

Bồi dưỡng năng lực
Tự học

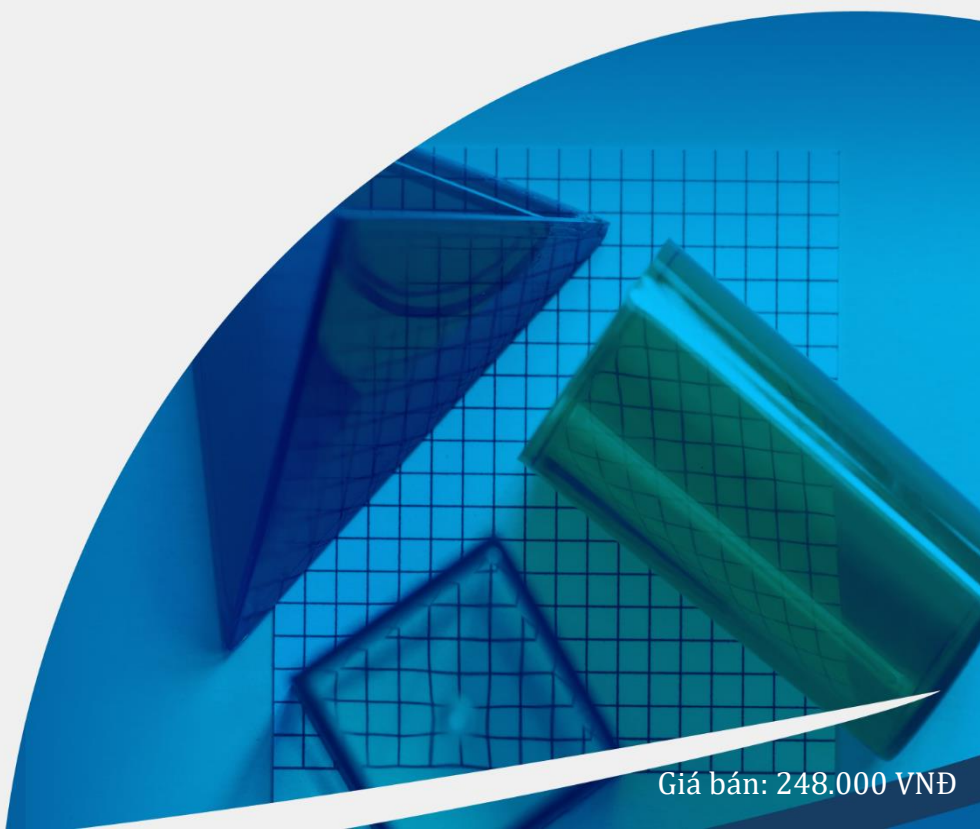
TOÁN 8

(dùng chung cho tất cả các bộ sách)

2024

LƯU HÀNH NỘI BỘ

2025



Giá bán: 248.000 VNĐ

MỤC LỤC

CHƯƠNG 1. BIỂU THỨC ĐẠI SỐ	9
Bài 1. ĐƠN THỨC VÀ ĐA THỨC NHIỀU BIẾN	9
I. ĐƠN THỨC	9
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	9
B. BÀI TẬP CƠ BẢN	10
II. ĐƠN THỨC THỨC THU GỌN	11
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	11
B. BÀI TẬP CƠ BẢN	12
III. CỘNG, TRỪ ĐƠN THỨC ĐỒNG DẠNG	13
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	14
B. BÀI TẬP CƠ BẢN	14
IV. ĐA THỨC THU GỌN	15
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	15
B. BÀI TẬP CƠ BẢN	16
C. BÀI TẬP TỰ RÈN	16
Bài 2. CÁC PHÉP TOÁN VỚI ĐA THỨC NHIỀU BIẾN	18
I. CỘNG, TRỪ HAI ĐA THỨC	18
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	18
B. BÀI TẬP CƠ BẢN	19
II. NHÂN HAI ĐA THỨC	20
I. NHÂN HAI ĐƠN THỨC	20
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	20
B. BÀI TẬP CƠ BẢN	21
III. LŨY THỪA CỦA MỘT SỐ HỮU TỈ	22
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	22
B. BÀI TẬP CƠ BẢN	22
III. NHÂN HAI ĐA THỨC	22
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	23
B. BÀI TẬP CƠ BẢN	23
II. CHIA ĐA THỨC CHO ĐƠN THỨC	24
I. CHIA ĐƠN THỨC CHO ĐƠN THỨC	24
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	24

B. BÀI TẬP CƠ BẢN	24
II. CHIA ĐA THỨC CHO ĐƠN THỨC	25
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	25
B. BÀI TẬP CƠ BẢN	25
C. BÀI TẬP TỰ RÈN	25
D. BÀI TẬP LUYỆN TẬP CHUNG	27
BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG	27
PHẦN TRẮC NGHIỆM	27
PHẦN TỰ LUẬN	28
Bài 3. HẰNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ	29
I. BÌNH PHƯƠNG CỦA MỘT TỔNG, MỘT HIỆU	29
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	29
B. BÀI TẬP CƠ BẢN	30
II. HIỆU CỦA HAI BÌNH PHƯƠNG	31
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	31
B. BÀI TẬP CƠ BẢN	31
III. LẬP PHƯƠNG CỦA MỘT TỔNG, MỘT HIỆU	32
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	32
B. BÀI TẬP CƠ BẢN	32
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	33
B. BÀI TẬP CƠ BẢN	33
C. BÀI TẬP TỰ RÈN	34
Bài 4. PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ	37
I. PHƯƠNG PHÁP ĐẶT NHÂN TỬ CHUNG	37
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	37
B. BÀI TẬP CƠ BẢN	37
II. PHƯƠNG PHÁP NHÓM HẠNG TỬ	38
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	38
B. BÀI TẬP CƠ BẢN	38
III. PHƯƠNG PHÁP SỬ DỤNG HẰNG ĐẲNG THỨC	39
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	39
B. BÀI TẬP CƠ BẢN	39
C. BÀI TẬP TỰ RÈN	40
Bài 5. PHÂN THỨC ĐẠI SỐ	44

I. PHÂN THỨC ĐẠI SỐ.....	44
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	44
B. BÀI TẬP CƠ BẢN.....	45
II. HAI PHÂN THỨC BẰNG NHAU.....	46
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	46
B. BÀI TẬP CƠ BẢN.....	46
III. TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA PHÂN THỨC.....	47
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	47
B. BÀI TẬP CƠ BẢN.....	48
C. BÀI TẬP TỰ RÈN	49
Bài 6. CỘNG TRỪ PHÂN THỨC.....	50
I. CỘNG, TRỪ HAI PHÂN THỨC CÙNG MẪU.....	50
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	50
B. BÀI TẬP CƠ BẢN.....	50
II. QUY ĐỒNG MẪU NHIỀU PHÂN THỨC.....	51
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	51
B. BÀI TẬP CƠ BẢN.....	52
III. CỘNG, TRỪ HAI PHÂN THỨC KHÁC MẪU.....	52
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	52
B. BÀI TẬP CƠ BẢN.....	53
C. BÀI TẬP TỰ RÈN	55
Bài 7. NHÂN - CHIA PHÂN THỨC.....	55
I. NHÂN HAI PHÂN THỨC.....	55
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	55
B. BÀI TẬP CƠ BẢN.....	56
II. CHIA HAI PHÂN THỨC.....	57
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	57
B. BÀI TẬP CƠ BẢN.....	58
C. BÀI TẬP TỰ RÈN	58
BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG.....	60
PHẦN TRẮC NGHIỆM.....	60
PHẦN TỰ LUẬN.....	62
CHƯƠNG 2. CÁC HÌNH KHỐI TRONG THỰC TIỄN.....	65
Bài 1. HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU – HÌNH CHÓP TỨ GIÁC ĐỀU.....	65

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	65
B. BÀI TẬP CƠ BẢN	66
Bài 2. DIỆN TÍCH XUNG QUANH VÀ THỂ TÍCH HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU – HÌNH CHÓP TỨ GIÁC ĐỀU	68
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	68
B. BÀI TẬP CƠ BẢN	69
C. BÀI TẬP TỰ RÈN	73
BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG	75
CHƯƠNG 3: CÁC ĐỊNH LÝ PYTAGORE - CÁC LOẠI TỨ GIÁC THƯỜNG GẶP	82
Bài 1. ĐỊNH LÝ PYTHAGORE	82
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	82
B. BÀI TẬP CƠ BẢN	82
C. BÀI TẬP TỰ RÈN	84
BÀI 2. TỨ GIÁC	86
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	86
B. BÀI TẬP CƠ BẢN	87
C. BÀI TẬP TỰ RÈN	88
Bài 3. HÌNH THANG - HÌNH THANG VUÔNG - HÌNH THANG CÂN	88
I. HÌNH THANG	88
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	88
B. BÀI TẬP CƠ BẢN	89
II. HÌNH THANG VUÔNG	90
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	90
B. BÀI TẬP CƠ BẢN	91
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	91
B. BÀI TẬP CƠ BẢN	92
C. BÀI TẬP TỰ RÈN	93
Bài 4. HÌNH BÌNH HÀNH	95
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	95
B. BÀI TẬP CƠ BẢN	95
C. BÀI TẬP TỰ RÈN	99
Bài 5. HÌNH THOI	101
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	101
B. BÀI TẬP CƠ BẢN	102

C. BÀI TẬP TỰ RÈN	104
BÀI 6. HÌNH CHỮ NHẬT	106
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	106
B. BÀI TẬP CƠ BẢN	106
B. BÀI TẬP TỰ RÈN.....	109
Bài 7. HÌNH VUÔNG.....	113
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	113
B. BÀI TẬP CƠ BẢN.....	113
C. BÀI TẬP TỰ RÈN	115
CHƯƠNG 4. MỘT SỐ YẾU TỐ THỐNG KÊ	118
BÀI 1. THU THẬP VÀ PHÂN LOẠI DỮ LIỆU	118
I. THU THẬP DỮ LIỆU	118
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	118
B. BÀI TẬP CƠ BẢN.....	119
II. PHÂN LOẠI DỮ LIỆU THEO CÁC TIÊU CHÍ.....	120
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	121
B. BÀI TẬP CƠ BẢN.....	121
III. TÍNH HỢP LÍ CỦA DỮ LIỆU	122
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	123
B. BÀI TẬP CƠ BẢN.....	124
C. BÀI TẬP TỰ RÈN	125
BÀI 2. LỰA CHỌN DẠNG BIỂU ĐỒ ĐỂ BIỂU DIỄN DỮ LIỆU	128
I. LỰA CHỌN DẠNG BIỂU ĐỒ ĐỂ BIỂU DIỄN DỮ LIỆU.....	128
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	129
B. BÀI TẬP CƠ BẢN.....	130
II. CÁC DẠNG BIỂU DIỄN KHÁC NHAU CHO MỘT TẬP DỮ LIỆU	133
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	133
B. BÀI TẬP CƠ BẢN.....	136
BÀI 3. PHÂN TÍCH DỮ LIỆU	138
I. PHÁT HIỆN VẤN ĐỀ QUA PHÂN TÍCH DỮ LIỆU THỐNG KÊ.....	138
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	138
B. BÀI TẬP CƠ BẢN.....	139
II. HƯỚNG DẪN GIẢI QUYẾT CÁC VẤN ĐỀ QUA PHÂN TÍCH BIỂU ĐỒ THỐNG KÊ	139
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	139

B. BÀI TẬP CƠ BẢN	140
C. BÀI TẬP TỰ RÈN	141
BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG	142
CHƯƠNG 5: HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ.....	145
Bài 1. KHÁI NIỆM VỀ HÀM SỐ	145
I. KHÁI NIỆM HÀM SỐ.....	145
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	146
B. BÀI TẬP CƠ BẢN.....	147
Bài 2: GIÁ TRỊ CỦA HÀM SỐ	149
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	149
B. BÀI TẬP CƠ BẢN.....	150
C. BÀI TẬP TỰ RÈN	150
Bài 3. TỌA ĐỘ CỦA MỘT ĐIỂM VÀ ĐỒ THỊ HÀM SỐ.....	152
I. TỌA ĐỘ CỦA MỘT ĐIỂM.....	152
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	152
B. BÀI TẬP CƠ BẢN.....	154
III. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ	154
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	154
B. BÀI TẬP CƠ BẢN.....	155
BÀI 4: HÀM SỐ BẬC NHẤT $y = ax + b$ ($a \neq 0$).....	157
I. HÀM SỐ BẬC NHẤT.....	157
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	157
B. BÀI TẬP CƠ BẢN.....	158
II. BẢNG GIÁ TRỊ CỦA HÀM SỐ BẬC NHẤT.....	158
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	158
B. BÀI TẬP CƠ BẢN.....	159
III. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ BẬC NHẤT.....	160
ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ $y = ax$ ($a \neq 0$)	160
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	160
B. BÀI TẬP CƠ BẢN.....	161
ĐỒ THỊ HÀM SỐ $y = ax + b$ ($a \neq 0, b \neq 0$).....	161
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	161
B. BÀI TẬP CƠ BẢN.....	163
Bài 5. HỆ SỐ GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG	166

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	166
B. BÀI TẬP CƠ BẢN	168
C. BÀI TẬP TỰ RÈN	168
BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG	170
CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM	170
BÀI TẬP TỰ LUẬN.....	171
CHƯƠNG 6. PHƯƠNG TRÌNH.....	173
Bài 1. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN.....	173
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	173
B. BÀI TẬP CƠ BẢN	174
Bài 2. GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH	175
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	175
B. BÀI TẬP CƠ BẢN	176
CHƯƠNG 7 ĐỊNH LÍ THALES.....	178
Bài 1. ĐỊNH LÍ THALES TRONG TAM GIÁC.....	178
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	178
B. BÀI TẬP CƠ BẢN	181
Bài 2. ĐƯỜNG TRUNG BÌNH CỦA MỘT TAM GIÁC.....	190
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	190
B. BÀI TẬP CƠ BẢN	191
C. BÀI TẬP TỰ RÈN	193
BÀI 3. TÍNH CHẤT ĐƯỜNG PHÂN GIÁC CỦA TAM GIÁC	194
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	194
B. BÀI TẬP CƠ BẢN	195
C. BÀI TẬP TỰ RÈN	196
BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG	199
CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM	199
BÀI TẬP TỰ LUẬN.....	200
CHƯƠNG 8. HÌNH ĐỒNG DẠNG.....	203
Bài 1. TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG.....	203
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	203
B. BÀI TẬP CƠ BẢN	205
BÀI 2. CÁC TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG CỦA HAI TAM GIÁC	206
B. BÀI TẬP CƠ BẢN	208

C. BÀI TẬP TỰ RÈN	212
C. BÀI TẬP TỰ RÈN	217
Bài 3. CÁC TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG CỦA TAM GIÁC VUÔNG.....	218
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	218
B. BÀI TẬP CƠ BẢN	220
Bài 4: HAI HÌNH ĐỒNG DẠNG.	223
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	224
B. BÀI TẬP CƠ BẢN	226
BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG	227
CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM	227
BÀI TẬP TỰ LUẬN.....	228
CHƯƠNG 9 MỘT SỐ YẾU TỐ XÁC SUẤT.....	229
Bài 1: MÔ TẢ XÁC SUẤT BẰNG TỈ SỐ.....	229
I. KẾT QUẢ THUẬN LỢI:	229
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	229
B. BÀI TẬP CƠ BẢN	230
II. MÔ TẢ XÁC SUẤT BẰNG TỈ SỐ.....	230
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	230
B. BÀI TẬP CƠ BẢN	232
Bài 2. XÁC SUẤT LÝ THUYẾT VÀ XÁC SUẤT THỰC NGHIỆM.....	233
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ	234
B. BÀI TẬP CƠ BẢN	235
BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG	237
CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM	237
BÀI TẬP TỰ LUẬN.....	238

CHƯƠNG 1. BIỂU THỨC ĐẠI SỐ



Một chiếc du thuyền chạy trên sông Sài Gòn dự cuộc đua trên một khúc sông dài 3km. Lúc ngược dòng thì chiếc du thuyền có tốc độ trung bình là x km/h, còn khi xuôi dòng thì tốc độ nhanh hơn 2 km/h. Thời gian chiếc du thuyền đi xuôi dòng là $\frac{3}{x+2}$ giờ. Biểu thức $\frac{3}{x+2}$ được gọi là phân thức đại số.

Bài 1. ĐƠN THỨC VÀ ĐA THỨC NHIỀU BIẾN.**I. ĐƠN THỨC****A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ**

Định nghĩa: Đơn thức là biểu thức đại số chỉ gồm một số, hoặc một biến, hoặc một tích giữa các số và các biến.

Đa thức là một tổng của những đơn thức. Mỗi đơn thức trong tổng gọi là một hạng tử của đa thức đó.

Lưu ý:

- Mỗi đơn thức cũng được coi là một đa thức (chỉ chứa một hạng tử).
- Số 0 được gọi đơn thức không, cũng gọi là đa thức không.

Ví dụ: 5 ; $-\frac{2}{7}x^3y(-4x)$; $3xy$;...

Bậc của đơn thức

+ Bậc của đơn thức có hệ số khác 0 là tổng số mũ của tất cả các biến có trong đơn thức đó.

+ Số thực khác 0 là đơn thức bậc không.

+ Số 0 được coi là đơn thức không có bậc.

Ví dụ 1. Cho các biểu thức sau: $-9x$; $3xy^2 + y - x - 5$; $\frac{3}{5}x^3y^2t$; $\sqrt{3}$; \sqrt{x} ; $4ab\left(-\frac{1}{2}\right)a^2$; $\frac{y}{x}$;

$$xy - \frac{1}{3}xz.$$

Trong số các biểu thức trên, hãy chỉ ra:

- Các đơn thức.
- Các đa thức và số hạng tử của chúng.

Hướng dẫn giải

a) Các đơn thức là: $-9x$; $\frac{3}{5}x^3y^2t$; $\sqrt{3}$; $4ab\left(-\frac{1}{2}\right)a^2$.

b) Các đa thức gồm:

- Các đơn thức ở câu a) đều có một hạng tử.

- Đa thức $3xy^2 + y - x - 5$ có bốn hạng tử và đa thức $xy - \frac{1}{3}xz$ có hai hạng tử.

Chú ý: Các biểu thức \sqrt{x} ; $\frac{y}{x}$ không phải là đơn thức (do đó cũng không phải là đa thức), vì biểu thức đầu chứa phép toán lấy căn bậc hai số học của biến x , biểu thức sau chứa phép toán chia giữa hai biến y và x .

Ví dụ 2. Tính giá trị của các đơn thức, đa thức sau tại $x = 4, y = -\frac{1}{6}$.

- $3x^2y$.
- $x^2 - 6xy + 36y^2$.

Hướng dẫn giải

a) Thay $x = 4, y = -\frac{1}{6}$ vào đơn thức $3x^2y$ ta được $3 \cdot 4^2 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) = -8$.

b) Thay $x = 4, y = -\frac{1}{6}$ vào đa thức $x^2 - 6xy + 36y^2$, ta được:

$$4^2 - 6 \cdot 4 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) + 36 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right)^2 = 16 + 4 + 1 = 21.$$

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1. Bạn Bình viết ba ví dụ về đơn thức như sau: $(5-x)x^2$; $-\frac{5}{9}x^2y$; -5 . Em hãy

kiểm tra xem bạn viết đã đúng chưa.

Bài 2. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đơn thức?

- $\frac{2}{5} + x^2y$.
- $9x^2yz$.
- $15,5$.
- $1 - \frac{5}{9}x^3$.

Bài 3. Cho các biểu thức sau:

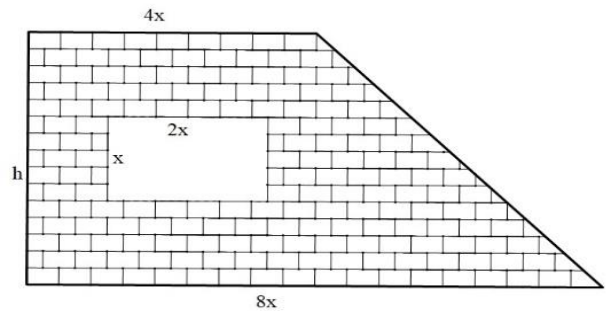
$$ab^2 - \pi r^2; \frac{4\pi r^3}{3}; \frac{p}{2\pi}; 2x - \frac{1}{y}; 0; -\frac{1}{\sqrt{3}}; x^3 + 2x^2 - x + 4.$$

Trong các biểu thức trên, hãy chỉ ra:

- 1) Các đơn thức.
- 2) Các đa thức và số hạng tử của chúng.

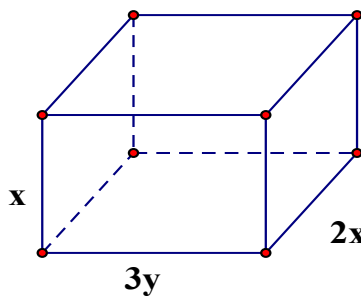
Bài 4. Một bức tường hình thang vuông có cửa sổ hình chữ nhật với các kích thước như hình bên (tính bằng m).

- 1) Viết biểu thức biểu thị diện tích bức tường (không tính phần cửa sổ).
- 2) Tính giá trị diện tích trên khi $x = 3\text{m}; h = 4\text{m}$.



II. ĐƠN THỨC THỨC THU GỌN

Để tính thể tích của hình hộp chữ nhật ở hình bên, bạn An viết $V = 3y \cdot x \cdot 2x$, còn bạn Tâm viết $V = 6x^2y$. Nêu nhận xét về kết quả của hai bạn.



A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Đơn thức thu gọn là đơn thức chỉ gồm tích của một số với các biến mà mỗi biến chỉ xuất hiện một lần dưới dạng nâng lên lũy thừa với số mũ nguyên dương.

Thừa số là một số nói trên được gọi là hệ số, tích của các thừa số còn lại gọi là phần biến của đơn thức thu gọn.

Lưu ý:

- a) Tổng số mũ của tất cả các biến có trong đơn thức (có hệ số khác 0) gọi là bậc của đơn thức đó.
- b) Ta coi một số khác 0 là đơn thức thu gọn, có hệ số bằng chính số đó và có bậc bằng 0
- c) Đơn thức không (số 0) không có bậc.
- d) Khi viết đơn thức thu gọn ta thường viết hệ số trước, phần biến sau và các biến được viết theo thứ tự bảng chữ cái.

Ví dụ 3.

a) Đơn thức nào sau đây là đơn thức thu gọn? Chỉ ra hệ số và bậc của mỗi đơn thức đó.

$$5xy^2z; -x^2yz^3; -\sqrt{5}; -5x^3 \cdot 3yz^2; -\frac{1}{4}xy^3x^2.$$

b) Hãy thu gọn các đơn thức còn lại.

Hướng dẫn giải

a) $5xy^2z$ có hệ số là 5, bậc bằng $1+2+1=4$.

$-x^2yz^3$ có hệ số là -1, bậc bằng $2+1+3=6$.

$-\sqrt{5}$ có hệ số bằng $-\sqrt{5}$, bậc bằng 0.

$-5x^3 - 3yz^2$ và $-\frac{1}{4}xy^3x^2$ không phải là đơn thức thu gọn, vì trong tích $-5x^3 \cdot 3yz^2$

có hai số là -5 và $-\frac{1}{4}x^3x^2$ có biến x xuất hiện hai lần.

b) Thu gọn:

$$-5x^3 \cdot 3yz^2 = (-5) \cdot 3x^3yz^2 = -15x^3yz^2.$$

$$-\frac{1}{4}xy^3x^2 = -\frac{1}{4} \cdot (x \cdot x^2) \cdot y^3 = -\frac{1}{4} \cdot x^{1+2} \cdot y^3 = -\frac{1}{4}x^3y^3.$$

Chú ý:

a) Để thu gọn một đơn thức, ta nhóm các thừa số là các số rồi tính tích của chúng. Nhóm các thừa số cùng một biến rồi viết tích của chúng thành lũy thừa của biến đó.

b) Từ nay, khi nói đến đơn thức, nếu không nói gì thêm, ta hiểu đó là đơn thức thu gọn.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1. Tìm hệ số, phần biến và bậc của các đơn thức sau:

1) $4x$. Hướng dẫn giải: Hệ số: 4; Phần biến: x ; Bậc: 1.

2) $2y$. 3) 0 . 4) $3xy$. 5) x^2y .

6) $6xy^2$. 7) $4x^2y^3$. 8) $5xyz^4$. 9) $\frac{1}{2}xy^3$.

10) $\frac{3}{4}x^2z^5$. 1) $\frac{3}{7}xy^2z^4$. 12) $1\frac{1}{3}x^9y^4z$. 13) $\frac{1}{19}xyz^{100}$.

Bài 2. Thu gọn các đơn thức sau đây. Chỉ ra hệ số và bậc của chúng.

1) $17xy^2x$. 2) $-y(2z^2)y^3$. 3) x^3y^2x . 4) $6x^2y^3z^5y$.

Bài 3.

1) Cho biết phần hệ số, phần biến và bậc của mỗi đơn thức sau: $2,5x^2y; 0,25x^2y^2$.

2) Tính giá trị của mỗi đơn thức trên tại $x=1$ và $y=-1$.

Bài 4. Thu gọn các đơn thức sau rồi tìm bậc và hệ số:

1) $(2x^2y)(-2x^3y)$.

Hướng dẫn giải: $(2x^2y)(-2x^3y) = -4x^5y^2$. Bậc: 7. Hệ số: -4.

2) $7x^2y^5 \cdot 4x^2yz^4$.

3) $x^3 \left(-\frac{5}{4}x^2y\right) \left(\frac{2}{5}x^3y^4\right)$.

4) $-xy(2x^3y^4) \left(-\frac{5}{4}x^2y^3\right)$.

5) $5xyz \cdot 4x^3y^2(-2x^5y)$.

6) $-2xy^5(-x^2y^3)(7x^2y)$.

7) $4x^3y(-x^2y^5)(2xy)$.

8) $-xy^2 \left(-\frac{1}{2}x^3y^4\right) \left(-\frac{4}{7}x^2y^3\right)$.

9) $\left(-\frac{3}{4}x^5y^4\right)(xy^2) \left(-\frac{8}{9}x^2y^5\right)$.

Bài 5: Cho các biểu thức đại số sau: $1+3x; -4x^3y; x^2-2x; x^2y^2$. Hãy tìm ra các đơn thức rồi cho biết hệ số, phần biến, bậc của mỗi đơn thức đó.

Bài 6: Tính tích hai đơn thức sau: $-\frac{1}{3}x^2y^3$ và $\frac{3}{2}x^3y^2(6x^2y^4)$.

Bài 7: Cho đơn thức $A = \left(-\frac{1}{2}x^3y^3\right) \left(\frac{16}{9}x^2\right)$.

1) Thu gọn A rồi cho biết hệ số, phần biến và bậc của đơn thức.

2) Tính giá trị của đơn thức A tại $x = \frac{1}{2}, y = -3$.

Bài 8: Cho đơn thức $A = \left(\frac{4}{5}x^2y^2\right) \left(-\frac{25}{8}xy^2z\right)$.

1) Thu gọn A rồi cho biết phần hệ số, phần biến và bậc của đơn thức.

2) Tính giá trị của đơn thức A tại $x = -\frac{1}{5}, y = -1, z = 2$.

Bài 9: Điền các đơn thức thích hợp vào ô trống:

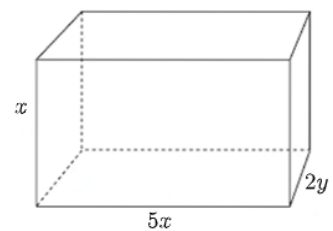
1) $3x^2y + \boxed{\dots} = 5x^2y$

2) $\boxed{\dots} - 2x^2 = -7x^2$

3) $\boxed{\dots} + \boxed{\dots} + \boxed{\dots} = x^5$

III. CỘNG, TRỪ ĐƠN THỨC ĐỒNG DẠNG

Cho hai hình hộp chữ nhật A và B có các kích thước như hình bên.



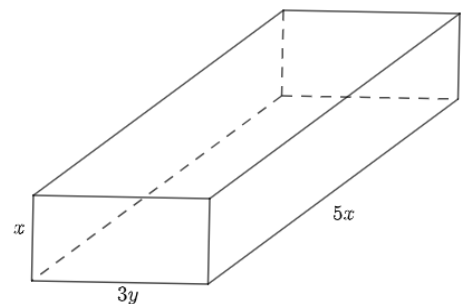
a) Tính tổng thể tích của hình hộp chữ nhật A và B .

b) Thể tích của B lớn hơn thể tích của A bao nhiêu?

Hai đơn thức $10x^2y$ và $15x^2y$ có phần biến như nhau, đều là x^2y . Để cộng, trừ hai đơn thức này, áp dụng tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng, ta thực hiện như sau:

$10x^2y + 15x^2y = (10 + 15)x^2y = 25x^2y;$

$15x^2y - 10x^2y = (15 - 10)x^2y = 5x^2y$



A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Hai đơn thức đồng dạng là hai đơn thức có hệ số khác 0 và có cùng phần biến. Để cộng, trừ (hay tìm tổng, hiệu) hai đơn thức đồng dạng, ta cộng, trừ hệ số của chúng và giữ nguyên phần biến.

Ví dụ 4: Mỗi cặp đơn thức sau có đồng dạng không? Nếu có, hãy tìm tổng và hiệu của chúng.

- a) $5x^2y$ và $12x^2y$.
- b) xyx^2 và $-6x^3y$.
- c) $4xy$ và $3xyz^3$.

Hướng dẫn giải

a) $5x^2y$ và $12x^2y$ là hai đơn thức đồng dạng, vì có hệ số khác 0 và cùng phần biến là x^2y .

Ta có: $5x^2y + 12x^2y = (5 + 12)x^2y = 17x^2y$.

$$4xy^3 - 7xy^3 = (4 - 7)xy^3 = -3xy^3.$$

b) Ta có: $xyx^2 = xx^2y = x^3y$. Vậy hai đơn thức xyx^2 và $-6x^3y$ có hệ số khác 0 và cùng phần biến là x^3y , do đó chúng là hai đơn thức đồng dạng. Ta có:

$$xyx^2 + (-6x^3y) = x^3y - 6x^3y = (1 - 6)x^3y = -5x^3y;$$

$$xyx^2 - (-6x^3y) = x^3y + 6x^3y = (1 + 6)x^3y = 7x^3y.$$

c) Ta thấy đơn thức $3xyz^3$ chứa biến z , trong khi đơn thức $4xy$ không chứa biến này, do đó chúng có phần biến khác nhau. Bởi vậy, chúng không phải là hai đơn thức đồng dạng.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1: Mỗi cặp đơn thức sau có đồng dạng không? Nếu có, hãy tìm tổng và hiệu của chúng.

- 1) $2xy$ và $-7xy$.
- 2) $-3x^2y$ và $5x^2y$.
- 3) $-10abc^2$ và $10c^2ba$.

Bài 2: Đánh dấu "X" vào ô trống mà em chọn là hai đơn thức đồng dạng với nhau:

- 1) x^2 và x^3
- 2) xy và $-5xy$
- 3) $(xy)^2$ và xy^2
- 4) $\frac{3}{4}x^2y^3$ và $\frac{4}{3}x^3y^2$
- 5) $5x^3$ và $5x^4$
- 6) $\frac{2}{5}x^3y^5$ và $-3y^5x^3$

Bài 3: Xếp các đơn thức sau thành từng nhóm các đơn thức đồng dạng:

$$\frac{5}{3}x^2y; xy^2; -\frac{1}{2}x^2y; -2xy^2; x^2y; \frac{1}{4}xy^2; -\frac{2}{5}x^2y; xy.$$

Bài 4: Viết ba đơn thức đồng dạng với đơn thức $-2x^2y$ rồi tính tổng của cả bốn đơn thức đó.

Bài 5: Tìm tổng của ba đơn thức: $25xy^2; 55xy^2$ và $75xy^2$.

Bài 6: Tính:

1) $3x^2y - 7x^2y + 5x^2y$.

Hướng dẫn giải: $3x^2y - 7x^2y + 5x^2y = x^2y$.

2) $-7x^3y^4 + 4x^3y^4 - 2x^3y^4$.

3) $4xy^5 - 8xy^5 + 4xy^5$.

4) $5x^5y^7 - 8x^5y^7 - 2x^5y^7$.

5) $9x^2y^5 - 12x^2y^5 + x^2y^5$.

6) $-6x^5y + 7x^5y - 3x^5y + x^5y$.

7) $3xy^6 - 5xy^6 - 7xy^6 + xy^6$.

8) $4x^2y - 3x^2y + 3x^2y + 2x^2y$.

9) $5x^4y^5 - 7x^4y^5 - 5x^4y^5 + x^4y^5$.

IV. ĐA THỨC THU GỌN

Cho hai đa thức $A = 7x^2 - 5xy - 3y - 3x^2 - xy$; $B = 4x^2 - 6xy - 3y$.

Tính giá trị của A và B tại $x = 2$ và $y = -\frac{1}{3}$. Nêu nhận xét về hai giá trị này.

Sử dụng tính chất của các phép tính (giao hoán, kết hợp, phân phối), ta có thể biến đổi đa thức A như sau:

$$A = 7x^2 - 5xy - 3y - 3x^2 - xy = (7x^2 - 3x^2) + (-5xy - xy) - 3y = 4x^2 - 6xy - 3y (= B)$$

Đa thức B không có hai hạng tử nào đồng dạng. Ta nói B là một đa thức thu gọn.

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Đa thức thu gọn là đa thức không chứa hai hạng tử nào đồng dạng.

Lưu ý :

- a) Biến đổi một đa thức thành đa thức thu gọn gọi là thu gọn đa thức đó.
- b) Để thu gọn một đa thức, ta nhóm các hạng tử đồng dạng với nhau và cộng các hạng tử đồng dạng đó với nhau.
- c) Bậc của hạng tử có bậc cao nhất trong dạng thu gọn của đa thức gọi là bậc của đa thức đó.

Ví dụ 5: Thu gọn và tìm bậc của mỗi đa thức sau:

a) $M = 4a - 5b + 7 - 3a - 4 - 12b$.

b) $N = 2x^2y + 4x - x^2y^3 + xy - 5x^2y - 2x$.

