ $\boxed{-}$ 2 $\boxed{=}$ (23) : ghi ra giấy 23

$\boxed{\times}$ $\boxed{\text{ANPHA}}$ $\boxed{\text{M}}$ $\boxed{-}$ 3 $\boxed{=}$ (-118) : ghi ra giấy -118

$\boxed{\times}$ $\boxed{\text{ANPHA}}$ $\boxed{\text{M}}$ $\boxed{+}$ 0 $\boxed{=}$ (590) : ghi ra giấy 590

$\boxed{\times}$ $\boxed{\text{ANPHA}}$ $\boxed{\text{M}}$ $\boxed{+}$ 0 $\boxed{=}$ (-2950) : ghi ra giấy -2950

$\boxed{\times}$ $\boxed{\text{ANPHA}}$ $\boxed{\text{M}}$ $\boxed{+}$ 1 $\boxed{=}$ (14751) : ghi ra giấy 14751

$\boxed{\times}$ $\boxed{\text{ANPHA}}$ $\boxed{\text{M}}$ $\boxed{-}$ 1 $\boxed{=}$ (-73756) : ghi ra giấy -73756

$x^7 - 2x^5 - 3x^4 + x - 1 = (x + 5)(x^6 - 5x^5 + 23x^4 - 118x^3 + 590x^2 - 2950x + 14751) - 73756$

<u>Dạng 3</u>: Tìm thương và dư trong phép chia đa thức P(x) cho (ax +b)

Cách giải:

- Để tìm dư: ta giải như bài tóan 1
- Để tìm hệ số của đa thức thương: dùng lược đồ Hoocner để tìm thương trong phép chia đa thức P(x) cho (x $+\frac{b}{a}$) sau đó nhân thương đó với $\frac{1}{a}$ ta được đa thức thương cần tìm.

Bài 14: Tìm thương và dư trong phép chia P(x) = $x^3 + 2x^2 - 3x + 1$ cho (2x - 1)

Giải:

- Thực hiện phép chia P(x) cho $\left(x-\frac{1}{2}\right)$, ta được:

P(x) = $x^3 + 2x^2 - 3x + 1 = \left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x^2+\frac{5}{2}x-\frac{7}{4}\right)+\frac{1}{8}$. Từ đó ta phân tích:

$$P(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + 1 = 2.\left(x - \frac{1}{2}\right).\frac{1}{2}.\left(x^2 + \frac{5}{2}x - \frac{7}{4}\right) + \frac{1}{8}$$

$$= (2x - 1).\left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{4}x - \frac{7}{8}\right) + \frac{1}{8}$$

Bài 15: Tìm các giá trị của m để đa thức $P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 4x + 5 + m$ chia hết cho $Q(x) = 3x + 2$

H.Dẫn:

- Phân tích $P(x) = (2x^3 + 3x^2 - 4x + 5) + m = P_1(x) + m$. Khi đó:

P(x) chia hết cho $Q(x) = 3x + 2$ khi và chỉ khi: $P_1(x) + m = (3x + 2).H(x)$

Ta có: $P_1\left(-\frac{2}{3}\right) + m = 0 \Rightarrow m = -P_1\left(-\frac{2}{3}\right)$

Tính trên máy giá trị của đa thức $P_1(x)$ tại $x = -\frac{2}{3}$ ta được m =

Bài 16: Cho hai đa thức $P(x) = 3x^2 - 4x + 5 + m$; $Q(x) = x^3 + 3x^2 - 5x + 7 + n$. Tìm m, n để hai đa thức trên có nghiệm chung $x_0 = \frac{1}{2}$

H.Dẫn:

$x_0 = \frac{1}{2}$ là nghiệm của P(x) thì $m = -P_1\left(\frac{1}{2}\right)$, với $P_1(x) = 3x^2 - 4x + 5$

$x_0 = \frac{1}{2}$ là nghiệm của Q(x) thì $n = -Q_1\left(\frac{1}{2}\right)$, với $Q_1(x) = x^3 + 3x^2 - 5x + 7$.

Tính trên máy ta được: $m = -P_1\left(\frac{1}{2}\right) =$;$n = -Q_1\left(\frac{1}{2}\right) =$

Bài 17: Cho hai đa thức $P(x) = x^4 + 5x^3 - 4x^2 + 3x + m$; $Q(x) = x^4 + 4x^3 - 3x^2 + 2x + n$.

a) Tìm m, n để P(x), Q(x) chia hết cho (x - 2)

b) Xét đa thức $R(x) = P(x) - Q(x)$. Với giá trị m, n vừa tìm chứng tỏ rằng đa thức R(x) chỉ có duy nhất một nghiệm.

H.Dẫn:

a) Giải tương tự bài 16, ta có: m = ;n =

b) $P(x) \vdots (x - 2)$ v $Q(x) \vdots (x - 2) \Rightarrow R(x) \vdots (x - 2)$

Ta lại có: $R(x) = x^3 - x^2 + x - 6 = (x - 2)(x^2 + x + 3)$, vì $x^2 + x + 3 > 0$ với mọi x nên R(x) chỉ có một nghiệm x = 2.

Bài 18: Chia x^8 cho x + 0,5 được thương $q_1(x)$ dư r_1. Chia $q_1(x)$ cho x + 0,5 được thương $q_2(x)$ dư r_2. Tìm r_2 ?

H.Dẫn:

- Ta phân tích: $x^8 = (x + 0,5).q_1(x) + r_1$

$q_1(x) = (x + 0,5).q_2(x) + r_2$

- Dùng lược đồ Hoocner, ta tính được hệ số của các đa thức $q_1(x)$, $q_2(x)$ và các số dư r_1, r_2:

	1	0	0	0	0	0	0	0	0
$-\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$-\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$	$-\frac{1}{128}$	$\frac{1}{256}$
$-\frac{1}{2}$	1	-1	$\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{5}{16}$	$-\frac{3}{16}$	$\frac{7}{64}$	$-\frac{1}{16}$	

Vậy: $r_2 = -\dfrac{1}{16}$

Bài 19: Tìm m để P(x) chia hết cho (x -13) biết $P(x) = 4x^5 + 12x^4 + 3x^3 + 2x^2 - 5x - m + 7$

Bài 20: Cho P(x) là đa thức với hệ số nguyên có giá trị P(21) = 17; P(37) = 33, biết P(N) = N + 51. Tính N?

Bài 21: Cho đa thức $P(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$. Biết P(1) = -15; P(2) = -15; P(3) = -9. Tính:

a.Các hệ số b, c, d của đa thức P(x).

b.Tìm số dư r_1 khi chia P(x) cho x – 4.

c.Tìm số dư r_2 khi chia P(x) cho 2x + 3.

Bài 22: Cho $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ có P(1) = 0; P(2) = 4; P(3) = 18; P(4) = 48. Tính P(2002)

Bài 23: Khi chia đa thức $P(x) = 2x^4 + 8x^3 - 7x^2 + 8x - 12$ cho đa thức (x - 2) ta được thương là đa thức Q(x) có bậc là 3. Hãy tìm hệ số của x^2 trong Q(x).

Bài 24: Đa thức $P(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ có giá trị bằng 5, 4, 3, 1, -2 lần lượt tại x = 1, 2, 3, 4, 5. Tính giá trị của a, b, c, d, e và tính gần đúng các nghiệm của đa thức đó.

3.Liên phân số:

Bài 1: (Vô địch toán New York, 1985) Biết $\dfrac{15}{17} = \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{a + \cfrac{1}{b}}}$ trong đó a và b là các số dương.

Tính a, b.

ĐS: a = 7, b = 2

Bài 2: (Thi khu vực lớp 9, 2002) Tính và viết kết quả dưới dạng phân số:

$$A = 3 + \cfrac{5}{2 + \cfrac{4}{2 + \cfrac{5}{2 + \cfrac{4}{2 + \cfrac{5}{3}}}}} \qquad B = 7 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{4}}}}$$

Bài 3: (Thi khu vực lớp 9, 2003)

a. Tính và viết kết quả dưới dạng phân số: $A = \cfrac{20}{2 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{5}}}}$ $\qquad B = \cfrac{2}{5 + \cfrac{1}{6 + \cfrac{1}{7 + \cfrac{1}{8}}}}$

b. Tìm các số tự nhiên a và b biết: $\dfrac{329}{1051} = \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{5 + \cfrac{1}{a + \cfrac{1}{b}}}}$

Bài 4: (Thi khu vực 2004, lớp 9) Tìm giá trị của x, y từ các phương trình sau:

a. $4 + \cfrac{x}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{4}}}} = \cfrac{x}{4 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2}}}}$ $\qquad$ b. $\cfrac{y}{1 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{5}}} + \cfrac{y}{2 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{6}}}$

Bài 5: (Thi khu vực, 2001, lớp 6 - 7) Lập qui trình bấm phím để tính giá trị của liên phân số sau $M = [3, 7, 15, 1, 292]$ và tính $\pi - M$?

Bài 6: (Thi khu vực, 2001, lớp 6 – 7, dự bị)

Để tải về mất 4 k nên chia sẻ cho các bạn hs không có điều kiện tải

a. Lập qui trình bấm phím để tính giá trị của liên phân số sau $M=[1,1,2,1,2,1,2,1]$ và tính $\sqrt{3}-M$?

b. Tính và viết kết quả dưới dạng phân số: $A=\dfrac{1}{5+\dfrac{1}{4+\dfrac{1}{3+\dfrac{1}{2}}}}+\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{3+\dfrac{1}{4+\dfrac{1}{5}}}}$

Bài 7: (Sở GD Hải Phòng, 2003 - 2004) Cho $A=30+\dfrac{12}{10+\dfrac{5}{2003}}$

Hãy viết lại A dưới dạng $A=[a_0,a_1,...,a_n]$?

Bài 8: Các số $\sqrt{2},\sqrt{3}$, π có biểu diễn gần đúng dưới dạng liên phân số như sau:
$\sqrt{2}=[1,2,2,2,2,2]$; $\sqrt{3}=[1,1,2,1,2,1]$; $\pi=[3,17,15,1,292,1,1,1,2,1,3]$. Tính các liên phân số trên và só sánh với số vô tỉ mà nó biểu diễn?

Bài 9: (Phòng GD Bảo Lâm – Lâm Đồng)

Tính và viết kết quả dưới dạng phân số $D=5+\dfrac{4}{6+\dfrac{4}{7+\dfrac{4}{8+\dfrac{4}{9+\dfrac{4}{10}}}}}$

4.Tìm nghiệm gần đúng của phương trình f(x) = 0

1)$x^{16}+x-8=0$ ĐS: 1,128022103

2) $x-\sqrt{x}=1$ ĐS: 2,618033989

Bài 3:

a.Tìm gần đúng (đến 10 chữ số) tất cả các nghiệm thực của phương trình bậc ba:

a)$8x^3-6x-1=0$ b)$x^3+x^2-2x-1=0$ c)$16x^3-12x-\sqrt{10+2\sqrt{5}}=0$

b.Trong các phương trình trên, phương trình nào có nghiệm hữu tỉ. Chứng minh?

c.Tính chính xác nghiệm của các phương trình trên dưới dạng biểu thức chứa căn.

4)$x^2-\sqrt[5]{x}-1=0$

5)$x^9+x-10=0$

6)$x-\sqrt{x-1}=13$

7)$8x^3+32x-17=0$

8)$x+\sqrt[3]{x}-2=0$

9)$x^3+5x-2=0$

10)$3x-2\sqrt{x}-3=0$.

11)$x^3+2x^2-9x+3=0$

12)$x^{10}-5x^3+2x-3=0$

13)$x^3-7x+4=0$

14) $\sqrt[3]{x+34}-\sqrt[3]{x-3}=1$

15)$x^6-15x-25=0$

16)$x^2-x^2+7x+2=0$

5.Bài toán ngân hàng:

a)Lãi kép:

Bài 1: Một số tiền 58.000.000 đ gửi tiết kiệm theo lãi suất 0,7% tháng. Tính cả vốn lẫn lãi sau 8 tháng?

Để tải về mất 4 k nên chia sẻ cho các bạn hs không có điều kiện tải

Ta có: $A = 58000000(1 + 0,7\%)^8$ ĐS: 61 328 699, 87

Bài 2: Một người có 58 000 000đ muốn gởi vào ngân hàng để được 70 021 000đ. Hỏi phải gởi tiết kiệm bao lâu với lãi suất là 0,7% tháng?

Số tháng tối thiểu phải gửi là: $n = \dfrac{\ln\dfrac{70021000}{58000000}}{\ln(1+0,7\%)}$ ĐS: 27,0015 tháng

Vậy tối thiểu phải gửi là 27 tháng.

(***Chú ý***: Nếu không cho phép làm tròn, thì ứng với kết quả trên số tháng tối thiểu là 28 tháng)

Bài 3: Số tiền 58 000 000đ gởi tiết kiệm trong 8 tháng thì lãnh về được 61 329 000đ. Tìm lãi suất hàng tháng?

Lãi suất hàng tháng: $r = \sqrt[8]{\dfrac{61329000}{58000000}} - 1$ ĐS: 0,7%

Ví dụ 4: Mỗi tháng gửi tiết kiệm 580 000đ với lãi suất 0,7% tháng. Hỏi sau 10 tháng thì lãnh về cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu?

Số tiền lãnh cả gốc lẫn lãi: $A = \dfrac{580000(1+0,007)\left[(1+0,007)^{10}-1\right]}{0,007} = \dfrac{580000.1,007.\left(1,007^{10}-1\right)}{0,007}$

ĐS: 6028055,598

Bài 5: Muốn có 100 000 000đ sau 10 tháng thì phải gửi quỹ tiết kiệm là bao nhiêu mỗi tháng. Với lãi suất gửi là 0,6%?

