|  |  |
| --- | --- |
| **TRƯỜNG THCS CÔNG LIÊM***(Đề thi gồm 01 trang)* | **ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HSG** **NĂM HỌC 2023-2024. MÔN: TOÁN 8***(Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian giao đề)* |

1. **(4 điểm)** Cho biểu thức: 
a) Rút gọn biểu thức .
b) Tìm  để  có giá trị nguyên.
c) Tìm  để .
2. **(4 điểm)**

a) Giải phương trình sau: 
b) Tìm các số nguyên ,  thỏa mãn : .

1. **(4 điểm)**

a) Cho  và . Chứng minh rằng nếu  thì .

b) Cho  (với  ). Chứng minh  không phải là số chính phương.
c) Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên  ta có .

1. **(6 điểm)** Cho hình thang . Gọi  là giao điểm của  với  và  là giao điểm của  với . Gọi  và  lần lượt là trung điểm của  và .
a) Chứng minh: .
b) Chứng minh: Bốn điểm  thẳng hàng.
c) Giả sử  và diện tích hình thang  bằng . Hãy tính diện tích tứ giác  theo .
2. **(2 điểm)** Cho  là các số thực dương thay đổi thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

.

🙢**HẾT**🙠

**ĐÁP ÁN** **ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HSG**

**NĂM HỌC 2023-2024. MÔN: TOÁN 8**

1. **(4 điểm)** Cho biểu thức: 
a) Rút gọn biểu thức .
b) Tìm  để  có giá trị nguyên.
c) Tìm  để .

 **Lời giải**

a) ĐKXĐ: .











Vậy với  thì 

b) Ta có: 

 mà 

Từ đó suy ra .

Kết hợp với ĐKXĐ được .

c) 

Mà  nên  và  và 

Kết hợp với ĐKXĐ được  và .

1. **(4 điểm)**

a) Giải phương trình sau: 
b) Tìm các số nguyên ,  thỏa mãn : .

**Lời giải**

 a) 

Đặt . Với 

Phương trình đã cho trờ thành:

..

Kết hợp với điều kiện ta được 

Do đó ta có: 

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất .

b) Tìm các số nguyên , thỏa mãn : .







 nguyên suy ra  là ước của 

Từ đó tìm được các cặp 

1. **(4 điểm)**

a) Cho  và . Chứng minh rằng nếu  thì .

b) Cho  (với  ). Chứng minh  không phải là số chính phương.
c) Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên  ta có .

**Lời giải**

a) Cho  và . Chứng minh rằng nếu  thì .

Từ  Bình phương hai vế suy ra 

Đặt 



b) Cho  (với  ). Chứng minh  không phải là số chính phương.

Biến đổi 

với  thì 

và  vì 

Vậy  không là số chính phương

 không là số chính phương.

c) Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên  ta có .



Vì  nên ta có điều phải chứng minh.

1. **(6 điểm)** Cho hình thang . Gọi  là giao điểm của  với  và  là giao điểm của  với . Gọi  và  lần lượt là trung điểm của  và .
a) Chứng minh: .
b) Chứng minh: Bốn điểm  thẳng hàng.
c) Giả sử  và diện tích hình thang  bằng . Hãy tính diện tích tứ giác  theo .

**Lời giải**



Chứng minh: 

Chứng minh được:  đồng dạng với 

Suy ra 

Chứng minh được:  đồng dạng với 

Suy ra 

Từ (1) và (2) suy ra 

1. Chứng minh: Bốn điểm  thẳng hàng.

Ta có:  và  (vì , soletrong )(4)

Từ (3) và (4) suy ra  đồng dạng với 

Do đó . Suy ra  thẳng hàng 

Ta lại có:  và chung (6)

Từ (5) và (6) suy ra  đồng dạng với 

Do đó . Suy ra  thẳng hàng 

Từ  và  suy ra bốn điểm  thẳng hàng.

1. ) Giả sử  và diện tích hình thang  bằng . Hãy tính diện tích tứ giác  theo .

Ta có 

Ta lại có 

Từ (7) và (8) suy ra .

1. **(2 điểm)** Cho  là các số thực dương thay đổi thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

.

**Lời giải**

 Kết hợp với giả thiết ta có



Suy ra 

Do đó





 Từ giả thiết , do đó ta được 

Bất đả̉ng thức trên trở thành

 

Bất đả̉ng thức cuối cùng luôn đúng do .

Do đó 

Suy ra .

Dấu “=” xảy ra khi 

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức  là 4 khi 

🙢**HẾT**🙠