Hướng dẫn giải

a) $M = (4a - 3a) + (-5b - 12b) + (7 - 4) = a - 17b + 3$.

Ba hạng tử của M lần lượt có bậc là 1, 1, 0. Do đó, bậc của M bằng 1.

b) $N = (2x^2y - 5x^2y) + (4x - 2x) - x^2y^3 + xy = -3x^2y + 2x - x^2y^3 + xy$.

Bốn hạng tử của N lần lượt có bậc là 3, 1, 5, 2. Do đó, bậc của N bằng 5.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1: Thu gọn và tìm bậc của mỗi đa thức sau:

1) $A = x - 2y + xy - 3x + y^2$.

4) $D = 7xy - 4x^3 + 3y^2 - 4xy - 7y^2 + 9x^3$.

2) $B = 2x^2yz + 4xy^2z - 5x^2yz + xy^2z - xyz$

5) $E = \frac{1}{3}x^2y + 2xy^2 - xy + \frac{1}{4}xy^2 - 5xy - \frac{1}{3}x^2y$

3) $C = xyz - x^2y + xz - \frac{1}{2}xyz + \frac{1}{2}xz$.

6) $F = x^3 - 5xy + 3x^3 + xy - x^2 + \frac{1}{2}xy - x^2$.

Bài 2: Tính giá trị của các biểu thức sau:

1) $B = 3x^2 + 2xy - 1$ tại $x = 2, y = -1$.

2) $C = 2x^2 + -2x^2y^2 + 1$ tại $x = -1, y = 1$.

Bài 3: Thu gọn và tìm bậc của mỗi đa thức sau rồi tính giá trị của chúng tại $x = 1, y = -2$.

$P = 5x^4 - 3x^3y + 2xy^3 - x^3y + 2y^4 - 7x^2y^2 - 2xy^3$.

$Q = x^3 + x^2y + xy^2 - x^2y - xy^2 - x^3$.

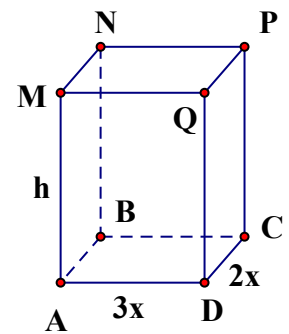
Bài 4: $A = 5xy^2 - 7xy^2 - \frac{1}{2}xy^2$. Thu gọn A và tính giá trị A tại $x = -2, y = 1$.

Bài 5: Tính giá trị của đa thức $A = 3x^2y - 4xy - 2x^2y + 2xy + 1$ tại $x = 2, y = -\frac{1}{2}$.

Bài 6: Cho hình hộp chữ nhật có các kích thước như hình bên (tính theo cm).

1) Viết các biểu thức tính thể tích và diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật đó.

2) Tính giá trị của các đại lượng trên khi $x = 3$ cm; $h = 7$ cm.



C. BÀI TẬP TỰ RÈN

Bài 1: Chỉ ra các đơn thức, đa thức trong các biểu thức sau:

$-4; 3t; \frac{1}{2}xy + 3; -6x^2y^3z; \frac{7}{xy}; 4x - \frac{y}{3}; 3 - \frac{1}{y}$.

Bài 2: Cho các biểu thức:

$\frac{4}{5}x; (\sqrt{2} - 1)xy; -3xy^2; \frac{1}{2}x^2y; \frac{1}{x}y^3; -xy + \sqrt{2}; -\frac{3}{2}x^2y; \frac{\sqrt{x}}{5}$.

1) Trong các biểu thức đã cho, biểu thức nào là đơn thức? Biểu thức nào không là đơn thức?

2) Hãy chỉ ra hệ số và phần biến của mỗi đơn thức đã cho.

3) Viết tổng tất cả các đơn thức trên để được một đa thức. Xác định bậc của đa thức đó.

Bài 3: Thu gọn các đơn thức sau. Chỉ ra hệ số, phần biến và bậc của mỗi đơn thức.

$5xyx; -xyz \frac{2}{3}y; -2x^2 \left(-\frac{1}{6}\right)x$.

Bài 4: Thu gọn các đơn thức sau rồi chỉ ra phần hệ số, phần biến và tìm bậc của mỗi

đơn thức: $2x^5yz^4\left(\frac{-1}{4}y^2z^3\right)2xz^6 \cdot \left(\frac{-2}{3}x^2y\right)\left(\frac{1}{2}xy^2\right) -x$.

Bài 5: Cho đơn thức $A = \frac{3}{2}x^5y^2 - 2xy$.

- 1) Thu gọn A và tìm bậc, hệ số, phần biến của A .
- 2) Tính giá trị của đơn thức A tại $x = -1, y = 2$.

Bài 16: Cho đơn thức $M = \left(\frac{-5}{9}x^6y^4\right)\left(\frac{9}{10}x^3y\right)$.

- 1) Thu gọn đơn thức M rồi cho biết phần hệ số, phần biến và bậc của đơn thức.
- 2) Tính giá trị của đơn thức M tại $x = -1, y = 2$.

Bài 7: Tính giá trị biểu thức $\frac{1}{2}x^5y - \frac{3}{4}x^5y + x^5y$ tại $x = 1, y = -1$.

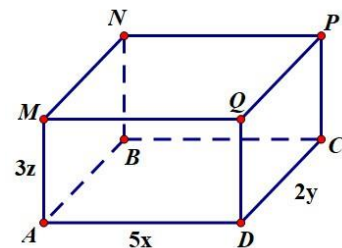
Bài 8: Tính giá trị của biểu thức $P = 3xy^2 - 6xy + 8xz + xy^2 - 10xz$ tại $x = -3, y = \frac{-1}{2}, z = 3$.

Bài 9: Thu gọn và tìm bậc mỗi đơn thức sau:

- 1) $M = x - 3 - 4y + 2x - y$.
- 2) $N = -x^2t + 13t^3 + xt^2 + 5t^3 - 4$.
- 3) $P = 4a^2b - 6ab^2 - 3a^2b + 2 + 6ab^2 - \frac{1}{2}$.
- 4) $Q = xy^2 - x^2 - 7xy - xy^2 + 7xy - 3$.

Bài 10:

Viết biểu thức biểu thị thể tích V và diện tích xung quanh S của hình hộp chữ nhật trong hình bên. Tính giá trị của V, S khi $x = 4$ cm, $y = 2$ cm và $z = 3$ cm.



Bài 11: Cho đa thức $M = 3x^2y + \frac{1}{2}xy^2 + 7xy - 0,5 - 2x^2y - 3xy^2$.

- 1) Thu gọn đa thức M và tìm bậc của đa thức M .
- 2) Tính $M + N$ biết $N = x^3 - 2xy - x^2y + 1,5 + 9xy^2$.

Bài 12: Ở Đà Lạt, giá táo là x (đ/kg) và giá nho là y (đ/kg). Hãy viết biểu thức đại số biểu thị số tiền mua:

1) 5 kg táo và 8 kg nho.

2) 10 hộp táo và 15 hộp nho, biết mỗi hộp táo có 12 kg và mỗi hộp nho có 10 kg. Mỗi biểu thức tìm được ở hai câu trên có là đa thức không?

Bài 13: Cho đa thức $f(x) = ax + b$ biết $f(-2) = 0$ và $f(2) = 8$. Tìm a và b .

Bài 14: Thu gọn đa thức sau: $Q = x^2 + y^2 + z^2 + x^2 - y^2 + z^2 + x^2 + y^2 - z^2$.

Bài 2. CÁC PHÉP TOÁN VỚI ĐA THỨC NHIỀU BIẾN

I. CỘNG, TRỪ HAI ĐA THỨC

Xét hai đa thức $A = 3a^2 - 4ab + 3b^2$; $B = a^2 + 5ab - 2$. Ta thực hiện phép cộng, trừ hai đa thức như sau: $A + B = 3a^2 - 4ab + 3b^2 + a^2 + 5ab - 2$

$$= 3a^2 - 4ab + 3b^2 + a^2 + 5ab - 2 \text{ (quy tắc dấu ngoặc)}$$

$$= 3a^2 + a^2 + -4ab + 5ab + 3b^2 - 2 \text{ (Tính chất giao hoán và kết hợp của phép cộng)}$$

$$= 4a^2 + ab + 3b^2 - 2 \text{ (cộng, trừ đơn thức đồng dạng)}$$

$$A - B = 3a^2 - 4ab + 3b^2 - a^2 + 5ab - 2$$

$$= 3a^2 - 4ab + 3b^2 - a^2 - 5ab + 2 \text{ (quy tắc dấu ngoặc)}$$

$$= 3a^2 - a^2 + -4ab - 5ab + 3b^2 + 2 \text{ (Tính chất giao hoán và kết hợp của phép cộng)}$$

$$= 2a^2 - 9ab + 3b^2 + 2 \text{ (cộng, trừ đơn thức đồng dạng)}$$

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Để cộng, trừ hai đa thức ta thực hiện các bước:

- Bỏ dấu ngoặc (sử dụng quy tắc dấu ngoặc)
- Nhóm các đơn thức đồng dạng (sử dụng tính chất giao hoán và kết hợp)
- Cộng, trừ các đơn thức đồng dạng.

Ví dụ 1: Cho hai đa thức sau: $M = 5x^2y + 5x - 3$ và $N = xyz - 4x^2y + 5x - 2$. Tính

$$M + N \text{ và } M - N.$$

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned} M + N &= 5x^2y + 5x - 3 + xyz - 4x^2y + 5x - 2 \\ &= 5x^2y + 5x - 3 + xyz - 4x^2y + 5x - 2 \\ &= 5x^2y - 4x^2y + 5x + 5x + xyz + -3 - 2 \\ &= x^2y + 10x + xyz - 5. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M - N &= 5x^2y + 5x - 3 - xyz - 4x^2y + 5x - 2 \\ &= 5x^2y + 5x - 3 - xyz + 4x^2y - 5x + 2 \\ &= 5x^2y + 4x^2y + 5x - 5x - xyz + -3 + 2 \\ &= 9x^2y - xyz - 1. \end{aligned}$$

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1: Cho hai đa thức $A = 4 + 3xy - 2x^2y^2$ và $B = 2x - 3xy + 4x^2y^2$. Tính $A + B$ và $A - B$.

Bài 2: Cho hai đa thức: $M = 2x^2 - 2xy - y^2$ và $N = x^2 + 2xy + y^2 - 1$.

- 1) Tính $M + N$.
- 2) Tính $M - N$.
- 3) Tính giá trị của biểu thức $M - N$ tại $x = 1, y = -2$.

Bài 3: Cho hai đa thức $A = 3x^2y - \frac{1}{5}x^2y$; $B = x^2y + \frac{4}{5}x^2y$.

- 1) Tính $M - N$.
- 2) Tìm đa thức C sao cho $B = -A + C$.

Bài 4: Cho hai đa thức: $C = x^2y^2 + 3xy - 3 + y^2 - 5xy + 9$

$$D = -x^2y^2 + 5xy - 3y^2 + 6 - 2x^2y^2 + 2y^2.$$

- 1) Thu gọn hai đa thức C và D .
- 2) Tính $C + D$.
- 3) Tính $D - C$.

Bài 5: Cho hai đa thức: $M = -3x^3y + \frac{5}{7}x^3y$; $N = \frac{-2}{7}x^3y + 2x^3y$.

- 1) Tính $M - N$.
- 2) Tìm đơn thức A sao cho $M = -N + A$.

Bài 6: Cho hai đa thức: $C = 5x^3y - \frac{1}{4}x^3y$; $D = x^3y + \frac{3}{8}x^3y$.

- 1) Tính $C - D$.
- 2) Tìm đơn thức B sao cho $D = -C + B$.

Bài 7: Tính :

- 1) $x + y + x - y$.
- 2) $x + y - x - y$.

Bài 8: Tính tổng hai đa thức $P = x^2y + x^3 - xy^2 + 3$ và $Q = x^3 + xy^2 - xy - 6$.

Bài 9: Cho hai đa thức: $M = 3xyz - 3x^2 + 5xy - 1$ và $N = 5x^2 + xyz - 5xy + 3 - y$. Tính

$$M + N; M - N; N - M.$$

Bài 10: Tìm đa thức P và đa thức Q biết:

$$1) P + x^2 - 2y^2 = x^2 - y^2 + 3y^2 - 1. \quad 2) Q - 5x^2 - xyz = xy + 2x^2 - 3xyz + 5$$

Bài 11: Tìm đa thức M biết: $M + 3x^4y^5 - 7z^6 = 9 - x^4y^5 + 6z^6$.

Bài 12: Tìm đa thức B biết: $B - \left(7x^3 - 4x^2y - \frac{1}{2}\right) = \left(2x^3 - \frac{1}{2}x^2y - \frac{7}{2}\right)$.

Bài 13: Cho hai đa thức: $M = x^2 - 2xy + y^2$; $N = y^2 + 2xy + x^2 - 1$.

$$1) \text{ Tính } M + N. \quad 2) \text{ Tính } M - N.$$

Bài 14: Tính giá trị biểu thức $A = -2x^2y + xy^3 - \frac{1}{2}x^2y + xy - 4xy^3 + 1$ với $x = -1$, $y = \frac{1}{3}$.

Bài 15: Viết một đa thức bậc 3 với hai biến x, y và có ba hạng tử.

II. NHÂN HAI ĐA THỨC

I. NHÂN HAI ĐƠN THỨC.

Cho hai đơn thức $P = -4x^3y^4$ và $Q = 5x^7y$.

Ta nhân hai đơn thức này như sau:

$$\begin{aligned} P \cdot Q &= -4x^3y^4 \cdot 5x^7y \\ &= [-4 \cdot 5] \cdot x^3 \cdot x^7 \cdot y^4 \cdot y \quad (\text{tính chất giao hoán và kết hợp của phép tính nhân}) \\ &= -20x^{10}y^5. \end{aligned}$$

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Để nhân hai đơn thức ta nhân hệ số với nhau, nhân các lũy thừa cùng biến, rồi nhân các kết quả với nhau.

Ví dụ: Thực hiện phép nhân đơn thức sau:

$$a) -5a^3b^2 \cdot -7b^2. \quad b) xy^3 \cdot \left(\frac{-2}{3}x^2y^4\right).$$

Hướng dẫn giải

a) $-5a^3b^2 \cdot -7b^2 = [-5 \cdot -7] \cdot a^3 \cdot (b^2 \cdot b^2) = 35a^3b^4.$

b) $xy^3 \cdot \left(\frac{-2}{3}x^2y^4\right) = x^3y^3 \cdot \left(\frac{-2}{3}x^2y^4\right) = \left(\frac{-2}{3}\right) \cdot x^3 \cdot x^2 \cdot y^3 \cdot y^4 = \frac{-2}{3}x^5y^7.$

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1: Thực hiện các phép nhân đơn thức sau:

1) $5a^3 \cdot -9a^3b$. 2) $-8mn \cdot -7m^2n^3$. c) $-2x^3 \cdot 3x^2y^2$.

Bài 2: Cho hai đơn thức $A = \frac{1}{5}x^2y^3$ và $B = \frac{1}{6}x^3y^2$.

1) Hãy xác định hệ số và bậc của hai đơn thức A và B .

2) Tính $A \cdot B$.

Bài 3: Tính tích của các đơn thức sau rồi tìm bậc của đơn thức thu được

1) $\frac{-1}{3}x^2y$ và $2xy^3$. 2) $\frac{1}{4}x^3y$ và $-2x^3y^5$. 3) $\frac{12}{15}x^4y^2$ và $\frac{5}{9}xy$.

Bài 4: Rút gọn:

1) $\left(\frac{-1}{2}x^2y^5\right)\left(\frac{-2}{5}x^4yz\right)$. 2) $\left(\frac{3}{5}x^3y^3\right)\left(\frac{-5}{4}x^2yz^4\right)$.
 3) $-5xy^2 \left(\frac{3}{10}xy\right)\left(\frac{7}{6}yz^2\right)$. 4) $\left(\frac{-4}{3}xy^3z\right) - x^2y \left(\frac{3}{2}xz^3\right)$.

Bài 5: Cho hai đơn thức $A = \frac{-4}{3}xy^2z^3$ và $B = \frac{6}{7}x^2yz$.

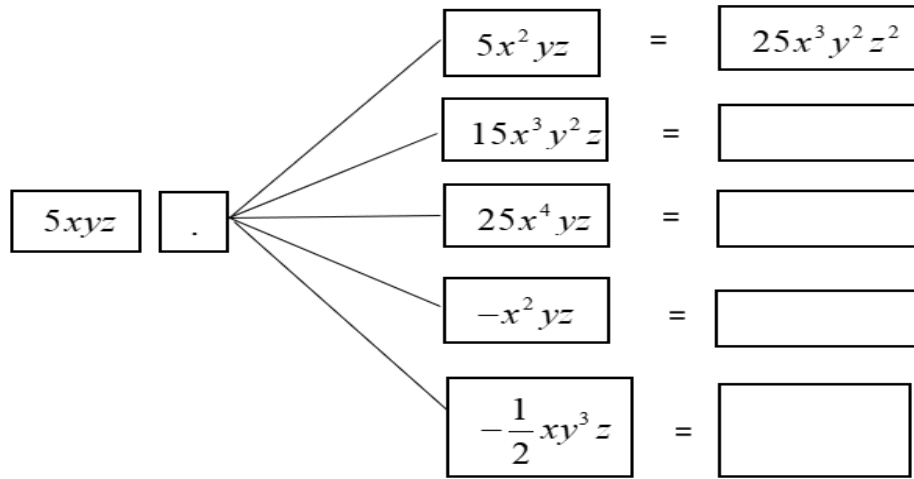
1) Tính tích của hai đơn thức trên.

2) Tìm hệ số, phần biến, bậc của đơn thức vừa thu gọn.

Bài 6: Tính tích của các đơn thức sau rồi tìm hệ số và bậc của tích tìm được

1) $\frac{1}{4}xy^3$ và $-2x^2yz^2$. 2) $-2x^2yz$ và $-3xy^3z$.

Bài 7:



III. LŨY THỪA CỦA MỘT SỐ HỮU TỈ.

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Muốn lũy thừa một đơn thức ta lũy thừa từng thừa số của đơn thức đó.

Ví dụ: $-3xy^2z^3^2 = 9x^2y^4z^6$.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1: Rút gọn:

1) $-11x^5y^7z^4^2$. Hướng dẫn giải: $-11x^5y^7z^4^2 = 121x^{10}y^{14}z^8$.

2) $\left(\frac{-1}{3}x^4y^2z\right)^3$. 3) $2x^4y^3z^7^5$. 4) $3x^2y^5z^3^3$.

Bài 2: Thu gọn các đơn thức rồi cho biết hệ số, phần biên và bậc của các đơn thức sau:

1) $-1\frac{1}{2}x^3y^2\left(\frac{-4}{3}x^2y\right)^2\left(\frac{1}{2}x^3y\right)^3$. 2) $\frac{2}{3}x^2 \cdot \frac{1}{4}xy \cdot 3y^2\left(\frac{2}{5}x^3y^4\right)$.

III. NHÂN HAI ĐA THỨC.

Xét đơn thức $A = 3a$ và hai đa thức $B = 4a - 1$. $C = 4a - 3b + 5$.

Ta nhân hai đa thức A và C như sau:

$$\begin{aligned}
 A.C &= 3a(4a - 3b + 5) \\
 &= 3a.4a - 3a.3b + 3a.5 \text{ (Tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng)} \\
 &= 12a^2 - 9ab + 15a.
 \end{aligned}$$

Để nhân hai đa thức B và C , ta nhân từng hạng tử của B với từng hạng tử của C , rồi cộng các kết quả với nhau:

$$\begin{aligned} BC &= 4a - 1 \cdot 4a - 3b + 5 \\ &= 4a \cdot 4a - 3b + 5 - 1 \cdot 4a - 3b + 5 \\ &= 16a^2 - 12ab + 20a - 4a + 3b - 5 \\ &= 16a^2 - 12ab + 16a + 3b - 5. \end{aligned}$$

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Để nhân đơn thức với đa thức, ta nhân đơn thức đó với từng hạng tử của đa thức, rồi cộng các kết quả với nhau.

Để nhân hai đa thức, ta nhân từng hạng tử của đa thức này với đa thức kia, rồi cộng các kết quả với nhau.

Ví dụ 3: Thực hiện các phép tính nhân:

a) $3xy \cdot x^3 - 5y^4$. b) $(x - 2y) \cdot (x^2 - xy^2)$.

Hướng dẫn giải

a) $3xy \cdot x^3 - 5y^4 = 3xy \cdot x^3 - 3xy \cdot 5y^4 = 3 \cdot x \cdot x^3 \cdot y - 3 \cdot 5 \cdot x \cdot y \cdot y^4 = 3x^4y - 15xy^5$.

b) $(x - 2y) \cdot (x^2 - xy^2) = x \cdot x^2 - xy^2 - 2y \cdot x^2 - xy^2$
 $= x \cdot x^2 - x \cdot x \cdot y^2 - 2y \cdot x^2 + 2y \cdot x \cdot y^2$
 $= x^3 - x^2 \cdot y^2 - 2x^2y + 2xy^3$.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1. Viết các biểu thức sau thành đa thức:

1) $-4a^4 \cdot a^2b - a^3$. 2) $(x + 2y) \cdot (x^2y - 3y^3)$.

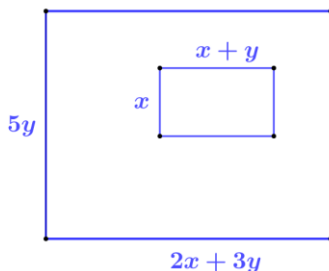
Bài 2. Một mảnh vườn có dạng hình chữ nhật với độ dài hai cạnh là $3x + y$ (m) và $3x - y$ (m).

- 1) Viết đa thức biểu thị diện tích của mảnh vườn trên theo x và y .
- 2) Tính diện tích của mảnh vườn khi $x = 5$, $y = 3$.

Bài 3. Rút gọn biểu thức rồi tính giá trị:

$A = 4x^2 - 2x - 1 - (x^2 - 4x + 2)$ với $x = -\frac{1}{2}$.

Bài 4. Tính diện tích phần tô màu trong hình bên



II. CHIA ĐA THỨC CHO ĐƠN THỨC.

I. CHIA ĐƠN THỨC CHO ĐƠN THỨC

Cho hai đơn thức $A = 15x^5y^3$ và $B = 5x^3y$.

Nếu có đơn thức C sao cho $A = B.C$ thì ta nói A chia hết cho B , được thương C và viết $A : B = C$.

Ta thực hiện phép chia A cho B như sau:

$$A : B = 15x^5y^3 : 5x^3y = 15 : 5 \cdot x^5 : x^3 \cdot y^3 : y = 3x^2y^2.$$

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Muốn chia đơn thức A cho đơn thức B (với A chia hết cho B), ta làm như sau:

- Chia hệ số của A cho hệ số của B .
- Chia lũy thừa của từng biến trong A cho lũy thừa cùng biến đó trong B .
- Nhân các kết quả tìm được với nhau.

Ví dụ 4: Thực hiện phép chia $14x^8y^3z^2$ cho $2x^5y^2$.

Hướng dẫn giải

$$14x^8y^3z^2 : 2x^5y^2 = 14 : 2 \cdot x^8 : x^5 \cdot y^3 : y^2 \cdot z^2 = 7x^3yz^2.$$

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1. Thực hiện phép chia $8x^6y^5z^3$ cho $4x^3y^4z^2$.

Bài 2. Thực hiện phép tính.

- | | | | |
|---|------------------------------|------------------------------------|-------------------------|
| 1) $x^5 : x^3$. | 2) $18x^7 : 6x^4$. | 3) $10x^3y : 2xy$. | 4) $-xy^{10} : -xy^5$ |
| 5) $15x^2y^2 : 5xy^2$. | 6) $8x^6y^7z^2 : 4x^4y^7$. | 7) $6x^2y^2z^2 : 3xy$. | 8) $6x^2y^2z^2 : 3xy$. |
| 9) $\frac{27}{15}x^3yz^5 : \frac{9}{5}xz^2$. | 10) $65x^9y^5 : -13x^4y^4$. | 11) $5x^2y^2 + 9x^3y^4 : -3xy^2$. | |
| 12) $4x^3y^3 : 2x^2y + 5x^2y : 2x^2y$. | | | |

Bài 3. Tính giá trị biểu thức:

- 1) $A = 15x^5y^3 : 10xy^2$ tại $x = -3$ và $y = \frac{2}{3}$.
- 2) $B = -x^3y^5z^2 : -x^2y^3z$ tại $x = 1, y = -1$ và $z = 100$.
- 3) $C = -x^3y^5 : -x^{12}y^2$ tại $x = 2$ và $y = -\frac{1}{2}$.

Bài 4. Tính giá trị của biểu thức $15x^4y^3z^2 : 5xy^2z^2$ với $x = 2, y = -10, z = 2024$.

Bài 5. Tính chiều cao của hình hộp chữ nhật có thể tích $V = 24xy^2$ và diện tích đáy bằng $6xy$.

Bài 6. Tính diện tích đáy của hình hộp chữ nhật có thể tích $V = 12x^2y$ và chiều cao bằng $3y$.

II. CHIA ĐA THỨC CHO ĐƠN THỨC

Xét đa thức A và đơn thức B bất kì.

Nếu có đa thức C sao cho $A = B.C$ thì ta nói A chia hết cho B , được thương C và viết $A : B = C$.

Ta có quy tắc sau đây:

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Muốn chia một đa thức cho đơn thức (trường hợp chia hết), ta chia từng hạng tử của đa thức cho đơn thức đó, rồi cộng các kết quả tìm được với nhau.

Ví dụ: Thực hiện các phép chia đa thức cho đơn thức sau:

a) $12a^2 - 6ab + 18a : 3a$. b) $x^4y^2 - 6xy^3 : -2xy^2$.

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned} \text{a) } 12a^2 - 6ab + 18a : 3a &= [12a^2 : 3a] + [-6ab : 3a] + [18a : 3a] \\ &= 12 : 3 \cdot a^2 : a + -6 : 3 \cdot a : a \cdot b + 18 : 3 \cdot a : a \\ &= 4a - 2b + 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } x^4y^2 - 6xy^3 : -2xy^2 &= [x^4y^2 : -2xy^2] + [-6xy^3 : -2xy^2] \\ &= [1 : -2] \cdot x^4 : x \cdot y^2 : y^2 + [-6 : -2] \cdot x : x \cdot y^3 : y^2 \\ &= -\frac{1}{2}x^3 + 3y \end{aligned}$$

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1. Thực hiện các phép chia đa thức cho đơn thức sau:

- | | |
|-------------------------------------|--|
| 1) $5xy - 8x^2 : x$. | 6) $3x^4y^3 - 9x^2y^2 + 25xy^2 : xy^2$. |
| 2) $x^3 + 12x^2 - 5x : x$. | 7) $\left(5x^5y^4z + \frac{1}{2}x^4y^2z^3 - 2xy^3z^2\right) : \left(\frac{1}{4}xy^2z\right)$. |
| 3) $9x^3y^2 - 2xy^2 + 6x^2y : -3xy$ | 8) $9x^3y^2 + 5x^2y - 4xy : 2xy$ |
| 4) $8x^3 - 6x^2 : 2x^2$. | 9) $12xy^2 + 8x^2y^2 - 16xy : -4xy$. |
| 5) $3x^2y^2 + 6x^2y^3 - 12xy : 3xy$ | 10) $6xy^2 - 9x^2y + 3x^2y^2 : 3xy$. |

Bài 2. Tính chiều cao của hình hộp chữ nhật có thể tích $V = 8x^2y - 6xy^2$ và diện tích đáy bằng $S = 2xy$.

Bài 3. Tính giá trị của biểu thức:

- 1) $A = 15x^5y^3 - 10x^3y^2 + 20x^4y^4 : 5x^2y^2$ tại $x = -1, y = 2$.
- 2) $B = \left[2x^2y^2 + 3x^4y^3 - 6x^3y^2\right] : xy^2$ tại $x = y = -2$.

C. BÀI TẬP TỰ RÈN

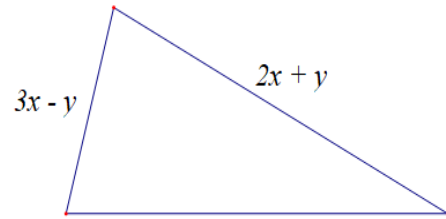
Bài 1: Tính:

- 1) $3x + 2y + (2x - y)$. 3) $3x^2 - 4y^2 + 5xy + 6 + (-x^2 + y^2 - 8xy + 9x + 2)$.

2) $5x - 2y - (3x - 7y)$.

4) $2x^2y - 2xy^2 + 9 - (6x^2y + 8xy^2 - 12xy + 5)$.

Bài 2: Tìm độ dài cạnh còn thiếu của tam giác ở Hình bên, biết rằng tam giác có chu vi bằng $7x + 5y$.



Bài 3: Thực hiện phép nhân.

1) $3x(2xy - 5x^2y)$.

2) $2x^2y(xy - 4xy^2 + 7y)$.

3) $2x\left(1 - 3x^2 + \frac{1}{2}xy\right)$.

4) $6x^2y\left(3xy - \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y - x^2\right)$.

5) $\left(-\frac{2}{3}xy^2 + 6yz^2\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}xy\right)$.

Bài 4: Thực hiện phép nhân.

1) $(x + y)(x - 3y)$.

4) $(5x - 2)(7x - 3)$.

2) $(2x - y)(3x + 2y)$.

5) $(3 + x)(x^2 - 3x + 9)$.

3) $(x + 5)(5 - x)$.

6) $(2x + y)(4x^2 - 2xy + y^2)$.

Bài 5: Thực hiện phép chia.

1) $20x^2y : (5x^2y^2)$.

2) $18x^3y^5 : [3(-x)^3y^2]$.

Bài 6: Thực hiện phép chia.

1) $(15x^3y^4 - 9x^2y^3) : (3x^2y^2)$.

2) $(4x^3y^2 - 8x^2y + 10xy) : (2xy)$.

3) $(7x^4y^2 - 2x^2y^2 - 5x^3y^4) : (3x^2y)$.

4) $(20x^3y^2z + 28xy^3z^2 - 4x^2yz^3) : (4xyz)$.

Bài 7: Tính giá trị biểu thức sau:

1) $A = x^2y + xy^3$ tại $x = 2, y = -4$

2) $B = x^2y + 2x^3y^2$ tại $x = -1, y = \frac{1}{2}$

Bài 8: Tính giá trị của biểu thức.

1) $3x^2y - (3xy - 6x^2y) + (5xy - 9x^2y)$ tại $x = \frac{2}{3}, y = -\frac{3}{4}$.

2) $x(x - 2y) - y(y^2 - 2x)$ tại $x = 5, y = 3$.

Bài 9: Tính chiều dài của hình chữ nhật có diện tích bằng $6x^2y + 8y^2$ và chiều rộng bằng $2y$.

Bài 10: Tính diện tích đáy của hình hộp chữ nhật có thể tích bằng $6x^3 - 3xy^2 + 9x^2y$ và chiều cao bằng $3x$.

Bài 11: Vân có x nghìn đồng và đã chi tiêu hết y nghìn đồng, sau đó Vân được chị Mai cho z nghìn đồng. Hãy viết biểu thức đại số biểu thị số tiền mà Vân có sau khi chị Mai cho thêm z nghìn đồng. Tính số tiền Vân có khi $x = 80, y = 70, z = 60$.

Bài 12: Trên một dòng sông, để đi được 12 km , một chiếc xuồng tiêu tốn a lít dầu khi xuôi dòng và tiêu tốn $(a + 2)$ lít dầu khi ngược dòng. Viết biểu thức biểu thị số lít dầu mà xuồng tiêu tốn để đi từ bến B ngược dòng đến bến A, rồi quay lại bến A. Biết khoảng cách giữa hai bến là $b \text{ km}$.

D. BÀI TẬP LUYỆN TẬP CHUNG

Bài 1: Cho biểu thức $C = 8xy + 7x^2 + 3y^3 + 2xy - 4x^2 - 9y^3$.

- 1) Thu gọn biểu thức C. 2) Tính giá trị của biểu thức C tại $x = -1, y = -2$

Bài 2: Tính giá trị các biểu thức:

- 1) $A = 3x^2 - 15x^2 + 8x^2$ với $x = \frac{1}{4}$
 2) $B = 2x^3y^4 - 5x(xy^2)^2 + xy^2(xy)^2$ với $x = -1, y = \frac{1}{2}$

Bài 3: Rút gọn:

- 1) $-3x^5y^4 + 3x^2y^3 - 7x^2y^3 + 5x^5y^4$. 2) $\frac{1}{2}x^4y - \frac{3}{2}x^3y^4 + \frac{5}{3}x^4y - x^3y^4$.
 3) $5x - 7xy^2 + 3x - \frac{1}{2}xy^2$. 4) $-\frac{1}{5}x^4y^3 + \frac{3}{4}x^2y - \frac{1}{2}x^2y + x^4y^3$.

Bài 4: Thu gọn

- 1) $-3x^4yz \left(-\frac{1}{6}x^3yz^2 \right) \left(-\frac{5}{2}x^4y^3z \right)$. 2) $-4(2x)^2y^3 + \frac{1}{2}xy(-2xy)^2 + \frac{1}{4}x^2y^3$.
 3) $\frac{3}{5}x^4y^3z^5 \left(-\frac{3}{10}xy^5z \right) \left(-\frac{2}{7}x^5yz \right)$. 4) $\frac{1}{3}x^4y - \frac{5}{3}x^3 \left(\frac{5}{2}xy \right) + \frac{3}{4}x^4y$.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG

PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Tính giá trị biểu thức $B = 5x^2 - 3x - 18$ tại $|x| = 3$.

- A. $B = 18$. B. $B = 18$ hoặc $B = 36$.
 C. $B = 36$. D. $B = 18$ hoặc $B = 36$.

Câu 2. Với $x = -3; y = -1; z = 2$ thì giá trị biểu thức $D = 2x^3 + 3y^2 - 8z + 5$ là:

- A. $D = -26$. B. $D = 37$. C. $D = -37$. D. $D = -62$.

Câu 3. Với $x = -4, y = 5, z = -2$ thì giá trị biểu thức $E = x^4 - 4x^2y + 6z$ là:

- A. $E = -25$. B. $E = -52$. C. $E = 52$. D. $E = -76$.