Số tiền gửi hàng tháng: $a = \dfrac{100000000.0,006}{(1+0,006)\left[(1+0,006)^{10}-1\right]} = \dfrac{100000000.0,006}{1,006\left(1,006^{10}-1\right)}$

ĐS: 9674911,478

Nhận xét:

- Cần phân biệt rõ cách gửi tiền tiết kiệm:
  - + Gửi số tiền a một lần -----> lấy cả vốn lẫn lãi A.
  - + Gửi hàng tháng số tiền a -----> lấy cả vốn lẫn lãi A.
- Cần phân tích các bài toán một cách hợp lý để được các khoảng tính đúng đắn.
- Có thể suy luận để tìm ra các công thức
- Các bài toán về dân số cũng có thể áp dụng các công thức trên đây.

Bài 6: Dân số tỉnh Lâm Đồng trong 2 năm tăng từ 30 000 000 người lên đến 30 048 288 người.

Tính tỉ lệ tăng dân số hàng năm của tỉnh Lâm Đồng trong 2 năm đó?

(Kết quả làm tròn hai chữ số thập phân)

Bài 7: Một người hàng tháng gửi vào ngân hàng số tiền là 1 000 000đ với lãi suất 0,45% một tháng. Hỏi sau 2 năm người ấy nhận được bao nhiêu tiền lãi? (làm tròn đến hàng đơn vị)

Bài 8: Một người hàng tháng gửi vào ngân hàng số tiền là 10 000 000đ với lãi suất 0,55% một tháng. Hỏi sau 2 năm người ấy nhận được bao nhiêu tiền lãi? (làm tròn đến hàng đơn vị)

Bài 9: Dân số nước ta tính đến năm 2001 là 76,3 triệu người. Hỏi đến năm 2010 dân số nước ta là bao nhiêu nếu tỉ lệ tăng dân số trung bình mỗi năm là 1,2%?

Bài 10: Đến năm 2020, muốn cho dân số nước ta có khoảng 100 triệu người thì tỉ lệ tăng dân số trung bình mỗi năm là bao nhiêu?

Bài 11: Dân số xã Hậu Lạc hiện nay là 10000 người. Người ta dự đoán sau 2 năm nữa dân số xã Hậu Lạc là 10404 người.

4.1. Hỏi trung bình mỗi năm dân số xã Hậu Lạc tăng bao nhiêu phần trăm.

4.2. Với tỉ lệ tăng dân số như vậy, hỏi sau 10 năm dân số xã Hậu Lạc là bao nhiêu?

Để tải về mất 4 k nên chia sẻ cho các bạn hs không có điều kiện tải

Bài 12: Một người gửi tiết kiệm 1000 đôla trong 10 năm với lãi suất 5% năm. Hỏi người đó nhận được số tiền nhiều hơn (hay ít hơn) bao nhiêu nếu ngân hàng trả lãi suất $\frac{5}{12}$% tháng (làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy).

Bài 13: Có 480 học sinh đi dự trại hè tại ba địa điểm khác nhau. 10% số học sinh ở địa điểm một, 8,5% số học sinh ở địa điểm hai và 15% số học sinh ở địa điểm ba đi tham quan địa danh lịch sử. Địa danh lịch sử cách địa điểm một 60km, cách địa điểm hai 40km, cách địa điểm ba 30km. Để trả đủ tiền xa với giá 100đ/1người/1km, mỗi người đi tham quan phải đóng 4000đ. Hỏi có bao nhiêu người ở mỗi địa điểm đi tham quan di tích lịch sử.

Bài 14: Một người muốn rằng sau hai năm phải có 20 000 000đ (hai mươi triệu đồng) để mua xe máy. Hỏi phải gửi vào ngân hàng một khoản tiền như nhau hàng tháng là bao nhiêu, biết rằng lãi suất tiết kiệm là 0,075% tháng.

Bài 15: Số tiền 58000đ được gửi tiết kiệm theo lãi kép (Sau mỗi tháng tiền lãi được nhập thành vốn). Sau 25 tháng thì được cả vốn lẫn lãi là 84155đ. Tính lãi suất / tháng (tiền lãi của 100đ trong 1 tháng).

Bài 16: Một số tiền là 580000đ được gửi tiết kiệm theo lãi kép (sau mỗi tháng tiền lãi được cộng thành vốn) sau 25 tháng thì được cả vốn lẫn lãi là 84155đ. Tính lãi suất /tháng (tiền lãi của 100đ trong một tháng).

6.Tìm số dư trong phép chia a cho b, tìm chữ số tận cùng:

Bài 1: a) Viết một quy trình ấn phím tìm số dư khi chia 18901969 cho 3041975

b) Tính số dư

c) Viết quy trình ấn phím để tìm số dư khi chia 3523127 cho 2047. Tìm số dư đó.

ĐS: b) Số dư là: r = 650119

c) Tương tự quy trình ở câu a), ta được kết quả là: r = 240

Bài 2: *(Thi giải Toán trên MTBT lớp 12 tỉnh Thái Nguyên - Năm học 2002-2003)*

Tìm thương và số dư trong phép chia: 123456789 cho 23456

<u>Đáp số</u>: q = 5263; r = 7861

Bài 3: *(Thi giải Toán trên MTBT lớp 10 + 11 tỉnh Thái Nguyên - Năm học 2003-2004)*

Tìm số dư trong phép chia:

a) 987654321 cho 123456789

b) 8^{15} cho 2004

H.Dẫn:

a) Số dư là: r = 9

b) Ta phân tích: $8^{15} = 8^8.8^7$

- Thực hiện phép chia 8^8 cho 2004 được số dư là $r_1 = 1732$
- Thực hiện phép chia 8^7 cho 2004 được số dư là $r_2 = 968$

$\Rightarrow$ Số dư trong phép chia 8^{15} cho 2004 là số dư trong phép chia 1732 x 968 cho 2004

$\Rightarrow$ Số dư là: r = 1232

Bài 4: Tìm số dư khi chia 2^{2005} cho 5

Bài 5: Tìm hai chữ số cuối cùng của số: $A = 2^{1999} + 2^{2000} + 2^{2001}$

Bài 6: Chứng minh rằng $\left(14^8\right)^{2004}$ +10 chia hết cho 11

Bài 7: Chứng minh rằng số $222^{555} + 555^{222}$ chia hết cho 7.

Bài 8: Tìm số dư khi chia số $13376^{2005!}$ cho 2000 *(TH & TT T_3/ 317)*

- Giả sử A, B là hai số tự nhiên có tận cùng là 376, thì:

$A.B = (1000.a + 376)(1000.b + 376) = 376000(a + b) + 10^6a.b + 376^2$

$= 2000t + 1376$; với a, b t $\in$ N

$\Rightarrow$ A.B chia 2000 có số dư là 1376.
Với k > 1 khi chia 13376^k cho 2000 (thực hiện (k - 1) lần phép nhân 2 số đều có tận cùng là 376 rồi chia cho 2000) thì được dư là 1376. Đề bài ứng với k = 2005!

Bài 9: Tìm 2 chữ số tận cùng của số:

$$A = 2^{1999} + 2^{2000} + 2^{2001}$$

H.Dẫn:

- Ta có: $2^{1999} + 2^{2000} + 2^{2001} = 2^{1999}(1 + 2 + 2^2) = 7 \times 2^9 \times 2^{10} \times 2^{1980}$
$= 7 \times 2^9 \times 2^{10} \times (2^{20})^{99}$
- Ta có (*dùng máy*): $2^9 = 512$
$2^{10} = 1024$;
$2^{20} = 1048576$

Nhận xét: số có 2 chữ số tận cùng là 76, luỹ thừa bậc bất kỳ cũng có 2 chữ số tận cùng là 76. Vậy $(2^{20})^{99}$ cũng có 2 số tận cùng là 76.
$\Rightarrow 2^{1999} + 2^{2000} + 2^{2001} = 7 \times 512 \times 1024 \times (...76) = ...16$.
Vậy 2 chữ số cuối cùng của A là 16
(Xem cách giải khác ở bài 12)

Bài 10: Tìm bốn chữ số tận cùng của 5^{1994}.

- Ta có: $5^4 = 625$
- Nhận thấy số có tận cùng là 625 luỹ thừa bậc bất kỳ vẫn có tận cùng là 625
- Do đó:

$$5^{1994} = 5^{4k+2} = 25.(5^4)^k = 25.(625)^k = 25(...625) = ...5625.$$

Vậy bốn chữ số tận cùng của số 5^{1994} là 5625.

Bài 11: Tìm số dư khi chia 2^{100} cho:

a) 9 b) 5 c) 125

Giải:

a) Luỹ thừa của 2 sát với một bội của 9 là $2^3 = 8 = (9 - 1)$
- Ta có: $2^{100} = 2(2^3)^{33} = 2(9 - 1)^{33} = 2(BS\ 9 - 1) = BS\ 9 - 2 = BS\ 9 + 7$
Vậy số dư khi chia 2^{100} cho 9 là 7.
b) Luỹ thừa của 2 sát với một bội của 25 là $2^{10} = 1024 = (BS\ 25 - 1)$
- Ta có: $2^{100} = (2^{10})^{10} = (BS\ 25 - 1)^{10} = BS\ 25 + 1$
Vậy số dư khi chia 2^{100} cho 25 là 1
c) Dùng công thức Newton:

$$2^{100} = (5-1)^{50} = 5^{50} - 50.5^{49} + ... + \frac{50.49}{2}.5^2 - 50.5 + 1$$

Để ý rằng 48 số hạng đầu đều chứa thừa số 5 với số mũ lớn hơn hoặc bằng 3 nên chia hết cho 125, hai số hạng kế tiếp cũng chia hết cho125, số hạng cuối là 1.
Vậy 2^{100} = BS 125 + 1 $\Rightarrow$ Số dư của 2^{100} khi chia cho 125 là 1

Bài 12: Tìm ba chữ số tận cùng của 2^{100}.

H.Dẫn: - Ta tìm dư trong phép chia 2^{100} cho 1000.

- Trước hết tìm số dư của phép chia 2^{100} cho 125. Theo bài 34: 2^{100} = BS 125 + 1, mà 2^{100} là số chẵn, nên ba chữ số tận cùng của nó chỉ có thể là *(dùng máy tính để thử):*

126, 376, 626 hoặc 876.

- Hiển nhiên 2^{100} chia hết cho 8 nên ba chữ số tận cùng của nó phải chia hết cho 8. Bốn số trên chỉ có 376 thoả mãn điều kiện này. Vậy ba chữ số tận cùng của 2^{100} là 376.

Bài 13: Tìm ba chữ số tận cùng của 3^{100}.

Giải: - Ta phân tích như sau: $3^{100} = (10-1)^{50} = 10^{50} - ... + \frac{50.49}{2}.10^2 - 50.10 + 1$

= BS 1000 + ...500 - 500 + 1 = BS 1000 + 1.

Vậy 3^{100} tận cùng là 001.

Tổng quát: *Nếu n là số tự nhiên lẻ không chia hết cho 5 thì ba chữ số tận cùng của n^{100} là 001.*

7.Tìm chu kỳ của số thập phân vô hạn tuần hoàn được biểu diễn bởi 1 phân số:

Bài 1: Tìm chữ số thập phân thứ 2005 sau dấu phảy của số:

$$a)\quad A=\frac{1}{37};\quad b)\quad B=\frac{1}{41};\quad c)\quad C=\frac{10}{51};\quad d)\quad C=\frac{1}{49}$$

H.Dẫn:

a) Số $A=\frac{1}{37}=0,027\,027\,(027)...$ tuần hoàn chu kỳ 3 chữ số 027.

Vì 2005 ≡ 1 (mod 3) nên chữ số thứ 2005 sau dấu phảy của A là:

b) Số $B=\frac{1}{41}=0,02439\,02439\,(02439)...$ tuần hoàn chu kỳ 5 chữ số 02439.

Vì 2005 ≡ 0 (mod 5) nên chữ số thứ 2005 sau dấu phảy của B là:

c) Số $C=\frac{10}{51}=0,(1960784313725490)$ TH chu kỳ 16 chữ số:1960784313725490

Vì 2005 ≡ 5 (mod 16) nên chữ số thứ 2005 sau dấu phảy của C là:

d) Số $D=\frac{1}{49}=0,(020408163265306122448979591836734693877551)$

tuần hoàn chu kỳ 42 chữ số 020408163265306122448979591836734693877551

Vì 2005 ≡ 31 (mod 42) nên chữ số thứ 2005 sau dấu phảy của D là:

8.Tìm ƯCLN, BCNN:

Bài 1: Cho hai số a = 3022005 và b = 7503021930

1.1. Tìm UCLN và BCNN của hai số a, b

1.2. Lập một qui trình bấm phím liên tục tính UCLN(a,b)

1.3. Tìm số dư khi chia BCNN(a,b) cho 75.

Bài 2: Tìm UCLN của hai số 7729 và 11659.

Bài 3: Tìm UCLN và BCNN của hai số A = 1234566 và B = 9876546.

Bài 4: Tìm UCLN của hai số: a = 24614205,   b = 10719433

ĐS: ⇒ UCLN(a, b) = 21311

Bài 5: Tìm ước chung lớn nhất và bội chung nhỏ nhất của: a = 75125232 và b = 175429800

Bài 6: Tìm các ƯC của các số sau: 222222; 506506; 714714; 999999.

Bài 7: Tìm tất cả các ước số của số -2005.

Bài 8: Cho 3 số 1939938; 68102034; 510510.