Câu 4. Tính giá trị biểu thức $D = x^2(x+y) - y^2(x+y) + 2(x^2 - y^2) + 2(x+y) + 3$ biết rằng $x + y + 2 = 0$.

- A. $D = 0$. B. $D = -3$. C. $D = -2$. D. $D = -1$.

Câu 5. Cho $xyz = 8$ và $x + y + z = 0$. Tính giá trị của biểu thức $M = 2(x+y)(y+z)(x+z)$.

- A. $M = 0$. B. $M = -8$. C. $M = -16$. D. $M = 16$.

Câu 6. Cho $xyz = 4$ và $x + y + z = 0$. Tính giá trị của biểu thức $N = (5x + 5y)(3y + 3z)(4x + 4z)$.

- A. $N = 0$. B. $N = 240$. C. $N = -240$. D. $N = -120$.

Câu 7. Giá trị của biểu thức $4x^2y - \frac{2}{3}xy^2 + 5xy - x$ tại $x = 2, y = -1$ là:

- A. $-\frac{274}{3}$. B. $\frac{274}{3}$. C. $\frac{17}{27}$. D. $\frac{116}{27}$.

Câu 8. Giá trị của biểu thức $xy + x^2y^2 - x^4y$ tại $x = y = -2$.

- A. 52. B. -52. C. -25. D. 25.

Câu 9. Tính giá trị biểu thức $Q = 3x^4 + 2y^2 - 3z^3 + 4$ tại $x = y = z = -2$.

- A. 48. B. 84. C. -84. D. -48.

Câu 10. Cho đa thức $x^4 + 3x^2y^2 + 2y^4 - 2y^2$. Tính giá trị của đa thức biết $x^2 + y^2 = 2$.

- A. 4. B. 2. C. 6. D. -2.

PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1: Tính giá trị biểu thức sau: $P(x) = x^2 + 5x - 1$ lần lượt tại $x = 2; x = -\frac{1}{4}$.

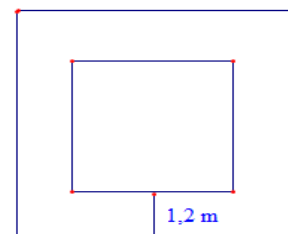
Bài 2: Tính giá trị của biểu thức sau: $A = \frac{1}{2}(3x^2 - 9x)$ tại $x = -3$.

Bài 3: Tính giá trị của biểu thức sau: $5x^2 - 3x + 1$ tại $x = -2$.

Bài 4: Tính giá trị của đa thức $B(x)$ tại $x = 2$, biết $3B(x) + B(-1) = 6x - 22$.

Bài 5: Một mảnh vườn hình vuông có cạnh bằng a (m) với lối đi xung quanh vườn rộng 1,2 m.

Hãy viết biểu thức biểu thị diện tích toàn phần còn lại của mảnh vườn. Tính diện tích còn lại của mảnh vườn khi $a = 15$.

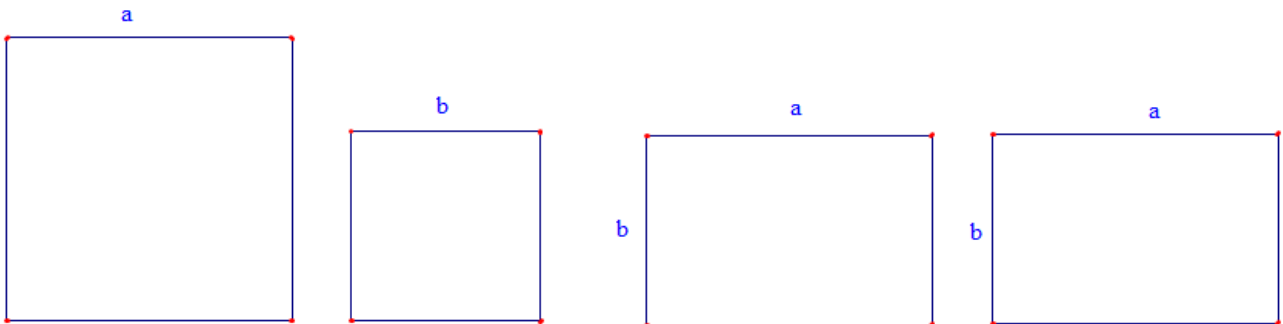


Bài 3. HẰNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ

I. BÌNH PHƯƠNG CỦA MỘT TỔNG, MỘT HIỆU

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Có 4 tấm bìa, tấm bìa thứ nhất là hình vuông có cạnh là a , tấm bìa thứ hai là hình vuông có cạnh là b , còn 2 tấm bìa còn lại thì giống nhau và là hình chữ nhật có chiều dài là a , chiều rộng là b



Có ba bạn Châu, Cường, Thảo cùng tính tổng diện tích S của 4 tấm bìa.

– Bạn Châu viết biểu thức biểu thị tổng diện tích S của 4 tấm bìa là $S = a^2 + b^2 + ab + ab$.

– Bạn Cường viết biểu thức biểu thị tổng diện tích S của 4 tấm bìa là $S = a^2 + 2ab + b^2$.

– Bạn Thảo viết biểu thức biểu thị tổng diện tích S của 4 tấm bìa là $S = (a + b)^2$

Theo các em thì ba bạn Châu, Cường, Thảo viết có đúng không?

Ở bài nhân đa thức, ta đã biến đổi biểu thức

$$\begin{aligned} A &= (a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) \\ &= a \cdot (a + b) + b \cdot (a + b) \\ &= a^2 + ab + ba + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 \end{aligned}$$

Thành biểu thức $B = a^2 + 2ab + b^2$. Từ đây cũng suy ra hai biểu thức này có giá trị bằng nhau với bất kì giá trị nào của các biến a và b .

Ta nói hai biểu thức A và B bằng nhau hoặc đồng nhất với nhau và viết $A = B$ hay

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. (1). (1) được gọi là một đồng nhất thức hoặc hằng đẳng thức,

Trong bài học này, ta làm quen với một số hằng đẳng thức thường xuyên được sử dụng, gọi là hằng đẳng thức đáng nhớ.

Ta có quy tắc sau đây:

* Kiến thức cần nhớ

Với hai biểu thức tùy ý A và B, ta có:

$$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

$$(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$$

Ví dụ 1: Viết các biểu thức sau thành đa thức:

a) $(x + 2)^2$

b) $(x - 3y)^2$

c) $(a^2 - 5b)^2$

Hướng dẫn giải

a) $(x + 2)^2 = (x)^2 + 2.(x).(2) + (2)^2 = x^2 + 4x + 4.$

b) $(x - 3y)^2 = (x)^2 - 2.(x).(3y) + (3y)^2 = x^2 - 6xy + 9y^2.$

c) $(a^2 - 5b)^2 = (a^2)^2 - 2.(a^2).(5b) + (5b)^2 = a^4 - 10a^2b + 25b^2.$

Ví dụ 2: Tính nhanh:

a) $51^2.$

b) $49^2.$

Hướng dẫn giải

a) $51^2 = (50 + 1)^2 = (50)^2 + 2.(50).(1) + (1)^2 = 2500 + 100 + 1 = 2601.$

b) $49^2 = (50 - 1)^2 = 50^2 - 2.(50).(1) + (1)^2 = 2500 - 100 + 1 = 2401.$

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1: Tính bằng cách sử dụng công thức $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2.$

1) $(2x + 3)^2.$ Hướng dẫn giải: $(2x + 3)^2 = (2x)^2 + 2.(2x).(3) + (3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$

2) $(x + 2)^2.$ 5) $(3x + 2y)^2.$ 8) $(4x + 2y)^2.$ 11) $(2x^2 + 3y^3)^2.$

3) $(y + 3)^2.$ 6) $(x + 3y)^2.$ 9) $(2x + 3y)^2.$ 12) $(4x^2 + 5y^4)^2.$

4) $(2x + 1)^2.$ 7) $(5x + 1)^2.$ 10) $(5x + y)^2.$ 13) $-(3 + x)^2.$

Bài 2: Tính bằng cách sử dụng công thức $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2.$

1) $(3a - 1)^2.$ Hướng dẫn giải: $(3a - 1)^2 = (3a)^2 - 2.(3a).(1) + (1)^2 = 9a^2 - 6a + 1.$

2) $(a - 2)^2.$ 3) $(x - 1)^2.$ 4) $(y - 4)^2.$ 5) $(5 - x)^2.$

6) $(1 - 5a)^2.$ 7) $(3a - 2b)^2.$ 8) $(4 - 3a)^2.$ 9) $(x - 3y)^2.$

10) $(3x - 1)^2.$ 11) $(2x^2y - 5xy^2)^2.$ 12) $-\left(\frac{1}{3}x - 3y\right)^2.$

Bài 3: Tính nhanh:

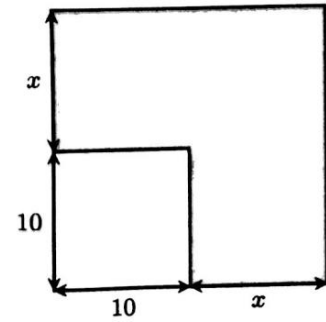
1) 52^2 .
 98^2 .

2) 62^2 .

3) 81^2 .

4)

Bài 4: Một mảnh vườn hình vuông có cạnh 10m được mở rộng cả hai cạnh thêm $x(m)$ như Hình bên. Viết biểu thức (dạng đa thức thu gọn) biểu thị diện tích mảnh vườn sau khi mở rộng.



II. HIỆU CỦA HAI BÌNH PHƯƠNG

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Với hai biểu thức tùy ý A và B , ta có:

$$A^2 - B^2 = (A + B)(A - B) \text{ hay } (A + B)(A - B) = A^2 - B^2$$

Ví dụ 3: Viết các biểu thức sau thành đa thức:

a) $(x + 2)(x - 2)$.

b) $(2x + 3y)(2x - 3y)$.

Hướng dẫn giải

a) $(x + 2)(x - 2) = x^2 - 2^2 = x^2 - 4$

b) $(2x + 3y)(2x - 3y) = (2x)^2 - (3y)^2 = 4x^2 - 9y^2$.

Ví dụ 4: Tính nhanh: a) 47.53

b) $76^2 - 24^2$.

Hướng dẫn giải

a) $47.53 = (50 - 3)(50 + 3) = 50^2 - 3^2 = 2500 - 9 = 2491$.

b) $76^2 - 24^2 = (76 + 24)(76 - 24) = 100 - 52 = 5200$.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1: Viết các biểu thức sau thành đa thức:

1) $(6 - m)(6 + m)$.

2) $(3a + 5b)(3a - 5b)$.

3) $(x + 2y^2)(x - 2y^2)$.

Bài 2: Tính nhanh:

1) 82.78 .

2) 87.93 .

3) $1232 - 232$.

Bài 3: Tính bằng cách sử dụng công thức: $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$

1) $(5a - 3b)(5a + 3b)$.

Hướng dẫn giải: $(5a - 3b)(5a + 3b) = (5a)^2 - (3b)^2 = 25a^2 - 9b^2$.

2) $(x - 1)(x + 1)$.

4) $(3x + 1)(3x - 1)$.

6) $(3x^2 - y)(3x^2 + y)$.

3) $(x - 2)(x + 2)$.

5) $(5x^2 - 2)(5x^2 + 2)$.

7) $(2x - 3)(2x + 3)$.

III. LẬP PHƯƠNG CỦA MỘT TỔNG, MỘT HIỆU

Học sinh hãy hoàn thành các phép nhân đa thức sau chỗ chấm, thu gọn kết quả nhận được:

$$\begin{aligned}(A+B)^3 &= (A+B)(A+B)^2 \\ &= (A+B)(\dots\dots\dots) \\ &= \dots\dots\dots\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(A-B)^3 &= (A-B)(A-B)^2 \\ &= (A-B)(\dots\dots\dots) \\ &= \dots\dots\dots\end{aligned}$$

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Với hai biểu thức tùy ý A và B , ta có:

$$(A+B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3; \quad (A-B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$$

Ví dụ 5: Viết các biểu thức sau thành đa thức:

a) $(a+1)^3$

b) $(a-1)^3$

Hướng dẫn giải

a) $(a+1)^3 = a^3 + 3(a)^2(1) + 3a(1)^2 + (1)^3 = a^3 + 3a^2 + 3a + 1$

b) $(a-1)^3 = a^3 - 3(a)^2(1) + 3a(1)^2 - (1)^3 = a^3 - 3a^2 + 3a - 1$

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 4: Tính bằng cách sử dụng công thức: $(A+B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$

1) $(a+2)^3$.

4) $(2+3x)^3$.

7) $(2x+3y)^3$.

10) $(2x+3y)^3 \cdot (3x+2)$.

2) $(x+1)^3$.

5) $(x+4)^3$.

8) $(3x+1)^3$.

11) $(5x+1)^3$.

3) $(x+3)^3$.

6) $(2x+1)^3$.

9) $(x+3y)^3$.

Bài 5: Tính bằng cách sử dụng công thức: $(A-B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$

1) $(a-2)^3$.

4) $(x-5)^3$.

7) $(2x-3y)^3$.

10) $(4-4y^2)^2$.

2) $(x-3)^3$.

5) $(2x-5)^3$.

8) $(x^2-2y)^3$.

11) $\left(x - \frac{1}{3}y\right)^3$

3) $(x-4)^3$.

6) $(2a-b)^3$.

9) $(2x^2-3y)^3$.

12) $-(4-2y)^3$.

III. TỔNG VÀ HIỆU CỦA HAI LẬP PHƯƠNG

Học sinh hãy sử dụng quy tắc chuyển vế và các tính chất của phép toán, hoàn thành các biến đổi sau vào chỗ chấm:

$* (A+B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$	$* (A-B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$
$A^3 + B^3 = (A+B)^3 - 3A^2B - 3AB^2$	$A^3 - B^3 = (A-B)^3 + 3A^2B - 3AB^2$

$A^3 + B^3 = (A + B)^3 - 3AB(A + B)$	$A^3 - B^3 = (A - B)^3 + 3AB(A + B)$
$A^3 + B^3 = (A + B)(\dots\dots\dots)$	$A^3 - B^3 = (A - B)(\dots\dots\dots)$
$A^3 + B^3 = \dots\dots\dots$	$A^3 - B^3 = \dots\dots\dots$
$A^3 + B^3 = \dots\dots\dots$	$A^3 - B^3 = \dots\dots\dots$

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Với hai biểu thức tùy ý A và B , ta có:

$$A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2); \quad A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$$

Ví dụ 7: Viết các đa thức sau dưới dạng tích:

- a) $x^3 + 8$. b) $x^3 - 64$.

Hướng dẫn giải

a) $x^3 + 8 = x^3 + 2^3 = (x + 2)(x^2 - 2x + 2^2) = (x + 2)(x^2 - 2x + 4)$.

b) $x^3 - 64 = x^3 - 4^3 = (x - 4)(x^2 + 4x + 4^2) = (x - 4)(x^2 + 4x + 16)$.

Ví dụ 8: Tính:

- a) $(x + 3)(x^2 - 3x + 9)$. b) $(y - 3)(y^2 + 3y + 9)$.

Hướng dẫn giải

a) $(x + 3)(x^2 - 3x + 9) = (x + 3)(x^2 - 3x + 3^2) = x^3 + 3^3 = x^3 + 27$.

b) $(y - 3)(y^2 + 3y + 9) = (y - 3)(y^2 + 3y + 3^2) = y^3 - 3^3 = y^3 - 27$.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1: Viết các đa thức sau dưới dạng tích:

- 1) $8y^3 + 1$. 2) $y^3 - 8$.

Bài 2: Tính bằng cách sử dụng công thức: $(A + B)(A^2 - AB + B^2) = A^3 + B^3$

1) $(x + 1)(x^2 - x + 1)$. Hướng dẫn giải: $(x + 1)(x^2 - x + 1) = x^3 + 1$

2) $(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$. 5) $\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x^2 - \frac{x}{2} + \frac{1}{4}\right)$.

3) $(x + 3)(x^2 - 3x + 9)$. 6) $(x^2 + 2)(x^4 - 2x^2 + 4)$.

4) $(x + 4)(x^2 - 4x + 16)$.

Bài 3: Tính bằng cách sử dụng công thức: $(A - B)(A^2 + AB + B^2) = A^3 - B^3$

1) $(x - 1)(x + x + 1)$. Hướng dẫn giải: $(x - 1)(x + x + 1) = (x)^3 - 1^3 = x^3 - 1$

2) $(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$.

5) $(x^2 - 3)(x^4 + 3x^2 + 9)$.

3) $(x - 3)(x^2 + 3x + 9)$.

6) $(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$.

4) $(x - 4)(x^2 + 4x + 16)$.

7) $(3x - 1)(9x^2 + 3x + 1)$.

Bài 4. Điền các đơn thức thích hợp vào ô trống:

1) $(3x + y)(\dots - \dots + \dots) = 27x^3 + y^3$.

2) $(2x - \dots)(\dots + \dots) = 8x^3 - 125$.

C. BÀI TẬP TỰ RÈN

1) $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$

5) $(A - B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$

2) $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$

6) $(A + B)(A^2 - AB + B^2) = A^3 + B^3$

3) $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$

7) $(A - B)(A^2 + AB + B^2) = A^3 - B^3$

4) $(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$

Bài 1. Dùng bút chì nối các biểu thức sao cho chúng tạo thành hai vế của một hằng đẳng thức (theo mẫu):

$(x - y)(x^2 + xy + y^2)$
$(x + y)(x - y)$
$x^2 - 2xy + y^2$
$(x + y)^2$
$(x + y)(x^2 - xy + y^2)$
$y^2 + 3xy^2 + 3x^2y + x^3$
$(x - y)^2$

$x^3 + y^3$
$x^3 - y^3$
$x^2 + 2xy + y^2$
$x^2 - y^2$
$(y - x)^2$
$x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$
$(x + y)^3$

Bài 2. Viết các biểu thức sau thành đa thức:

1) $(3x + 4)^2$.

2) $(5x - y)^2$.

3) $\left(xy - \frac{1}{2}y\right)^2$.

Bài 3. Viết các biểu thức sau thành bình phương của một tổng hoặc một hiệu:

1) $x^2 + 2xy + 1$.

2) $9 - 24x + 16x^2$.

3) $4x^2 + \frac{1}{4} = 2x$.

Bài 4. Viết các biểu thức sau thành đa thức:

1) $(3x-5)(3x+5)$.

2) $(x-2y)(x+2y)$.

3) $\left(-x-\frac{1}{2}y\right)\left(-x+\frac{1}{2}y\right)$.

Bài 5.

1) Viết biểu thức tính diện tích của hình vuông có cạnh bằng $2x+3$ dưới dạng đa thức.

2) Viết công thức tính thể tích của khối lập phương có cạnh bằng $3x-2$ dưới dạng đa thức.

Bài 6. Tính nhanh:

1) 38.42 .

2) 102^2 .

3) 198^2 .

4) $75^2 - 25^2$.

Bài 7. Viết các biểu thức sau thành đa thức:

1) $(2x-3)^3$.

2) $(a+3b)^3$.

3) $(xy-1)^3$.

4) $(3ab+3)^3$.

Bài 8. Viết các biểu thức sau thành đa thức:

1) $(a-5)(a^2+5a+25)$.

2) $(x+2y)(x^2-2xy+4y^2)$.

Bài 9. Viết các biểu thức sau thành đa thức:

1) $(a-1)(a+1)(a^2+1)$.

2) $(xy+1)^2 - (xy-1)^2$.

Bài 10. Viết các biểu thức sau thành đa thức:

1) Cho $x+y=12$ và $xy=35$. Tính $(x-y)^2$.

2) Cho $x-y=8$ và $xy=20$. Tính $(x+y)^2$.

3) Cho $x+y=5$ và $xy=6$. Tính x^3+y^3 .

4) Cho $x-y=3$ và $xy=40$. Tính x^3-y^3 .

Bài 11. Cho hình hộp chữ nhật có chiều rộng, chiều dài và chiều cao đều bằng 5cm .

Thể tích của hình hộp chữ nhật sẽ tăng bao nhiêu nếu:

1) Chiều dài và chiều rộng tăng thêm $a\text{ cm}$?

2) Chiều dài, chiều rộng, chiều cao tăng thêm $a\text{ cm}$?

Bài 12. Thực hiện phép tính:

1) $(x+2)^2 + 2(x-1)$.

8) $(x-3)(x+3) - (x-1)(x^2-3)$.

2) $(x-4)^2 + (x+1)(x+1)$.

9) $(2-x)(2y-2) - (2x-y)^2$.

3) $(x-y)^2 + 2x(x+y)$.

10) $3(x-1)(x+1) - 2(x-3)^2$.

4) $3(x+1) + (x+1)^2$.

11) $-5x(x+4)^2 - (x-1)^2$.

5) $(x+5)2x - x(x-3)^2$.

12) $(x-2)(x+2)(x+1) - 4x(2x+1)$.

6) $x(4x+3y) - (y-2x)^2$.

13) $(x^2-1)(x^2+3) - 5x^2(x+1)^2$.

7) $(7x-1)(x+2)-(x+4)^2$.

14) $(x-1)(x+5)-(x-2)^2+3(x-2)^2$.

Bài 13. Tìm x , biết:

1) $(x+7)^2-x(x-3)=12$.

7) $(x-2)^2-(x+1)(x+3)=-7$.

2) $(2x+3)^2-4x^2=10$.

8) $(x+1)^2-(x-2)(x+2)=0$.

3) $(x+2)^2-x(x-2)(x+1)=3$.

9) $(2x+3)^2-4(x-1)^2=16$.

4) $27x^2(x+1)-(3x+1)^3=-8$.

10) $(x-2)^2-x(x-5)-3=0$.

5) $(2x+3)^2-4(x-1)^2=0$.

11) $(3x-2)(x+9)-(3x-2)^2=0$.

6) $(x+1)(x^2-x+1)-x(x^2-2)=4$.

12) $x(4x+1)-(2x-3)^2=-9$.

Bài 14. Hãy cho biết giá trị của các biểu thức sau có phụ thuộc vào giá trị của biến x hay không?

1) $A=3(x+1)^2-(x+3)^2$.

6) $D=(3x+2)^2-(3x+2)(3x-2)-6x$.

2) $B=(x-2)^2-(x-4)x$.

7) $E=(3x+5)^2-(2x-3)^2+3(6x-7)$.

3) $M=3(x+2)^2-3(x^2-4)$.

8) $F=(2-3x)(4+6x+9x^2)+27x^2$.

4) $N=x^2-(x+1)(x-1)+5$.

9) $G=(x-2)^2-(x-3)(x+3)+2(2x-3)$.

5) $C=3x(x-2)(x+2)-x(3x+3)$.

10) $H=6(x+2)(x-2)-(2x-1)(3x+2)$.

Bài 15. Tính giá trị của các biểu thức sau:

1) x^2-y^2 tại $x=87$ và $y=13$.

2) $x^3+9x^2+27x+27$ tại $x=97$.

3) x^3-3x^2+3x-1 tại $x=101$.

4) $8x^3-12x^2+6x-1$ tại $x=1,5$.

Bài 16. Rút gọn và tính giá trị của biểu thức sau:

1) $A=x(x+1)-(x+2)^2$ tại $x=1$.

2) $B=(5x+2)(2x-7)-(2x+5)(2x-5)$ tại $x=-3$.

3) $C=(x-2)^2-(x-3)(x+3)$ tại $x=2$.

4) $D=(2x-3)^2+(4x+1)(16x^2-4x+1)$ tại $x=-2$.

5) $E=(3x+y)^3-(x+2y)(x^2-2xy+4y^2)$ tại $x=1, y=2$.

Bài 17. Tính:

1) $(a+b+c)^2$.

3) $[(a+b)-c]^2$.

5) $(x+2y-z)^2$.

2) $(x+y+z)^2$.

4) $(a-b+c)^2$.

6) $(2x+y+z)^2$.

Bài 18. Tính nhanh:

1) 101^2 .

2) 199^2 .

3) 47.53 .

4) $34^2+66^2+68.66$.

5) $74^2+24^2-48.74$.

Bài 19. Chứng minh rằng:

$$1) (a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab.$$

$$2) (a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab.$$

Áp dụng

a) Tính $(a-b)^2$, biết $a+b=7$ và $a.b=12$.

b) Tính $(a+b)^2$, biết $a-b=20$ và $a.b=3$.

Bài 20. Chứng minh rằng:

$$1) a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b).$$

$$2) a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b).$$

Áp dụng: Tính $a^3 + b^3$, biết $a.b=6$ và $a+b=-5$.

BÀI 4. PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ

Phân tích đa thức thành nhân tử (hay thừa số) là biến đổi đa thức đã cho thành một tích của những đa thức. Mỗi đa thức thành là một nhân tử của đa thức đã cho.

I. PHƯƠNG PHÁP ĐẶT NHÂN TỬ CHUNG

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Ví dụ 1. Phân tích đa thức $P = 5ab - 10ab^2 + 20a^2$ thành nhân tử.

Hướng dẫn giải

$$P = 5ab - 10ab^2 + 20a^2 = 5a.b - 5a.2b^2 + 5a.4a = 5a.(b - 2b^2 + 4a).$$

Ở ví dụ 1, ta thấy rằng mỗi hạng tử của đa thức P đều có thể viết thành tích tích của $5a$ với mỗi đơn thức. Ta gọi đơn thức $5a$ là nhân tử chung của các hạng tử của P . Sử dụng tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng, ta viết được P thành tích của $5a$ với một đa thức. Cách làm như vậy gọi là phân tích đa thức P thành nhân tử bằng phương pháp đặt nhân tử chung.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử.

1) $A = xy^2 - x^2y.$

2) $B = 8x - 4x^3.$

3) $C = 15x^4 - 5x^2y^3.$

4) $D = 6x^3y^3 - 9xy^3z + x^2y.$

5) $E = 5x^2 - 10xy.$

6) $F = 12x^3 - 3xy^2.$

Bài 2. Phân tích đa thức sau thành nhân tử (bằng phương pháp đặt nhân tử chung).

1) $2a + 2b.$ Hướng dẫn giải: $2a + 2b = 2(a + b).$

2) $2a - 2b.$

14) $ax + a.$

26) $12x^3y - 6xy + 3x.$

3) $-2a - 2b.$

15) $-2ax - 4ay.$

27) $2(x - y) - a(x - y).$

- | | | |
|-------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------|
| 4) $2a + 4b - 6c$. | 16) $2ax - 2ay + 2a$. | 28) $mx(a + b) - m(a + b)$ |
| 5) $3a - 6b - 9c$. | 17) $mx + my + m$. | 29) $x(a - b) - y(b - a)$. |
| 6) $-4a - 8b - 12c$. | 18) $-xa - ay - a$. | 30) $mxy - m^2x + my$. |
| 7) $-5x - 10xy - 15y$. | 19) $-ax^2 - ax - a$. | 31) $2mx - 4m^2xy + 6mx$. |
| 8) $-7a - 14ab - 21b$. | 20) $a - 2ax - 4ay$. | 32) $a^2b - 2ab^2 + ab$. |
| 9) $6xy - 12x - 18y$. | 21) $5ax - 15ay + 20a$. | 33) $5a^2b - 2ab^2 + ab$. |
| 10) $8xy - 24y + 16x$. | 22) $3a^2x - 6a^2y + 12a$. | 34) $-3x^2y^3 - 6x^3y^2 - x^2y^4$. |
| 11) $9ab - 18a + 9$. | 23) $2axy - 4a^2xy^2 + 6a^3x^2$. | |
| 12) $4ax - 2ay - 2$. | 24) $5a^2xy - 10a^3x - 15ay$. | |
| 13) $xy - x$. | 25) $m(a - b) - m^2(a - b)$ | |

II. PHƯƠNG PHÁP NHÓM HẠNG TỬ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Hãy hoàn thành biến đổi sau vào chỗ chấm để phân tích thành nhân tử:

$$ax - ay + 3x - 3y = (ax - ay) + (3x - 3y) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

Ngoài cách trên, các em có thể biến đổi theo cách khác để phân tích thành nhân tử hay không?

Ở bài trên ta đã ghép các hạng tử của đa thức thành các nhóm để làm làm xuất hiện nhân tử chung. Cách làm như vậy gọi là phân tích đa thức thành nhân tử bằng phương pháp nhóm hạng tử.

Ví dụ 2. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử: $a^2 - 7a + ab - 7b$.

Hướng dẫn giải

$$a^2 - 7a + ab - 7b = (a^2 - 7a) + (ab - 7b) = a(a - 7) + b(a - 7) = (a - 7)(a + b).$$

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử.

- | | |
|---------------------------|---------------------------------|
| 1) $a^3 - a^2b + a - b$. | 2) $x^3 + 3x^2 - xy^2 - 3y^2$. |
|---------------------------|---------------------------------|

Bài 2. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử.

- | | | |
|---|----------------------------|-----------------------------|
| 1) $x(a + b) - a - b$. Hướng dẫn giải: $x(a + b) - a - b = x(a + b) - 1(a + b) = (a + b)(x - 1)$. | | |
| 2) $x(a - b) + a - b$. | 8) $a(x + y) - x - y$. | 14) $-2x - 2y + ax + ay$. |
| 3) $x(a + b) + a + b$. | 9) $x(a - b) - a + b$. | 15) $x^2 + xy - 2x - 2y$. |
| 4) $m(x - y) + x - y$. | 10) $-a - b + x(a + b)$. | 16) $x^2 - xy + 2x - 2y$. |
| 5) $x + y + a(x + y)$. | 11) $xz + yz - 5(x + y)$. | 17) $10ax - 5ay + 2x - y$. |

6) $x - y - a(x - y)$.

12) $ax + ay - bx - by$.

18) $3x^2 - 3xy - 5x + 5y$.

7) $a + b + x(a + b)$.

13) $ax + ay - 2x - 2y$.

19) $5x^2y = 5xy^2 - a^2x - a^2y$.

20) $x^3 + 2x^2 - 2x - 1$.

III. PHƯƠNG PHÁP SỬ DỤNG HẰNG ĐẲNG THỨC

Nếu cả hai phương pháp trên không dùng được thì ta có thể dùng bảy hằng đẳng thức để phân tích đa thức thành nhân tử

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1) $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$

5) $(A - B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$

2) $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$

6) $(A + B)(A^2 - AB + B^2) = A^3 + B^3$

3) $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$

7) $(A - B)(A^2 + AB + B^2) = A^3 - B^3$

4) $(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$

Ví dụ 3. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

1) $A = x^2 + 12x + 36$.

2) $B = x^2 - 4y^2$.

3) $C = x^3 - 8y^3$.

Hướng dẫn giải

1) $A = x^2 + 12x + 36 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 6 + 6^2 = (x + 6)^2$.

2) $B = x^2 - 4y^2 = x^2 - (2y)^2 = (x - 2y)(x + 2y)$.

3) $C = x^3 - 8y^3 = x^3 - (2y)^3 = (x - 2y)[x^2 + x \cdot 2y + (2y)^2] = (x - 2y)(x^2 + 2xy + 4y^2)$.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử.

1) $9x^2 - 25$.

2) $4x^2 - 4xy + y^2$.

3) $x^3 - 8$.

4) $3ax^3y^3 + 6a$.

Bài 2. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử (bằng phương pháp dùng hằng đẳng thức).

1) $a^2 - 4b^2$. Hướng dẫn giải: $a^2 - 4b^2 = a^2 - (2a)^2 = (a + 2a)(a - 2a)$.

2) $4a^2 - b^2$.

22) $4a^2 - (a + b)^2$.

42) $x^3 + 8$.

3) $a^2 - 25$.

23) $49a^2 - (2a - b)^2$.

43) $\frac{1}{27} + a^3$.

4) $25a^2 - 1$.

24) $81a^2 - (5a - 3b)^2$.

44) $8x^6 - 27y^3$.

5) $a^2 - 9$.

25) $(5a - b)^2 - (2a + 3b)^2$.

45) $8x^3 + 27y^3$.

6) $9a^2 - 1$.

26) $(4a + 3b)^2 - (b - 2a)^2$.

46) $\frac{1}{8}x^3 - 8$.

7) $121 - a^2$.

27) $x^2 + 10x + 25$.

47) $\frac{1}{64}y^6 - 125y^3$.

- | | | |
|---|------------------------------|------------------------------|
| 8) $64a^2 - 9$. | 28) $x^2 + 8x + 16$. | 48) $(a+b)^3 - c^3$. |
| 9) $81a^2 - 25$. | 29) $x^2 + 6x + 9$. | 49) $x^3 - (y-1)^3$. |
| 10) $144a^2 - 81$. | 30) $x^2 + 14x + 49$. | 50) $125 - (x+2)^3$. |
| 11) $25a^2 - 49b^4$. | 31) $16x^2 + 8x + 1$. | 51) $(x+3)^3 - 8$. |
| 12) $100a^2 - 9b^4$. | 32) $4x^4 + 20x^2 + 25$. | 52) $(x-5)^3 - 27$. |
| 13) $a^4 - 4b^2$. | 33) $9x^4 + 24x^2 + 16$. | 53) $(x+1)^3 - 125$. |
| 14) $\frac{1}{4}a^2 - b^2$. | 34) $25x^2 + 20xy + 4y^2$. | 54) $(x+4)^3 - 64$. |
| 15) $\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{9}b^2$. | 35) $4x^2 + 12xy + 9y^2$. | 55) $x^6 + 1$. |
| 16) $\frac{1}{25} - 36x^2$. | 36) $25x^2 - 10xy + y^2$. | 56) $x^6 - 1$. |
| 17) $(a-b)^2 - c^2$. | 37) $x^4 - 4x^2y + 4y^2$. | 57) $x^6 - y^6$. |
| 18) $(a+b)^2 - 4$. | 38) $9x^2 - 30x + 25$. | 58) $x^3 + 3x^2 = 3x + 1$. |
| 19) $(a-2b)^2 - 4b^2$. | 39) $9x^4 - 12x^2y + 4y^2$. | 59) $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$. |
| 20) $(a+3b)^2 - 9b^2$. | 40) $9x^6 - 12x^7 + 4x^8$. | 60) $m^3 - 3m^2 + 3m - 1$. |
| 21) $(a-5b)^2 - 16b^2$. | 41) $m^3 + 27$. | 61) $m^3 - 6m^2 + 12m - 8$. |

Bài 3. Tìm một hình hộp chữ nhật có thể tích $12x^3 - 8x$ (với $x > 3$) mà độ dài các cạnh đều là biểu thức chứa x .