1) Tìm ƯCLN của 2 số 1939938 và 68102034.
2) Tìm BCNN của : 68102034 và 510510.
3) Gọi B là BCNN của 1939938; 68102034. Tính giá trị đúng của B^2.

Bài 9: Cho 3 số A=1193984; B=157993; C=38743.

a.Tìm ước số chung lớn nhất của A, B, C.

b.Tìm BCNN của A, B, C. với kết quả đúng.

9.Một số bài toán giải bằng phép lặp:

THỰC HIỆN PHÉP TÍNH

1)Tính toán:

Bài 1: Tính A = $999\,999\,999^3$

Ta có: 9^3=729; 99^3= 970299; 999^3=997002999; 9999^3= 9999^2.9999=9999^2(1000-1)= 999700029999.

Từ đó ta có quy luật: $\underbrace{99...9}_{n\text{ chữ số }9}{}^3=\underbrace{99...9}_{n-1\text{ chữ số}}7\underbrace{00...0}_{n-1\text{ chữ số}}2\underbrace{99...9}_{n\text{ chữ số }9}$

Vậy $999\,999\,999^3$ = 999 999 997 000 000 002 999 999 999.

Để tải về mất 4 k nên chia sẻ cho các bạn hs không có điều kiện tải

Bài 2. Thực hiện phép tính (kết quả viết dưới dạng hỗn số)

A = 5322,666744 : 5,333332 + 17443,478 : 0,993

Bài 3 Tính giá trị biểu thức (làm tròn với 5 chữ số thập phân)

$$\mathbf{B}=\frac{8,9543^3+\sqrt[3]{981,635^5}:4\frac{1}{113}}{\left(589,43111+3,5:1\frac{1}{173}\right)^2:\sqrt[5]{3,9814^2}}+\frac{7}{6+\frac{815}{9+\frac{7}{513}}}:\sqrt[3]{3+\sqrt[4]{4+\sqrt[5]{5+\sqrt[6]{6+\sqrt[7]{7}}}}}$$

Bài 4: Rút gọn biểu thức (kết quả viết dưới dạng phân số)

$$\mathbf{C}=\frac{(1^4+4)(5^4+4)(9^4+4)(13^4+4)(17^4+4)(21^4+4)(25^4+4)}{(3^4+4)(7^4+4)(11^4+4)(15^4+4)(19^4+4)(23^4+4)(27^4+4)}$$

Bài 5: Cho cotgα = 0,06993 ($0^0<\alpha<90^0$). Tính:

$$\mathbf{D}=\frac{tg^4\alpha(1+\cos^5\alpha)+\cot g^7\alpha(1-tg^3\alpha)}{(\sin^3\alpha+tg^3\alpha)(1+3\sin^5\alpha)}$$

Bài 6: Tính: $\mathbf{E}=\frac{(8^h47^{ph}57^{gi}+7^h8^{ph}51^{gi}).3^h5^{ph}7^{gi}}{18^h47^{ph}32^{gi}:2^h5^{ph}9^{gi}-4^h7^{ph}27^{gi}}$

Bài 7:

a)Thực hiện phép tính

A = 6712,53211 : 5,3112 + 166143,478 : 8,993

b)Tính giá trị biểu thức (làm tròn với 5 chữ số thập phân)

$$\mathbf{B}=\frac{8,9^3+\sqrt[3]{91,526^7}:4\frac{1}{113}}{\left(635,4677+3,5:5\frac{1}{183}\right)^2:\sqrt[5]{3,9^9}}+\frac{6}{6+\frac{5}{11+\frac{7}{513}}}$$

Bài 8: Rút gọn biểu thức (kết quả viết dưới dạng phân số)

$$\mathbf{C}=\frac{(1^4+6)(7^4+6)(13^4+6)(19^4+6)(25^4+6)(31^4+6)(37^4+6)}{(3^4+6)(9^4+6)(15^4+6)(21^4+6)(27^4+6)(33^4+6)(39^4+6)}$$

Bài 9: Cho cotgα = 0,05849 ($0^0<\alpha<90^0$). Tính:

$$\mathbf{D}=\frac{tg^4\alpha(\sin^3\alpha+\cos^5)+\cot g^7\alpha(\sin^3\alpha-tg^3\alpha)}{(\sin^3\alpha+tg^3\alpha)(1+3\sin^5\alpha)}$$

Bài 10: Tính: $\mathbf{E}=\frac{(8^h45^{ph}23^{gi}+12^h56^{ph}23^{gi}).3^h5^{ph}7^{gi}}{16^h47^{ph}32^{gi}:2^h5^{ph}9^{gi}}$

Bài 11: Tính $A=3\frac{123}{52}+2\frac{581}{7}-4\frac{521}{28}$

Bài 12: Tính $B=(\sqrt{3}+1)\sqrt{6\text{-}2\sqrt{\sqrt{2}+\sqrt{12}+\sqrt{18\text{-}\sqrt{128}}}}$

Bài 13: Tính $C=\frac{1,6:\left(1\frac{3}{5}.1,25\right)}{0,64\text{-}\frac{1}{25}}+\frac{\left(1,08\text{-}\frac{2}{25}\right):\frac{4}{7}}{\left(5\frac{5}{9}\text{-}2\frac{1}{4}\right).2\frac{2}{17}}+0,6.0,5:\frac{2}{5}$

Bài 14: Tính $D=5+\frac{4}{6+\frac{4}{7+\frac{4}{8+\frac{4}{9+\frac{4}{10}}}}}$

Để tải về mất 4 k nên chia sẻ cho các bạn hs không có điều kiện tải

Bài 15: Giải hệ phương trình sau :

$$\begin{cases} 1,372x - 4,915y = 3,123 \\ 8,368x + 5,124y = 7,318 \end{cases}$$

Bài 16: Cho $M=12^2+25^2+37^2+54^2+67^2+89^2$, $N=21^2+78^2+34^2+76^2+23^2+Z^2$

Tìm Z để 3M=2N

Bài 17:

1.Tìm h biết : $\frac{1}{h^3}=\frac{1}{3,218^3}+\frac{1}{5,673^3}+\frac{1}{4,815^3}$

2.Tính $E=7x^5-12x^4+3x^3-5x-7,17$ với x= -7,1254

3.Cho x=2,1835 và y= -7,0216. Tính $F=\frac{7x^5y-x^4y^3+3x^3y+10xy^4-9}{5x^3-8x^2y^2+y^3}$

4.Tìm số dư r của phép chia: $\frac{x^5-6,723x^4+1,658x^2-9,134}{x-3,281}$

Bài 18:

1.Tính $P=\frac{\sin 25^o12'28''+2\cos 45^o-7tg27^o}{\cos 36^o+\sin 37^o13'26''}$

2.Cho cosx = 0,81735 (góc x nhọn). Tính : sin3x và cos7x

3.Cho sina = 0,4578 (góc a nhọn). Tính: $Q=\frac{\cos^2 a-\sin^3 a}{tga}$

4.Cho cotgx = 1,96567 (x là góc nhọn). Tính $S=\frac{tg^2x(1+\cos^3x)+cotg^2x(1+\sin^3x)}{(\sin^3x+\cos^3x)(1+\sin x+\cos x)}$

Bài 19: Thực hiện phép tính:

a)Tính $4x^6 + 3x^4 - 2x^3 + 7x^2 + 6x - 11$ với x = -3,1226

b)Tính $4x^6 + 3x^4 - 2x^3 + 7x^2 + 6x - 11$ với $x = 3+\frac{2}{1+\frac{5}{3}}$

c)Tính $\frac{x^2+y^2-z^2+2xy}{x^2+z^2-y^2+2xz}$ với $x=\frac{-3}{4}$; y= 1,5; z = 13,4.

d)Cho cotgα = 0,05849 ($0^0 < \alpha < 90^0$). Tính: $\mathbf{D} = \frac{tg^2\alpha(\sin^3\alpha+\cos^6)+\cot g^8\alpha}{\sin^3\alpha+tg^3\alpha}$

e) $\mathbf{E} = \frac{(8^h45^{ph}23^{gi}+12^h56^{ph}23^{gi}).3^h5^{ph}7^{gi}}{16^h47^{ph}32^{gi}:2^h5^{ph}9^{gi}}$

Bài 20. Tính $(1,23456789)^4 + (0,76543211)^4 - (1,123456789)^3.(0,76543211)^2 -$
$- (1,23456789)^2. (0,76543211)^3 + 16. (1,123456789).(0,76543211)$

Bài 21: Tính tổng các số của $(999\ 995)^2$

Bài 22: Tính tổng của 12 chữ số thập phân đầu tiên sau dấu phẩy của $\left(\frac{1}{11}\right)^{12}$

Bài 23: Tính $\frac{\sqrt{1^6+999999999^6+0,999999999^6}}{999999999}$

Bài 24: Tính $I=\sqrt{1+999999999^2+0,999999999^2}$

Bài 25: Tính $H=(3x^3+8x^2+2)^{12}$ với $x=\frac{\sqrt[3]{17\sqrt{5}-38}}{\sqrt{5}+\sqrt{14-6\sqrt{5}}}.\left(\sqrt{5}+2\right)$

Bài 26: Tính kết quả đúng của các tích sau:

1.1. M = 2222255555.2222266666

1.2. N = 20032003.20042004

Để tải về mất 4 k nên chia sẻ cho các bạn hs không có điều kiện tải

Bài 27: Tìm giá trị của x, y dưới dạng phân số (hoặc hỗn số) từ các phương trình sau:

2.1. $4+\dfrac{x}{1+\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{3+\dfrac{1}{4}}}}=\dfrac{x}{4+\dfrac{1}{3+\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{2}}}}$ 2.2. $\dfrac{y}{1+\dfrac{1}{3+\dfrac{1}{5}}}+\dfrac{y}{2+\dfrac{1}{4+\dfrac{1}{6}}}=1$

Bài 28:: Biết $\dfrac{20032004}{243}=a+\dfrac{1}{b+\dfrac{2}{c+\dfrac{1}{d+\dfrac{1}{e}}}}$. Tìm các chữ số a, b, c, d, e?

Bài 29: a. Cho $\sin x=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$, $\sin y=\dfrac{1}{\sqrt{10}}$. Tính A = x + y?

b. Cho $tg\approx 0{,}17632698$. Tính $B=\dfrac{1}{\sin x}-\dfrac{\sqrt{3}}{\cos x}$?

Bài 30: Cho $x_0=\dfrac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}}+\dfrac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}$

a. Tính giá trị gần đúng của x_0?

b. Tính $x = x_0 - \sqrt{2}$ và cho nhận xét>

c. Biết x_0 là nghiệm của phương trình $x^3 + ax^2 + bx - 10 = 0$. Tìm a,b $\in$ Q?

d. Với a, b vừa tìm được, hãy tìm các nghiệm còn lại của phương trình ở câu c?

Bài 31: Cho $x=\dfrac{\sqrt[3]{17\sqrt{5}-38}\left(\sqrt{5}+2\right)}{\sqrt{5}+\sqrt{14-6\sqrt{5}}}$.

a. Tìm x

b. Tính $A = (3x^8 + 8x^2 + 2)^{25}$.

c. A viết dưới dạng thập phân có bao nhiêu chữ số?

d. Tổng các chữ số của A vừa tìm được là bao nhiêu?

Bài 32:

1. Cho $B=\dfrac{1}{\sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}}}$

a.Tính gần đúng B

b.Tính $\dfrac{\pi}{2}-B$

Bài 33: a. Tính $C=\dfrac{2{,}0000004}{(1{,}0000004)^2+2{,}0000004}$; $D=\dfrac{2{,}0000002}{(1{,}0000002)^2+2{,}0000002}$.

b. Tính $|C-D|$

Bài 34: a. Viết quy trình tính $A=17+\dfrac{3}{1+\dfrac{12}{1+\dfrac{1}{17+\dfrac{12}{2003}}}}+\dfrac{1}{23+\dfrac{5}{3+\dfrac{1}{7+\dfrac{1}{2003}}}}$

b. Tính giá trị của A

Bài 35: Tìm x biết: $\dfrac{15{,}2.0{,}25-48{,}51:14{,}7}{x}=\dfrac{\left(\dfrac{13}{14}-\dfrac{2}{11}-\dfrac{5}{66}:2{,}5\right).\dfrac{7}{5}}{3{,}2+0{,}8.\left(\dfrac{11}{2}-3{,}25\right)}$

Để tải về mất 4 k nên chia sẻ cho các bạn hs không có điều kiện tải

Bài 36: Tính A, B biết: $A=\dfrac{\sin 34^0 36'-\tan 18^0 43'}{\cos 78^0 12'' +\cos 13'17''}$; $B=\dfrac{\tan 4^0 26'36''-\tan 77^0 41'}{\cos 67^0 12'-\sin 23^0 28'}$

Bài 38: Tính $A=\dfrac{2}{0,19981998...}+\dfrac{2}{0,019981998...}+\dfrac{2}{0,0019981998...}$

Bài 39: Tìm tất cả các ước nguyên tố của số tìm được ở bài 1.

Bài 40: Phần nguyên của x (là số nguyên lớn nhất không vượt quá x) được kí hiệu là $[x]$. Tìm $[B]$ biết:

$$B=\frac{\pi^2}{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+...+\frac{1}{10^2}}$$

Bài 41: Tính:

a. A = 1,123456789 – 5,02122003

b. B = 4,546879231 + 107,356417895

Bài 42: Viết các số sau đây dưới dạng phân số tối giản.

a. C = 3124,142248

b. D = 5,(321)

Bài 43: Giả sử $\left(1+x+x^2\right)^{100}=a_0+a_1x+a_2x+...+a_{200}x$. Tính $E=a_0+a_1+...+a_{200}$?