C. BÀI TẬP TỰ RÈN

Bài 1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- | | | |
|--------------------|--------------------------|-------------------------|
| 1) $x^3 + 5x$. | 3) $6ab - 9ab^2$. | 5) $2x(x-3) - 3(3-x)$. |
| 2) $4ab - 16b^2$. | 4) $2a(x-1) + 3b(1-x)$. | 6) $(x-y)^2 - x(y-x)$. |

Bài 2. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- | | | |
|--------------------|---------------------------|----------------------------|
| 1) $4x^2 - 1$. | 3) $x^2 - 9y^2$. | 5) $x^2 + 2xy + y^2 - 4$. |
| 2) $(x+2)^2 - 9$. | 4) $(a+b)^2 - (a-2b)^2$. | 6) $5x^3 - 20$. |

Bài 3. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- | | | |
|----------------------|---------------------------|-------------------------------|
| 1) $4a^2 + 4a + 1$. | 2) $-3x^2 + 6xy - 3y^2$. | 3) $(x+y)^2 - 2(x+y)z + 4z^2$ |
|----------------------|---------------------------|-------------------------------|

Bài 4. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- | | | |
|--------------------|---------------------------|---------------------|
| 1) $8x^3 - 1$. | 3) $64x^3 - 1$. | 5) $x^3 - y^6$. |
| 2) $x^3 + 27y^3$. | 4) $x^3 + \frac{1}{27}$. | 6) $8x^3 + 27y^6$. |

Bài 5. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

1) $(x - \dots\dots\dots)^2 = x^2 - \dots\dots\dots + 25.$

3) $(x - \dots\dots\dots)^3 = x^3 - x^2 + \dots\dots\dots - \frac{1}{27}.$

2) $27x^3 + \dots\dots\dots = (3x + z)(\dots\dots\dots - 3xz + z^2)$

4) $4x^2 - \dots\dots\dots = (2x + \dots\dots\dots)(2x - 5y).$

Bài 6. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

1) $4x^3 - 16x.$

9) $x^2 - 36y^2 + 2x + 1.$

2) $x^4 - y^4.$

10) $a^2 - b^2 - 12a + 12b.$

3) $3x^2y - 6xy^2 + 3y^3.$

11) $xy^2 + x^2y + \frac{1}{4}y^3.$

4) $x^2 + y^2 - 4 + 2xy.$

12) $x^2 - 25y^2 - 6x + 9y.$

5) $x^2 + 2x - y^2 + 1.$

13) $4x^2 - 25y^2 + 4x + 1.$

6) $36x^2 - y^2 - 6y - 9.$

14) $x^2 - y^2 + 2024x - 2024y.$

7) $9x^2 - 6x + 1 - 16y^2.$

15) $4x^2 - 4x + 1 - 25y^2.$

8) $4a^2 + 4ab + b^2 - 9.$

16) $3x^2y - 12xy + 15y.$

Bài 7. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

1) $5x(2x - 1) - 3 + 6x.$

6) $x^3 - x + 3x^2 - 3.$

2) $x^2 - xy + x - y.$

7) $ax + 4y + 2x + 2ay.$

3) $x^2 + 2xy - 8x - 16y.$

8) $2xy + 4y^2 + 5x + 10y.$

4) $2x^2 - 4x + xy - 2y.$

9) $3x^2 - 6xy + 8x - 16y.$

5) $x^2 + 2xy - 4x - 8y.$

10) $x^3 - x^2 - x + 1.$

Bài 8. Cho $y > 0$. Tìm độ dài cạnh của hình vuông có diện tích bằng $49y^2 + 28y + 4$.

Bài 9. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử (bằng cách phối hợp nhiều phương pháp).

1) $y(x - y) - (x - y).$

11) $5x^2 + 10xy + 5y^2.$

2) $xy - y^2 - x + y.$

12) $6x^2 + 12xy + 6y^2.$

3) $5x^2 + 5xy - x - y.$

13) $2x^3 + 4x^2y + 2xy^2.$

4) $5x^2 - 5xy - x + y.$

14) $-3x^4y - 6x^3y^2 - 3x^2y^3.$

5) $10ax - 5ay + 2x - y.$

15) $4x^5y^2 + 8x^4y^3 + 4x^3y^4.$

6) $2x^2 - 2xy - x + y.$

16) $-3x^2 - 12x - 12.$

7) $5x^2 - 5xy - 7x + 7y.$

17) $2x^3 + 8x^2 + 8x.$

8) $x^2 + xy - 13x - 13y.$

18) $-3x^4y - 12x^3y - 12x^2y.$

9) $2x^2 + 2x + xy + y.$

19) $4x^5y^2 + 16x^4y^2 + 16x^3y^2.$

10) $ab - ac - b^2 + bc.$

20) $5x^4y^2 + 20x^3y^2 + 20x^2y^2.$

Bài 10. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử (bằng cách phối hợp nhiều phương pháp).

1) $(a^2 + 4)^2 - 16a^2$.

7) $25a^2b^2 - 4x^2 + 4x - 1$.

2) $(a^2 + 9)^2 - 36a^2$.

8) $36x^2 - a^2 + 10a - 25$.

3) $(a^2 + 4b^2)^2 - 16a^2b^2$.

9) $x^2 - 2x + 1 - a^2 - 2ab - b^2$.

4) $36a^2 - (a^2 + 9)^2$.

10) $1 - 2m + m^2 - x^2 - 4x - 4$.

5) $100a^2 - (a^2 + 25)^2$.

11) $m^2 - 6m + 9 - x^2 + 4xy - 4y^2$.

6) $4a^2 - x^2 - 2x - 1$.

12) $4x^2 - 4xy + y^2 - 25a^2 + 10a - 1$.

Bài 11. Phân tích thành nhân tử (phối hợp các phương pháp).

1) $5a^2 - 5$.

9) $x^2 - 9 + (x - 3)^2$.

17) $27xy + xy(a + b)^3$.

2) $10a^3 - 10a$.

10) $x^2 - 4 + (x + 2)^2$.

18) $8xy^3 + x(x - y)^3$.

3) $3x^3 - 12x$.

11) $2xm^3 - 2x$.

19) $x^2 - (a + b)xy + aby^2$.

4) $-12x^3y + 75xy^3$.

12) $8a^3x - 27b^3x$.

20) $x^2 - (2a + b)xy + 2aby^2$.

5) $9xy - 4a^2xy$.

13) $-4 + 32a^3b^3$.

21) $ab(x^2 + y^2) + xy(a^2 + b^2)$

6) $a^2 - b^2 + 3a + 3b$.

14) $5xy - 40a^3b^3xy$.

7) $x^2 - y^2 + ax - ay$.

15) $2x^3 + 16$.

22) $xy(a^2 + b^2) - ab(x^2 + y^2)$.

8) $x^2 - y^2 - 5x + 5y$.

16) $-5 - 5x^3y^3$.

23) $(xy + ab)^2 + (ay - bx)^2$.

Bài 12. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử.

1) $x^2 + 9 - 16y^2 + 6x$.

9) $6x^2 + 6y^2 - 24 + 12xy$.

17) $8x^2 - 16x + 8 - 32y^2$.

2) $x^2 - 9 + y^2 + 2xy$.

10) $9x^2 - 6x + 1 - 25$.

18) $4x^2 - 4x + 1 - 81a^2$.

3) $x^2 - 4x + 4 - 9y^2$.

11) $x^2 + 4x + 4 - 49y^2$.

19) $x^2 - 6xy + 9y^2 - 121$.

4) $x^2 - 4xy + 4y^2 - 81$.

12) $a^3 + 9a - ab^2 - 6a^2$.

20) $12x^2 - 24x + 12 - 3y^2$.

5) $25 - 10x - 9y^2 + x^2$.

13) $9x^2 + 6x + 1 - 25$.

21) $a^2 + 6a - b^2 + 9$.

6) $9y^2 - 4x^2 + 4x - 1$.

14) $5x^2 - 10x + 5 - 45t^2$.

22) $x^3 - 4x^2 - 25xy^2 + 4x$.

7) $x^2 - 2x - 4y^2 + 4y$.

15) $x^2 - 36y^2t^2 - 10x + 25$.

23) $x^2 - y^2 + 14x + 49$.

8) $64 - 4x^2 + 12xy - 9y^2$.

16) $x^2 - 2xy + y^2 - 16z^2$.

24) $a^2 + 6a - 4b^2 + 9$.

Bài 13. Chứng minh các đẳng thức sau.

1) $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$.

2) $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$.

3) $(a + b)^2 - 4ab = (a - b)^2$.

4) $(a - b)^2 + 4ab = (a + b)^2$.

5) $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$.

6) $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$.

7) $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$.

Bài 14. Phân tích đa thức thành nhân tử (bằng kỹ thuật bổ sung hằng đẳng thức).

1) $x^2 - 2x - 3$.

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned} x^2 - 2x - 3 &= (x)^2 - 2(x)(1) + (1)^2 - 1 - 3 = (x-1)^2 - 4 \\ &= (x-1)^2 - 2^2 = (x-1-2)(x-1+2) = (x-3)(x+1) \end{aligned}$$

2) $x^2 + 2x - 3$.

11) $x^2 - x - 20$.

20) $x^2 - 3xy + 2y^2$.

3) $x^2 - 4x - 5$.

12) $4x^2 - 7x - 2$.

21) $x^2 - xy - 6y^2$.

4) $x^2 + 4x - 5$.

13) $4x^2 + 5x - 6$.

22) $2x^2 - 3xy - 2y^2$.

5) $x^2 - 6x - 7$.

14) $9x^2 - 6x - 3$.

23) $2x^2 + 5xy + 2y^2$.

6) $x^2 - 5x + 6$.

15) $2x^2 - 3x - 2$.

24) $3x^2 + 8xy - 3y^2$.

7) $x^2 + 5x + 6$.

16) $3x^2 + x - 2$.

25) $x^2 - x - xy - 2y^2 + 2y$.

8) $x^2 - 7x + 12$.

17) $3x^2 + 10x + 3$.

26) $x^2 + 2y^2 - 3xy + x - 2y$.

9) $3x^2 + x - 2$.

18) $6x^2 + 7x + 2$.

10) $x^2 - 9x + 20$.

19) $x^2 - xy - 2y^2$.

Bài 15. Phân tích thành nhân tử (bằng kĩ thuật tách hạng tử).

1) $x^2 - x - 2$

Hướng dẫn giải

$$x^2 - x - 2 = x^2 - 2x + x - 2 = x(x-2) + (x-2) = (x-2)(x+1).$$

2) $x^2 + 2x - 3$

12) $x^2 - 9x + 20$.

22) $x^2 + xy - 2y^2$.

3) $x^2 - 4x - 5$.

13) $x^2 + x - 20$.

23) $x^2 - 3xy + 2y^2$.

4) $x^2 - 6x - 7$.

14) $4x^2 + 4x - 3$.

24) $x^2 - xy - 6y^2$.

5) $x^2 + 6x - 7$.

15) $4x^2 - 7x - 2$.

25) $2x^2 - 3xy - 2y^2$.

6) $x^2 - 8x - 9$.

16) $4x^2 + 5x - 6$.

26) $6x^2 - xy - y^2$.

7) $x^2 - 5x + 6$.

17) $4x^2 + 15x + 9$.

27) $3x^2 + 8xy - 3y^2$.

8) $x^2 + 5x + 6$.

18) $9x^2 - 6x - 3$.

28) $x^2 - x - xy - 2y^2 + 2y$.

9) $x^2 + 7x + 12$.

19) $2x^2 - 3x - 2$.

29) $x^2 + 2y^2 - 3xy + x - 2y$.

10) $x^2 - x - 2$.

20) $6x^2 + 7x + 2$.

30) $x^2 + x - xy - 2y^2 + y$.

11) $x^2 + x - 2$.

21) $x^2 - x - 12$.

Bài 16. Phân tích thành nhân tử.

1) $x^2 + 9 - 16y^2 + 6x$.

9) $169 - a^2 + 2ab - b^2$.

17) $x^2 - 4x + 4 - 81a^2$.

2) $x^2 - 9 + y^2 + 2xy$.

10) $a^2 + 6a - 4b^2 + 9$.

18) $16 + 8x + x^2 - 25y^2$.

3) $x^2 - 4x + 4 - 9y^2$.

11) $4x - 4 + 9y^2 - x^2$.

19) $x^2 + 1 - 4y^2 + 2x$.

4) $x^2 - 4xy + 4y^2 - 81$.

12) $5x^2 - 10x + 5 - 45t^2$.

20) $x^2 - 10x + 25 - 9y^2$.

5) $25 - 10x - 9y^2 + x^2$.

13) $x^2 - 36y^2t^2 - 10x + 25$.

21) $25 - x^2 + 10xy - 25y^2$.

6) $9y^2 - 4x^2 + 4x - 1$.

14) $9x^2 - 16y^2 + 6x + 1$.

22) $x^2 + 8x - 25y^2 + 16$.

7) $x^2 - 2x - 4y^2 + 4y$.

15) $x^2 - 2xy + y^2 - 16z^2$.

23) $9x^2 - 6x + 1 - 36y^2$.

8) $x^2 - 4x + 4 - 9y^2$.

16) $x^2 - y^2 + 14x + 49$.

Bài 5. PHÂN THỨC ĐẠI SỐ.

I. PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Một phân thức đại số (hay nói gọn là phân thức) là một biểu thức có dạng $\frac{A}{B}$, trong đó A, B là những đa thức và B khác đa thức không. A được gọi là tử thức (hay tử), B được gọi là mẫu thức (hay mẫu). Đa thức là một tổng của những đơn thức. Mỗi đơn thức trong tổng gọi là một hạng tử của đa thức đó.

Chú ý: Mỗi đa thức cũng được coi là một phân thức với mẫu thức bằng 1.

Ví dụ 1. Chỉ ra các phân thức trong các biểu thức sau đây:

$$\frac{3x-1}{x+2}; \frac{2ab-1}{a-b}; x^2-2x+3; \frac{\sqrt{x}}{2x-1}; \sqrt{3}.$$

Hướng dẫn giải

Trong các biểu thức trên, $\frac{3x-1}{x+2}; \frac{2ab-1}{a-b}; x^2-2x+3; \sqrt{3}$ là phân thức. Biểu thức $\frac{\sqrt{x}}{2x-1}$ không là phân thức, vì \sqrt{x} không phải đa thức.

KIẾN THỨC CẦN NHỚ:

Điều kiện xác định của phân thức $\frac{A}{B}$ là điều kiện của biến để mẫu thức B khác 0.

Khi thay các biến của phân thức đại số bằng các giá trị nào đó (sao cho phân thức xác định), rồi thực hiện phép tính thì ta nhận được giá trị của phân thức đại số đó tại các giá trị của biến.

Ví dụ 2. Cho phân thức $M = \frac{x^2 + 2x - 1}{3x - 1}$.

a) Tính giá trị của phân thức tại $x = 0; x = 2; x = -3$.

b) Tại $x = \frac{1}{3}$ thì phân thức có xác định không? Tại sao?

Hướng dẫn giải

a) Tại $x = 0$, $M = \frac{(0)^2 + 2 \cdot (0) - 1}{3 \cdot (0) - 1} = 1$.

Tại $x = 2$, $M = \frac{(2)^2 + 2 \cdot (2) - 1}{3 \cdot (2) - 1} = \frac{7}{5}$.

Tại $x = -3$, $M = \frac{(-3)^2 + 2 \cdot (-3) - 1}{3 \cdot (-3) - 1} = \frac{2}{-10} = -\frac{1}{5}$.

1) $\frac{5}{3a-6}$.

2) $\frac{x^2y-3}{x-2y}$.

Bài 7. Giá thành trung bình của một chiếc áo sơ mi được một xí nghiệp sản xuất cho bởi biểu thức $C(x) = \frac{0,0002x^2 + 120x + 1000}{x}$, trong đó x là số áo được sản xuất và C tính bằng nghìn đồng. Tính C khi $x = 100$, $x = 1000$.

Bài 8. Tìm điều kiện xác định của các phân thức sau:

1) $\frac{1}{x+1}$. **Hướng dẫn giải:** $\frac{1}{x+1}$ xác định khi $x+1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$

2) $\frac{1}{x-1}$.

9) $\frac{1}{x^2+3x}$.

16) $\frac{2x+7}{(x-1)(x+2)}$.

3) $\frac{2}{x+3}$.

10) $\frac{8x+7}{x^2-1}$.

17) $\frac{2x+7}{x^2+2x-x-2}$.

4) $\frac{1}{x-5}$.

11) $\frac{2x-3}{x^2-4}$.

18) $\frac{9x-7}{x^2+2x+1}$.

5) $\frac{2x+3}{3x-4}$.

12) $\frac{4x+1}{4x^2-1}$.

19) $\frac{1-ax^2}{x^2-2x+1}$.

6) $\frac{4x-3}{2x+8}$.

13) $\frac{4x-1}{5x^2+x}$.

20) $\frac{9-x}{x^2-4x+4}$.

7) $\frac{1}{x(x-3)}$.

14) $\frac{5x}{x^2-xy}$.

21) $\frac{2x+7}{x^2+x-2}$.

8) $\frac{-57}{x^2-5x}$.

15) $\frac{4x+6}{(x+1)(x+3)}$.

II. HAI PHÂN THỨC BẰNG NHAU

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Ta nói hai phân thức $\frac{A}{B}$ và $\frac{C}{D}$ bằng nhau nếu $A.D = B.C$. Khi đó, ta viết

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D}.$$

Ví dụ 4. Hai phân thức $A = \frac{4x^2+16x}{x^2-16}$ và $B = \frac{4x}{x-4}$ có bằng nhau không? Tại sao?

Hướng dẫn giải

Ta có:
$$\begin{cases} (4x^2+16x).(x-4) = 4x^3 - 16x^2 + 16x^2 - 64x = 4x^3 - 64x \\ (x^2-16).4x = 4x^3 - 64x \end{cases}$$

Khi đó $(4x^2+16x).(x-4) = (x^2-16).4x$.

Vậy $\frac{4x^2+16x}{x^2-16} = \frac{4x}{x-4}$ hay $A = B$.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1. Mỗi cặp phân thức sau đây có bằng nhau không? Tại sao?

1) $\frac{xy^2}{xy+y}$ và $\frac{xy}{x+1}$.

2) $\frac{xy-y}{x}$ và $\frac{xy-x}{y}$.

Bài 2. Dùng định nghĩa hai phân thức bằng nhau chứng tỏ rằng:

1) $\frac{x-1}{x^2-1} = \frac{1}{x+1}$

Hướng dẫn giải: Ta có: $\begin{cases} (x-1)(x+1) = x^2 - 1 \\ 1 \cdot (x^2 - 1) = x^2 - 1 \end{cases} \Rightarrow (x-1)(x+1) = 1 \cdot (x^2 - 1)$.

Vậy $\frac{x-1}{x^2-1} = \frac{1}{x+1}$.

2) $\frac{3x^2y}{6x^3} = \frac{x}{2y^2}$.

5) $\frac{3x+3}{3x} = \frac{x+1}{x}$.

8) $\frac{2x(x-1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{2x}{x+1}$.

3) $\frac{5y}{7} = \frac{20xy}{28x}$.

6) $\frac{3x(x+5)}{2(x+5)} = \frac{3x}{2}$.

9) $\frac{x+2}{x-1} = \frac{(x+2)(x+1)}{x^2-1}$.

4) $\frac{x^2y^3}{5} = \frac{7x^3y^4}{35xy}$.

7) $\frac{x^2(x+2)}{x(x+2)^2} = \frac{x}{x+2}$.

10) $\frac{3-x}{3+x} = \frac{x^2-6x+9}{9-x^2}$.

Bài 3. Ba phân thức sau có bằng nhau không: $\frac{x^2-2x-3}{x^2+x}$; $\frac{x-3}{x}$; $\frac{x^2-4x+3}{x^2-x}$.

Bài 4. Cho ba đa thức $x^2 - 4x$; $x^2 + 4$; $x^2 + 4x$. Hãy chọn đa thức thích hợp trong ba đa thức đó rồi điền vào chỗ trống trong đẳng thức dưới đây: $\frac{\dots}{x^2-16} = \frac{x}{x-4}$.

Bài 5. Dùng định nghĩa hai phân thức bằng nhau, hãy tìm đa thức A trong mỗi đẳng thức sau:

1) $\frac{A}{2x-1} = \frac{6x^2+3x}{4x^2-1}$.

3) $\frac{4x^2-7x+3}{x^2-1} = \frac{A}{x^2+2x+1}$.

2) $\frac{4x^2-3x-7}{A} = \frac{4x-7}{2x+3}$.

4) $\frac{x^2-2x}{2x^2-3x-2} = \frac{x^2+2x}{A}$.

III. TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA PHÂN THỨC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- Khi nhân cả tử và mẫu của một phân thức với cùng một đa thức khác đa thức không thì được một phân thức bằng phân thức đã cho.

$$\frac{A}{B} = \frac{A \cdot C}{B \cdot C} \quad (C \text{ là một đa thức khác đa thức không}).$$

- Khi chia cả tử và mẫu của một phân thức cho cùng một nhân tử chung của chúng thì được một phân thức bằng phân thức đã cho.

$$\frac{A}{B} = \frac{A:D}{B:D} \quad (D \text{ là một nhân tử chung}).$$

Ví dụ 5. Biến đổi phân thức bên trái thành phân thức bên phải của mỗi đẳng thức sau:

a) $\frac{2x+2y}{x^2-y^2} = \frac{2}{x-y}$.

b) $\frac{5a}{-a+3} = \frac{-5a}{a-3}$.

c) $\frac{-20x^2y^2}{15xy^7} = \frac{-4x}{3y^5}$.

Hướng dẫn giải

$$a) \frac{2x+2y}{x^2-y^2} = \frac{2(x+y)}{(x-y)(x+y)} = \frac{2}{x-y}.$$

$$b) \frac{5a}{-a+3} = \frac{5a(-1)}{(-a+3)(-1)} = \frac{-5a}{a-3}.$$

$$c) \frac{-20x^2y^2}{15xy^7} = \frac{(-4) \cdot 5 \cdot x \cdot x \cdot y^2}{3 \cdot 5 \cdot x \cdot y^2 \cdot y^5} = \frac{-4x}{3y^5}.$$

Nhận xét: Ở ví dụ 5, các phân thức bên phải đều đơn giản hơn phân thức bên trái.

Ta gọi các phép biến đổi ở trên là rút gọn phân thức.

KIẾN THỨC CẦN NHỚ:

Chú ý: Để rút gọn một phân thức, ta thường thực hiện như sau:

- Phân tích tử và mẫu thành nhân tử (nếu cần) để tìm nhân tử chung.
- Chia cả tử và mẫu cho nhân tử chung.

Ví dụ 6. Rút gọn phân thức $P = \frac{24x^3(x^2 - 4xy + 4y^2)}{36(x^3 - 2x^2y)}.$

Hướng dẫn giải

Ta có: $P = \frac{24x^3(x^2 - 4xy + 4y^2)}{36(x^3 - 2x^2y)} = \frac{2 \cdot 12x^3(x-2y)^2}{3 \cdot 12x^2(x-2y)} = \frac{2x(x-2y)}{3}.$

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1. Chứng tỏ hai phân thức $\frac{a^2-b^2}{a^2b+ab^2}$ và $\frac{a-b}{ab}$ bằng nhau theo hai cách khác nhau.

Bài 2. Rút gọn các phân thức sau:

1) $\frac{3x^2+12xy}{9x^2}.$ 2) $\frac{4x^3-x^4}{x^2-16}.$ 3) $\frac{2a-2}{a^3-1}.$

Bài 3. Rút gọn các phân thức sau:

1) $\frac{x}{2x}.$	6) $\frac{12x^3y^2}{18xy^5}.$	11) $\frac{2y(2m-n)}{y^3(2m-n)}.$
2) $\frac{2x}{4y}.$	7) $\frac{25x^4y^7}{40x^5y^4}.$	12) $\frac{(x+2)^2}{3(x+2)}.$
3) $\frac{-3y}{6x}.$	8) $\frac{-45x^7y^4}{18x^5y^6}.$	13) $\frac{10xy^2(x+y)}{15xy(x+y)^3}.$
4) $\frac{6x^2y^2}{8xy^5}.$	9) $\frac{4x^3y^5m^7}{12x^5y^2m^3}.$	14) $\frac{15x(x+5)^3}{20x^2(x+5)}.$
5) $\frac{20x^2y^2}{15xy^7}.$	10) $\frac{2(x+1)}{3(x+1)}.$	

Bài 4. Phân tích tử và mẫu thành nhân tử rồi rút gọn phân thức:

1) $\frac{2x+2}{x+1}.$	8) $\frac{2x+4}{x^2-4}.$	15) $\frac{m^2-4m+4}{2m-4}.$
2) $\frac{x^2}{x^2+3x}.$	9) $\frac{x^2-xy}{5y^2-5xy}.$	16) $\frac{x^2-4x+4}{2x^2-4x}.$
3) $\frac{2x^2+2x}{x+1}.$		17) $\frac{(x+1)(x-3)}{x^2-6x+9}.$

4) $\frac{x^2 + x}{x+1}$.

5) $\frac{x^2 - 1}{x+1}$.

6) $\frac{x-y}{x^2 - y^2}$.

7) $\frac{2y(x+2)}{x^2 - 4}$.

10) $\frac{20x^2 - 45}{(2x+3)^2}$.

11) $\frac{5x^2 - 10xy}{2(2y-x)^3}$.

12) $\frac{36(x-2)^3}{32-16x}$.

13) $\frac{a^2 + 2ab + b^2}{a+b}$.

14) $\frac{x^2 + 4x + 4}{3x+6}$.

18) $\frac{x^2 - 6x + 9}{5x^2 - 45}$.

19) $\frac{x^2 - y^2}{ax - ay}$.

20) $\frac{3x^2 - 12x + 12}{x^4 - 8x}$.

21) $\frac{3x^2 - 6xy + 3y^2}{9x^2 - 9y^2}$.

C. BÀI TẬP TỰ RÈN

Bài 1. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là phân thức?

$\frac{5x+1}{2x-1}$; $2x^2 - 7x + 1$; $\frac{2x - \sqrt{x}}{x+3}$.

Bài 2. Viết điều kiện xác định của các phân thức sau:

1) $\frac{3a+b-1}{a+4}$.

2) $\frac{3x-8}{x-4y}$.

3) $3x^2 - x + 7$.

4) $\frac{5x-2}{3x-8}$.

5) $\frac{3x^2 - x - 2}{2x-7}$.

6) $\frac{2-4x}{10-5x}$.

7) $\frac{x^2 - 4x + 4}{(x-3)(2x+5)}$.

8) $\frac{7-3x+4x^2}{(5-x)(2x-6)}$.

Bài 3. Tìm giá trị của phân thức:

1) $A = \frac{5x-7}{x^2-6}$ tại $x = 3$.

2) $B = \frac{x^2+5x-4}{x^2+2x-3}$ tại $x = 2$.

3) $C = \frac{3x^2+3x}{x^2+2x+1}$ tại $x = -4$.

4) $D = \frac{ab-b^2}{a^2-b^2}$ tại $a = 4, b = -2$.

Bài 4. Mỗi cặp phân thức sau có bằng nhau không? Tại sao?

1) $\frac{3ac}{a^3b}$ và $\frac{9c}{3a^2b}$.

2) $\frac{3ab-3b^2}{6b^2}$ và $\frac{a-b}{2b}$.

3) $\frac{3ab^3+3ab}{2a^2b^2+2a^2}$ và $\frac{3a^2b+3b}{2a^3+2a}$.

4) $\frac{2x^2y}{4xy^3}$ và $\frac{5x^2y^2(x-2y)}{10xy^5(x-2y)}$.

Bài 5. Rút gọn các phân thức sau:

1) $\frac{3x^2y}{5xy^4}$.

2) $\frac{4x^2-4x}{x-1}$.

3) $\frac{5x^2+5x}{3x+3}$.

4) $\frac{ab^2-a^2b}{2a^2+a}$.

5) $\frac{12(x^4-1)}{18(x^2-1)}$.

6) $\frac{12x^2y(x+y)}{18xy(x+y)^3}$.

7) $\frac{x^3-36x}{x^2+6x}$.

8) $\frac{x^2-10x+25}{x^2-5x}$.

9) $\frac{3x-18}{x^2-12x+36}$.

10) $\frac{2x^2-50}{x^2+10x+25}$.

11) $\frac{2x^3-4x^2+2x}{3x^2-3x}$.

12) $\frac{5xy^2-10y^2}{2x^2y-8xy+8y}$.

Bài 6. Thu gọn rồi tính giá trị biểu thức:

1) $A = \frac{x^2-4x+4}{2x^2-4x}$ tại $x = -\frac{1}{2}$.

3) $C = \frac{3x^2-12x+12}{x^2-4}$ tại $x = \frac{-1}{2}$.

2) $B = \frac{x^2 - 10x + 25}{2x^2 - 50}$ tại $x = \frac{-3}{2}$.

4) $D = \frac{3x^2 - 12x + 12}{x^2 - 4}$ tại $x = \frac{1}{2}$.

Bài 6. CỘNG TRỪ PHÂN THỨC

I. CỘNG, TRỪ HAI PHÂN THỨC CÙNG MẪU

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Muốn cộng (hoặc trừ) hai phân thức có cùng mẫu thức, ta cộng (hoặc trừ) các tử thức với nhau và giữ nguyên mẫu thức.

$$\frac{A}{B} + \frac{C}{B} = \frac{A+C}{B}; \quad \frac{A}{B} - \frac{C}{B} = \frac{A-C}{B}.$$

Chú ý:

Phép cộng phân thức có các tính chất giao hoán, kết hợp tương tự như đối với phân số

- Giao hoán: $\frac{A}{B} + \frac{C}{D} = \frac{C}{D} + \frac{A}{B}$

- Kết hợp: $\left(\frac{A}{B} + \frac{C}{D}\right) + \frac{E}{F} = \frac{A}{B} + \left(\frac{C}{D} + \frac{E}{F}\right)$

- Đổi dấu: $-\frac{A}{B} = \frac{-A}{B}$ và $-\frac{-A}{B} = \frac{A}{B}$

Ví dụ 1. Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

a) $\frac{3a+5}{7} + \frac{3-2a}{7}$.

b) $\frac{x^2}{3x+6} + \frac{4x+4}{3x+6}$.

c) $\frac{2x}{x^2-y^2} - \frac{5x+3y}{x^2-y^2}$.

Hướng dẫn giải

a) $\frac{3a+5}{7} + \frac{3-2a}{7} = \frac{3a+5+3-2a}{7} = \frac{a+8}{7}$.

b) $\frac{x^2}{3x+6} + \frac{4x+4}{3x+6} = \frac{x^2+4x+4}{3x+6} = \frac{(x+2)^2}{3(x+2)} = \frac{x+2}{3}$.

c) $\frac{2x}{x^2-y^2} - \frac{5x+3y}{x^2-y^2} = \frac{2x-(5x+3y)}{x^2-y^2} = \frac{2x-5x-3y}{(x-y)(x+y)} = \frac{-3x-3y}{(x-y)(x+y)}$
 $= \frac{-3(x+y)}{(x-y)(x+y)} = \frac{-3}{x-y}$.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1. Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

1) $\frac{x+y}{xy} + \frac{x-y}{xy}$.

2) $\frac{x}{x+3} + \frac{2-x}{x+3}$.

3) $\frac{x^2y}{x-y} - \frac{xy^2}{x-y}$.

4) $\frac{2x}{2x-y} + \frac{y}{y-2x}$.

Bài 2. Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

1) $\frac{x-5}{3} - \frac{3+2x}{3}$.

7) $\frac{(a+b)^2}{ab} - \frac{(a-b)^2}{ab}$.

13) $\frac{4x+4}{x+2} + \frac{x^2}{x+2}$.

$$2) \frac{5x-6}{3} + \frac{x-3}{3}$$

$$3) \frac{1-a}{5} + \frac{a+4}{5}$$

$$4) \frac{x-3}{5} - \frac{x+2}{5}$$

$$5) \frac{a-1}{a+1} + \frac{3-a}{a+1}$$

$$6) \frac{2x^2+9}{x+4} - \frac{9-8x}{x+4}$$

$$8) \frac{2x-5}{x} - \frac{7x-5}{x}$$

$$9) \frac{x+5}{x-1} + \frac{x-7}{x-1}$$

$$10) \frac{3x+5}{x-1} - \frac{2x+6}{x-1}$$

$$11) \frac{x-2}{x+1} - \frac{2x-1}{x+1}$$

$$12) \frac{a-b}{a+b} - \frac{2a}{a+b}$$

$$14) \frac{x^2}{x-2} - \frac{4x-4}{x-2}$$

$$15) \frac{-x}{3x-2} + \frac{7x-4}{3x-2}$$

$$16) \frac{x^2}{3x+6} + \frac{4x+4}{3x+6}$$

$$17) \frac{x^2}{2x-10} + \frac{25-10x}{2x-10}$$

$$18) \frac{x-2}{2x} + \frac{x+5}{2x} + \frac{x-3}{2x}$$

Bài 3. Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

$$1) \frac{x}{x-1} + \frac{1}{1-x}$$

$$2) \frac{b}{a-b} + \frac{a}{b-a}$$

$$3) \frac{x}{2-3x} + \frac{7x-4}{3x-2}$$

$$4) \frac{x-2}{x+1} + \frac{2x-1}{-x-1}$$

$$5) \frac{3x+5}{x-1} + \frac{2x+6}{1-x}$$

$$6) \frac{3x+4}{3x-4} + \frac{3x-4}{4-3x}$$

$$7) \frac{x^2}{x-2} + \frac{4x-4}{2-x}$$

$$8) \frac{x^2}{3x+6} - \frac{4x+4}{-3x-6}$$

$$9) \frac{x^2}{2x^2-2} - \frac{2x+1}{2-2x^2}$$

II. QUY ĐỒNG MẪU NHIỀU PHÂN THỨC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Quy đồng mẫu thức hai phân thức là biến đổi hai phân thức đã cho thành hai phân thức mới có cùng mẫu thức và lần lượt bằng hai phân thức đã cho. Mẫu thức của các phân thức mới đó gọi là mẫu thức chung của hai phân thức đã cho.