Bài 44: Phải loại các số nào trong tổng $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{12}+\frac{1}{12}+\frac{1}{14}+\frac{1}{16}$ để được kết quả bằng 1.

Bài 45: Tìm chữ số thập phân thứ 15 sau dấu phẩy của $\sqrt{2003}$.

Bài 46: Tìm chữ số thập phân thứ 2004 sau dấu phẩy trong kết quả của phép chia 1 cho 53?

Bài 47: Tính 2012003^2.

Bài 48: Tìm số hạng nhỏ nhất trong tất cả các số hạng của dãy $u_n=n+\dfrac{2003}{n^2}$

Bài 48: Tính $M=\sqrt[3]{\dfrac{200+126\sqrt{2}+\dfrac{54}{1+\sqrt{2}}}{\sqrt{\sqrt[3]{5}-\sqrt[3]{4}}}}$

Bài 49: Cho $\sin\left(2x-15^0 22'\right)$ với $0^0<x<90^0$. Tính $\left(\sin 2x+\cos 5x-\tan 7x\right):\cos 3x$

Bài 50: Tính giá trị của biểu thức $A=\dfrac{x^2\left(3y-5z+4\right)+2x\left(y^3x^2-4\right)+2y^2+z-6}{x\left(x^2+5y^2-7\right)+z^4+8}$ tại

$x=\dfrac{9}{4};y=\dfrac{7}{2};z=4$

Bài 51: Tính giá trị của biểu thưc $M=\left(12-6\sqrt{3}\right)\sqrt{\dfrac{3}{14-8\sqrt{3}}}-3\sqrt{2\left(1-\sqrt{-2\sqrt{3}+4}\right)+2\sqrt{4+2\sqrt{3}}}$

Bài 52: Cho $A=\sqrt[3]{6+\sqrt{\dfrac{847}{27}}}+\sqrt[3]{6-\sqrt{\dfrac{847}{27}}}$

a)Tính trên máy giá trị của A.

b)Tính chính xác giá trị của A.

Bài 53: Tính và viết kết qủa dưới dạng phân số:

3.1. $A = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{2}{3 + \cfrac{3}{4 + \cfrac{4}{5 + \cfrac{5}{6}}}}}$

3.2. $B = 5 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{8 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{7}}}}}}$

Bài 54: Tìm x với x = $\dfrac{\pi^3 \sqrt[5]{2,3144^4}}{\sqrt[4]{3,785^7}}$

Bài 55: Giải phương trình : $1,23785x^2 + 4,35816x - 6,98753 = 0$

Bài 56: Tính A biết : A = $\dfrac{22g25ph18gix2,6 + 7g47ph35gi}{9g28ph16gi}$

Bài 57: Đơn giản biểu thức sau : $\sqrt[3]{9+4\sqrt{5}} + \sqrt[3]{9-4\sqrt{5}}$

Bài 58: Tính A = $\dfrac{3x^5 - 2x^4 + 3x^3 - x + 1}{4x^3 - x^2 + 3x + 5}$ khi x = 1,8165

Bài 59: Cho tgx = 2,324 ($0^0 < x < 90^0$). Tính A = $\dfrac{8\cos^3 x - 2\sin^3 x + \cos x}{2\cos x + \sin^3 x + \sin^2 x}$

Bài 60: Tính B = $\dfrac{3h47ph55gi + 5h11ph45gi}{6h52ph17gi}$

Bài 61: Tính A = $\dfrac{3x^5 - 2x^4 + 3x^2 - x + 1}{4x^3 - x^2 + 3x + 5}$ Khi x = 1,8156

Bài 62: Cho sinx = 0,32167 ($0^o < x < 90^0$). Tính A = $\cos^2 x - 2\sin x - \sin^3 x$

Bài 63: Cho tgx = 2,324. Tính A = $\dfrac{8\cos^3 x - 2\sin^3 x + \cos x}{2\cos x - \sin^3 x + \sin^2 x}$

Bài 64: Cho sinx = $\dfrac{3}{5}$. Tính A = $\dfrac{2\cos^2 x - 5\sin 2x + 3tg^2 x}{\sqrt{5tg^2 2x + 6\,cotgx}}$

Bài 65: Tính A = $\dfrac{\sqrt[6]{1,815.2,732^3}}{\sqrt[7]{4,621}}$

Bài 66: Cho cosx = 0,7651 ($0^0 < x < 90^0$). Tính A = $\dfrac{\cos^3 x - \sin^2 x + 2}{\cos x - \sin^2 x}$

Bài 67: Cho sinx = $\dfrac{3}{5}$. Tính A = $\dfrac{2\cos^2 x - 5\sin 2x + 3tg^2 x}{\sqrt{5tg^2 2x + 6\,cotgx}}$

Bài 68: Tính B = $\dfrac{\pi^3\sqrt{816,13^7}}{\sqrt[3]{712,35^{17}}}$

Bài 69: Tính C = $\dfrac{6^g 47^{ph} 29^{gi} - 2^g 58^{ph} 38^{gi}}{1^g 31^{ph} 42^{gi}.3}$

Bài 70: (Thi khu vực, 2001) Tính:

a. $A = \left(649^2 + 13.180^2\right)^2 - 13.\left(2.649.180\right)^2$

b. $B = \dfrac{\left(1986^2 - 1992\right)\left(1986^2 + 3972 - 3\right)1987}{1983.1985.1988.1989}$

c. $C = \dfrac{\left[(7-6,35):6,5+9,8999...\right]\dfrac{1}{12,8}}{\left(1,2:36+1\dfrac{1}{5}:0,25-1,8333...\right)1\dfrac{1}{4}}:0,125$

d. $D = 26:\left[\dfrac{3:(0,2-0,1)}{2,5.(0,8+1,2)}+\dfrac{(34,06-33,81).4}{6,84:(28,57-25,15)}\right]+\dfrac{2}{3}:\dfrac{4}{21}$

e.Tìm x biết: $\left[\dfrac{\left(x-4\dfrac{1}{4}\right):0,003}{\left(3\dfrac{1}{20}-2,65\right)4:\dfrac{1}{5}}-\dfrac{\left(0,3-\dfrac{3}{20}\right)1\dfrac{1}{2}}{\left(1,88+2\dfrac{3}{25}\right)\dfrac{1}{8}}\right]:62\dfrac{1}{20}+17,81:0,0137=1301$

f. Tìm y biết: $\dfrac{15,2.0,25-48,51:14,7}{y}=\dfrac{\left(\dfrac{13}{44}-\dfrac{2}{11}-\dfrac{5}{66}:2\dfrac{1}{2}\right)1\dfrac{1}{5}}{3,2+0,8\left(5\dfrac{1}{2}-3,25\right)}$

Bài 71: (Thi khu vực, 2002) Tính giá trị của x từ các phương trình sau:

a. $\dfrac{\left[\left(0,5-1\dfrac{3}{4}.\dfrac{4}{5}\right).x-1,25.1,8\right]:\left(\dfrac{4}{7}+3\dfrac{1}{2}\right)}{15,2.3,15-\dfrac{3}{4}:\left(2\dfrac{1}{2}.4\dfrac{3}{4}+1,5.0,8\right)}=5,2:\left(2,5-\dfrac{3}{4}\right)$

b. $\dfrac{\left[\left(0,15^2+0,35^2\right):(3x+4,2)\right]\left(\dfrac{3}{4}+\dfrac{2}{3}.\dfrac{4}{5}\right)}{12,5-\dfrac{2}{7}.\dfrac{3}{5}:\left[(0,5-0,3.7,75):\dfrac{12}{17}\right]}=3\dfrac{1}{2}:(1,2+3,15)$

Bài 72: (Thi khu vực, 2001, đề dự bị)

a. Tìm 12% của $\dfrac{3}{4}a+\dfrac{b}{3}$ biết:

$$a=\dfrac{3:\dfrac{2}{5}-0,09:\left(0,15:2\dfrac{1}{2}\right)}{0,32.6+0,03-(5,3-3,88)+0,67}$$

$$b=\dfrac{(2,1-1,965):(1,2.0,045)}{0,00325:0,013}-\dfrac{1:0,25}{1,6.0,625}$$

b. Tính 2,5% của $\dfrac{\left(85\dfrac{7}{30}-83\dfrac{5}{18}\right):2\dfrac{2}{3}}{0,004}$

c. Tính 7,5% của $\dfrac{\left(8\dfrac{7}{55}-6\dfrac{17}{110}\right).1\dfrac{3}{217}}{\left(\dfrac{2}{5}-\dfrac{3}{20}\right):1\dfrac{7}{8}}$

d. Tìm x, nếu: $5\dfrac{4}{7}:\left\{x:1,3+8,4.\dfrac{6}{7}\left[6-\dfrac{(2,3+5:6,25).7}{8.0,0125+6,9}\right]\right\}=1\dfrac{1}{14}$

Bài 73: Thực hiện các phép tính:

e. $A=\left(1\dfrac{1}{3}+2\dfrac{2}{5}\right):\left(1\dfrac{3}{4}-\dfrac{6}{4}\right):\left(1,5+2\dfrac{2}{5}+3,7\right)$

f. $B=12:1\dfrac{5}{7}.\left(1\dfrac{3}{4}+3\dfrac{2}{11}:2\dfrac{3}{121}\right)$

Để tải về mất 4 k nên chia sẻ cho các bạn hs không có điều kiện tải

g. $C=\dfrac{10\frac{1}{3}\left(24\frac{1}{7}-15\frac{6}{7}\right)-\frac{12}{11}\left(\frac{10}{3}-1,75\right)}{\left(\frac{5}{9}-0,25\right)\frac{60}{11}+194\frac{8}{99}}$

h. $D=6:\dfrac{1}{3}-0,8:\dfrac{1,5}{\frac{3}{2}.0,4.\frac{50}{1:\frac{1}{2}}}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1+\frac{1}{2}.\frac{1}{0,25}}{6-\frac{46}{1+2,2.10}}$

i. $E=\dfrac{0,8:\left(\frac{4}{5}.1.25\right)}{0,64-\frac{1}{25}}+\dfrac{\left(1,08-\frac{2}{25}\right):\frac{4}{7}}{\left(6\frac{5}{9}-3\frac{1}{4}\right).2\frac{2}{17}}+(1,2.0,5):\dfrac{4}{5}$

k. $F=0,3(4)+1,(62):14\dfrac{7}{11}-\dfrac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{0,8(5)}:\dfrac{90}{11}$

Bài 74: (Thi khu vực 2003, đề dự bị) Tính:

a. $A=3\sqrt{\sqrt[3]{5}-\sqrt[3]{4}}-\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{20}+\sqrt[3]{25}$

b. $B=\sqrt[3]{200+126\sqrt[3]{2}+\dfrac{54}{1+\sqrt[3]{2}}}+\sqrt[3]{\dfrac{18}{1+\sqrt[3]{2}}-6\sqrt[3]{2}}$

Bài 75: (Thi khu vực 2001)

a. Hãy sắp xếp các số sau đây theo thứ tự tăng dần: $a=\sqrt[5]{\dfrac{3}{5}}, b=\sqrt[16]{\dfrac{26}{125}}, c=\sqrt[10]{\left(\dfrac{245}{247}\right)^{17}}, d=\dfrac{45}{46}$

b. Tính giá trị của biểu thức sau: $[0,(5).0,(2)]:\left(3\frac{1}{3}:\frac{33}{25}\right)-\left(\frac{2}{5}.1\frac{1}{3}\right):\frac{4}{3}$

c. Tính giá trị của biểu thức sau: $\sqrt{2+\sqrt[3]{3+\sqrt[4]{4+...+\sqrt[8]{8+\sqrt[9]{9}}}}}$

Bài 76: Kết hợp cả máy và giấy

Tính kết quả đúng của các tích sau:

a.M = 2222255555 . 2222266666.

b.N = 20032003 . 20042004.

Giải:

a) Đặt A = 22222, B = 55555, C = 666666.

Ta có $M = (A.10^5 + B)(A.10^5 + C) = A^2.10^{10} + AB.10^5 + AC.10^5 + BC$

Tính trn my:

$A^2 = 493817284$; AB = 1234543210 ; AC = 1481451852 ; BC = 3703629630

Tính trn giấy:

$A^2.10^{10}$	4	9	3	8	1	7	2	8	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$AB.10^5$					1	2	3	4	5	4	3	2	1	0	0	0	0	0	0
$AC.10^5$					1	4	8	1	4	5	1	8	5	2	0	0	0	0	0
BC										3	7	0	3	6	2	9	6	3	0
M	**4**	**9**	**3**	**8**	**4**	**4**	**4**	**4**	**4**	**3**	**2**	**0**	**9**	**8**	**2**	**9**	**6**	**3**	**0**

b) Đặt X = 2003, Y = 2004. Ta cĩ:

$N = (X.10^4 + X)(Y.10^4 + Y) = XY.10^8 + 2XY.10^4 + XY$

Tính XY, 2XY trên máy, rồi tính N trên giấy như câu a)

Kết quả:

M = 4938444443209829630.

N = 401481484254012.

Hình học:

MỘT SỐ CÔNG THỨC

1)Hệ thức lượng trong tam giác vuông:

$BC^2 = AB^2 + AC^2$ $\quad a^2 = b^2 + c^2$

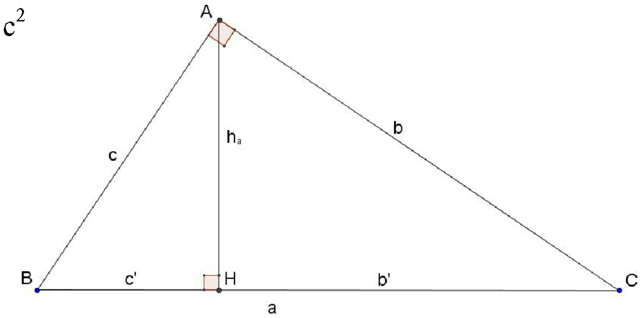
$AB^2 = BC.\,BH$ $\quad c^2 = a.c'$

$AC^2 = BC.\,CH$ $\quad b^2 = a.b'$

$AH^2 = BH.CH$ $\quad h^2 = b'.c'$

$AB.AC = BC.AH$ $\quad b.c = a.h$

$AH^2 = 1/AB^2 + 1/AC^2$ $\quad \dfrac{1}{h^2} = \dfrac{1}{b^2} + \dfrac{1}{c}$



2)Các hệ thức cơ bản và hệ quả:

$1/\ \sin^2 a + \cos^2 a = 1$

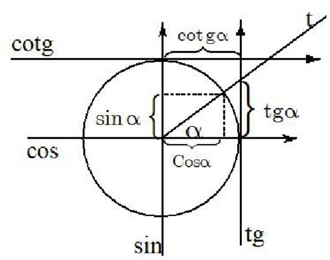
$2/\ tga = \dfrac{\sin a}{\cos a}$

$3/\ \cot ga = \dfrac{\cos a}{\sin a}$

$4/\ 1 + tg^2 a = \dfrac{1}{\cos^2 a}$

$5/\ 1 + \cot g^2 a = \dfrac{1}{\sin^2 a}$

$6/\ tga\,.\cot ga = 1$



3)Bảng giá trị của hàm số lượng giác của các góc cung đặc biệt:

Góc Hàm số	0 0^0	p / 6 30^0	p / 4 45^0	p / 3 60^0	p / 2 90^0
sin	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
cos	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	0
tg	0	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$	||
cotg	||	$\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}/3$	0

4)Định lý hàm số cosin:

$1/\ a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$

$2/\ b^2 = c^2 + a^2 - 2ca.\cos B$

$3/\ c^2 = a^2 + b^2 - 2bc.\cos C$

5)Định lý hàm số sin:

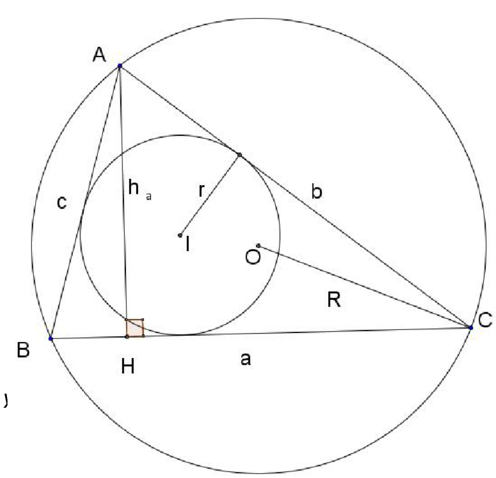
$$\boxed{\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R}$$

6)Công thức tính diện tích tam giác:

Gọi h_a là đường cao xuất phát từ đỉnh A trong VABC.

$p = \dfrac{a + b + c}{2}$ là nửa chu vi VABC.

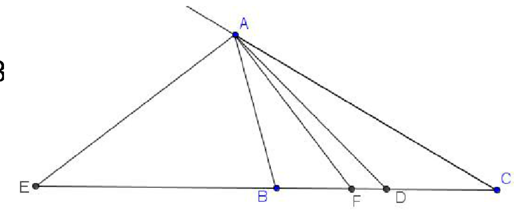
S là diện tích VABC.



Để tải về mất 4 k nên chia sẻ cho các bạn hs không có điều kiện tải

R là bán kính đường tròn ngoại tiếp VABC .
r là bán kính đường tròn nội tiếp VABC .

1/ $S = \frac{1}{2}a.h_a = \frac{1}{2}b.h_b = \frac{1}{2}c.h_c$



2/ $S = \frac{1}{2}ab.\sin C = \frac{1}{2}bc.\sin A = \frac{1}{2}ca.\sin B$

3/ $S = \frac{abc}{4R}$

4/ $S = p.r$

5/ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ (Công thức Héron)

6/Chu vi hình tròn : $C = 2\pi R$

7/Diện tích hình tròn : $S = \pi R^2$

8/Độ dài cung tròn : $l = \frac{\pi Rn}{180}$ (n là số đo độ của cung tròn)

9/Diện tích hình quạt tròn : $S = \frac{\pi R^2 n}{180}$

10/Bán kính đường tròn nội tiếp đa giác đều n cạnh: $r = \dfrac{a}{2\text{Sin}\frac{180^0}{n}}$

11/Bán kính đường tròn ngoại tiếp đa giác đều n cạnh: $R = \dfrac{a}{2\text{tg}\frac{180^0}{n}}$

12/Bán kính đường tròn bàng tiếp g óc A tam giác (r_a): $r_a = \frac{S}{p-a}$

7.Tính chất đường phân giác – đường trung tuyến:

Gọi: AF là phân giác góc trong và AE là phân giác góc ngoài tại đỉnh A. AD là trung tuyến. Khi đó ta có:

$$\boxed{\frac{AB}{AC} = \frac{FB}{FC} = \frac{EB}{EC}} \qquad \boxed{AB^2 + AC^2 = 2AD^2 + \frac{BC^2}{2}}$$

PHẦN BÀI TẬP

<u>Bài 1:</u> Cho ΔABC vuông tại A, có AB = c, AC = b.

a. Tính khoảng cách d từ chân đường phân giác trong của góc vuông đến mỗi cạnh góc vuông?

b. Với b = 5,78914 cm; c = 8,911456 cm. Tính khoảng cách đó?

<u>Bài 2:</u> Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao là AH . Cho biết AB = 0,5 , BC = 1,3 . Tính AC , AH , BH , CH gần đúng với 4 chữ số thập phân?

<u>Bài 3:</u> Cho tam giác ABC có AB = 1,05 ; BC = 2,08 ; AC = 2,33 .

a)Tính độ dài đường cao AH .

b)Tính độ dài trung tuyến AM.

c)Tính số đo góc C .

d) Tính diện tích tam giác ABC .

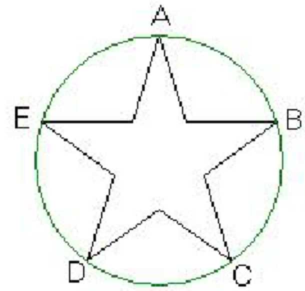
<u>Bài 4 :</u>

1.Cho tam giác ABC vuông ở A với AB=4,6892 cm ; BC=5,8516 cm. Tính góc ABC (bằng đơn vị đo độ), tính độ dài đường cao AH và phân giác trong CI.

2.Cho ngôi sao 5 cánh như hình bên.

Để tải về mất 4 k nên chia sẻ cho các bạn hs không có điều kiện tải

Các khoảng cách giữa hai đỉnh không liên tiếp của ngôi sao AC=BD=CE= … = 7,516 cm. Tìm bán kính R của đường tròn đi qua 5 đỉnh của ngôi sao.



Bài 5: Cho tam giác ABC vuông cân ở A. Trên đường cao AH, lấy các điểm D, E sao cho AE=HD= $\frac{1}{4}$AH. Các đường thẳng BE và BD lần lượt cắt cạnh AC ở F và G. Biết BC=7,8931 cm.

a) Tính diện tích tam giác ABE

b) Tính diện tích tứ giác EFGD

Bài 6: Cho tam giác ABC với 3 cạnh BC = 5,1123; AB = 3,2573; AC = 4,7428. Tính đường phân giác trong AD?

Bài 7: Tia phân giác chia cạnh huyền thành hai đoạn $\frac{135}{7}$ và $\frac{222}{7}$. Tính hai cạnh góc vuông?

Bài 8: Cho tam giác ABC với 3 cạnh BC = 14; AB = 13; AC = 15. Gọi D, E, F là trung điểm của BC, AC, AB và $\{Q\} = BE \cap FD; \{R\} = DF \cap FC; \{P\} = AD \cap EF$. Tính:

$$m = \frac{AQ^2 + AR^2 + BP^2 + BR^2 + CP^2 + CQ^2}{AB^2 + BC^2 + AC^2}$$

Bài 9: Cho hình thang vuông ABCD, đường cao AB. Cho góc BDC = 90^0;Tìm AB, CD, AC với AD=3,9672; BC=5,2896.

Bài 10: Cho AD và BC cùng vuông góc với AB, $\widehat{AED} = \widehat{BCE}$, AD = 10cm, AE = 15cm, BE = 12cm. Tính:

5.1. Tính diện tích tứ giác ABCD (S_{ABCD}) và diện tích tam giác DEC (S_{DEC}).

5.2. Tính tỉ số phần trăm S_{DEC} và S_{ABCD}.

Bài 11: Hình thang ABCD (AB // CD) có đường chéo BD hợp với BC một góc bằng $\widehat{DAB}$. Biết AB = a = 12,5cm; DC = b = 28,5cm. Tính:

6.1. Độ dài đường chéo BD.

6.2. Tỉ số phần trăm giữa diện tích tam giác ABD và diện tích tam giác BDC.

Bài 12: Cho tam giác ABC vuông tại A với AB = a = 14,25cm; AC = b = 23,5cm; AM, AD thứ tự là các đường trung tuyến và đường phân giác của tam giác ABC. Tính:

7.1. Độ dài các đoạn thẳng BD và CD.

7.2. Diện tích tam giác ADM.

Bài 13: Cho tam giác ABC (AB < AC) có đường cao AH, trung tuyến AM chia góc BAC thành ba góc bằng nhau.

a. Xác định các góc của tam giác ABC.

b. Biết độ dài BC ≈ 54,45 cm, AD là phân giác trong của tam giác ABC. Kí hiệu S_0 và S là diện tích hai tam giác ADM và ABC. Tính S_0 và tỉ số phần trăm giữa S_0 và S?

Bài 14: Cho tam giác ABC có đường cao BD = 6cm, độ dài trung tuyến CE = 5cm. Khoảng cách từ giao điểm BD với CE đến AC bằng 1cm. Tìm độ dài cạnh AB?

Bài 15: Hình thang ABCD (AB//CD) có AB ≈ 2,511cm; CD ≈ 5,112cm; $\widehat{C} \approx 29^0 15'$; $\widehat{D} \approx 60^0 45'$. Tính:

a. Cạnh bên AD, BC.

b. Đường cao h của hình thang.

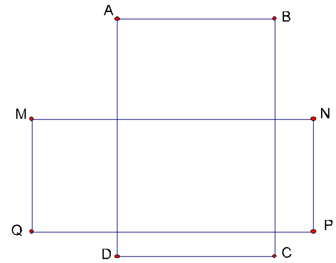
c. Đường chéo AC, BD.

Để tải về mất 4 k nên chia sẻ cho các bạn hs không có điều kiện tải

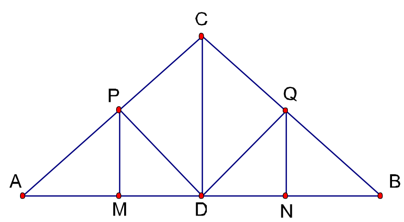
Bài 16: Hai hình chữ nhật cắt nhau:

a. Kí hiệu $S_1 = k^2$ là diện tích tứ giác ANCQ; S_2 là diện tích tứ giác BPDM. Tính tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$

b. Biết AB = 5cm; BC = 7cm; MQ = 3cm; MN = 9cm. Tính k?



Bài 17: Người ta phải làm một vì kèo bằng sắt. Biết AB ≈ 4,5cm; $\dfrac{CD}{BD} = \dfrac{1}{3}$; AM = MD = DN = NB. Viết công thức và tính độ dài sắt làm vì kèo biết hao phí khi sản xuất là 5% (làm tròn đến mét).



Bài 18: Một tam giác có ba cạnh với độ dài là 30,735cm; 40,980cm; 51,225cm. Tính diện tích tam giác đó.

Bài 19: Cho hình chữ nhật ABCD. Qua B kẻ đường vuông góc với đường chéo CA tại H. Biết BH = 1,2547cm; $\widehat{BAC} = 37^0 28' 50''$. Tính diện tích ABCD.

Bài 20: Cho tam giác ABC có $\widehat{B} = 120^0$, BC = 12cm, AB = 6cm. Phân giác trong của $\widehat{B}$ cắt cạnh AC tại D. Tính diện tích tam giác ABD.

Bài 21: Cho một tam giác nội tiếp trong đường tròn. Các đỉnh của tam giác chia đường tròn thanh ba cung có độ dài 3, 4, 5. Tìm diện tích tam giác?

Bài 22: Cho tam giác ABC có AB = 3,14; BC = 4,25; CA = 4,67. Tính diện tích tam giác có đỉnh là chân ba đường cao của tam giác ABC.

Bài 23: Cho tam giác ABC có AB = 3,14; BC = 4,25; CA = 4,67. Tính diện tích tam giác có đỉnh là chân ba đường cao của tam giác ABC.

Bài 24: Tính gần đúng (độ, phút, giây) góc A của tam giác ABC biết rằng AB = 15cm, AC = 20cm và BC = 24cm.

Bài 25: Tính gần đúng diện tích tam giác ABC biết rằng $\widehat{A} = \dfrac{1}{2}\widehat{B} = \dfrac{1}{4}\widehat{C}$ và AB = 18cm.