1) Tìm mẫu thức chung:

Muốn tìm mẫu thức chung, ta có thể làm như sau:

- Phân tích mẫu thức của các phân thức đã cho thành nhân tử.
- Mẫu thức chung cần tìm là một tích: số lấy bội chung nhỏ nhất, chữ và đa lấy số mũ lớn nhất.

2) Quy đồng mẫu thức:

Muốn quy đồng mẫu thức nhiều phân thức ta có thể làm như sau:

- Phân tích các mẫu thức thành nhân tử rồi tìm mẫu thức chung.
- Tìm nhân tử phụ của mỗi mẫu thức.
- Nhân cả tử và mẫu của mỗi phân thức với nhân tử phụ tương ứng.

Ví dụ. Quy đồng mẫu các phân thức sau: $\frac{9}{2x-2}$ và $\frac{-3}{x^2-1}$

- Phân tích các mẫu thức thành nhân tử: $2x-2 = 2(x-1)$
 $x^2-1 = (x-1)(x+1)$

Mẫu thức chung: $2(x-1)(x+1)$

- Nhân tử phụ tương ứng của mỗi phân thức: $(x+1); 2$.

- Quy đồng mẫu: $\frac{9}{2x-2} = \frac{9}{2(x-1)} = \frac{9(x+1)}{2(x-1)(x+1)}$.

$$\frac{-3}{x^2-1} = \frac{-3}{(x-1)(x+1)} = \frac{-3(2)}{2(x-1)(x+1)} = \frac{-6}{2(x-1)(x+1)}$$

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1. Quy đồng mẫu các phân thức sau:

1) $\frac{2-a}{2a}; \frac{1}{2}$.

5) $\frac{4}{15x^3y^5}; \frac{11}{12x^4y^2}$.

9) $\frac{5}{x^5y^3}; \frac{7}{12x^3y^4}$.

2) $\frac{5}{3}; \frac{5a-6}{3a}$.

6) $\frac{2-a}{2a}; \frac{1}{2}$.

10) $\frac{25}{14x^2y}; \frac{14}{21x^5}$.

3) $\frac{2x}{3}; \frac{2ax+3x}{3a}$.

7) $\frac{5}{3}; \frac{5a-6}{3a}$.

11) $\frac{4}{15x^3y^5}; \frac{11}{12x^4y^2}$.

4) $\frac{5}{3b}; \frac{9b-25}{15b}$.

8) $\frac{2x}{3}; \frac{2ax+3x}{3a}$.

12) $\frac{b}{6a}; \frac{4a+3b^2}{18ab}; \frac{x}{9b}$.

Bài 2. Quy đồng mẫu thức các phân thức sau:

1) $\frac{1}{x+2}; \frac{8}{2x-x^2}$.

2) $x^2+1; \frac{x^4}{x^2-1}$

3) $\frac{x^3}{x^3-3x^2y+3xy^2-y^3}; \frac{x}{y^2-xy}$

Bài 3. Cho đa thức $B = 2x^3 + 3x^2 - 29x + 30$ và hai phân thức: $\frac{x}{2x^2+7x-15}; \frac{x+2}{x^2+3x-10}$

1) Chia đa thức B lần lượt cho các mẫu thức của hai phân thức đã cho.

2) Quy đồng mẫu thức của hai phân thức đã cho.

Bài 4. Cho hai phân thức $\frac{1}{x^2-4x-5}$ và $\frac{2}{x^2-2x-3}$. Chứng tỏ rằng có thể chọn đa

thức $x^3 - 7x^2 + 7x + 15$ làm mẫu thức chung để quy đồng mẫu thức hai phân thức đã cho. Hãy quy đồng mẫu thức.

Bài 5. Quy đồng mẫu thức các phân thức sau: $\frac{1}{x^2+3x-10}; \frac{x}{x^2+7x+10}$.

III. CỘNG, TRỪ HAI PHÂN THỨC KHÁC MẪU

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Muốn cộng, trừ hai phân thức khác mẫu thức, ta thực hiện các bước:

- Quy đồng mẫu thức;

- Cộng, trừ các phân thức có cùng mẫu thức vừa tìm được.

Ví dụ. Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

a) $\frac{3}{x} + \frac{2}{x+4}$.

b) $\frac{x+1}{2x-2} + \frac{-2x}{x^2-1}$

Hướng dẫn giải

$$a) \frac{3}{x} + \frac{2}{x+4} = \frac{3(x+4)}{x(x+4)} + \frac{2x}{x(x+4)} = \frac{3(x+4)+2x}{x(x+4)} = \frac{3x+12+2x}{x(x+4)} = \frac{5x+12}{x(x+4)}$$

$$b) \frac{x+1}{2x-2} + \frac{-2x}{x^2-1} = \frac{x+1}{2(x-1)} + \frac{-2x}{(x-1)(x+1)} = \frac{(x+1)(x+1)+2(-2x)}{2(x-1)(x+1)} = \frac{(x+1)^2-4x}{2(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{x^2+2x+1-4x}{2(x-1)(x+1)} = \frac{x^2+2x+1-4x}{2(x-1)(x+1)} = \frac{x^2-2x+1}{2(x-1)(x+1)} = \frac{(x-1)^2}{2(x-1)(x+1)} = \frac{x-1}{2(x+1)}$$

Chú ý:

1) Phép cộng các phân thức cũng có các tính chất giao hoán, kết hợp:

$$\frac{A}{B} + \frac{C}{D} = \frac{C}{D} + \frac{A}{B} \quad \left(\frac{A}{B} + \frac{C}{D}\right) + \frac{E}{F} = \frac{A}{B} + \left(\frac{C}{D} + \frac{E}{F}\right)$$

Nhờ tính chất kết hợp, trong một dãy phép cộng nhiều phân thức, ta không cần đặt dấu ngoặc.

2) Nếu $\frac{A}{B} + \frac{C}{D} = 0$ thì phân thức $\frac{C}{D}$ được gọi là phân thức đối của phân thức $\frac{A}{B}$, kí hiệu là $-\frac{A}{B}$. Tương tự như với phân số, ta có tính chất: $-\frac{A}{B} = \frac{-A}{B} = \frac{A}{-B}$.

3) Phép trừ phân thức có thể chuyển thành phép cộng với phân thức đối:

$$\frac{A}{B} - \frac{C}{D} = \frac{A}{B} + \left(-\frac{C}{D}\right)$$

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1. Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

1) $\frac{2-a}{2a} + \frac{1}{2}$.

4) $\frac{2x}{3} - \frac{2ax+3x}{3a}$.

6) $\frac{7}{5} - \frac{7a-31}{5a-15}$.

2) $\frac{2x-3a}{2a} + \frac{3}{2}$.

5) $\frac{5}{3b} + \frac{9b-25}{15b}$.

7) $\frac{2}{5} - \frac{4a+13}{10a-5}$.

3) $\frac{x}{x-3} - \frac{3}{x+3}$.

8) $\frac{2}{7} - \frac{2a+15}{7a-21}$.

Bài 2. Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

1) $\frac{a}{a-3} - \frac{3}{a+3}$.

2) $\frac{1}{2x} + \frac{3}{x^2}$.

3) $\frac{5}{x^2-1} - \frac{2}{x^2+x}$.

4) $\frac{x-2}{x(x+2)} + \frac{1}{x}$.

5) $\frac{-x}{x-5} + \frac{2x+5}{3x-15}$.

6) $\frac{5}{x+3} - \frac{x-12}{x^2+3x}$.

7) $\frac{4}{x+3} + \frac{x+27}{x^2-9}$.

8) $\frac{x^2+9}{x^2+3x} + \frac{6}{x+3}$.

9)

$$\frac{x+6}{x^2-4} - \frac{2}{x^2+2x}$$

10) $\frac{2x}{x+5} + \frac{10x}{x^2+5x}$.

11) $\frac{x-2}{x(x+2)} + \frac{1}{x}$.

12)

$$\frac{x^3}{x^2-3x} - \frac{9x+27}{x^2-9}$$

Bài 3. Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

$$1) \frac{2}{x+5} + \frac{3}{x+4} + \frac{5x+27}{(x+5)(x+4)}. \quad 2) \frac{6}{x-2} - \frac{12}{x(x-2)} - \frac{7}{x} \quad 3)$$

$$\frac{3}{x} + \frac{-6}{x(x+2)} + \frac{2}{x+2}.$$

$$4) \frac{3}{x} + \frac{-6}{x(x+2)} + \frac{2}{x+2}. \quad 5) \frac{x+3}{x} - \frac{x}{x-3} + \frac{9}{x^2-3x}. \quad 6)$$

$$\frac{x-3}{x-2} - \frac{1}{x} + \frac{6-x^2}{x^2-2x}.$$

$$7) \frac{1}{x-2} + \frac{6-4x}{x^2-2x} + \frac{1}{x}. \quad 8) \frac{x-3}{x} + \frac{x}{x-3} + \frac{-9}{x^2-3x} \quad 9)$$

$$\frac{x-1}{x} + \frac{-5x}{x-2} + \frac{11x-2}{x^2-2x}.$$

Bài 4. Tại một cuộc đua thuyền diễn ra trên một khúc sông từ A đến B dài 4 km.

Mỗi đội thực hiện một vòng đua, xuất phát từ A đến B , rồi quay về A là đích. Một đội đua đạt tốc độ $(x+1)$ km/h khi xuôi dòng từ A đến B và đạt tốc độ $(x-1)$ km/h khi ngược dòng từ B về A . Viết biểu thức tính tổng thời gian đi và về, chênh lệch thời gian giữa đi và về của đội đua thuyền. Tính giá trị của các đại lượng này khi $v = 7$ km/h.

Bài 5. Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

$$1) \frac{1}{2a} + \frac{2}{3b}. \quad 2) \frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x-1} \quad 3) \frac{x+2}{x-1} - \frac{x-3}{x-1} + \frac{x-4}{1-x}.$$

$$4) \frac{x+y}{xy} - \frac{y+z}{yz}. \quad 5) x + \frac{2y^2}{x+y} - y \quad 6) \frac{x}{x+y} + \frac{2xy}{x^2-y^2} - \frac{y}{x+y}.$$

Bài 6. Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

$$1) \frac{2}{x-3} - \frac{12}{x^2-9} \quad 2) \frac{1}{x-2} + \frac{2}{x^2-4x+4}$$

$$3) \frac{1}{x+5} - \frac{1}{x-5} + \frac{2x}{x^2-25}. \quad 4) \frac{x}{x-1} - \frac{x}{x+1} + \frac{2}{x^2-1}.$$

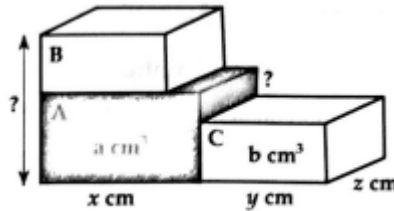
$$5) \frac{4x}{x+2} + \frac{-3x}{x-2} + \frac{12x}{x^2-4} \quad 6) \frac{8}{x-5} + \frac{3}{x+5} + \frac{x+35}{x^2-25}.$$

Bài 7. Cùng đi từ thành phố A đến thành phố B cách nhau 450 km, xe khách chạy với tốc độ x (km/h); xe tải chạy với tốc độ y (km/h) ($x > y$). Nếu xuất phát cùng lúc thì xe khách đến thành phố B sớm hơn xe tải bao nhiêu giờ?

Bài 8. Có ba hình hộp chữ nhật A, B, C có chiều dài, chiều rộng và thể tích được cho như hình bên. Hình B và C có các kích thước giống nhau, hình A có cùng chiều rộng với B và C .

1) Tính chiều cao của các hình hộp chữ nhật. Biểu thị chúng bằng các phân thức cùng mẫu số.

2) Tính tổng chiều cao của hình A và C , chênh lệch chiều cao của hình A và B



Bài 9. Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

1) $\frac{1}{5-2b} + \frac{2b-2}{6b-15}$.

2) $\frac{2}{2-b} + \frac{2b+2}{3b-6}$.

3)

$\frac{14b+19}{10b-15} + \frac{8}{3-2b}$.

4) $\frac{5b+1}{2b-6} + \frac{8}{3-b}$.

5) $\frac{bx-x+a}{ba-a} + \frac{1}{1-b}$.

6) $\frac{x+9}{x^2-9} - \frac{3}{x^2+3x}$

7) $\frac{2x-4}{x-1} + \frac{2x+2}{x^2-1}$

8) $\frac{3a-1}{a^2-1} + \frac{1}{1-a}$.

9) $\frac{4}{x^2-1} - \frac{2}{x^2+x}$.

C. BÀI TẬP TỰ RÈN

Bài 1. Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

1) $\frac{b}{6a} - \frac{4a+3b^2}{18ab} + \frac{x}{9b}$.

8) $\frac{2}{3b-2} - \frac{1}{2} + \frac{6b-12}{4(3b-2)}$.

2) $\frac{x}{4a} + \frac{6a-5bx}{20ab} - \frac{a-1}{10b}$.

9) $\frac{1}{a+1} + \frac{2}{1-a} + \frac{5a-1}{a^2-1}$.

3) $\frac{3}{4x} - \frac{10x+7y}{12xy} + \frac{5}{6y}$.

10) $\frac{2x^2}{x^2-1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1}$.

4) $\frac{bc-a^2}{ab} + \frac{ac-b^2}{bc} + \frac{ab-c^2}{ca}$.

11) $\frac{4}{x^2-9} + \frac{1}{x-3} + \frac{-1}{x+3}$.

5) $\frac{1}{2a} - \frac{x^2-2ax}{2ax^2} - \frac{2}{x}$.

12) $\frac{x-3}{x+3} - \frac{3}{x-3} + \frac{6x}{x^2-9}$.

6) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+7} + \frac{x-1}{x(x+7)}$.

13) $\frac{x}{2a-b} - \frac{4ax}{4a^2-b^2} + \frac{b}{2a+b}$.

7) $\frac{-1}{3} + \frac{x}{a-2} + \frac{a+3x-2}{3a-6}$.

Bài 7. NHÂN - CHIA PHÂN THỨC

I. NHÂN HAI PHÂN THỨC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Muốn nhân hai phân thức, ta nhân các tử thức với nhau, các mẫu thức với nhau.

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A \cdot C}{B \cdot D}$$

- Chú ý:

Cũng tương tự phép nhân các phân số, phép nhân các phân thức có các tính chất sau:

a) Tính chất giao hoán: $\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{C}{D} \cdot \frac{A}{B}$

b) Tính chất kết hợp: $\left(\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D}\right) \cdot \frac{E}{G} = \frac{A}{B} \cdot \left(\frac{C}{D} \cdot \frac{E}{G}\right)$.

c) Tính chất phân phối đối với phép cộng: $\frac{A}{B} \left(\frac{C}{D} + \frac{E}{G}\right) = \frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} + \frac{A}{B} \cdot \frac{E}{G}$.

Ví dụ 1. Thực hiện các phép nhân phân thức sau:

a) $\frac{3xz^2}{5y^3} \cdot \frac{-20y}{9x^2z}$ b) $\frac{x^2+7x}{x^2-4} \cdot \frac{x-2}{5x}$ c) $\frac{x^2}{2x^2+8x+8} \cdot \frac{3x+6}{x}$.

Hướng dẫn giải

a) $\frac{3xz^2}{5y^3} \cdot \frac{-20y}{9x^2z} = \frac{3xz^2 \cdot (-20y)}{5y^3 \cdot 9x^2z} = -\frac{3 \cdot 20 \cdot x \cdot y \cdot z^2}{5 \cdot 9 \cdot x \cdot y^3 \cdot z} = -\frac{4z}{3y^2}$.

b) $\frac{x^2+7x}{x^2-4} \cdot \frac{x-2}{5x} = \frac{x(x+7)}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{x-2}{5x} = \frac{x(x+7) \cdot (x-2)}{(x-2)(x+2) \cdot 5x} = \frac{x+7}{5(x+2)}$

c) $\frac{x^2}{2x^2+8x+8} \cdot \frac{3x+6}{-x} = \frac{x^2}{2(x^2+4x+4)} \cdot \frac{3(x+2)}{-x} = \frac{x^2}{2(x+2)^2} \cdot \frac{3(x+2)}{-x}$
 $= -\frac{x^2 \cdot 3 \cdot (x+2)}{2(x+2)^2 x} = -\frac{3x}{2(x+2)}$

Ví dụ 2. Tính:

a) $\frac{x^2-4x+4}{x^2+2x+1} \cdot \frac{x+1}{x^2-2x} \cdot \frac{6x}{2x+4}$ b) $\frac{1}{4a} - \frac{1}{a+b} \cdot \left(\frac{a+b}{4a} - a^2b - a^2\right)$.

a) $\frac{x^2-4x+4}{x^2+2x+1} \cdot \frac{x+1}{x^2-2x} \cdot \frac{18x}{3x+6} = \frac{(x-2)^2}{(x+1)^2} \cdot \frac{x+1}{x(x-2)} \cdot \frac{18x}{3(x+2)}$
 $= \frac{18x(x-2)^2(x+1)}{3x(x+1)^2(x-2)(x+2)} = \frac{6(x-2)}{(x+1)(x+2)}$.

b) $\frac{1}{4a} - \frac{1}{a+b} \cdot \left(\frac{a+b}{4a} - a^2b - ab^2\right) = \frac{1}{4a} - \frac{1}{a+b} \cdot \frac{a+b}{4a} + \frac{1}{a+b} \cdot ab(a+b)$
 $= \frac{1}{4a} - \frac{a+b}{4a(a+b)} + \frac{ab(a+b)}{a+b} = \frac{1}{4a} - \frac{1}{4a} + ab = ab$.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1. Tính:

1) $\frac{6a^3}{21b^3} \cdot \frac{7b}{9a^5}$ 2) $\frac{x+3}{x^5} \cdot \frac{6x^3}{x^2-9}$ 3) $\frac{a^2-8a+16}{a^2+4a} \cdot \frac{3a+12}{a-4}$.

Bài 2. Tính:

1) $\frac{15x}{7y^3} \cdot \frac{2y^2}{x^2}$ 2) $\frac{5x}{42y^2} \cdot \frac{7y}{x}$ 3) $\frac{30x^3}{11y^2} \cdot \frac{121y^5}{25x}$

$$4) \frac{3x^3}{4aby} \cdot \frac{by}{3x^2}$$

$$5) \frac{5by}{12ax} \cdot \frac{2x}{5b}$$

$$6) \frac{4y^2}{11x^4} \cdot \left(-\frac{3x^2}{8y}\right)$$

$$7) \frac{24y^5}{7x^2} \cdot \left(-\frac{21x}{12y^3}\right)$$

$$8) \frac{2x-ax}{2ay+4a} \cdot \frac{y+2}{x}$$

$$9) \frac{4x+8}{(x-10)^3} \cdot \frac{2x-20}{(x+2)^2}$$

Bài 3. Tìm phân thức P , biết:

$$1) P: \frac{4x^2-16}{2x+1} = \frac{4x^2+4x+1}{x-2}$$

$$2) \frac{2x^2+4x+8}{x^3-3x^2-x+3} : P = \frac{x^3-8}{(x+1)(x-3)}$$

Bài 4. Áp dụng tính chất phân phối của phép nhân với phép cộng để rút gọn biểu thức:

$$1) \frac{x^3}{x+1975} \cdot \frac{2x+1954}{x+1} + \frac{x^3}{x+1975} \cdot \frac{21-x}{x+1} \quad 2) \frac{19x+8}{x-7} \cdot \frac{5x-9}{x+1945} - \frac{19x+8}{x-7} \cdot \frac{4x-2}{x+1945}$$

$$3) \frac{x^3-1}{x+2} \cdot \left(\frac{1}{x-1} - \frac{x+1}{x^2+x+1}\right) \quad 4) \frac{x^3+2x^2-x-2}{2x+10} \cdot \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x+1} + \frac{1}{x+2}\right)$$

II. CHIA HAI PHÂN THỨC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Muốn chia phân thức $\frac{A}{B}$ cho phân thức $\frac{C}{D}$ (C khác đa thức không), ta nhân phân thức $\frac{A}{B}$ với phân thức $\frac{D}{C} : \frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C}$.

Nhận xét: Phân thức $\frac{D}{C}$ được gọi là phân thức nghịch đảo của phân thức $\frac{C}{D}$.

Ví dụ 3. Tính:

$$a) \frac{1-4x^2}{x^2+4x} : \frac{2-4x}{3x}$$

$$b) \frac{x^2}{y} \cdot \frac{xz}{y^2} : \frac{x^2}{y^2}$$

Hướng dẫn giải

$$a) \frac{1-4x^2}{x^2+4x} : \frac{2-4x}{3x} = \frac{1-4x^2}{x^2+4x} \cdot \frac{3x}{2-4x} = \frac{(1-2x)(1+2x)}{x(x+4)} \cdot \frac{3x}{2(1-2x)} \\ = \frac{(1-2x)(1+2x) \cdot 3x}{x(x+4) \cdot 2(1-2x)} = \frac{3(1+2x)}{2(x+4)} = \frac{3+6x}{2x+8}$$

$$b) \frac{x^2}{y} \cdot \frac{xz}{y^2} : \frac{x^2}{y^2} = \left(\frac{x^2}{y} \cdot \frac{xz}{y^2}\right) : \frac{x^2}{y^2} = \frac{x^3z}{y^3} \cdot \frac{yz^2}{x^2} = \frac{x^3}{y^2}$$

Ví dụ 4. Thực hiện phép tính sau: $\frac{2}{x} - \frac{3}{x} : \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2} \cdot \frac{x^3}{2}$.

Hướng dẫn giải

$$\frac{2}{x} - \frac{3}{x} : \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2} \cdot \frac{x^3}{2} = \frac{2}{x} - 1 + \frac{x}{2} \quad (\text{thực hiện phép nhân và phép chia})$$

$$= \frac{4 - 2x + x^2}{2x} \quad (\text{thực hiện phép cộng và phép trừ})$$

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1. Thực hiện các phép tính sau:

$$1) \left(\frac{-20x}{3y^2}\right) : \left(-\frac{4x^3}{5y}\right) \quad 2) \frac{-25a^3b^5}{3cd^2} : (15ab^2) \quad 3) \frac{18a^2b^2}{15cd} : \frac{9a^3b^2}{5c^2d^2}$$

$$4) \frac{4(x+3)}{3x^2-x} : \frac{x^2+3x}{1-3x} \quad 5) \frac{-25x^4y^3}{14a^2} : \left(\frac{10x^3y^2}{-21ab}\right) \quad 6) \frac{27-x^3}{5x+5} : \frac{2x-6}{3x+3}$$

Bài 2. Thực hiện các phép tính sau:

$$1) \frac{x^2-9}{x-2} : \frac{x-3}{x} \quad 2) \frac{x}{z^2} \cdot \frac{xz}{y^3} : \frac{x^3}{yz} \quad 3) \frac{2}{x} - \frac{2}{x} : \frac{1}{x} + \frac{4}{x} \cdot \frac{x^2}{2}$$

Bài 3. Đường sắt và đường bộ từ thành phố A đến thành phố B có độ dài bằng nhau và bằng $s(km)$. Thời gian để đi từ A đến B của tàu hoả là a (giờ), của ô tô khách là b (giờ) ($a < b$). Tốc độ của tàu hoả gấp bao nhiêu lần tốc độ của ô tô? Tính giá trị này khi $s = 240, a = 6, b = 8$.

Bài 4. Tìm biểu thức Q , biết rằng: $\frac{x^2+2x}{x-1} \cdot Q = \frac{x^2-4}{x^2-x}$.

Bài 5. Tìm biểu thức Q , biết rằng:

$$1) \frac{x-y}{x^3+y^3} \cdot Q = \frac{x^2-2xy+y^2}{x^2-xy+y^2} \quad 2) \frac{x+y}{x^3-y^3} \cdot Q = \frac{3x^2+3xy}{x^2+xy+y^2}$$

C. BÀI TẬP TỰ RÈN

Bài 1) Thực hiện các phép nhân phân thức sau:

$$1) \frac{8y}{5x^2} \cdot \frac{15x^3}{2y^3} \quad 2) \frac{2x+x^2}{x^2-x+1} \cdot \frac{3x^3+3}{3x+6}$$

$$3) \frac{x^2-2x+1}{x^2-1} \cdot \frac{x^2+x}{x-1} \quad 4) \frac{5x+5}{x^2-4} \cdot \frac{x^2-4x+4}{6x+6}$$

Bài 2. Thực hiện các phép chia phân thức sau:

$$1) \frac{5x}{4y^3} : \left(-\frac{x^4}{20y}\right) \quad 2) \frac{x^2-16}{x+4} : \frac{2x-8}{x} \quad 3) \frac{2x+6}{x^3-8} : \frac{(x+3)^3}{2x-4}$$

Bài 3. Tính:

$$1) \frac{4x^2+2}{x-2} \cdot \frac{3x+2}{x-4} \cdot \frac{4-2x}{2x^2+1}$$

$$2) \frac{x+3}{x} \cdot \frac{x+2}{x^2+6x+9} : \frac{x^2-4}{x^2+3x}$$

Bài 4. Tính:

$$1) \left(\frac{1-x}{x} + x^2 - 1 \right) : \frac{x-1}{x}$$

$$2) \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} \right) \cdot \frac{x^2}{y} + \frac{x}{y}$$

$$3) \frac{3}{x} - \frac{2}{x} : \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \cdot \frac{x^2}{3}$$

Bài 5. Thực hiện các phép tính sau:

$$1) \frac{(2-a)^2}{2ab} \cdot \frac{b}{(2-a)} + \frac{1}{2}$$

$$2) \frac{5a}{3a} - \frac{5x-1}{(x+1)^2} \cdot \frac{3x+3}{9}$$

$$3) \frac{2x^2}{3y^2} \cdot \frac{y^2}{x} - \frac{2ax+3x}{3a}$$

$$4) \frac{2-a}{2a} + \frac{1}{2a-2} \cdot \frac{a-1}{x}$$

$$5) \frac{5a}{3a+9} \cdot \frac{a+3}{a} - \frac{5a-6}{3a}$$

$$6) \frac{2x-3a}{2a} + \frac{3a-3x}{4ax} \cdot \frac{2ax}{a-x}$$

Bài 6. Lan đạp xe từ nhà tới cầu lạc bộ bóng đá có quãng đường dài 12 km với tốc độ $x(km/h)$. Lượt về thuận chiều gió nên tốc độ nhanh hơn lượt đi $3(km/h)$.

- 1) Viết biểu thức biểu thị tổng thời gian T hai lượt đi và về.
- 2) Viết biểu thức biểu thị hiệu thời gian t lượt đi đối với lượt về.
- 3) Tính T và t với $x=10$.

Bài 7. Nghỉ hè, ba của Long chở Long bằng xe máy từ nhà về quê có quãng đường dài 60 km với tốc độ $x(km/h)$ Lượt về ngược chiều gió nên tốc độ chậm hơn lượt đi $4(km/h)$

- 1)Viết biểu thức biểu thị tổng thời gian T hai lượt đi và về.
- 2)Viết biểu thức biểu thị hiệu thời gian t lượt đi đối với lượt về.
- 3)Tính T và t với $x=30$.

Bài 8. Thực hiện các phép tính sau:

$$1) \left(\frac{1-x}{x} + x^2 - 1 \right) : \frac{x-1}{x}$$

$$2) \left(1 + \frac{1}{x} \right) \cdot \frac{6x}{x^2-1}$$

$$3) \left(3 + \frac{1}{x} \right) \cdot \frac{9}{9x^2-1}$$

$$4) \left(2 - \frac{3}{x} \right) \frac{x^2}{4x^2-9}$$

$$5) \left(6 + \frac{30}{x} \right) \frac{x}{x^2-25}$$

$$6) \left(x - \frac{28}{x-3} \right) \left(x - \frac{21}{x+4} \right)$$

Bài 9. Thực hiện các phép tính sau:

$$1) \left(a - \frac{a^2+b^2}{a+b} \right) \left(\frac{1}{b} + \frac{2}{a-b} \right)$$

$$2) \left(\frac{x}{xy-y^2} - \frac{y}{x^2-xy} \right) \frac{x^2y+xy^2}{x^2-y^2}$$

$$3) \frac{2}{ab} : \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)^2 - \frac{a^2+b^2}{(a-b)^2}$$

$$4) \left(1 + \frac{x}{y} + \frac{x^2}{y^2} \right) \left(\frac{x}{y} - 1 \right) \frac{y^2}{x^3-y^3}$$

$$5) \frac{(a-b)^2+4ab}{a+b} - \frac{a^2b+ab^2}{ab}$$

$$6) \left(\frac{a-b}{a+b} - \frac{a+b}{a-b} \right) \left(\frac{a^2+b^2}{2ab} + 1 \right)$$

$$7) \frac{a-b}{ab+b^2} + \frac{3a+b}{a^2-ab} \cdot \frac{a-b}{a+b} \qquad 8) \left(\frac{a^2}{b} - \frac{b^2}{a} \right) \left(\frac{a+b}{a^2+ab+b^2} + \frac{1}{a-b} \right)$$

$$9) \left(m - \frac{m^2+n^2}{m+n} \right) \left(\frac{1}{n} + \frac{2}{m-n} \right) \qquad 10) \left(\frac{a}{ab-b^2} - \frac{2a-b}{a^2-ab} \right) : \frac{a^2-2ab+b^2}{a^2b-ab^2}$$

Bài 10. Thực hiện các phép tính sau:

$$1) \left(\frac{5x+y}{x^2-5xy} + \frac{5x-y}{x^2+5xy} \right) \cdot \frac{x^2-25y^2}{x^2+y^2} \qquad 2) \frac{4xy}{y^2-x^2} : \left(\frac{1}{x^2+2xy+y^2} - \frac{1}{x^2-y^2} \right)$$

Bài 11. Thực hiện các phép tính sau:

$$1) \left(\frac{9}{x^3-9x} + \frac{1}{x+3} \right) : \left(\frac{x-3}{x^2+3x} - \frac{x}{3x+9} \right) \qquad 2) \left(\frac{2}{x-2} - \frac{2}{x+2} \right) \cdot \frac{x^2+4x+4}{8}$$

$$3) \left(\frac{3x}{1-3x} + \frac{2x}{3x+1} \right) : \frac{6x^2+10x}{1-6x+9x^2} \qquad 4) \left(\frac{x}{x^2-25} - \frac{x-5}{x^2+5x} \right) : \frac{2x-5}{x^2+5x} + \frac{x}{5-x}$$

Bài 12. Thực hiện các phép tính sau:

$$1) \frac{x+1}{x+2} : \frac{x+2}{x+3} : \frac{x+3}{x+1} \qquad 2) \frac{x+1}{x+2} : \left(\frac{x+2}{x+3} : \frac{x+3}{x+1} \right) \qquad 3) \frac{x+1}{x+2} \cdot \frac{x+2}{x+3} : \frac{x+3}{x+1}$$

$$4) \frac{x+1}{x+2} \cdot \left(\frac{x+2}{x+3} : \frac{x+3}{x+1} \right) \qquad 5) \frac{x+1}{x+2} : \frac{x+2}{x+3} : \frac{x+3}{x+1} \qquad 6) \frac{x+1}{x+2} : \left(\frac{x+2}{x+3} \cdot \frac{x+3}{x+1} \right)$$

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG

PHẦN TRẮC NGHIỆM

Chọn câu trả lời đúng:

Câu 1. Những biểu thức sau là đơn thức:

- A. $-3x^5y; -7; \frac{3}{4}; 2+5xy^2.$
- B. $2xy^3; 5; \frac{7}{2}; \frac{7}{x}.$
- C. $5x^3y^2; -8; \frac{3}{4}x^2y^5.$
- D. $4x^3y^5; -3; 7+2x^2y.$

Câu 2. Phần hệ số của đơn thức $7x^3y^2$ là:

- A. 7.
- B. 42.
- C. $7xy.$
- D. $\frac{5}{6}.$

Câu 3. Số 0 được gọi là:

- A. Đơn thức không.
- B. Không phải đơn thức.
- C. Cả hai câu A, B đều sai.
- D. Cả hai câu A, B đều đúng.

Câu 4. Phần hệ số của đơn thức $\frac{-3}{5}x^4y^3$ là:

- A. -3 . B. $\frac{-3}{5}$. C. $\frac{-3.4.3}{5}$. D. 4.3 .

Câu 5. Đơn thức $-5x^4y^5(-2)xy(3)$ được thu gọn thành:

- A. $(-5)(-2)(3)x^4y^5$. B. $30x^4y^5$. C. $30x^5y^6$. D. $30x^{11}y^{11}$.

Câu 6. Tích của $\left(-\frac{2}{5}x^3y^4\right)$ và $\left(\frac{15}{4}x^4y^3\right)$ là:

- A. $\left(-\frac{2}{5}\right)\left(\frac{15}{4}\right)x^7y^7$. B. $\frac{3}{2}x^7y^7$. C. $-\frac{3}{2}x^{12}y^{12}$. D. $-\frac{3}{2}x^{14}y^{14}$.

Câu 7. Bậc của đơn thức $(-3x^4y)(2y^5)$ là:

- A. 6 . B. 9 . C. 10 . D. 20 .

Câu 8. Hai đơn thức sau là đồng dạng:

- A. $5x^4y^3$ và $5x^3y^4$. B. $5x^4y^3$ và $-12x^4y^3$. C. $7x^5y^6$ và $7xy$. D. $-12x^2y^5$ và $-12x^2$.

Câu 9. Các đơn thức đồng dạng với đơn thức $20x^5y^7$ là:

- A. $\frac{1}{2}x^5y^7; -3x^5y^7; -x^5y^7$. B. $\frac{1}{4}x^5y^7; 3x^7y^5; 5x^5y^7$. C. $-7x^5y^7; 2x^5y; -3xy^7$. D. Cả ba câu trên đều đúng.

Câu 10. Đơn thức $-\frac{4}{5}x^3y^7$ có:

- A. $-\frac{4}{5}$ là hệ số và x, y là phần biến. B. Hệ số: $-\frac{4}{5}$, phần biến: x^3y^7 . C. Hệ số: -4 , phần biến: x và y . D. Cả ba câu trên đều sai.