Bài 26: Cho bốn điểm A, B, C, D, E trên đường tròn tâm O bán kính bằng 1dm sao cho AB là đường kính, $OC \perp AB$ và CE đi qua trung điểm của OB. Gọi D là trung điểm của OA. Tính diện tích của tam giác CDE và tính gần đúng góc $\widehat{CDE}$ (độ, phút, giây).

Bài 27: Tứ giác ABCD nội tiếp được trong một đường tròn và có các cạnh AB = 5dm, BC = 6dm, CD = 8dm, DA = 7dm. Tính gần đúng bán kính đường tròn nội tiếp, bán kính đường tròn ngoại tiếp và góc lớn nhất (độ, phút, giây) của tứ giác đó.

Bài 28: Điểm E nằm trên cạnh BC của hình vuông ABCD. Tia phân giác của các góc EBD, EAD cắt các cạnh BC, CD tương ứng tại M, N. Tính gần đúng giá trị nhỏ nhất của tỉ số $\dfrac{MN}{AB}$. Tính gần đúng (độ, phút, giây) góc EAB nếu $\dfrac{MN}{AB} = \dfrac{6}{7}$.

Bài 29: Hai đường tròn bán kính 3dm và 4dm tiếp xúc ngoài với nhau tại điểm A. Gọi B và C là các tiếp điểm của hai đường tròn đó với một tiếp tuyến chung ngoài. Tính gần đúng diện tích của hình giới hạn bởi đoạn thẳng BC và hai cung nhỏ AB, AC.

Bài 30:

a. Tìm góc C (bằng độ và phút) của tam giác ABC biết a = 9,357m; b = 6,712m; c = 4,671m

b. Tìm độ dài trung tuyến AM của tam giác ABC.

c. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Bài 31: Cho tam giác ABC có $\widehat{B} = 49^0 72'$; $\widehat{C} = 73^0 52'$. Cạnh BC = 18,53 cm. Tính diện tích.

Bài 32 : Tính khoảng cách giữa hai đỉnh không liên tiếp của một ngôi sao 5 cánh nội tiếp trong đường tròn bán kính R = 5,712.

Bài 33: Cho cosA = 0,8516; tgB = 3,1725; sinC = 0,4351 (A, B, C nhọn). Tính sin (A + B – C)

Bài 34:

a.Cho tam giác ABC có a = 8,751m; b = 6,318m; c = 7,624m. Tính đường cao AH bà bán kính r của đường tròn nội tiếp.

b.Tính đường phân giác trong AD của tam giác ABC.

Bài 35: Cho tam giác ABC có chu vi là 58cm, $\widehat{B}=57'18'$; $\widehat{C}=82'35'$. Tính độ dài các cạnh AB, BC, AC.

Bài 36: Tính bằng (độ và phút) góc hợp bởi hai đường cheo của tứ giác lồi nội tiếp được trong đường tròn và có các cạnh là : a = 5,32 ; b = 3,45 ; c = 3,69 ; d = 4,68.

Bài 37:

a.Cho tam giác ABC vuông tại A với AB = 3,74, AC = 4,51. Tính đường cao AH.

b.Tính góc B của tam giác ABC bằng độ và phút.

c.Kẻ đường phân giác của góc A của tam giác ABC cắt BC tại I. Tính AI.

Bài 38:

a.Cho tam giác ABC ($90^0 < x < 180^0$) và sinA = 0,6153 ; AB = 17,2 ; AC = 14,6. Tính BC

b.Tính độ dài trung tuyến AM của tam giác ABC.

c.Tính góc B của tam giác ABC bằng độ và phút.

Bài 39: Cho tam giác ABC vuông tại A với AB = 15, BC = 26(cm). Kẻ đường phân giác trong BI (I nằm trên AC) . TÍnh IC.

Bài 40: Cho hình thang cân có hai đường cheo vuông góc với nhau. Đáy nhỏ dài 15,34, cạnh bên dài 20,35cm. Tìm độ dài đáy lớn.

Bài 41: Một ngôi sao năm cánh có khoảng cách giữa hai đỉnh không liên tiếp là 9,651. Tìm bán kính đường tròn ngoại tiếp qua 5 đỉnh).

Bài 42: Cho tam giác ABC có ba cạnh a = 8,32 ; b = 7,61; c = 6,95 (cm). Tính góc A bằng độ, phút, giây:

Bài 43: Cho tam giác ABC có ba cạnh a = 15,637 ; b = 13,154; c = 12,981 (cm). Ba đường phân giác trong cắt ba cạnh tại A_1, A_2, A_3 Tính diện tích của tam giác $A_1A_2A_3$

Bài 44:

a.Cho tam giác ABC có cạnh a = 12,758; b = 11,932; c = 9,657(cm). Tính độ dài đường phân giác trong AD.

b.Vẽ các đường phân giác trong CE, CF. Tính diện tích S_1 của tam giác DEF.

Bài 45: Cho tứ giác ABCD nội tiếp trong một đường tròn bán kính R với cạnh a = 3,657; b= 4,155; c = 5,651; d = 2,765(cm). Tính R.

Bài 46: Cho tam giác ABC có bán kính đường tròn ngoại tiếp R = 7,268 (cm) các góc B = $48^0$30’; C = $63^0$42’. Tính diện tích tam gác ABC.

Bài 47: Cho tứ giác lồi ABCD có các cạnh là 18, 34, 56, 27 (cm) và $\widehat{B}+\widehat{D} = 210^0$. Tính diện tích tứ giác.

Bài 48: Cho cosA = 0,8516; tgB = 3,1725; sinC = 0,4351 (ba góc đều nhọn). Tính sin(A+ B-C).

Bài 49:

a.Cho tam giác ABC có a = 8,751m; b = 6,318m; c = 7,624m. Tính đường cao AH bà bán kính r của đường tròn nội tiếp.

b.Tính đường phân giác trong AD của tam giác ABC.

Bài 50: Cho tam giác ABC có $\widehat{B} = 49^0 72'$; $\widehat{C} = 73^0 52'$. Cạnh BC = 18,53 cm. Tính diện tích.

Bài 51: Cho tam giác ABC có chu vi là 58cm, $\widehat{B} = 57^0 18'$; $\widehat{C} = 82^0 35'$. Tính độ dài các cạnh AB, BC, AC.

Bài 52: Một hình vuông được chia thành 16 ô (mỗi cạnh 4 ô). Ô thứ nhất được đặt một hạt thóc, ô thứ hai được đặt 2 hạt , ô thứ ba được đặt 4 hạt, ...và đặt liên tiếp như vậy đến ô cuối cùng(Ô tiếp theo gấp đôi ô trước). Tính tổng hạt thóc được đặt vào 16 ô hình vuông.

Bài 53: Tính bằng (độ và phút) góc hợp bởi hai đường cheo của tứ giác lồi nội tiếp được trong đường tròn và có các cạnh là : a = 5,32 ; b = 3,45 ; c = 3,69 ; d = 4,68.

Bài 54:

a.Cho tam giác ABC vuông tại A với AB = 3,74, AC = 4,51. Tính đường cao AH.
b.Tính góc B của tam giác ABC bằng độ và phút.
c.Kẻ đường phân giác của góc A của tam giác ABC cắt BC tại I. Tính AI.

Bài 55: Tính các góc của tam giác ABC, biết:

AB = 4,123 ; BC = 5,042 ; CA = 7,415

Bài 56: Tính cạnh BC, góc B , góc C của tam giác ABC, biết:

AB = 11,52 ; AC = 19,67 và góc $\hat{A} = 54^o35'12''$

Bài 57: Tính cạnh AB, AC, góc C của tam giác ABC, biết:

BC = 4,38 ; $\hat{A} = 54^o35'12''$; $\hat{B} = 101^o15'7''$

Bài 58: Tam giác ABC có ba cạnh: AB = 4,123 ; BC = 5,042 ; CA = 7,415
Điểm M nằm trên cạnh BC sao cho: BM = 2,142

1) Tính độ dài AM?
2) Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABM
3) Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ACM.

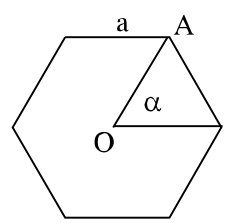
Bài 59: Tam giác ABC có: $\hat{B} = 49^o27'$; $\hat{C} = 73^o52'$ và cạnh BC = 18,53.
Tính diện tích S của tam giác ?

Bài 60: Tam giác ABC có chu vi 58 (cm) ; $\hat{B} = 57^o18'$ và $\hat{C} = 82^o35'$
Tính độ dài các cạnh AB, BC, CA ?

Bài 61: Tam giác ABC có $90^o < \hat{A} < 180^o$ và sinA = 0,6153 ; AB = 17,2 ; AC = 14,6.
Tính: 1) Độ dài cạnh BC ? Trung tuyến AM ?

2) Góc $\hat{B} = ?$
3) Diện tích tam giác S = ?

Bài 62: Tam giác ABC có $\hat{A} = 90^o$; AB = 7 (cm) ; AC = 5 (cm).
Tính độ dài đường phân giác trong AD và phân giác ngoài AE ?



Bài 63: Đa giác, hình tròn:

* Một số công thức:

1) Đa giác đều n cạnh, độ dài cạnh là a:

+ Góc ở tâm: $\alpha = \frac{2\pi}{n}$ (rad), hoặc: $a^o = \frac{360}{n}$ (độ)

+ Góc ở đỉnh: $\hat{A} = \frac{n-2}{n}\pi$ (rad), hoặc $\hat{A} = \frac{n-2}{n}.180$ (độ)

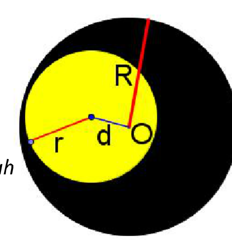
+ Diện tích: $S = \frac{na}{4}\cot g\frac{\alpha}{2}$

2)Hình tròn và các phần hình tròn:

+ Hình tròn bán kính R:
- Chu vi: C = 2πR
- Diện tích: S = πR^2

+ Hình vành khăn:
- Diện tích: S = $\pi(R^2 - r^2) = \pi(2r + d)d$

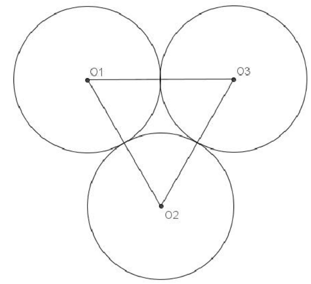
+ Hình quạt:
- Độ dài cung: l = αR ; (α: rad)



- Diện tích: $S = \frac{1}{2}R^2\alpha$ (α: rad)

$= \frac{\pi R^2 a}{360}$ (a: độ)

Bài 9: Ba đường tròn có cùng bán kính 3 cm đôi một tiếp xúc ngoài (Hình vẽ)
Tính diện tích phần xen giữa ba đường tròn đó ?



H.Dẫn:

$S_{\text{gạch xọc}} = S_{\Delta O1O2O3}$ - 3 $S_{\text{quạt}}$

Tam giác $O_1O_2O_3$ đều, cạnh bằng 1 nên:

$$S_{\Delta O_1O_2O_3} = \frac{1}{2}6.6.\frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$$

$$S_{\text{quạt}} = \frac{\pi R^2 a}{360} = \frac{\pi.9.60}{360} = \frac{3\pi}{2}$$

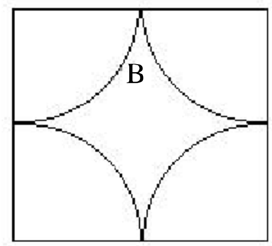
$$\Rightarrow S_{\text{gạch xọc}} = S_{\Delta O1O2O3} - 3\, S_{\text{quạt}} = 9\sqrt{3} - \frac{9\pi}{2} = \frac{18\sqrt{3} - 9\pi}{2} \approx 1,451290327$$

Bài 10: Cho hình vuông ABCD, cạnh a = 5,35. Dựng các đường tròn tâm A, B, C, D có bán kính R = $\frac{a}{2}$. Tính diện tích xen giữa 4 đường tròn đó.

H.Dẫn: $S_{\text{gạch}} = S_{ABCD} - 4S_{\text{quạt}}$

$$S_{\text{quạt}} = \frac{1}{4} S_{\text{H.tròn}} = \frac{1}{4}\pi R^2$$

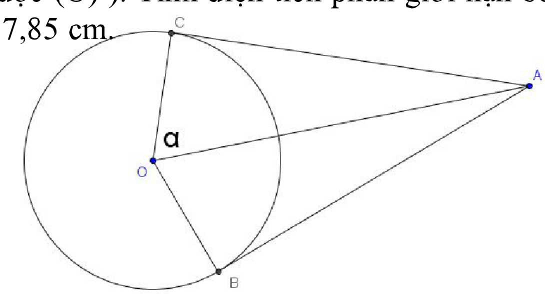
A



$$\Rightarrow S_{\text{gạch}} = a^2 - 4.\frac{1}{4}\pi R^2 = a^2 - \frac{1}{4}\pi a^2$$

$$= a^2(1 - \frac{1}{4}\pi) \approx 6,142441068$$

Bài 11: Cho đường tròn tâm O, bán kính R = 3,15 cm. Từ một điểm A ở ngoài đường tròn vẽ hai tiếp tuyến AB và AC (B, C là hai tiếp điểm thuộc (O)). Tính diện tích phần giới hạn bởi hai tiếp tuyến và cung tròn nhỏ BC. Biết OA = a = 7,85 cm.



H.Dẫn:

- Tính α: $\cos\alpha = \frac{OB}{OA} = \frac{R}{a} = \frac{3,15}{7,85}$

$$\Rightarrow \alpha = \cos^{-1}\frac{3,15}{7,85}$$

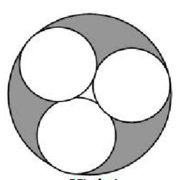
$S_{OBAC} = 2S_{OBA} = aR\sin\alpha$

$$S_{\text{quạt}} = \frac{\pi R^2.2\alpha}{360} = \frac{\pi R^2.\alpha}{180}$$

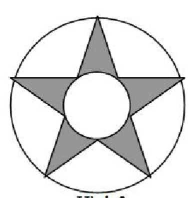
$$S_{\text{gạch}} = S_{OBAC} - S_{\text{quạt}} = aR\sin\alpha - \frac{\pi R^2.\alpha}{180} \approx 11,16 \quad (cm^2)$$

Bài 12: Tính diện tích phần được tô đậm trong hình tròn đơn vị (R = 1) (Xem hình 1)

Bài 13: Tính tỷ lệ diện tích của phần được tô đậm và diện tích phần còn lại trong hình tròn đơn vị (Xem hình 2)



Hình 1

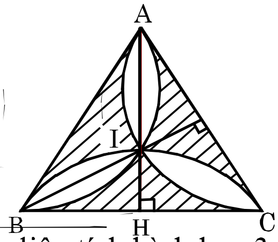


Hình 2

Để tải về mất 4 k nên chia sẻ cho các bạn hs không có điều kiện tải

Bài 14. Tính diện tích phần hình phẳng (phần gạch xọc) giới hạn bởi các cung tròn và các cạnh của tam giác đều *ABC* (xem hình vẽ),

biết: $AB = BC = CA = a = 5,75\ cm$.



Giải: $R = OA = OI = IA = \frac{2}{3}AH = \frac{2}{3}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra: $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ và $\widehat{AOI} = 60^0$.

Diện tích hình gạch xọc bằng diện tích tam giác ABC trừ diện tích hình hoa 3 lá (gồm 6 hình viên phân có bán kính R và góc ở tâm bằng 60^0).

$$S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}; \quad S_{\Delta O_1AI} = \frac{R^2\sqrt{3}}{4} = \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2\cdot\frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{12}.$$

Diện tích một viên phân: $\frac{\pi R^2}{6} - \frac{R^2\sqrt{3}}{4} = \frac{R^2}{2}\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{R^2(2\pi - 3\sqrt{3})}{12}$.

Tính theo *a*, diện tích một viên phân bằng: $\frac{a^2(2\pi - 3\sqrt{3})}{36}$;

$$S\text{ gạch xọc} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} - 6\cdot\frac{a^2(2\pi - 3\sqrt{3})}{36} = \frac{a^2(9\sqrt{3} - 4\pi)}{12}; \quad S\text{ gạch xọc} = \frac{5,75^2(9\sqrt{3} - 4\pi)}{12}.$$

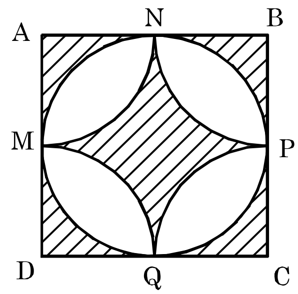
Bấm tiếp: 5,75 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{x^2}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{[(}$ 9 $\boxed{\times}$ 3 $\boxed{\sqrt{\ }}$ $\boxed{-}$ 4 $\boxed{\times}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\pi}$ $\boxed{)]}$ $\boxed{\div}$ 12 $\boxed{=}$

Kết quả: S gạch xọc $\approx$ 8,33 cm^2.

Bài 15: Viên gạch cạnh $a = 30\ cm$ có hoa văn như hình vẽ .

a) Tính diện tích phần gạch xọc của hình đã cho, chính xác đến 0,01 cm.

b) Tính tỉ số phần trăm giữa diện tích phần gạch xọc và diện tích viên gạch.



Giải: a) Gọi R là bán kính hình tròn.

Diện tích S một hình viên phân bằng:

$$S = \frac{\pi R^2}{4} - \frac{R^2}{2} = \frac{R^2}{4}(\pi - 2) = \frac{a^2}{16}(\pi - 2).$$

Vậy diện tích hình gồm 8 viên phân bằng $\frac{a^2}{2}(\pi - 2)$.

Diện tích phần gạch xọc bằng: $a^2 - \frac{a^2(\pi - 2)}{2} = \frac{a^2(4 - \pi)}{2}$.

Tính trên máy: 30 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{x^2}$ $\boxed{\text{Min}}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{[(}$ 4 $\boxed{-}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\pi}$ $\boxed{)]}$ $\boxed{\div}$ 2 $\boxed{=}$

$\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{7}$ $\boxed{2}$ (386.28) Vậy S gạch xọc $\approx$ 386,28 cm^2.

ấn phím tiếp: $\boxed{\div}$ $\boxed{\text{MR}}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\%}$ (42.92)

Tỉ số của diện tích phần gạch xọc và diện tích viên gạch là 42,92%.

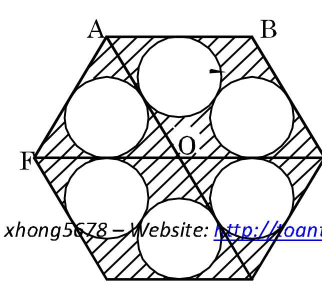
Đáp số: 386,28 cm^2; 42,92 %.

Bài 16: Nhân dịp kỷ niệm 990 năm Thăng Long, người ta cho lát lại đường ven hồ Hoàn Kiếm bằng các viên gạch hình lục giác đều. Dưới đây là viên gạch lục giác đều có 2 mầu (các hình tròn cùng một mầu, phần còn lại là mầu khác).

Hãy tính diện tích phần gạch cùng mầu và tỉ số diện tích giữa hai phần đó, biết rằng $AB = a = 15\ cm$.

Giải: Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đều

là: $R = \frac{1}{3}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$. Diện tích mỗi hình tròn là: $\pi R^2 = \frac{\pi a^2}{12}$



Diện tích 6 hình tròn là: $\frac{\pi a^2}{2}$.

Tính trên máy: 15 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{x^2}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{\pi}$ $\boxed{\div}$ 2 $\boxed{=}$ $\boxed{\text{Min}}$ (353.4291)

Để tải về mất 4 k nên chia sẻ cho các bạn hs không có điều kiện tải

Diện tích toàn bộ viên gạch là: $6\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$.

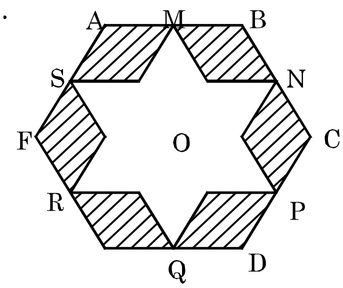
Diện tích phần gạch xọc là: $\frac{3a^2\sqrt{3}}{2}-\frac{\pi a^2}{2}$.

Bấm tiếp phím: 3 $\boxed{\times}$ 15 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{x^2}$ $\boxed{\times}$ 3 $\boxed{\sqrt{\ }}$ $\boxed{\div}$ $\boxed{=}$ $\boxed{-}$ $\boxed{\text{MR}}$ $\boxed{=}$ (231.13797)

ấn tiếp phím: $\boxed{\div}$ $\boxed{\text{MR}}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\%}$ *Kết quả*: 65.40

Đáp số: 353,42 cm^2 (6 hình tròn); 231,14 cm^2 (phần gạch xọc); 65,40 %

Bài 17: Viên gạch hình lục giác đều ABCDEF có hoa văn hình sao như hình vẽ, trong đó các đỉnh hình sao M, N, P, Q, R, S là trung điểm các cạnh của lục giác.



Viên gạch được tô bằng hai mầu (mầu của hình sao và mầu của phần còn lại).

Biết rằng cạnh của lục giác đều là a = 16,5 cm.

+ Tính diện tích mỗi phần (chính xác đến 0,01).

+ Tính tỉ số phần trăm giữa hai diện tích đó.

Giải: Diện tích lục giác $ABCDEF$ bằng: $S_1=6\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$.

Lục giác nhỏ có cạnh là $b=\frac{a}{2}$, 6 cánh sao là các tam giác đều cũng có cạnh là $b=\frac{a}{2}$. Từ đó suy ra: diện tích lục giác đều cạnh b là S_2 bằng: $S_2=\frac{3b^2\sqrt{3}}{2}=\frac{3a^2\sqrt{3}}{8}$, diện tích 6 tam giác đều cạnh b là S_3: $S_3=\frac{3a^2\sqrt{3}}{8}$.

Tính trên máy: 3 $\boxed{\times}$ 16.5 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{x^2}$ $\boxed{\times}$ 3 $\boxed{\sqrt{\ }}$ $\boxed{\div}$ 8 $\boxed{\times}$ 2 $\boxed{=}$ $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{7}$ $\boxed{2}$ (353.66) $\boxed{\text{Min}}$

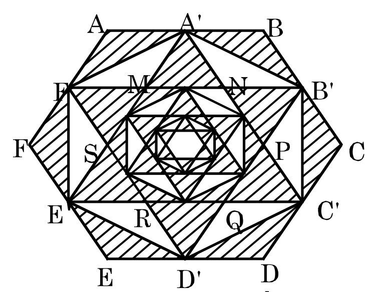
ấn tiếp phím: 3 $\boxed{\times}$ 16,5 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{x^2}$ $\boxed{\times}$ 3 $\boxed{\sqrt{\ }}$ $\boxed{\div}$ 2 $\boxed{=}$ $\boxed{-}$ $\boxed{\text{MR}}$ $\boxed{=}$ (353.66)

ấn tiếp phím: $\boxed{\div}$ $\boxed{\text{MR}}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\%}$ *Kết quả*: 100.

Vậy diện tích hai phần bằng nhau.

Lời bình: Có thể chứng minh mỗi phần có 12 tam giác đều bằng nhau, do đó diện tích hai phần bằng nhau. Từ đó chỉ cần tính diện tích lục giác đều và chia đôi.

Bài 18: Cho lục giác đều cấp 1 $ABCDEF$ có cạnh $AB=a=36\ mm$. Từ các trung điểm của mỗi cạnh dựng một lục giác đều $A'B'C'D'E'F'$ và hình sao 6 cánh cũng có đỉnh là các trung điểm A', B', C', D', E', F' (xem hình vẽ). Phần trung tâm của hình sao là lục giác đều cấp 2 $MNPQRS$. Với lục giác này ta lại làm tương tự như đối với lục giác ban đầu $ABCDEF$ và được hình sao mới và lục giác đều cấp 3. Đối với lục giác cấp 3, ta lại làm tương tự như trên và được lục giác đều cấp 4. Đến đây ta dừng lại. Các cánh hình sao cùng được tô bằng một mầu (gạch xọc), còn các hình thoi trong hình chia thành 2 tam giác và tô bằng hai mầu: mầu gạch xọc và mầu "trắng". Riêng lục giác đều cấp 4 cũng được tô mầu trắng.



a) Tính diện tích phần được tô bằng mầu "trắng" theo a.

b) Tính tỉ số phần trăm giữa diện tích phần "trắng" và diện tích hình lục giác ban đầu.

Giải: a) Chia lục giác thành 6 tam giác đều có cạnh là a bằng 3 đường chéo đi qua 2 đỉnh đối xứng qua tâm, từ đó ta có $S=6\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$. Chia lục giác $ABCDEF$ thành 24 tam giác đều có cạnh bằng $\frac{a}{2}$. Mỗi tam giác đều cạnh $\frac{a}{2}$ có diện tích bằng diện tích tam giác "trắng" $A'NB'$

Để tải về mất 4 k nên chia sẻ cho các bạn hs không có điều kiện tải

(xem hình vẽ). Suy ra diện tích 6 tam giác trắng vòng ngoài bằng $\frac{6}{24}=\frac{1}{4}$ diện tích lục giác cấp 1 $ABCDEF$.

Vậy diện tích 6 tam giác trắng vòng ngoài là: $\frac{1}{4}\cdot\frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$. (1)

b) Tương tự với cách tính trên ta có: $MN=b=\frac{a}{2}$; $c=\frac{b}{2}$.

Diện tích 6 tam giác trắng của lục giác cấp 2 $MNPQRS$ là: $\frac{1}{4}\cdot\frac{3b^2\sqrt{3}}{2}$. (2)

Diện tích 6 tam giác trắng của lục giác cấp 3 là: $\frac{1}{4}\cdot\frac{3c^2\sqrt{3}}{2}$. (3)

Diện tích lục giác trắng trong cùng bằng (với $d=\frac{c}{2}$): $\frac{3d^2\sqrt{3}}{2}$. (4)

Tóm lại ta có:

$$S_1=\frac{1}{4}\cdot\frac{3a^2\sqrt{3}}{2}=\frac{3a^2\sqrt{3}}{2^3}\ ;\quad S_2=\frac{1}{4}\cdot\frac{3b^2\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{4}\cdot\frac{3a^2\sqrt{3}}{2\cdot 2^2}=\frac{3a^2\sqrt{3}}{2^5};$$

$$S_3=\frac{1}{4}\cdot\frac{3c^2\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{4}\cdot\frac{3a^2\sqrt{3}}{2\cdot 4^2}=\frac{3a^2\sqrt{3}}{2^7};\quad S_4=\frac{3d^2\sqrt{3}}{2}=\frac{3a^2\sqrt{3}}{2\cdot 8^2}=\frac{3a^2\sqrt{3}}{2^7}.$$

$$S_{trắng}=S_1+S_2+S_3+S_4=3a^2\sqrt{3}\left(\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^5}+\frac{2}{2^7}\right)=\frac{3a^2\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{2^4+2^2+2}{2^6}.$$

ấn phím: 3 $\boxed{\times}$ 36 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{x^2}$ $\boxed{\times}$ 3 $\boxed{\sqrt{}}$ $\boxed{\div}$ 2 $\boxed{=}$ $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{7}$ $\boxed{2}$ (3367.11) $\boxed{\text{Min}}$

Vậy S_{ABCDEF} = 3367,11 mm^2.