Câu 11. Bậc của đa thức: $3x^5y - 5x^8 + 5x^2y^3$ là:

- A. 5 . B. 19 . C. 8 . D. 15 .

Câu 12. Bậc của đa thức: $3x^2y - 7y^4 + 5x^5y$ là:

- A. 7 . B. 13 . C. 5 . D. 6 .

Câu 13. Số 0 được gọi là:

- A. Đa thức không và không có bậc.

- B. Số hữu tỉ và không phải là đa thức.
- C. Đơn thức không và không phải là đa thức.
- D. Đa thức không và có bậc là không.

Câu 14. Bậc của đa thức $A(x) = -\frac{8}{3}x^5 - 2x^4 + x^3 + x + 7$ là:

- A. 7.
- B. 5.
- C. 15.
- D. 8.

Câu 15. Đa thức 7 có bậc là:

- A. 0.
- B. 7.
- C. 1.
- D. Không có bậc.

Câu 16. Biểu thức nào sau đây không phải là đa thức?

- A. $\sqrt{3}x^2y^3$.
- B. $-\frac{1}{4}x^2y + 2$.
- C. $\frac{1}{2z}x + y$.
- D. 0.

Câu 17. Đơn thức nào sau đây đồng dạng với đơn thức $-2x^3y^2$?

- A. $\frac{1}{5}x^2y^2x$.
- B. $-2x^3yz$.
- C. $-2x^3z$.
- D. $3x^2y^3$.

Câu 18. Biểu thức nào sau đây không phải là đa thức bậc 4 ?

- A. $3x^2yz$.
- B. $x^4 - \frac{4}{5}x^2y^3$.
- C. $x^2y + xyz$.
- D. $x^4 - 2^5$

..

Câu 19. Biểu thức nào sau đây không phải là phân thức?

- A. $x^2y + 2y$.
- B. $\frac{3xy}{\sqrt{2z}}$.
- C. $\frac{\sqrt{x}}{3}$.
- D. $\frac{a+b}{a-b}$.

Câu 20. Chọn biểu thức thích hợp để có đẳng thức đúng: $x^2 - \dots + 4y^2 = (x - 2y)^2$ là:

- A. $2xy$.
- B. $4xy$.
- C. $-xy$.
- D. $-4xy$.

PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1. Cho đơn thức $M = \left(-\frac{4}{9}x^3y^4\right)\left(\frac{9}{8}x^2y\right)$.

- 1) Thu gọn đơn thức M .
- 2) Xác định hệ số, phần biến và bậc của đơn thức M .

Bài 2. Rút gọn biểu thức sau: $(6a^4b^3 - 18a^2b^3) : 3a^2b^2 - (2a^2b - 7b)$.

Bài 3. Thu gọn các đơn thức sau: $A = (-3xy^2z) \cdot \left(\frac{7}{3}x^2yz^2\right)$ và $B = \left(-\frac{4}{5}x^2y^3\right)^2 \cdot (-xyz^2)^3$.

Bài 4. Cho đơn thức $A = \frac{1}{3}(6xy^2)^2 \cdot \left(-\frac{5}{4}x^4y^3\right)$.

- 1) Thu gọn rồi tìm bậc của đơn thức A .
- 2) Tính giá trị của đơn thức A tại $x = -2, y = -1$.

Bài 5. Cho đơn thức sau: $A = 24x^6y^2 \cdot \left(-\frac{3}{8}x^2y\right)$.

- 1) Thu gọn đơn thức A .
- 2) Tính giá trị của A tại $x = -1$ và $y = -2$.

Bài 6. Cho đơn thức: $A = \left(-\frac{3}{4}xy^2\right)^2 \left(\frac{16}{27}x^4y^3\right)$.

Thu gọn đơn thức. Hãy cho biết phần hệ số và bậc của đơn thức.

Bài 7. Tính giá trị của đa thức $P = xy^2z - 2x^2yz^2 + 3yz + 5$ khi $x = 1, y = -1, z = 2$.

Bài 8. Cho biểu thức $M = x(y^2 + xy) - x^2 + 1$.

Hãy tính giá trị của biểu thức M tại $x = -2$ và $y = 1$.

Bài 9. Cho đa thức $P = 5x^2y - 2xy^2 - 4x + 5$.

- 1) Tìm đa thức Q sao cho $Q - P = -2x^3y + 7x^2y + 3xy$.
- 2) Tìm đa thức M sao cho $P + M = 3x^2y^2 - 5x^2y + 8xy$.

Bài 10. Cho 2 đa thức: $P = 2x^2y^2 - 3x^2 + 2xy - 11; Q = 5xy + 2x^2 - 9 + x^2y^2$. Tính: $A = P + Q$.

Bài 11. Thực hiện các phép tính sau:

- | | | |
|---------------------------|----------------------------------|------------------------------|
| 1) $3x(x^2 - 2)$ | 2) $(x - 2)(2x + 3)$ | 3) $(x + 1)(2x + 5)$ |
| 4) $(x - 3y)(5x + y + 2)$ | 5) $6x(x + 3y - 1) - 6x^2 - 8xy$ | 6) $x^2y(5xy - 2x^2y - y^2)$ |

Bài 12. Thực hiện các phép tính sau: 1) $18x^4y^3 : 12(-x)^3y$ 2) $x^2y^2 - 2xy^3 : \left(\frac{1}{2}xy^2\right)$

Bài 13. Thực hiện các phép tính sau:

- 1) $3(2x - 1) + 5(3 - x)$
- 2) $(x + 5)(x - 8) + x(3 - x)$
- 3) $(2x - 1)^2 - 4(x - 2)(x + 2)$

Bài 14. Khai triển hằng đẳng thức:

- 1) $(x + 4)^2$
- 2) $(x - 2)^2$
- 3) $25 - m^2$
- 4) $(a + 2)^3$

Bài 15. Cho $x + y = 3$ và $xy = 2$. Tính $x^3 + y^3$.

Bài 16. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử.

- | | | |
|--------------------|-----------------------------|--------------------------|
| 1) $(x - 1)^2 - 4$ | 2) $(2x + 3)^2 + 5(2x + 3)$ | 3) $x^3 - 8y^6$ |
| 4) $5x^2 - 15x$ | 5) $x^2 - y^2 + x + y$ | 6) $x^5 - x^3 - x^2 + 1$ |

7) $12x^2 - 18x$

8) $x^2 + 5x - y^2 - 5y$

9) $-4x^3 + 4x^2 + x - 1$

Bài 17. Thực hiện các phép tính sau:

1) $\frac{2x^2 - 1}{x - 2} + \frac{-x^2 - 3}{x - 2}$

2) $\frac{1}{x - 1} - \frac{2}{x^2 - 1}$

3) $\frac{1}{2x^2 - 3x} - \frac{1}{4x^2 - 9}$

4) $\frac{x}{x + y} + \frac{y}{x - y}$

5) $\frac{x + 2}{x^2 + xy} - \frac{y - 2}{xy + y^2}$

6) $\frac{2x}{9 - x^2} + \frac{1}{x - 3} - \frac{1}{x + 3}$

Bài 18. Hôm qua, thanh long được bán với giá a đồng mỗi kilôgam. Hôm nay, người ta đã giảm giá 2000 đồng cho mỗi kilôgam thanh long. Với cùng số tiền b đồng thì hôm nay mua được nhiều hơn bao nhiêu kilôgam thanh long so với hôm qua?

Bài 19. Trên một dòng sông, một con thuyền đi xuôi dòng với tốc độ $(x + 2)km/h$ và đi ngược dòng với tốc độ $(x - 2)km/h$ ($x > 2$).

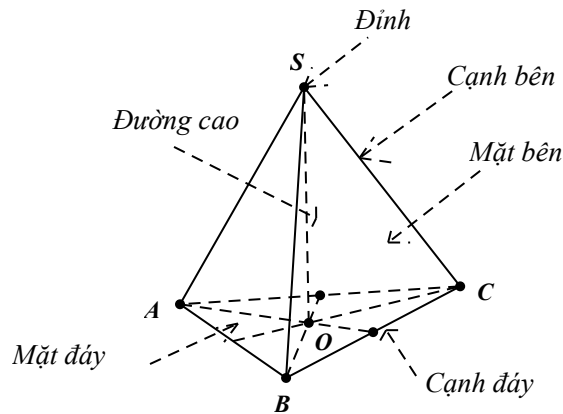
1) Xuất phát từ bến A , thuyền đi xuôi dòng trong 4 giờ, rồi đi ngược dòng trong 2 giờ. Tính quãng đường thuyền đã đi. Lúc này thuyền cách bến A bao xa?

2) Xuất phát từ bến A , thuyền đi xuôi dòng đến bến B cách bến A $16km$, nghỉ 30 phút, rồi quay về bến A . Sau bao lâu kể từ lúc xuất phát thì thuyền quay về đến bến A ?

CHƯƠNG 2. CÁC HÌNH KHỐI TRONG THỰC TIỄN

Bài 1. HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU – HÌNH CHÓP TỨ GIÁC ĐỀU.

**A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ
HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU**

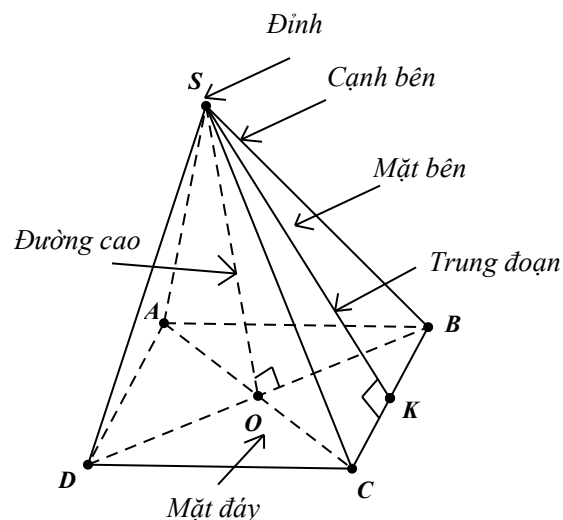


Hình $S.ABC$ là một hình chóp tam giác đều. Trong hình này:

- S gọi là đỉnh.
- Mặt ABC là một tam giác đều và được gọi là mặt đáy (gọi tắt là đáy).
- Các đoạn thẳng SA, SB, SC bằng nhau và được gọi là các cạnh bên.
- Ba mặt SAB, SBC, SCA là các tam giác cân bằng nhau và được gọi là ba mặt bên.
- Các đoạn thẳng AB, BC, CA được gọi là cạnh đáy.
- Gọi O là trọng tâm của mặt đáy, khi đó SO gọi là đường cao, độ dài SO gọi là chiều cao.

Hình $S.ABCD$ là một hình chóp tứ giác đều. s

HÌNH CHÓP TỨ GIÁC ĐỀU



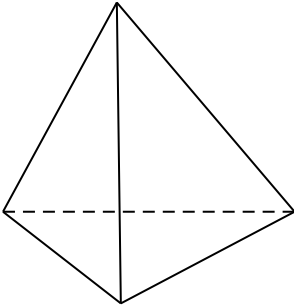
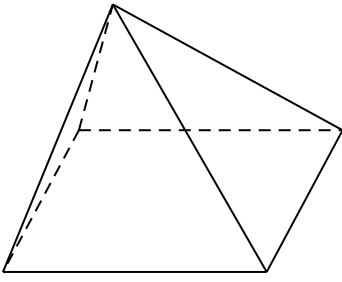
Hình $S.ABCD$ là một hình chóp tứ giác đều.

Trong hình này:

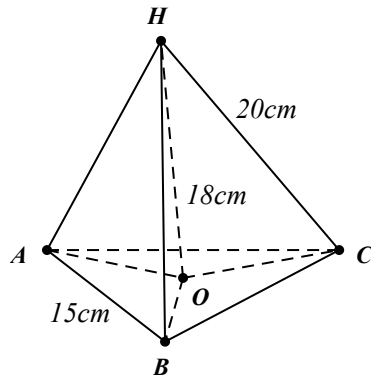
- S gọi là đỉnh.
- Mặt $ABCD$ là một hình vuông và được gọi là mặt đáy (gọi tắt là đáy).
- Các đoạn thẳng SA, SB, SC, SD bằng nhau và được gọi là các cạnh bên.
- Bốn mặt SAB, SBC, SCD, SDA là các tam giác cân bằng nhau và được gọi là bốn mặt bên.
- Các đoạn thẳng AB, BC, CD, DA được gọi là cạnh đáy.
- Gọi O là giao điểm hai đường chéo của mặt đáy, khi đó SO là đường cao, độ dài SO là chiều cao.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1: Quan sát hình dưới đây và thay mỗi dấu ? cho thích hợp.

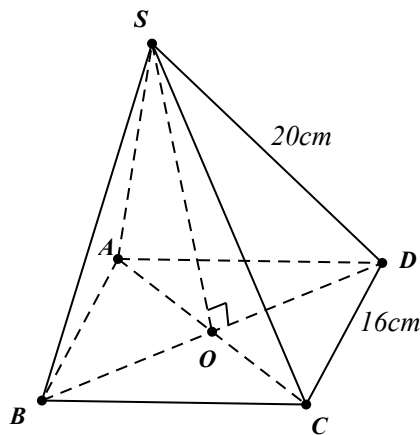
Hình	Đáy	Mặt bên	Số cạnh đáy	Số cạnh bên	Số mặt
 Hình chóp tam giác đều	?	Tam giác cân	?	?	?
 Hình chóp tứ giác đều	Hình vuông	?	?	?	?

Bài 2: Quan sát hình chóp tam giác đều ở hình bên và cho biết:



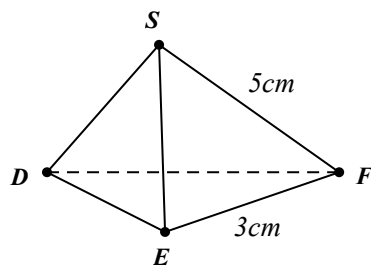
- 1) Đỉnh, mặt đáy và các mặt bên của hình đó.
- 2) Độ dài cạnh HO và cạnh BC .
- 3) Đường cao của hình chóp đó.

Bài 3: Quan sát hình chóp tứ giác đều ở hình bên và cho biết:



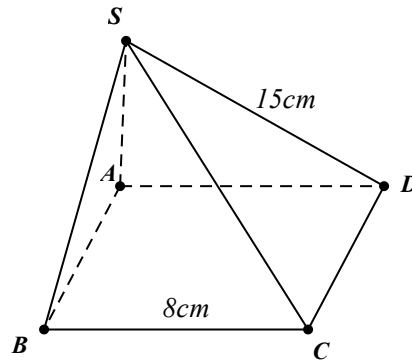
- 1) Mặt đáy và các mặt bên của hình đó.
- 2) Đường cao của hình chóp đó.
- 3) Độ dài cạnh SB và cạnh BC .

Bài 4: Cho hình chóp tam giác đều $S.DEF$ có cạnh bên $SF = 5cm$ và cạnh đáy $EF = 3cm$. Hãy cho biết:



- 1) Mặt bên và mặt đáy của hình chóp.
- 2) Độ dài các cạnh bên và cạnh đáy còn lại của hình chóp.
- 3) Số đo mỗi góc của mặt đáy.

Bài 5: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh bên $SD = 15cm$ và cạnh đáy $BC = 8cm$. Hãy cho biết:

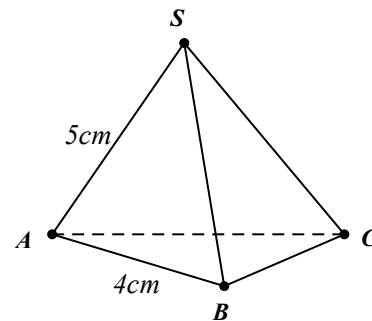


- 1) Mặt bên và mặt đáy của hình đó.
- 2) Độ dài các cạnh bên và cạnh đáy còn lại của hình đó.

Bài 6: Chiếc hộp (Hình a) được vẽ lại như (Hình b) có dạng hình chóp tam giác đều $S.ABC$.



Hình a



Hình b

- 1) Hãy cho biết mặt đáy, mặt bên, cạnh bên của chiếc hộp đó.
- 2) Cho biết $SA = 5cm, AB = 4cm$. Tìm độ dài các cạnh còn lại của chiếc hộp.
- 3) Mỗi góc của tam giác đáy ABC bằng bao nhiêu độ?

Bài 2. DIỆN TÍCH XUNG QUANH VÀ THỂ TÍCH HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU – HÌNH CHÓP TỨ GIÁC ĐỀU.

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

DIỆN TÍCH XUNG QUANH HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU HÌNH CHÓP TỨ GIÁC ĐỀU

Diện tích xung quanh hình chóp tam giác đều (hình chóp tứ giác đều) bằng tổng diện tích của các mặt bên:

Chú ý: Diện tích toàn phần của hình chóp tam giác đều (hình chóp tứ giác đều) bằng tổng của diện tích xung quanh và diện tích đáy:

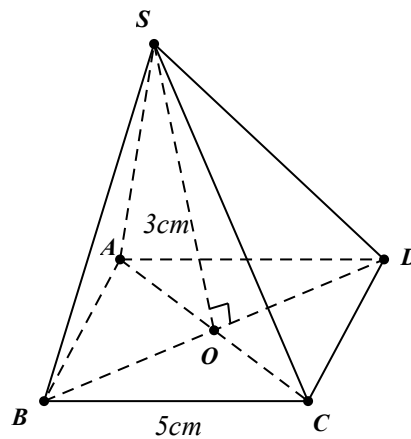
$S_{tp} = S_{xq} + S_d$ (trong đó: S_{tp} : là diện tích toàn phần, S_{xq} là diện tích xung quanh, S_d là diện tích đáy).

Thể tích của hình chóp tam giác đều (hình chóp tứ giác đều) bằng $\frac{1}{3}$ diện tích đáy nhân với chiều cao.

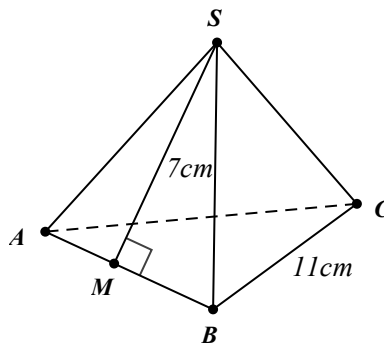
$V = \frac{1}{3} \cdot S_d \cdot h$ (Trong đó: V là thể tích; S_d là diện tích đáy và h là chiều cao).

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

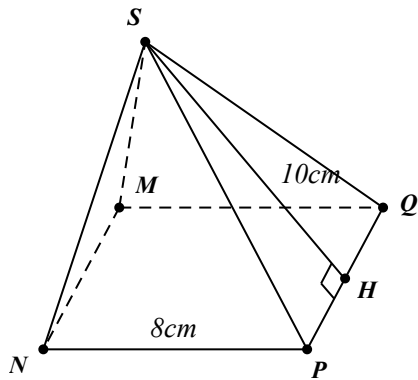
Bài 1: Tính thể tích của hình chóp tứ giác đều có chiều cao 3cm, độ dài cạnh của tứ giác đáy là 5cm (Hình bên).



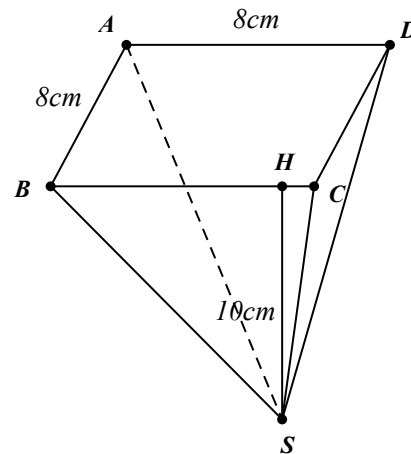
Bài 2: Cho một hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy BC bằng 11cm và đường cao của tam giác cân SAB là $SM = 7cm$. Tính diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều $S.ABC$.



Bài 3: Tính diện tích xung quanh của các hình chóp tứ giác đều sau đây:



a)



b)

Bài 4: Tính diện tích xung quanh của khối chóp tam giác đều có độ dài cạnh đáy là 10cm, chiều cao của mặt bên xuất phát từ đỉnh của hình chóp tam giác đều là 12cm.

Bài 5: Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích của:

1) Hình chóp tam giác đều có chiều cao là 98,3cm; tam giác đáy có độ dài cạnh là 40cm và chiều cao là 34,6cm; chiều cao mặt bên xuất phát từ đỉnh của hình chóp tam giác đều là 99cm.

2) Hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh đáy là 120cm, chiều cao là 68,4cm, chiều cao mặt bên xuất phát từ đỉnh của hình chóp tứ giác đều là 91cm.

Bài 6: Tính diện tích toàn phần và thể tích của hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh đáy là 72dm, chiều cao là 68,1 dm, chiều cao của mặt bên xuất phát từ đỉnh của hình chóp tứ giác đều là 77dm.

Bài 7: Kim tự tháp Giza nổi tiếng ở Ai Cập có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao khoảng 147m và đáy là hình vuông cạnh khoảng 230m.



(Nguồn: <https://www.britannica.com/topic/Pyramids-of-Giza>)

1) Tính thể tích của kim tự tháp Giza.

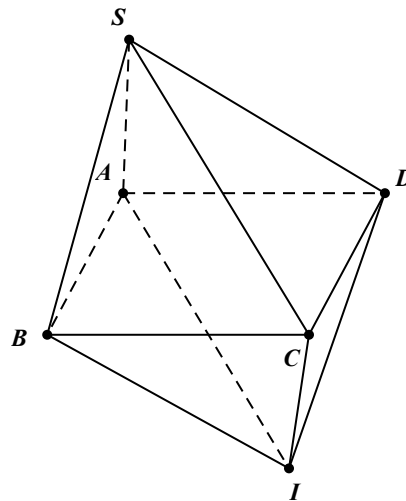
2) Đường cao của mặt bên xuất phát từ đỉnh của kim tự tháp đo được dài 186,6m. Tính diện tích xung quanh của kim tự tháp Giza.

Bài 8: Bảo tàng Louvre (Pháp) có một kim tự tháp hình chóp tứ giác đều bằng kính (gọi là kim tự tháp Louvre) có chiều cao 21,3m và cạnh đáy 34m. Tính thể tích của kim tự tháp này.



(Nguồn: <https://www.pariscityvision.com/en/paris/museums>)

Bài 9: Nhân dịp Tết trung thu, Nam dự định làm một chiếc lồng đèn như hình bên. Chiếc lồng đèn có độ dài cạnh đáy và đường cao của mặt bên tương ứng với cạnh đáy lần lượt là 30cm và 40cm. Em hãy giúp Nam tính xem phải cần bao nhiêu mét vuông giấy vừa đủ để dán tất cả các mặt của mỗi chiếc lồng đèn. Biết rằng nếp gấp không đáng kể và có một mặt không bị dán.



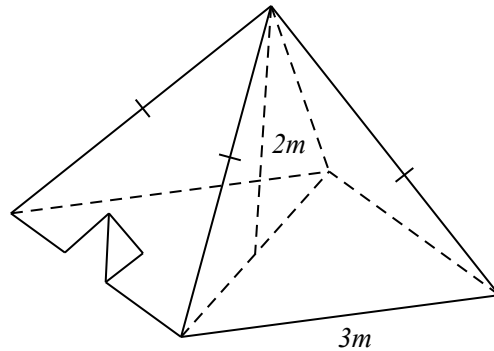
Bài 10: Tính thể tích của một chiếc hộp bánh ít có dạng hình chóp tứ giác đều, có độ dài cạnh đáy là 3cm và chiều cao là 2,5cm.



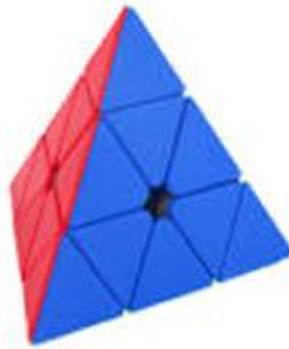
Bài 11: Hình bên là một cái lều ở trại hè của học sinh kèm theo các kích thước.

1) Thể tích không khí bên trong lều là bao nhiêu?

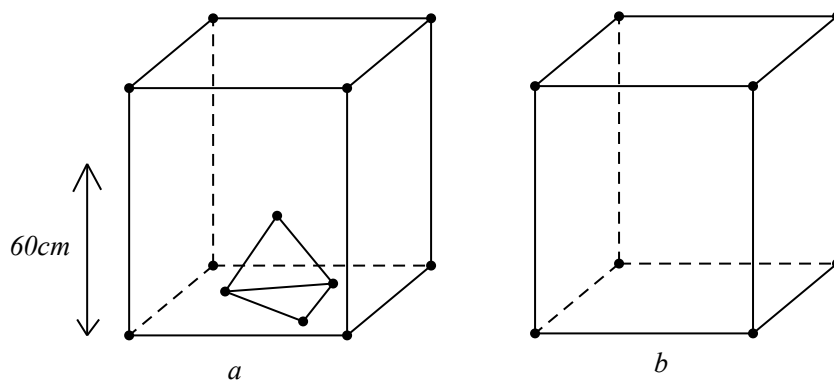
2) Xác định số vải bạt cần thiết để dựng lều (không tính đến đường viền, nếp gấp, ... biết chiều cao của mặt bên xuất phát từ đỉnh của chiếc lều là 2,5m.



Bài 12: Tính thể tích khối rubik có dạng hình chóp tam giác đều (Hình bên). Biết khối rubik này có bốn mặt là các tam giác đều bằng nhau cạnh $4,7cm$ và chiều cao $4,1cm$; chiều cao của khối rubik bằng $3,9cm$.



Bài 13: Một bể kính hình hộp chữ nhật có hai cạnh đáy là $60cm$ và $30cm$. Trong bể có một khối đá hình chóp tam giác đều với diện tích đáy là $270cm^2$, chiều cao $30cm$. Người ta đổ nước vào bể sao cho nước ngập khối đá và đo được mực nước là $60cm$. Khi lấy khối đá ra thì mực nước của bể là bao nhiêu?



Bài 14: Lớp bạn Nam dự định gấp 100 hộp đựng quà dạng hình chóp tam giác đều có tất cả các mặt đều là hình tam giác đều cạnh $5cm$ để đựng các món quà gửi tặng cho học sinh khó khăn nhân dịp Tết Trung thu. Cho biết chiều cao của mỗi mặt là $4,3cm$. Tính diện tích giấy cần để làm 100 hộp quà, biết rằng phải tốn 20% diện tích giấy cho các mép giấy và các phần giấy bị bỏ đi.

Bài 15: Một bể kính hình hộp chữ nhật chứa nước có hai cạnh đáy là 50cm và 40cm, khoảng cách từ mực nước tới miệng bể là 15cm. Người ta dự định đặt vào bể một khối đa hình chóp tứ giác đều cạnh đáy là 20cm, chiều cao 15cm. Khi đó khoảng cách mực nước tới miệng bể là bao nhiêu? Biết rằng sau khi đặt khối đá vào, nước ngập khối đá và không tràn ra ngoài.

C. BÀI TẬP TỰ RÈN

Bài 1: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 3cm, chiều cao của hình chóp là $h = 2cm$. Tính thể tích của hình chóp đã cho.

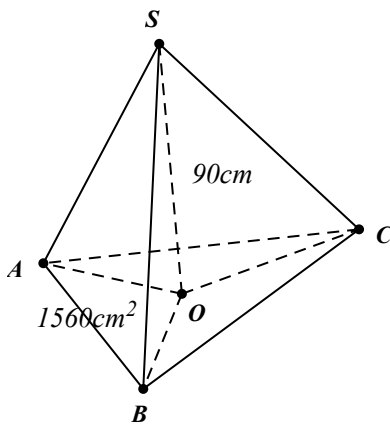
Bài 2: Tính chu vi đáy của hình chóp tứ giác đều biết thể tích của hình chóp là $256cm^3$, chiều cao của hình chóp là 12cm.

Bài 3: Cho hình chóp tam giác đều có độ dài cạnh đáy là 4cm, chiều cao của hình chóp là 6cm. Tính thể tích của hình chóp.

Bài 4: Cho hình chóp tam giác đều cạnh 5cm và độ dài đường cao mặt bên là 6cm. Tính diện tích xung quanh của hình chóp.

Bài 5: Cho hình chóp tứ giác đều có thể tích là $125cm^3$, chiều cao của hình chóp là 15cm. Tính chu vi đáy.

Bài 6: Chóp inox đặt trên đỉnh núi Fansipan (Việt Nam) có dạng hình chóp tam giác đều với diện tích đáy khoảng $1560cm^2$ và chiều cao khoảng 90cm. Tính thể tích của chóp inox trên đỉnh núi Fansipan (Việt Nam).



Bài 7: Một khối Rubic có dạng hình chóp tam giác đều. Biết chiều cao khoảng 5,9cm thể tích của khối Rubic là $44,25cm^3$. Tính diện tích đáy của khối Rubic.

Bài 8: Một hình chóp tam giác đều có thể tích là $24\sqrt{3}cm^3$, diện tích đáy là $8\sqrt{3}cm^2$. Tính chiều cao của hình chóp tam giác đều đó.

Bài 9: Một chiếc đèn thả trần có dạng hình chóp tam giác đều có tất cả các cạnh đều khoảng 20cm. Độ dài đường cao của mặt bên là 17,5cm. Tính diện tích xung quanh của chiếc đèn thả trần đó.



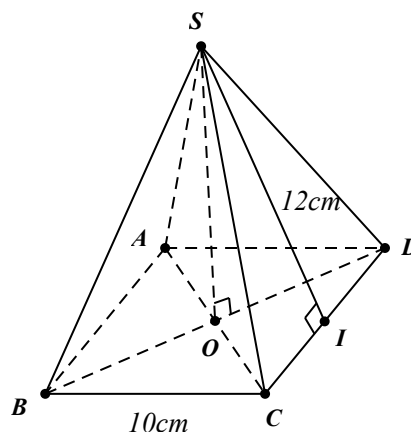
Bài 10: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng 8cm và chiều cao tam giác đáy là 7cm ; chiều cao mặt bên bằng 5cm . Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần (tức là tổng diện tích các mặt) của hình chóp.

Bài 11: Bộ nam châm xếp hình có dạng hình chóp tam giác đều (như hình ảnh bên) có độ dài cạnh đáy khoảng 6cm và mặt bên có đường cao khoảng 7cm . Tính diện tích xung quanh bộ nam châm xếp hình đó.

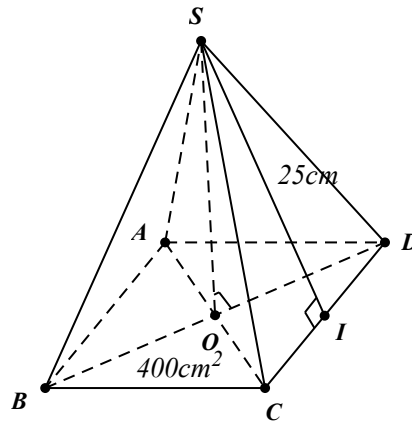


Bài 12: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ với kích thước như hình vẽ. ($BC = 10\text{cm}, SD = 12\text{cm}$)

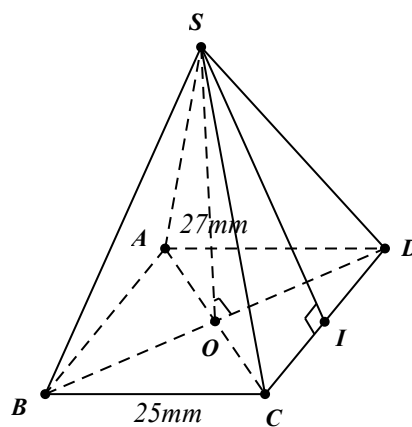
- 1) Tính chu vi đáy $ABCD$.
- 2) Tính độ dài chiều cao SI của mặt bên SCD .
- 3) Tính diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$.



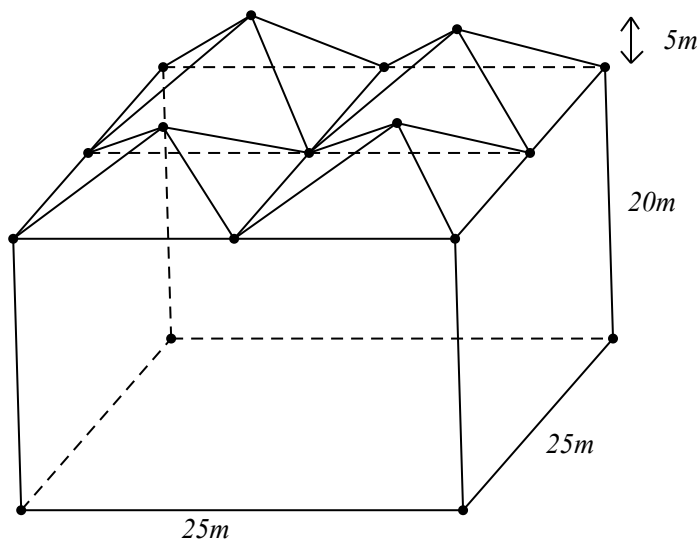
Bài 13: Cho một hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có diện tích đáy là 400cm^2 , chiều cao mặt bên $SI = 25\text{cm}$. Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần (tức là tổng diện tích các mặt) của hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$.



Bài 14: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ biết $AD = 25mm, SO = 27mm$. Tính thể tích hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$.



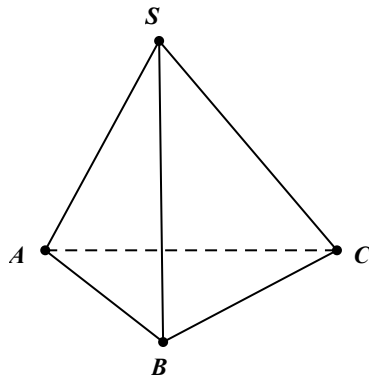
Bài 15: Người ta muốn làm cái nhà kho bằng tôn hình lăng trụ tứ giác đều có mái che là bốn hình chóp tứ giác đều với kích thước đã cho trên hình.



- 1) Tính diện tích tôn cần thiết dùng để lợp mái và che xung quanh, biết độ dài chiều cao một mặt bên của hình chóp là 8m.
- 2) Tính thể tích không khí trong kho sau khi xây dựng xong.