ấn tiếp phím: 2 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{x^y}$ 4 $\boxed{+}$ 2 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{x}$ $\boxed{+}$ 2 $\boxed{=}$ $\boxed{\div}$ 2 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{x^y}$ 6 $\boxed{\times}$ $\boxed{\text{MR}}$ $\boxed{=}$ (1157.44) Vậy $S_{trắng}\approx 1157{,}44$ mm^2.

ấn tiếp phím: $\boxed{\div}$ $\boxed{\text{MR}}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\%}$ (34.38). Vậy $\frac{S_{trang}}{S_{ABCDEF}}\approx 34{,}38\%$.

Đáp số: 1157,44 mm^2 và 34,38%.

Bài 19: Cho hình vuông cấp một $ABCD$ với độ dài cạnh là $AB=a=40\,cm$. Lấy A, B, C, D làm tâm, thứ tự vẽ các cung tròn bán kính bằng a, bốn cung tròn cắt nhau tại M, N, P, Q. Tứ giác $MNPQ$ cũng là hình vuông, gọi là hình vuông cấp 2. Tương tự như trên, lấy M, N, P, Q làm tâm vẽ các cung tròn bán kính MN, được 4 giao điểm E, F, G, H là hình vuông cấp 3. Tương tự làm tiếp được hình vuông cấp 4 $XYZT$ thì dừng lại (xem hình vẽ).

a) Tính diện tích phần hình không bị tô mầu (phần để trắng theo a).

b) Tìm tỉ số phần trăm giữa hai diện tích tô mầu và không tô mầu.

Giải: a) Tính diện tích 4 cánh hoa trắng cấp 1 (bằng 4 viên phân trừ đi 2 lần diện tích hình vuông cấp 2).

$S_1=4\cdot\frac{\pi a^2}{4}-\frac{a^2}{2}-2b^2$ (b là cạnh hình vuông cấp 2).

Tương tự, tính diện tích 4 cánh hoa trắng cấp 2 và cấp 3:

$S_2=4(\frac{\pi b^2}{4}-\frac{b^2}{2})-2c^2$ (c là cạnh hình vuông cấp 3).

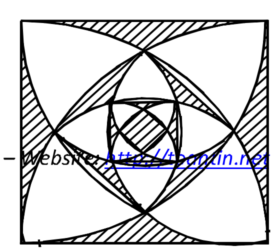
$S_3=(\frac{\pi c^2}{4}-\frac{c^2}{2})-2d^2$ (d là cạnh hình vuông cấp 4).

Rút gọn: $S_1=a^2(\pi-2)-2b^2$; $S_2=b^2(\pi-2)-2c^2$; $S_3=c^2(\pi-2)-2d^2$;

$S_{trắng}=S_1+S_2+S_3=\pi(a^2+b^2+c^2)-4(b^2+c^2)-2(a^2+d^2)$.

b) Ta có: $\widehat{MCQ}=30^0$; $b=QM=2MK=2a.\sin 15^0=a(2\sin 15^0)$.

Tương tự: $c=2b.\sin 15^0=a(2\sin 15^0)^2$; $d=2c.\sin 15^0=a(2\sin 15^0)^3$.



Để tải về mất 4 k nên chia sẻ cho các bạn hs không có điều kiện tải

Ký hiệu $x = 2\sin 15^0$, ta có: $b = a.x;\ c = ax^2;\ \ d = ax^3$.

Thay vào công thức tính diện tích $S_{\text{trắng}}$ ta được:

$$S_{\text{trắng}} = \pi\,(a^2 + a^2x^2 + a^2x^4) - 4(a^2x^2 + a^2x^4) - 2(a^2 + a^2x^6)$$
$$= \pi a^2(1 + x^2 + x^4) - 4a^2(x^2 + x^4) - 2a^2(1 + x^6)$$

ấn phím: 15 $\boxed{\circ,,,}$ $\boxed{\sin}$ $\boxed{\times}$ 2 $\boxed{=}$ $\boxed{\text{Min}}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{x^y}$ 4 $\boxed{+}$ $\boxed{\text{MR}}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{x^2}$

$\boxed{+}$ 1 $\boxed{=}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\pi}$ $\boxed{\times}$ 40 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{x^2}$ $\boxed{-}$ 4 $\boxed{\times}$ 40 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{x^2}$ $\boxed{\times}$

$\boxed{[(}$ $\boxed{\text{MR}}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{x^2}$ $\boxed{+}$ $\boxed{\text{MR}}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{x^y}$ 4 $\boxed{)]}$ $\boxed{-}$ 2 $\boxed{\times}$ 40 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{x^2}$ $\boxed{\times}$

$\boxed{[(}$ 1 $\boxed{+}$ $\boxed{\text{MR}}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{x^y}$ 6 $\boxed{=}$ $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{7}$ $\boxed{2}$ (1298.36) $\boxed{\text{Min}}$

Vậy $S_{\text{trắng}} \approx 1298{,}36\ \text{cm}^2$.

Bấm tiếp phím: 40 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{x^2}$ $\boxed{-}$ $\boxed{\text{MR}}$ $\boxed{=}$ (301.64)

Vậy $S_{\text{gạch xọc}} \approx 301{,}64\ \text{cm}^2$.

Bấm tiếp phím: $\boxed{\div}$ $\boxed{\text{MR}}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\%}$ (23.23)

Vậy $\dfrac{S_{\text{gach xoc}}}{S_{\text{trang}}} \approx 23{,}23\%$.

Đáp số: $1298{,}36\ \text{cm}^2$; 23,23%.

Bài 20: Cho tam giác đều ABC có cạnh là $a = 33{,}33\,cm$ và tâm là O. Vẽ các cung tròn qua hai đỉnh và trọng tâm O của tam giác được hình 3 lá. Gọi A', B', C' là các trung điểm các cạnh BC, CA và AB.

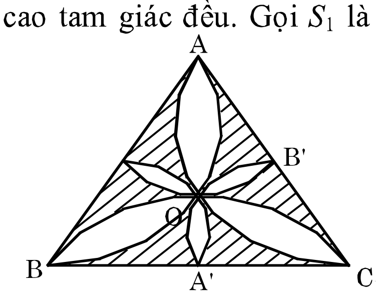
Ta lại vẽ các cung tròn qua hai trung điểm và điểm O, ta cũng được hình 3 lá nhỏ hơn.

a) Tính diện tích phần cắt bỏ (hình gạch xọc) của tam giác ABC để được hình 6 lá còn lại.

b) Tính tỉ số phần trăm giữa phần cắt bỏ và diện tích của tam giác ABC.

Giải: $A'B'C'$ cũng là tam giác đều nhận O làm tâm (vì AA', BB', CC' cũng là các đường cao, đường trung tuyến của $\Delta\ A'B'C'$). 6 chiếc lá chỉ có điểm chung duy nhất là O, nghĩa là không có phần diện tích chung.

Mỗi viên phân có góc ở tâm bằng 60^0, bán kính bằng $\frac{2}{3}$ đường cao tam giác đều. Gọi S_1 là diện tích 1 viên phân. Khi ấy $S_1 = \dfrac{\pi OA^2}{6} - \dfrac{OA^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{OA^2}{12}(2\pi - 3\sqrt{3})$.



Ta có: $OA = \dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Gọi S là diện tích 3 lá lớn, S' là diện tích 3 lá nhỏ. Khi ấy:

$$S = 6S_1 = \frac{OA^2}{2}(2\pi - 3\sqrt{3}) = \frac{a^2}{6}(2\pi - 3\sqrt{3}).$$

Gọi cạnh tam giác đều $A'B'C'$ là b, tương tự ta cũng có:

$$S' = \frac{b^2}{6}(2\pi - 3\sqrt{3}) = \frac{a^2}{24}(2\pi - 3\sqrt{3}).$$

Tổng diện tích 6 lá là: $S + S' = (2\pi - 3\sqrt{3})\left(\dfrac{a^2}{6} + \dfrac{a^2}{24}\right)$.

Diện tích phần gạch xọc (phần cắt bỏ) là S''.

$$S'' = S_{\Delta ABC} - (S + S') = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} - (2\pi - 3\sqrt{3})\left(\frac{a^2}{6} + \frac{a^2}{24}\right) = \left(\frac{7\sqrt{3}}{8} - \frac{5}{12}\pi\right)a^2.$$

Tính $S_{\Delta ABC}$: 33.33 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{x^2}$ $\boxed{\times}$ 3 $\boxed{\sqrt{\ }}$ $\boxed{\div}$ 4 $\boxed{=}$ (481.0290040) $\boxed{\text{Min}}$

Tính S'' : 7 $\boxed{\times}$ 3 $\boxed{\sqrt{\ }}$ $\boxed{\div}$ 8 $\boxed{-}$ 5 $\boxed{\div}$ 12 $\boxed{\times}$ $\boxed{\pi}$ $\boxed{=}$ $\boxed{\times}$ 33.33 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{x^2}$ $\boxed{=}$ (229.4513446)

Vậy $S'' \approx 229{,}45\ \text{cm}^2$.

Để tải về mất 4 k nên chia sẻ cho các bạn hs không có điều kiện tải

ấn tiếp phím để tính $\frac{S''}{S_{ABC}}$: ÷ MR SHIFT % *Kết quả*: 47.70

Đáp số: $S'' \approx 229,45\ cm^2$; $\frac{S''}{S_{ABC}} \approx 47,70\ \%$.

Bài tập tổng hợp

Bài 1: Tìm chữ số thập phân thứ 15 sau dấu phẩy của $\sqrt{2003}$.

Bài 2: Tìm chữ số thập phân thứ 2004 sau dấu phẩy trong kết quả của phép chia 1 cho 53?

Bài 3: Tính 2012003^2.

Bài 4: Tìm các số nguyên dương x và y sao cho $x^2 + y^2 = 2009$ và $x > y$.

Bài 5: Tính gần đúng giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của phân thức $A = \frac{2x^2 - 7x + 1}{x^2 + 4x + 5}$

Bài 6: Cho $x^{1000} + y^{1000} = 6,912$ và $x^{2000} + y^{2000} = 33,76244$. Tính $x^{3000} + y^{3000}$.

Bài 7: Tìm x, y nguyên dương thỏa mãn phương trình: $y = \sqrt[3]{18 + \sqrt{x+1}} + \sqrt[3]{18 - \sqrt{x+1}}$.

Bài 8: a) Nêu một phương pháp (kết hợp trên máy và trên giấy) tính chính xác kết quả của phép tính sau: A = 12578963 x 14375

b) Tính chính xác A

c) Tính chính xác của số: $B = 123456789^2$

d) Tính chính xác của số: $C = 1023456^3$

ĐS: A = 180822593125 B=15241578750190521 C=1072031456922402816

Bài 9: *(Thi giải Toán trên MTBT khu vực - Năm học 2003-2004)*

Tính kết quả đúng của các tích sau:

a) M = 2222255555 x 2222266666

b) N = 20032003 x 20042004

Đáp số: a) M = 4938444443209829630 b) N = 401481484254012

Bài 10: *(Thi giải Toán trên MTBT lớp 12 tỉnh Thái Nguyên - Năm học 2003-2004)*

Tính kết quả đúng của các phép tính sau:

a) A = 1,123456789 - 5,02122003

b) B = 4,546879231 + 107,3564177895

Bài 11: *(Thi giải Toán trên MTBT lớp 10 + 11 tỉnh Thái Nguyên - Năm học 2003-2004)*

Tính kết quả đúng của phép tính sau:

A = 52906279178,48 : 565,432

Bài 12: Tính chính xác của số $A = \left(\frac{10^{12} + 2}{3}\right)^2$

HD:

- Dùng máy tính, tính một số kết quả:

$$\frac{10^2 + 2}{3} = 34 \quad \text{và} \quad \left(\frac{10^2 + 2}{3}\right)^2 = 1156$$

$$\frac{10^3 + 2}{3} = 334 \quad \text{và} \quad \left(\frac{10^3 + 2}{3}\right)^2 = 111556$$

$$\frac{10^4 + 2}{3} = 3334 \quad \text{và} \quad \left(\frac{10^4 + 2}{3}\right)^2 = 11115556$$

Nhận xét: $\frac{10^k + 2}{3}$ là số nguyên có (k - 1) chữ số 3, tận cùng là số 4

$\left(\frac{10^k + 2}{3}\right)^2$ là số nguyên gồm k chữ số 1, (k - 1) chữ số 5, chữ số cuối cùng là 6

* Ta dễ dàng chứng minh được nhận xét trên là đúng và do đó:

A = 111111111111555555555556

Lê Xuân H?ng – ĐT: 0982 590930 – Mail: xhong5678@gmail.com –Nick yahoo: xhong5678 – Website: http://toantin.net

Để tải về mất 4 k nên chia sẻ cho các bạn hs không có điều kiện tải

Bài 13: Tìm số tự nhiên nhỏ nhất n sao cho $2^8+2^{11}+2^n$ là số chính phương

HD: Ta phân tích $2^8+2^{11}+2^n = 2^8(9+2^{n-8})$ vậy n = 12

Bài 14: Tìm tất cả các số dạng $\overline{34x5y}$ chia hết cho 36.

Bài 15: Tìm một số biết nếu nhân số đó với 12 rồi thêm vào lập phương của số đó thì kết quả bằng 6 lần bình phương số đó cộng với 35.