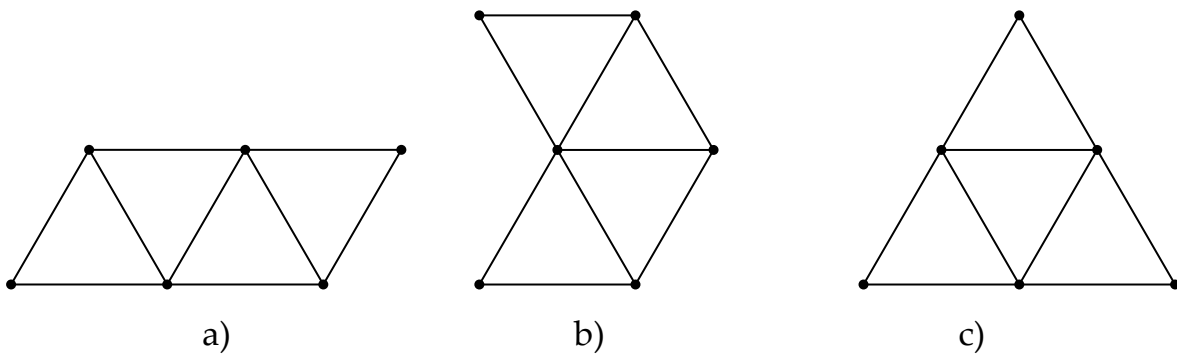
BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG

Bài 1: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ như hình bên.

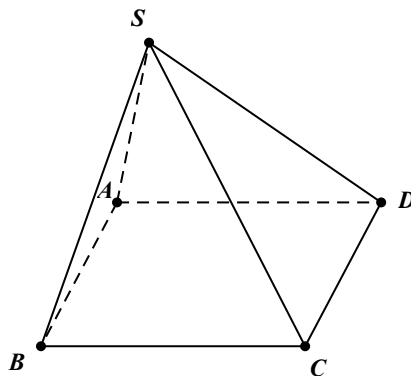


- 1) Kể tên các mặt bên của hình chóp.
- 2) Tính chu vi tam giác SAB , biết $SA = 8\text{cm}, BC = 7\text{cm}$.

Bài 2: Trong hình bên dưới, hình nào là hình khai triển của hình chóp tam giác đều?



Bài 3: Cho hình chóp đều $SABCD$ có $AB = 4\text{cm}, SC = 6\text{cm}$ như hình bên.

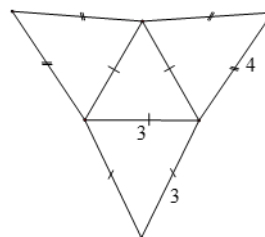
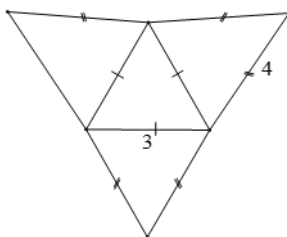
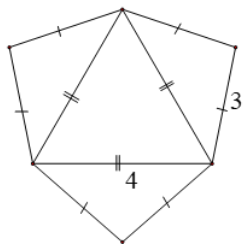
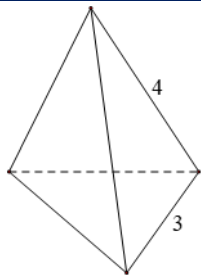


- 1) Kể tên các mặt chứa cạnh BC của hình chóp.
- 2) Tính độ dài các cạnh SB, AD .

Bài 4: Các phát biểu sau đây đúng hay sai?

- 1) Hình chóp tam giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau.
- 2) Hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông.

Bài 5: Cho hình chóp tam giác đều có độ dài cạnh bên bằng 4cm và độ dài cạnh đáy bằng 3cm như hình bên dưới, hình nào là hình khai triển của hình chóp tam giác đều đã cho?



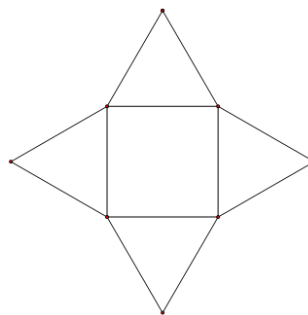
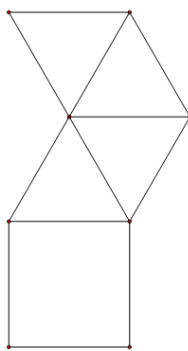
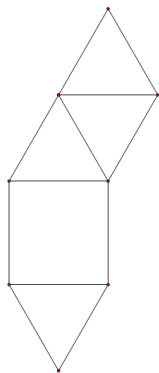
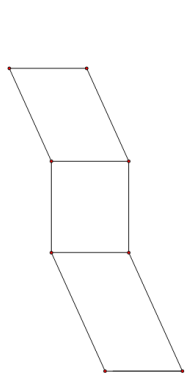
a)

b)

c)

d)

Bài 6: Trong các hình bên dưới hình nào khai triển của hình chóp tứ giác đều?



a)

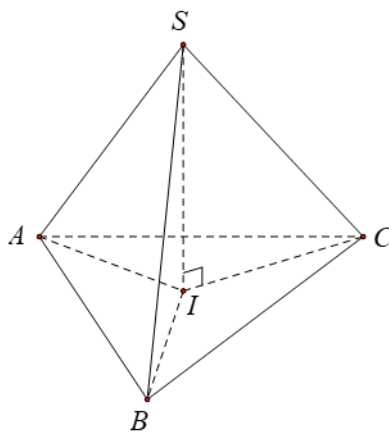
b)

c)

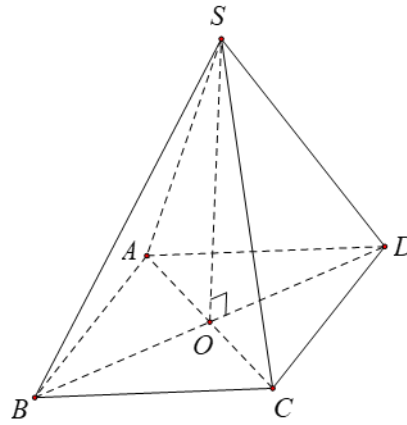
d)

Bài 7: Cho hình chóp tam giác đều $SABC$ như hình bên.

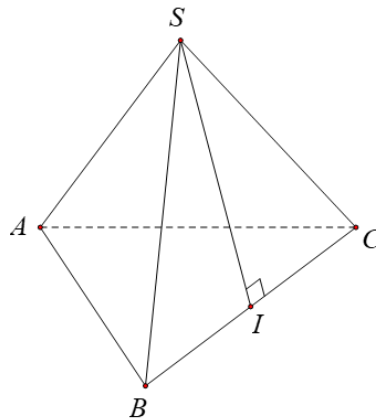
- 1) Kể tên các đỉnh, cạnh bên, mặt bên, mặt đáy và đường cao của hình chóp.
- 2) Kể tên các mặt không chứa cạnh SA của hình chóp.



Bài 8: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ như hình bên, kể tên các đỉnh, cạnh bên, mặt bên, mặt đáy và đường cao của hình chóp.

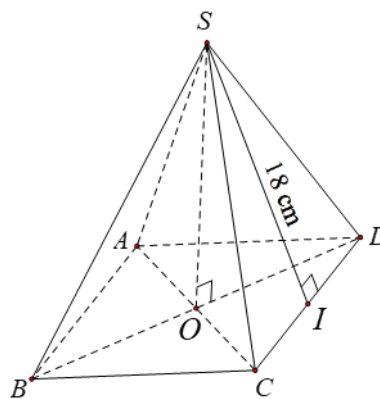


Bài 9: Tính diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều trong hình bên, biết $AB = 8 \text{ cm}$, $SI = 9 \text{ cm}$.

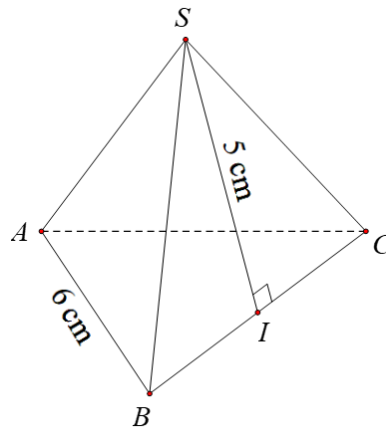


Bài 10: Một hình chóp tam giác đều có diện tích xung quanh 30 cm^2 và đường cao của mặt bên kẻ từ đỉnh của hình chóp bằng 5 cm . Tính độ dài cạnh đáy.

Bài 11: Tính diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều trong hình bên biết $BC = 14 \text{ cm}$, $SI = 18 \text{ cm}$.



Bài 12: Tính diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều trong hình bên.



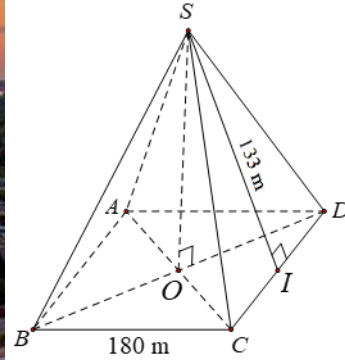
Bài 13: Mái nhà của một chòi sân vườn có dạng hình chóp tứ giác đều như hình bên. Tính diện tích vải bạt cần dùng để phủ mái chòi, biết rằng người ta chỉ dùng một lớp vải bạt (Không tính phần viền xung quanh).



Bài 14: Xét tính đúng, sai của các phát biểu sau đây:

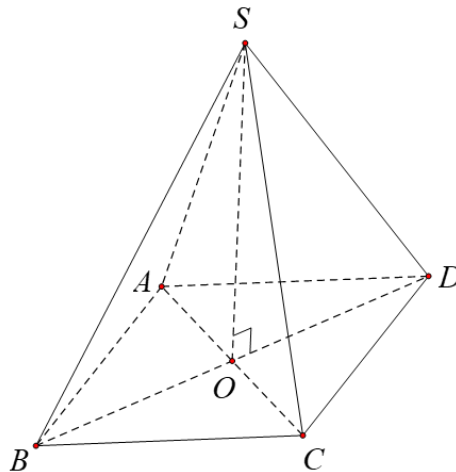
- 1) Diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều bằng ba lần diện tích mỗi mặt bên.
- 2) Diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều bằng diện tích của nửa chu vi đáy với đường cao của mặt bên kẻ từ đỉnh của nó.
- 3) Diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều bằng tổng diện tích của tất cả các mặt bên.

Bài 15: Một hình chóp tứ giác đều có diện tích xung quanh 36 cm^2 và đường cao của mặt bên kẻ từ đỉnh của hình chóp bằng 6 cm . Tính diện tích đáy. Đại kim tự tháp của Mỹ (The Great American Pyramid) nằm ở Memphis, bang Tennessee là một trong những kim tự tháp lớn nhất thế giới. Nơi đây hoạt động như một trung tâm thương mại và giải trí sầm uất. Đại kim tự tháp có dạng hình chóp tứ giác đều với đáy là hình vuông cạnh 180 m và chiều cao của mặt bên kẻ từ đỉnh hình chóp bằng 133 m . Tính diện tích mặt ngoài của Đại kim tự tháp này.



Bài 16: Tính thể tích của một hình chóp tam giác đều, biết diện tích đáy bằng 6 cm^2 và chiều cao của hình chóp bằng 5 cm .

Bài 17: Tính thể tích của hình chóp tứ giác đều trong hình bên, biết $SO = 6 \text{ cm}$, $AB = 5 \text{ cm}$.



Bài 18: Tính độ dài cạnh đáy của một hình chóp tứ giác đều, biết thể tích của hình chóp bằng $13,5 \text{ cm}^3$ và chiều cao của hình chóp bằng $4,5 \text{ cm}$.

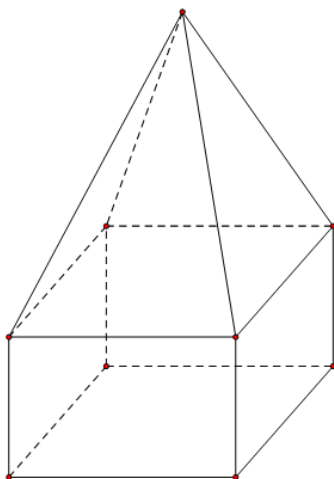
Bài 19: Kim tự tháp Cheops ở Ai Cập được xây dựng vào khoảng 2500 năm trước Công nguyên.

1) Kim tự tháp này có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao 147 m , cạnh đáy dài 230 m . Hãy tính thể tích của nó.



2) Hiện nay, kim tự tháp này vẫn có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao khoảng 138 m , còn độ dài cạnh đáy vào khoảng 230 m . Thể tích của kim tự tháp giảm bao nhiêu mét khối so với khi mới xây dựng?

trên của khối bê tông có dạng hình chóp tứ giác đều, chiều cao 60 cm. Tính thể tích của khối bê tông.



Bài 24: Diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều bằng 144 cm^2 . Tính độ dài đường cao của mặt bên kẻ từ đỉnh của hình chóp tam giác đều, biết cạnh đáy của nó dài 12 cm

CHƯƠNG 3: CÁC ĐỊNH LÝ PYTHAGORE - CÁC LOẠI TỨ GIÁC THƯỜNG GẶP

Bài 1. ĐỊNH LÝ PYTHAGORE

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1) Định lý Pythagore thuận

Trong một tam giác vuông, bình phương độ dài của cạnh huyền bằng tổng các bình phương độ dài của hai cạnh góc vuông.

2) Định lý Pythagore đảo

Nếu một tam giác có bình phương độ dài của một cạnh bằng tổng bình phương độ dài của hai cạnh kia thì tam giác đó là tam giác vuông.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1: Cho tam giác ABC vuông tại A . Tính cạnh BC trong các trường hợp sau:

1) $AB = 3 \text{ cm}$; $AC = 4 \text{ cm}$.

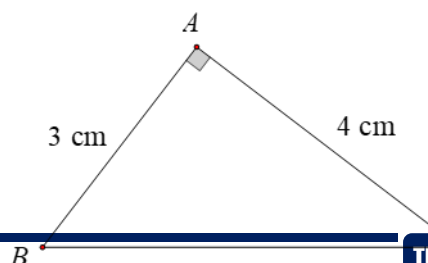
Hướng dẫn giải

Xét ΔABC vuông tại A , ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \text{ (Định lý Pythagore)}$$

$$BC^2 = 3^2 + 4^2$$

$$BC^2 = 3^2 + 4^2$$



$$BC^2 = 9 + 16$$

$$BC^2 = 25$$

$$BC = 5 \text{ (cm)}$$

Vậy $BC = 5 \text{ cm}$.

- 2) $AB = 8 \text{ cm}; AC = 6 \text{ cm}$.
- 3) $AB = 5 \text{ cm}; AC = 12 \text{ cm}$.
- 4) $AB = 12 \text{ cm}; AC = 16 \text{ cm}$.
- 5) $AB = 18 \text{ cm}; AC = 24 \text{ cm}$.

Bài 2: Cho tam giác ABC vuông tại A . Tính cạnh AC trong các trường hợp sau:

- 1) $AB = 6 \text{ cm}; BC = 10 \text{ cm}$.

Hướng dẫn giải

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A , ta có:

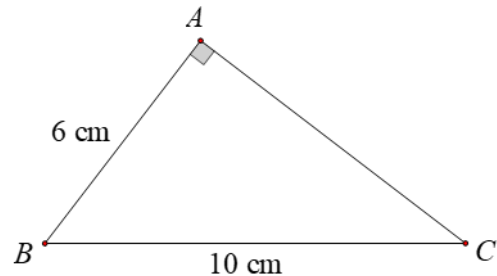
$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \text{ (Định lí Pythagore)}$$

$$10^2 = 6^2 + AC^2$$

$$100 = 36 + AC^2$$

$$AC^2 = 100 - 36 = 64$$

$$AC = 8 \text{ (cm)}. \text{ Vậy } AC = 8 \text{ cm}$$



- 2) $AB = 12 \text{ cm}; BC = 13 \text{ cm}$
- 3) $AB = 24 \text{ cm}; BC = 26 \text{ cm}$
- 4) $AB = 15 \text{ cm}; BC = 25 \text{ cm}$.
- 5) $AB = 21 \text{ cm}; BC = 29 \text{ cm}$.

Bài 3: Chứng minh tam giác ABC là tam giác vuông trong các trường hợp sau:

- 1) $AB = 3 \text{ cm}, AC = 4 \text{ cm}, BC = 5 \text{ cm}$.

Hướng dẫn giải:

Xét $\triangle ABC$, ta có :

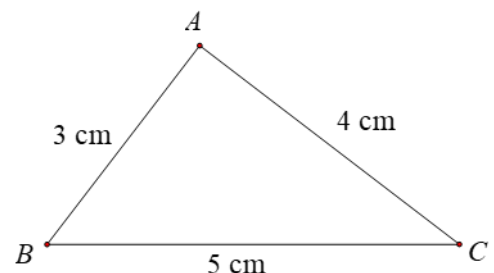
$$BC^2 = 5^2 = 25$$

$$AB^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

$$\text{Nên } BC^2 = AB^2 + AC^2 \text{ (= 25)}$$

Do đó $\triangle ABC$ vuông tại A (Định lí Pythagore đảo)

- 2) $AB = 5 \text{ cm}, AC = 12 \text{ cm}, BC = 13 \text{ cm}$.
- 3) $AB = 8 \text{ cm}, AC = 15 \text{ cm}, BC = 17 \text{ cm}$.
- 4) $AB = 24 \text{ cm}, AC = 7 \text{ cm}, BC = 25 \text{ cm}$.
- 5) $AB = 29 \text{ cm}, AC = 21 \text{ cm}, BC = 20 \text{ cm}$.



- 6) $AB = 9 \text{ cm}, AC = 40 \text{ cm}, BC = 41 \text{ cm}.$
- 7) $AB = 37 \text{ cm}, AC = 12 \text{ cm}, BC = 35 \text{ cm}.$
- 8) $AB = 60 \text{ cm}, AC = 61 \text{ cm}, BC = 11 \text{ cm}.$

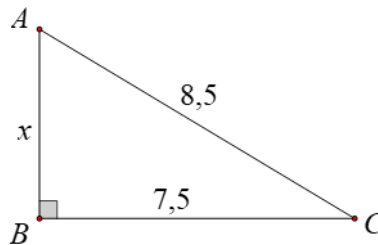
Bài 4: Tìm tam giác vuông trong các tam giác sau:

- 1) Tam giác ABC có $AB = 6 \text{ cm}, BC = 10 \text{ cm}, AC = 8 \text{ cm}.$
- 2) Tam giác MNP có $MN = 3 \text{ m}, NP = 4 \text{ m}, PM = 6 \text{ m}.$
- 3) Tam giác OPQ có $OP = 12 \text{ dm}, OQ = 16 \text{ dm}, PQ = 20 \text{ dm}.$

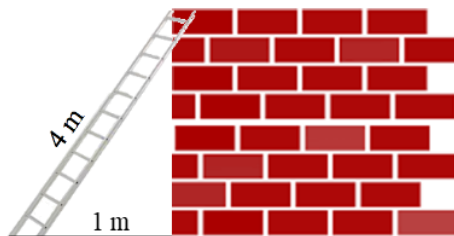
C. BÀI TẬP TỰ RÈN

Bài 1: Một chiếc ti vi màn hình phẳng có chiều dài đo được lần lượt là 72 cm và 120 cm. Tính độ dài đường chéo chiếc ti vi đó theo đơn vị inch (biết 1 inch $\approx 2,54 \text{ cm}$).

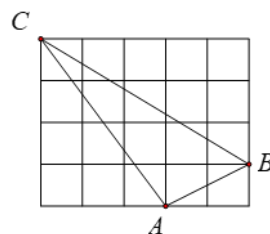
Bài 2: Đoạn lên dốc từ C đến A dài 8,5 m, độ dài CB bằng 7,5 m (Hình bên). Tính độ dài x của đoạn thẳng AB .



Bài 3: Tính chiều cao của bức tường (Hình bên) biết rằng chiều dài của thang là 4 m và chân thang cách tường là 1 m.



Bài 4: Trên giấy kẻ ô vuông (độ dài cạnh của ô vuông bằng 1 cm), cho tam giác ABC như hình bên. Tính độ dài mỗi cạnh của tam giác ABC .



Bài 5: Một bạn học sinh thả điều ngoài công viên, cho biết đoạn điều từ tay bạn đến con điều dài 130 m và bạn đứng cách nơi điều được thả lên theo phương thẳng đứng là 50 m. Tính độ cao của con điều so với mặt đất, biết tay bạn học sinh cách mặt đất là 1,5 m.

Bài 6: Một con thuyền đang neo ở một điểm cách chân tháp hải đăng 180 m. Cho biết tháp hải đăng cao 25 m. Hãy tính khoảng cách từ thuyền đến ngọn hải đăng.

Bài 7: Một máy bay cất cánh trong 5 phút với vận tốc 240 km/h. Hãy tính độ cao của máy bay so với mặt đất, biết khoảng cách từ điểm xuất phát đến phương thẳng đứng là 12 km.

Bài 8: Cho tam giác ABC vuông tại A . Tính cạnh BC trong các trường hợp sau:

- 1) $AB = 30$ cm; $AC = 40$ cm.
- 2) $AB = 1$ cm; $AC = \sqrt{3}$ cm.
- 3) $AB = 1$ cm; $AC = 1$ cm
- 4) $AB = \sqrt{2}$ cm; $AC = \sqrt{13}$ cm.

Bài 9: Cho tam giác ABC vuông tại A . Tính cạnh AC trong các trường hợp sau:

- 1) $AB = 1$ cm; $BC = \sqrt{2}$ cm.
- 2) $AB = 2$ cm; $BC = \sqrt{13}$ cm.
- 3) $AB = \sqrt{3}$ cm; $BC = 2$ cm.
- 4) $AB = \sqrt{99}$ cm; $BC = 10$ cm.

Bài 10: Cho tam giác ABC vuông tại A . Tính cạnh BC nếu biết:

- 1) $AB = AC$ và $AB + AC = 10$ cm.
- 2) $AB = AC$ và $AB + AC = 2\sqrt{2}$ cm.
- 3) $\frac{AB}{3} = \frac{AC}{4}$ và $AB + AC = 14$ cm.
- 4) $AB + AC = 17$ cm và $AB - AC = 7$ cm.
- 5) $AB + AC = 14$ cm và $AB - AC = 2$ cm.
- 6) $\frac{AB}{12} = \frac{AC}{5}$ và $5AB + 8AC = 100$ cm.
- 7) $AB + AC = 49$ cm và $AB - AC = 7$ cm.
- 8) $4AB = 3AC$ và $AB + AC = 70$ cm.

Bài 11: Tam giác nào là tam giác vuông trong các tam giác có độ dài ba cạnh như sau:

- 1) 9 cm, 15 cm, 12 cm.
- 2) 1 m, 6 dm, 8 dm.
- 3) 6 cm, 7 cm, 8 cm.
- 4) 24 cm, 1 dm, 26 cm.
- 5) 13 dm, 12 dm, 5 dm.
- 6) 5 cm, 5 cm, 1 dm.
- 7) 7 m, 7 m, 10 cm.

8) $\sqrt{2}$ cm, $\sqrt{3}$ cm, $\sqrt{5}$ cm.

Bài 12: Chứng minh: tam giác ABC là tam giác vuông trong các trường hợp sau:

1) $AB = 3x, AC = 4x, BC = 5x (x > 0)$.

2) $AB = 5x, AC = 12x, BC = 13x (x > 0)$.

3) $\frac{AB}{3} = \frac{AC}{4} = \frac{BC}{5}$.

4) $20 \cdot AB = 15 \cdot AC = 12 \cdot BC$.

Bài 13: Cho tam giác nhọn ABC . Kẻ AH vuông góc với $BC (H \in BC)$. Cho biết

$AB = 13$ cm, $AH = 12$ cm, $HC = 16$ cm. Tính các độ dài AC, BC .

Bài 14: Cho tam giác ABC , kẻ $AH \perp BC$ tại H , (H nằm giữa B và C). Hãy tính các cạnh AB, AC và chứng minh tam giác ABC vuông tại A nếu biết:

1) $AH = 12$ cm, $BH = 9$ cm, $CH = 16$ cm.

2) $AH = 10$ cm, $BH = 25$ cm, $CH = 4$ cm.

3) $AH = 4$ cm, $BH = 1$ cm, $CH = 16$ cm,

4) $AH = 2$ cm, $BH = 1$ cm, $CH = 4$ cm.

5) $AH = 24$ cm, $BH = 32$ cm, $CH = 18$ cm.

6) $AH = \sqrt{20}$ cm, $BH = 4$ cm, $CH = 5$ cm.

Bài 15: Cho tam giác ABC , kẻ $AH \perp BC$ tại H (H thuộc đoạn BC). BAC có phải là góc vuông không? Nếu biết:

1) $AB = 15$ cm, $AC = 20$ cm, $AH = 12$ cm.

2) $AB = \sqrt{2}$ cm, $AH = 1$ cm, $CH = 1$ cm.

3) $AB = \sqrt{52}$ cm, $AH = 6$ cm, $CH = 4$ cm.

4) $AB = 2$ cm, $AC = 2$ cm, $AH = \sqrt{2}$ cm.

5) $AB = 3$ cm, $AC = 4$ cm, $AH = 2,4$ cm.

6) $AC = \sqrt{45}$ cm, $AH = 1$ cm, $BH = \sqrt{11}$ cm

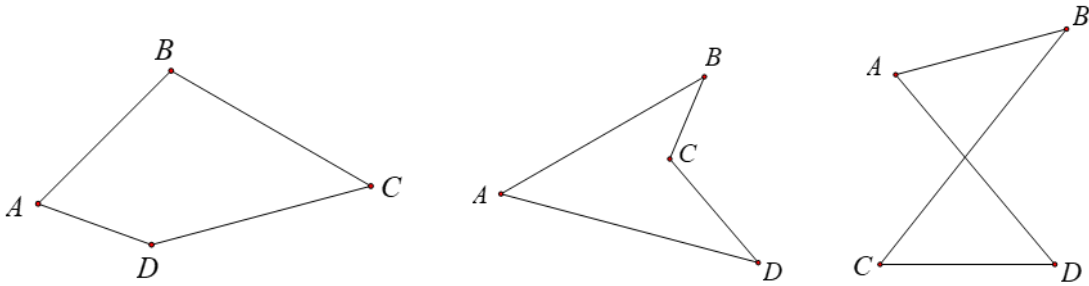
BÀI 2. TỨ GIÁC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1) Định nghĩa:

Tứ giác $ABCD$ là hình gồm bốn đoạn thẳng AB, BC, CD, DA , trong đó bất kì hai đoạn thẳng nào cũng không cùng nằm trên một đường thẳng.

Ví dụ 1:



a)

b)

c)

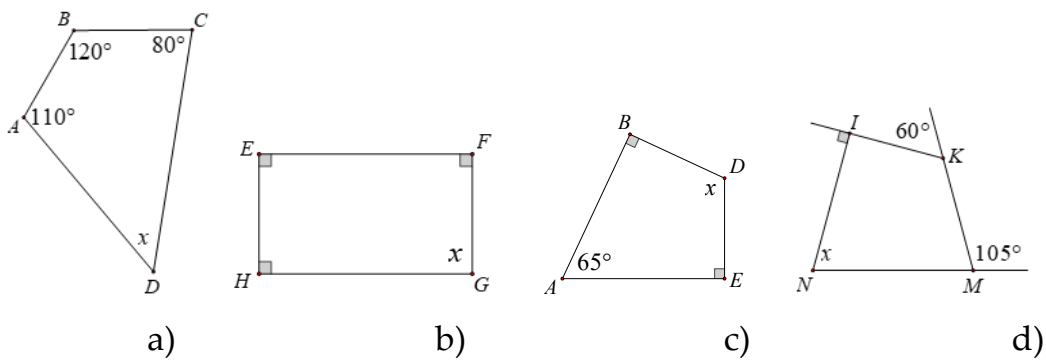
Tứ giác $ABCD$ còn được gọi tên là tứ giác $BCDA, BADC, \dots$. Các điểm A, B, C, D gọi là các đỉnh. Các đoạn thẳng AB, BC, CD, DA gọi là các cạnh.

Tứ giác lồi là tứ giác luôn nằm trong một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng chứa bất kì cạnh nào của tứ giác.

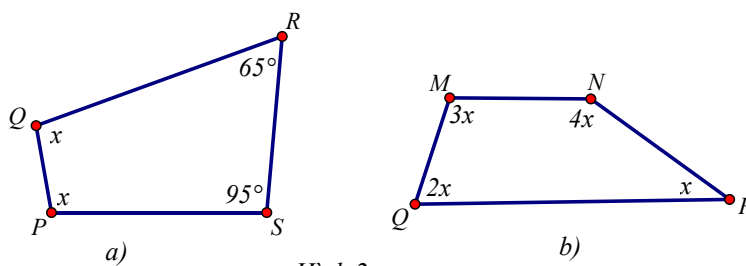
2) Tổng các góc của một tứ giác: Tổng số đo các góc của một tứ giác bằng 360° .

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1: Tìm x ở hình 1, hình 2:



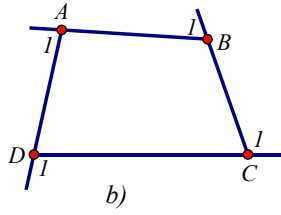
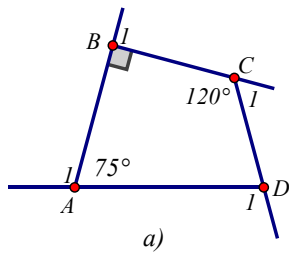
Hình 1



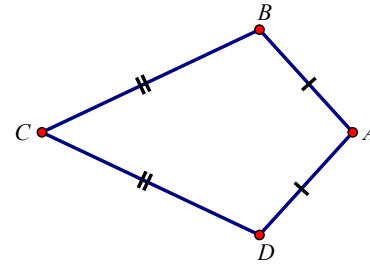
Hình 2.

Bài 2: Góc kề bù với một góc của tứ giác gọi là góc ngoài của tứ giác.

- 1) Tính các góc ngoài của tứ giác ở hình 3a .
- 2) Tính tổng các góc ngoài của tứ giác ở hình 3b (tại mỗi đỉnh của tứ giác chỉ chọn một góc ngoài): $A_1 + B_1 + C_1 + D_1 = ?$
- 3) Có nhận xét gì về tổng các góc ngoài của tứ giác?



Hình 3.



Hình 4.

Bài 3: Ta gọi tứ giác $ABCD$ trên hình 4 có $AB = AD; CB = CD$ là hình "cái điều".

- 1) Chứng minh: AC là đường trung trực của đoạn BD .
- 2) Tính B, D biết rằng $A = 100^\circ, C = 60^\circ$.

C. BÀI TẬP TỰ RÈN

Bài 1: Tính tổng các góc ngoài của tứ giác (tại mỗi đỉnh của tứ giác chỉ chọn một góc ngoài).

Bài 2: Tứ giác $ABCD$ có $AB = BC, CD = DA$.

- 1) Chứng minh: BD là đường trung trực của đoạn AC .
- 2) Cho biết $B = 100^\circ, D = 70^\circ$. Tính A và C .

Bài 3: Tứ giác $ABCD$ có $A = 100^\circ$, góc ngoài tại đỉnh B bằng $110^\circ, C = 75^\circ$. Tính số đo góc D .

Bài 4: Tứ giác $EFGH$ có góc ngoài tại đỉnh E bằng 65° , góc ngoài tại đỉnh F bằng 100° , góc ngoài tại đỉnh G bằng 60° . Tính số đo góc ngoài tại đỉnh H .

Bài 5: Tứ giác $ABCD$ có $A = x, B = 2x, C = 3x, D = 4x$. Tính số đo các góc của tứ giác đó.

Bài 6: Tứ giác $ABCD$ có $C = 60^\circ, D = 80^\circ, A - B = 10^\circ$. Tính số đo các góc A và B .

Bài 7: Tính các góc của tứ giác $ABCD$, biết rằng: $A : B : C : D = 1 : 2 : 3 : 4$.

Bài 8: Tứ giác $ABCD$ có $A = 65^\circ, B = 117^\circ, C = 71^\circ$. Tính số đo góc ngoài tại đỉnh D .

Bài 9: Tứ giác $ABCD$ có chu vi 66cm . Tính độ dài AC , biết chu vi tam giác ABC bằng 56cm , chu vi tam giác ACD bằng 60cm .

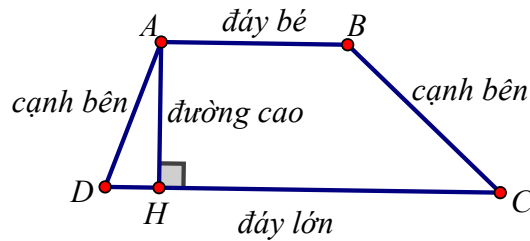
Bài 3. HÌNH THANG - HÌNH THANG VUÔNG - HÌNH THANG CÂN.

I. HÌNH THANG

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Định nghĩa: Hình thang là tứ giác hai cạnh đối song song.

Ví dụ: Tứ giác $ABCD$ là hình thang với $AB // DC$.

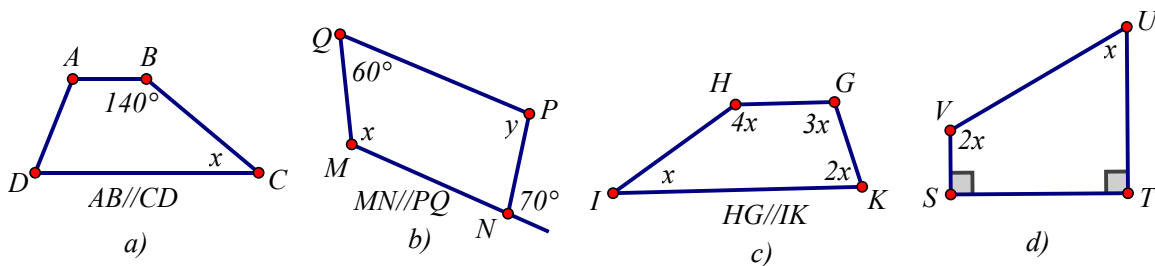


Trong đó:

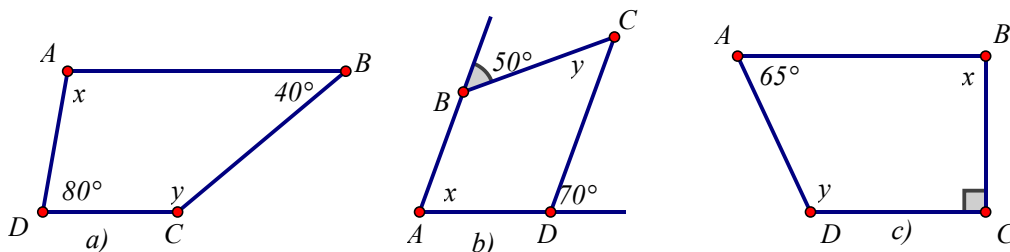
- Đoạn thẳng AB, CD gọi là cạnh đáy (hoặc đáy); AB là đáy nhỏ, CD là đáy lớn
- Đoạn thẳng $AD; BC$ gọi là cạnh bên.
- Đoạn thẳng AH gọi là đường cao.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1: Tìm x và y ở các hình sau:



Bài 2: Tìm x và y trong hình bên dưới, biết rằng $ABCD$ là hình thang có đáy là AB và CD .



Bài 3: Cho hình thang $ABCD$ ($AB // CD$) và $B = 80^\circ, D = 40^\circ$. Tính \hat{A} và \hat{C} .

Bài 4: Cho hình thang $ABCD$ ($AD // BC$) và $A = 100^\circ, D = 60^\circ$. Tính \hat{B} và \hat{C} .

Bài 5: Cho hình thang $ABCD$ ($AB // CD$) có $D = 60^\circ$.

1) Tính \hat{A} .

2) Tính \hat{B}, \hat{C} . Biết $\frac{\hat{B}}{D} = \frac{4}{5}$.

Bài 6: Cho hình thang $ABCD$ ($AB // CD$) có $A - B = 20^\circ, D = 2C$.

1) Tính $\hat{A} + \hat{B}$.

2) Chứng minh: $\hat{A} + \hat{B} = \hat{C} + \hat{D}$.

3) Tính số đo các góc của hình thang.

Bài 7: Cho hình thang $ABCD$ ($AB // CD$) có $D = 50^\circ$ và $B = \frac{1}{2}A$. Tính các góc của hình thang.

Bài 8: Hình thang $ABCD(AB//CD)$ có $A - D = 20^\circ, B = 2C$. Tính các góc của hình thang.

Bài 9: Tính các góc của hình thang $ABCD(AB//CD)$, biết rằng $A = 3D, B - C = 30^\circ$.

Bài 10: Tính các góc của hình thang $ABCD(AB//CD)$, biết rằng $A = \frac{1}{3}D, B - C = 50^\circ$.

Bài 11: Hình thang $ABCD(AB//CD)$ có $A - D = 40^\circ, A = 2C$. Tính các góc của hình thang.

Bài 12: Tính các góc B và D của hình thang $ABCD$, biết rằng $A = 60^\circ, C = 130^\circ$.

Bài 13: Cho hình thang $ABCD(AB//CD, AB < CD)$. Hai tia phân giác của hai góc C và D cắt nhau tại K thuộc đáy AB . Chứng minh:

- 1) $\triangle ADK$ cân ở A ; $\triangle BKC$ cân ở B .
- 2) $AD + BC = AB$.

Bài 14: Cho hình thang $ABCD(AB//CD); CD = AD + BC$. Gọi K là điểm thuộc đáy CD sao cho $KD = AD$. Chứng minh:

- 1) AK là tia phân giác của góc A .
- 2) $KC = BC$.
- 3) BK là tia phân giác của góc B .

Bài 15: Cho hình thang $ABCD(AB//CD); CD = AD + BC$. Gọi K là giao điểm của tia phân giác góc A với đáy CD . Chứng minh:

- 1) $AD = DK$.
- 2) $\triangle BCK$ cân ở C .
- 3) BK là tia phân giác của góc B .

Bài 16: Cho hình thang $ABCD$ có đáy nhỏ BC bằng 4cm . Qua B vẽ đường thẳng song song với CD cắt AD ở E . Biết chu vi tam giác ABE bằng 12cm .

- 1) Chứng minh: $BC = ED; BE = CD$.
- 2) Tính chu vi hình thang $ABCD$.

Bài 17: Cho hình thang $ABCD(AD//BC, AD < BC)$. Qua B vẽ đường thẳng song song với CD . Tính AD .

Bài 18: Cho hình thang $ABCD(AB//CD); AB = 13,4\text{cm}; AB = \frac{1}{3}CD$ và chiều cao AH bằng trung bình cộng của hai đáy. Tính AH và S_{ABCD} .

Bài 19: Cho hình thang $ABCD(AB//CD)$ có $AB = 4\text{cm}; CD = 8\text{cm}$ và $S_{ABCD} = 30\text{cm}^2$. Tính chiều cao AH của hình thang.

II. HÌNH THANG VUÔNG

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Định nghĩa: Hình thang vuông là hình thang có một góc vuông.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1: Tìm các góc chưa biết của hình thang $ABCD$ có hai đáy là AB và CD trong trường hợp $A = 90^\circ$ và $B = 40^\circ$.

Bài 2: Cho hình thang $ABCD$ có $AB // CD$ và $AB < CD$. Kẻ AH vuông góc với CD tại H . Chứng minh: tứ giác $ABCH$ là hình thang vuông.

Bài 3: Cho tam giác ABC vuông cân tại A . Ở phía ngoài tam giác ABC , vẽ tam giác BCD vuông cân tại B . Tứ giác $ABDC$ là hình gì? Vì sao?

Bài 4: Cho tam giác ABC cân tại A có đường cao AH . Qua B kẻ đường thẳng song song với AH , cắt AC tại T . Chứng minh: tứ giác $AHBT$ là hình thang vuông.

Bài 5: Cho tam giác ABC vuông cân tại A , $BC = 2\text{ cm}$. Ở phía ngoài tam giác ABC vẽ tam giác ACE vuông cân tại E .

1) Chứng minh: $AECB$ là hình thang vuông.

2) Tính các góc và các cạnh của hình thang $AECB$.

Bài 6: Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = \sqrt{2}\text{ cm}$. Về phía ngoài vẽ $\triangle ACD$ vuông cân tại D .

1) Tứ giác $ABCD$ là hình gì? Vì sao?

2) Tính S_{ABCD} .

Bài 7: Cho hình thang vuông $ABCD$ có $\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ$, $AB = AD = 2\text{ cm}$, $CD = 4\text{ cm}$ và BH vuông góc CD tại H .

1) Chứng minh: $\triangle ABD = \triangle HDB$.

2) Chứng minh: $\triangle BHC$ vuông cân tại H .

3) Tính S_{ABCD} .

Bài 8: Tứ giác $ABCD$ có $\hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$, $BC = DC$ và DB là tia phân giác của góc D . Chứng minh:

1) Tứ giác $ABCD$ là hình thang vuông.

2) $AC^2 + AD^2 = BC^2 + BD^2$.

Bài 9: Hình thang vuông $ABCD$ có $A = D = 90^\circ$, $AB = AD = 2\text{ cm}$, $CD = 4\text{ cm}$. Tính các góc của hình thang.

Bài 10: Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$). Tia phân giác của góc B cắt AC tại D . Trên BC lấy điểm E sao cho $BE = BA$.

1) Chứng minh: $\triangle ABD = \triangle EBD$.

2) Kẻ đường cao AH của tam giác ABC . Chứng minh: Tứ giác $ADEH$ là hình thang vuông.

3) Gọi I là giao điểm của AH với BD , đường thẳng EI cắt AB tại F . Chứng minh: tứ giác $ACEF$ là hình thang vuông.

III. HÌNH THANG CÂN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1) **Định nghĩa:** Hình thang cân là hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau.

2) Tính chất:

Hình thang cân có hai cạnh bên bằng nhau.

Hình thang cân có hai đường chéo bằng nhau.

3) Dấu hiệu nhận biết:

Hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau là hình thang cân

Hình thang có hai đường chéo bằng nhau là hình thang cân.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1: Cho hình thang cân $ABCD(AB//CD)$ có $A = 50^\circ$. Tính B, C, D .

Bài 2: Cho hình thang cân $ABCD(AB//CD)$ có $A = 2C$. Tính các số đo các góc của hình thang.

Bài 3: Tìm các góc chưa biết của hình thang $ABCD$ có hai đáy là AB và CD trong trường hợp $C = D = 80^\circ$.

Bài 4: Cho hình thang cân $ABCD(AB//CD, AB < CD)$. Kẻ các đường cao AE, BF của hình thang. Chứng minh: $DE = CF$.

Bài 5: Cho hình thang cân $ABCD(AB//CD)$, E là giao điểm của hai đường chéo. Chứng minh $EA = EB, EC = ED$.

Bài 6: Cho tam giác ABC cân tại A . Trên các cạnh bên AB, AC lấy theo thứ tự các điểm D và E sao cho $AD = AE$.

1) Chứng minh: $BDEC$ là hình thang cân.

2) Tính các góc của hình thang cân đó, biết rằng $A = 50^\circ$.

Bài 7: Cho $\triangle COD$ vuông cân tại O , trên tia đối của tia OC và tia đối của tia OD lần lượt lấy hai điểm A và B sao cho $OA = OB(OA < OC)$. Chứng minh: Tứ giác $ABCD$ là hình thang cân.

Bài 8: Hình thang $ABCD(AB//CD)$ có $ACD = BDC$. Chứng minh: $ABCD$ là hình thang cân.

Bài 9: Cho hình thang $ABCD(AB//CD)$ có $AC = BD$. Qua B kẻ đường thẳng song song với AC , cắt đường thẳng DC tại E . Chứng minh:

1) $\triangle BDE$ là tam giác cân.

2) $\triangle ACD = \triangle BDC$.

3) Hình thang $ABCD$ là hình thang cân.

Bài 10: Cho tam giác ABC cân tại A có BD và CE là hai đường trung tuyến. Chứng minh:

1) $\triangle ADE$ cân tại A .

2) $\triangle ABD = \triangle ACE$.

3) $BCDE$ là hình thang cân.

Bài 11: Cho tam giác ABC cân tại A có BH và CK là hai đường cao. Chứng minh rằng:

1) $\triangle ABH = \triangle ACK$.

2) $BCHK$ là hình thang cân.

Bài 12: Cho tam giác ABC cân tại A có BD và CE là hai đường phân giác

1) $\triangle AEC = \triangle ADB$.

2) $BCDE$ là hình thang cân.

Bài 13: Cho hình thang cân $ABCD$ có $AB \parallel CD$, đường chéo DB vuông góc với cạnh BC , DB là tia phân giác của $\angle ADC$.

1) Chứng minh: $\angle BCD = 2\angle BDC$ và $\angle BCD = 60^\circ$.

2) Gọi T là giao điểm của CB và DA . Chứng minh: tam giác TCD đều.

3) Tính chu vi hình thang $ABCD$, biết $BC = 8\text{cm}$.

Bài 14: Cho hình thang cân $ABCD$ ($AB \parallel CD, AB < CD$) có $AB = AD$.

1) Chứng minh: $\angle ADB = \angle BDC$.

2) CA có phải là tia phân giác của góc C không? Vì sao?

Bài 15: Hình thang cân $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có $AB < CD$. Gọi O là giao điểm của AD và BC là giao điểm của AC và BD . Chứng minh:

1) $\triangle AOB$ cân tại O .

2) $\triangle ABD = \triangle BAC$.

3) $EC = ED$.

4) OE là đường trung trực chung của hai đáy AB và CD .

C. BÀI TẬP TỰ RÈN

Bài 1: Cho hình thang $ABCD$ có $A = 30^\circ, C = 130^\circ$. Tính B, D . Bài toán có mấy đáp số?

Bài 2: Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$)

1) Tính tổng $A + D$, suy ra trong hai góc A, D có nhiều nhất một góc tù.

2) Chứng minh trong hai góc B, C có nhiều nhất là một góc tù.

Bài 3: Cho tam giác ABC cân tại A , các đường phân giác BD, CE ($D \in AC, E \in AB$).

1) Chứng minh: $\angle ACE = \angle ABD$ và $\triangle ACE = \triangle ABD$.

2) Chứng minh: $BEDC$ là hình thang cân

3) Tính các góc của hình thang cân $BEDC$, biết $\angle ABC = 62^\circ$.

Bài 4: Chứng minh: trong các góc của hình thang $MNPQ$ ($MN \parallel PQ$) có nhiều nhất là hai góc tù.

Bài 5: Cho hình thang $ABCD$ ($AD \parallel BC$).

1) Tính tổng $\hat{C} + \hat{D}$, suy ra trong hai góc C, D có nhiều nhất là một góc nhọn.

2) Chứng minh: trong hai góc A, B có nhiều nhất là một góc nhọn.

Bài 6: Chứng minh: trong các góc của hình thang $MNPQ$ ($MN \parallel PQ$) có nhiều nhất là hai góc nhọn.

Bài 7: Chứng minh: trong hình thang có nhiều nhất là hai góc tù, có nhiều nhất là hai góc nhọn.

Bài 8: Chứng minh: trong hình thang các tia phân giác của hai góc kề một cạnh bên vuông góc với nhau.

Bài 9: Chứng minh: Tổng hai cạnh bên của hình thang lớn hơn hiệu hai đáy.

Bài 10: Cho hình thang $ABCD(AB//CD)$ có $CD = 50,8\text{cm}$, $AB = \frac{1}{4}CD$ và $S_{AHCD} = 635\text{cm}^2$.

Tính chiều cao của hình thang $ABCD$.

Bài 11: Cho hình thang $\triangle ABE = \triangle EDA$ có chiều cao $AH = 15,2\text{cm}$; $AB - CD = 7,3\text{cm}$ và $S_{ABCD} = 336,68\text{cm}^2$. Tính:

1) Tổng $AB + CD$.

2) Độ dài AB, CD .

Bài 12: Hình thang $ABCD(AB//CD)$ có $AB = 7\text{cm}$, $CD = 10\text{cm}$, $AD = 8\text{cm}$ và $\hat{D} = 30^\circ$. Kẻ AH vuông góc CD ở H , kéo dài AH lấy E sao cho $HE = HA$.

1) Chứng minh: $\triangle ADE$ đều.

2) Tính AH, S_{ADE} và S_{ACD} .

Bài 13: Cho hình thang $ABCD(AD//BC, AD < BC)$. Kẻ $DE//AB, DH \perp BC(E, H$ thuộc $BC)$. Biết $AD = 5\text{cm}$, $DH = 4\text{cm}$ và $S_{CDE} = 6\text{cm}^2$.

1) Tính EC .

2) Chứng minh: $\triangle ABE = \triangle EDA$.

3) Tính BC và S_{ABCD} .

Bài 14: Cho tứ giác lồi $ABCD$ có $A = B$ và $BC = AD$. Chứng minh:

1) $\triangle DAB = \triangle CBA$, rồi suy ra $BD = AC$.

2) $\triangle ACD = \triangle BDC$, rồi suy ra $ADC = BCD$.

3) $ABCD$ là hình thang cân.

Bài 15: Cho tứ giác lồi $ABCD$ có $\hat{A} = \hat{B}$ và $BC = AD$. Chứng minh:

1) $\triangle ACD = \triangle BDC$.

2) $ABCD$ là hình thang cân.

Bài 16: Cho tam giác ABC cân tại A có các đường phân giác BE và CF . Chứng minh:

1) $\triangle AEF$ cân tại A .

2) Tứ giác $BCEF$ là hình thang cân.

3) $CE = EF = FB$.

Bài 17: Cho tam giác ABC cân tại A . Điểm D trên cạnh AB, E trên cạnh AC sao cho $AE = AD$.

1) Tứ giác $BDEC$ là hình gì? Vì sao?

2) Xác định vị trí của các điểm D, E để có $BD = DE = EC$

Bài 18: Cho hình thang cân $ABCD(AB//CD)$ có $\hat{D} = 60^\circ, AB = 15\text{cm}$ và $CD = 49\text{cm}$. Qua B vẽ đường thẳng song song với AD cắt CD tại E .

1) Chứng minh: $\triangle BCE$ đều.

2) Tính EC và chu vi hình thang $ABCD$. Tìm $\frac{S_{ABD}}{S_{BCD}}$

Bài 19: Cho hình thang cân $ABCD$ ($AB \parallel CD, AB < CD$) có AH, BK là các đường cao.

Chứng minh:

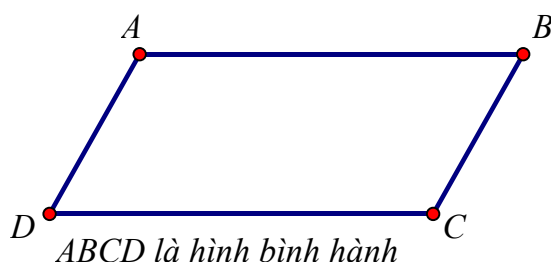
1) $\Delta AHD = \Delta BKC$.

2) $DH = \frac{CD - AB}{2}$.

Bài 4. HÌNH BÌNH HÀNH

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1) **Định nghĩa:** Hình bình hành là tứ giác có các cạnh đối song song.



2) **Tính chất:** Trong hình bình hành:

Các cạnh đối bằng nhau.

Các góc đối bằng nhau.

Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

3) **Dấu hiệu nhận biết:**

Tứ giác có các cạnh đối song song là hình bình hành.

Tứ giác có các cạnh đối bằng nhau là hình bình hành.

Tứ giác có hai cạnh đối song song và bằng nhau là hình bình hành.

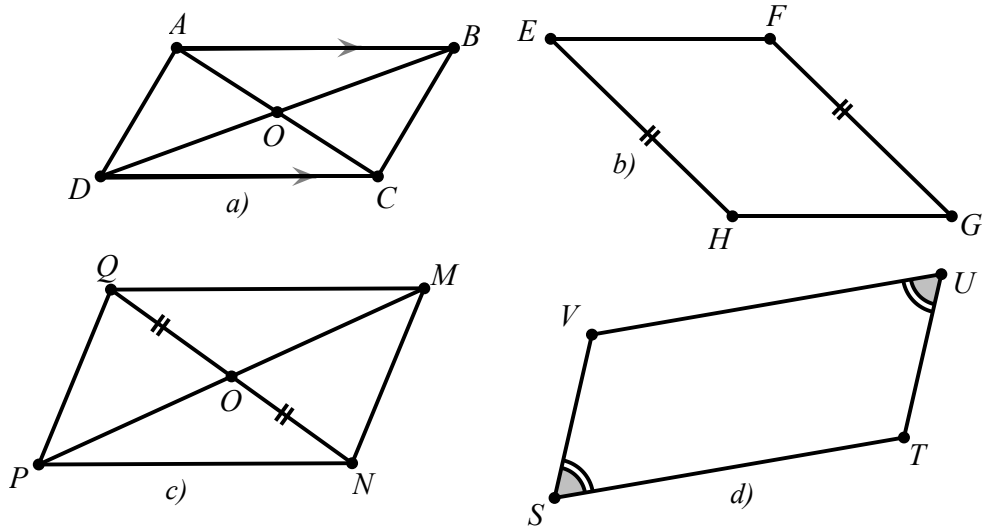
Tứ giác có các góc đối bằng nhau là hình bình hành.

Tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường là hình bình hành.

4) **Diện tích:** Diện tích hình bình hành bằng chiều cao nhân cạnh tương ứng.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1: Cần thêm một điều kiện gì để mỗi tứ giác trong các hình sau trở thành hình bình hành?



Bài 2: Cho hình bình hành $ABCD$.

- 1) Chứng minh $\triangle ADC = \triangle CBA$, từ đó suy ra $CD = AB$ và $AD = BC$.
- 2) Chứng minh: $\angle ADC = \angle CBA$ và $\angle DAB = \angle DCB$.
- 3) Gọi O là giao điểm của AC và BD . Chứng minh: O là trung điểm của AC và BD .

Bài 3: Cho hình bình hành $ABCD$ có $\angle DAB = 60^\circ$. Tính số đo $\angle ABC, \angle BCD, \angle CDA$.

Bài 4: Cho hình bình hành $ABCD$ có O là trung điểm của đường chéo AC . Chứng minh: B, O, D thẳng hàng.

Bài 5: Cho tứ giác $ABCD$ có: $AD \parallel BC; \angle ABC = 70^\circ; \angle BCD = 110^\circ$. Chứng minh: tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

Bài 6: Cho tứ giác $ABCD$ có: $AB = 6\text{cm}; BC = 4\text{cm}; CD = 6\text{cm}; AD = 4\text{cm}$. Chứng minh: tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

Bài 7: Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi E, F, G, H lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD, DA .

- 1) Chứng minh: $AE = CG$ và $\triangle AEH = \triangle CGF$.
- 2) Chứng minh: $HG = EF$ và tứ giác $EFGH$ là hình bình hành.

Bài 8: Cho hình thang cân $ABCD$ ($AB \parallel CD, AB < CD$), các đường cao AH, BK .

- 1) Chứng minh: $DH = CK$.
- 2) Gọi N là điểm đối xứng với D qua H . Chứng minh: $ABCN$ là hình bình hành.
- 3) Tính diện tích tứ giác $ABCD$, biết $AB = 6\text{cm}, AH = 4\text{cm}$ và $DH = 3\text{cm}$.

Bài 9: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 5\text{cm}, BC = 13\text{cm}$. Gọi E là trung điểm của cạnh AB, D là điểm đối xứng với C qua E .

- 1) Tứ giác $ADBC$ là hình gì? Vì sao?
- 2) Trên BC lấy điểm F sao cho $EF \parallel AC$. Chứng minh: $EF \perp AB$.
- 3) Tính diện tích $\triangle ABC$.

Bài 10: Cho tứ giác $ABCD$ có: $AB = 5\text{cm}; AB + BC = 12\text{cm}; BC + CD = 12\text{cm}; CD + AD = 12\text{cm}$. Chứng minh: tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- Bài 11.** Cho tứ giác $ABCD$ có: $DAB = 120^\circ$; $ABC = 60^\circ$; $BCD = 120^\circ$. Chứng minh: tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
- Bài 12.** Cho tam giác ABC . Trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho $AD = AB$, trên tia đối của tia AC lấy điểm E sao cho $AE = AC$. Chứng minh: tứ giác $BCDE$ là hình bình hành.
- Bài 13.** Cho tam giác ABC có đường trung tuyến BM . Trên tia đối của tia MB lấy điểm D sao cho $MD = MB$. Chứng minh: tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
- Bài 14.** Cho hình thang $ABCD$ có $AB \parallel CD$ và $AB = \frac{1}{2}CD$. Gọi E là trung điểm của cạnh CD . Chứng minh: Các tứ giác $ABED, ABCE$ là các hình bình hành.
- Bài 15.** Cho hình thang $ABCD$ có độ dài đáy lớn bằng 2 lần đáy nhỏ CD . Gọi M là trung điểm của AB . Đường thẳng AD cắt đường thẳng BC tại E .
- 1) Chứng minh: tứ giác $AMCD$ và tứ giác $BCDM$ là hình bình hành.
 - 2) Chứng minh: $DMA = ECD$ và $AD = DE$.
 - 3) Chứng minh: C là trung điểm của đoạn BE .
- Bài 16.** Cho hình bình hành $ABCD$. Trên cạnh AB lấy điểm E , trên cạnh CD lấy điểm F sao cho $EF \parallel AD$.
- 1) Chứng minh $AE \parallel DF$; $BE \parallel CF$.
 - 2) Chứng minh: tứ giác $AEFD$ là hình bình hành.
 - 3) Chứng minh: tứ giác $BEFC$ là hình bình hành.
- Bài 17.** Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi E, F theo thứ tự là trung điểm AB, CD . Gọi M giao điểm của BF và CE .
- 1) Chứng minh $AE = CE$ và tứ giác $AECF$ là hình bình hành.
 - 2) Chứng minh: $BF \parallel DE$ và $EMFN$ là hình bình hành.
 - 3) Chứng minh: các đường thẳng AC, EF, MN đồng qui.
- Bài 18.** Cho hình bình hành $ABCD$. Trên cạnh AB lấy điểm E , trên cạnh CD lấy điểm F sao cho $AE = DF$.
- 1) Chứng minh: $AE \parallel DF$; $BE \parallel CF$.
 - 2) Chứng minh: $BE = CF$.
 - 3) Chứng minh: tứ giác $AEFD$ là hình bình hành.
 - 4) Chứng minh: tứ giác $BEFC$ là hình bình hành.
- Bài 19.** Cho hình bình hành $ABCD$. Trên cạnh AB lấy điểm E , trên cạnh CD lấy điểm F sao cho $AE = CF$.
- 1) Chứng minh: $AE \parallel CF$; $BE \parallel DF$.
 - 2) Chứng minh: $BE = DF$.
 - 3) Chứng minh: tứ giác $AECF$ là hình bình hành.
 - 4) Chứng minh: tứ giác $BEDF$ là hình bình hành.
- Bài 20.** Cho hình bình hành $ABCD$ có M là trung điểm của AB và N là trung điểm của CD .

1) Chứng minh: tứ giác $AMND$ là hình bình hành.

2) Chứng minh: tứ giác $AMCN$ là hình bình hành.

Bài 21. Cho hình bình hành $ABCD$ ($AB > AD$), phân giác của góc D cắt AB tại M .

1) Chứng minh: $AM = AD$.

2) Trên DC lấy N sao cho $DN = BM$. Chứng minh: tứ giác $BMDN$ là hình bình hành.

3) Chứng minh: MN đi qua trung điểm của AC .

Bài 22. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . Một đường thẳng qua O cắt AB tại E và cắt CD tại F .

1) Chứng minh: O là trung điểm của EF .

2) Chứng minh: tứ giác $AECF$ là hình bình hành.

3) Chứng minh: tứ giác $BEDF$ là hình bình hành.

Bài 23. Cho hình bình hành $ABCD$. Trên cạnh AB lấy điểm E , trên cạnh CD lấy điểm F sao cho $AE = CF$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Chứng minh:

1) Tứ giác $AECF$ là hình bình hành.

2) O là trung điểm của EF .

Bài 24. Cho hình bình hành $ABCD$ có E là hình chiếu của A và F là hình chiếu của C lên đường chéo BD .

1) Chứng minh: $\triangle ADE = \triangle CBF$.

2) Chứng minh: tứ giác $AECF$ là hình bình hành.

Bài 25. Cho hình bình hành $ABCD$, có O là giao điểm của AC và BD . Đường thẳng qua O cắt AB ở M và CD ở N .

1) Chứng minh: $OM = ON$.

2) Tứ giác $AMCN$ là hình đặc biệt nào?

Bài 26. Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB > AD$. Kẻ AE, CF cùng vuông góc BD ($E, F \in BD$). Chứng minh:

1) $AE \parallel CF$ và $AE = CF$.

2) Tứ giác $AECF$ là hình gì? Vì sao?

Bài 27. Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB > AD$, vẽ $AE \perp BD, CF \perp BD$ ($E, F \in BD$). AE kéo dài cắt CD tại H và CF kéo dài cắt AB tại K . Chứng minh:

1) $AECF$ là hình bình hành.

2) $AHCK$ là hình bình hành.

Bài 28. Lấy điểm M và N trên hai cạnh AB và CD của tam giác đều ABC sao cho $MN \parallel AC$. Lấy điểm P trên cạnh AC sao cho $CNP = 60^\circ$. Chứng minh: tứ giác $AMNP$ là hình bình hành.

Bài 29. Tam giác ABC có M, N lần lượt là trung điểm của BC và CA . đường thẳng $Ax \parallel BC$ cắt đường thẳng MN ở D . Chứng minh: tứ giác $ABMD$ và $ADCM$ là hình bình hành.

Bài 30. hình bình hành $ABCD$. Kéo dài đường trung tuyến AM của tam giác ABC rồi lấy $ME = MA$.

- 1) Tứ giác $ABEC$ là hình đặc biệt nào?
- 2) Chứng minh: D, C, E thẳng hàng và suy ra C là trung điểm của DE .

Bài 31. Vẽ tam giác nhọn $ABC (AB < AC)$ có đường trung tuyến AM . Lấy điểm D trên tia đối của tia MA sao cho $MD = MA$.

- 1) Chứng minh: tứ giác $ABDC$ là hình bình hành.
- 2) So sánh S_{ABD} với S_{ACD} .

Bài 32. Cho tam giác nhọn $ABC (AB < AC)$. Vẽ tia $Bx // AC$ và tia $Cy // AB$ sao cho Bx và Cy cắt nhau ở D . Gọi M là trung điểm của BC .

- 1) Tứ giác $ABDC$ là hình đặc biệt gì?
- 2) Chứng minh: A, M, D thẳng hàng.

Bài 33. Cho tam giác ABC . Kéo dài hai đường trung tuyến BM và CN rồi lần lượt lấy $MD = MB$ và $NE = NC$.

- 1) Các tứ giác $ABCD$ và $ACBE$ có dạng đặc biệt nào?
- 2) Chứng minh: D, A, E thẳng hàng rồi suy ra điểm A là trung điểm của đoạn thẳng DE .

Bài 34. Cho hình bình hành $ABCD$ có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O . Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các đoạn OA, OB, OC, OD .

- 1) Chứng minh: tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.
- 2) Chứng minh: các tứ giác $ANCQ, BPDM$ là các hình bình hành.

Bài 35. Cho tam giác ABC có các đường trung tuyến BE, CF và trọng tâm G . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BG và CG .

- 1) Chứng minh: G là trung điểm ME .
- 2) Chứng minh: $MNEF$ là hình bình hành

Bài 36. Cho hình bình hành $ABCD$ có M, N là trung điểm của AB và CD , AN và CM cắt BD ở E và F .

- 1) Chứng minh: tứ giác $AMCN$ là hình bình hành.
- 2) Gọi I là giao điểm của AC và BD . Chứng minh: $FI = \frac{1}{3}BI$.
- 3) Chứng minh: $DE = EF = FB$.

C. BÀI TẬP TỰ RÈN

Bài 1. Cho hình bình hành $ABCD$, có M và N là trung điểm của AB và CD . Gọi O là giao điểm của AC và BD . Chứng minh: AC, BD, MN đồng quy tại điểm O .

Bài 2. Cho hình bình hành $ABCD$. Biết $BAD = 120^\circ$ và O là trung điểm của BD .

- 1) Tính số đo các góc còn lại của hình bình hành.
- 2) Chứng minh: A, O, C thẳng hàng.

Bài 3. Cho hình bình hành $ABCD$ có E là trung điểm của AB , F là trung điểm của CD . Chứng minh: $DE = BF$.

Bài 4. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có $DC = 2AB$. Gọi K là trung điểm của DC .

- 1) Tứ giác $ABKD$ là hình gì? Vì sao?
- 2) Vẽ hình bình hành $KBCH$ (H và B nằm khác phía đối với DC). Chứng minh: A và H đối xứng nhau qua K .

Bài 5. Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB > AD$. Kẻ AE, CF cùng vuông góc BD ($E, F \in BD$).

- 1) Chứng minh: $AE \parallel CF$ và $AE = CF$.
- 2) Tứ giác $AECF$ là hình gì? Vì sao?

Bài 6. Cho $AE = 12\text{ cm}, BD = 18\text{ cm}$. Tính S_{ABCD} . Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi O là giao điểm hai đường thẳng AC và BD . Qua điểm O , vẽ đường thẳng a cắt hai đường thẳng AD, BC lần lượt tại E, F . Qua O vẽ đường thẳng b cắt hai cạnh AB, CD lần lượt tại M, N . Chứng minh:

- 1) $\triangle OAM = \triangle OCN$ và O là trung điểm của MN .
- 2) Tứ giác $EMFN$ là hình bình hành.

Bài 7. Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB > AD$, vẽ $AE \perp BD, CF \perp BD, (E, F \in BD)$. AE kéo dài cắt CD tại H và CF kéo dài cắt AB tại K . Chứng minh:

- 1) $AECF$ là hình bình hành.
- 2) $AHCK$ là hình bình hành.
- 3) AC, BD, HK đồng quy.

Bài 8. Cho $\triangle ABC$ cân ở A có điểm D trên cạnh BC . Vẽ $DM \parallel AC (M \in AB), DN \parallel AB (N \in AC)$. Chứng minh: $AMDN$ là hình bình hành.

- 1) $\triangle BDM$ là tam giác gì?
- 2) So sánh $DM + DN$ với AB .

Bài 9. Cho hình bình hành $ABCD$, gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA .

- 1) Chứng minh: $MN = PQ$.
- 2) Chứng minh: $MNPQ$ là hình bình hành.

Bài 10. Cho $\triangle ABC$ nhọn ($AB < AC$) có AH là đường cao. Từ H vẽ đường thẳng song song với AC và cắt AB tại D , từ H vẽ đường thẳng song song với AB và cắt AC tại E .

- 1) Chứng minh: tứ giác $ADHE$ là hình gì? Vì sao?
- 2) Gọi M là điểm đối xứng của H qua D, N là điểm đối xứng của H qua E . Chứng minh: tứ giác $AMDE$ là hình bình hành.
- 3) Chứng minh: 3 điểm M, A, N thẳng hàng và $DE = \frac{1}{2}MN$.

Bài 11. Cho $\triangle ABC$ có D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, AC, AB .

- 1) Chứng minh: $DE \parallel AF$ và $DE = AF$.

2) Chứng minh: các tứ giác $AEDF, BFED, CDFE$ là các hình bình hành.

Bài 12. Cho hình bình hành $ABCD$, hai đường chéo cắt nhau tại O . Lấy M, N lần lượt là trung điểm của OD, OB . E là giao điểm của AM và CD, F là giao điểm của CN và AB .

1) Chứng minh: $OM = ON$ và tứ giác $AMCN$ là hình bình hành.

2) Chứng minh: tứ giác $AECF$ là hình bình hành và $DE = BF$.

Bài 13. Cho hình bình hành $ABCD$ có MN lần lượt là trung điểm của $AB, CD. AN$ và CM cắt BD lần lượt tại E và F .

1) Chứng minh: tứ giác $AMCN$ là hình bình hành.

2) Từ F kẻ đường thẳng song song với AB cắt AN tại G . Chứng minh: $AMFG$ là hình bình hành.

3) Chứng minh: $\triangle BMF = \triangle FGE$ và F là trung điểm của BE .

4) Chứng minh: $BF = FE = ED$.

Bài 14. Cho hình bình hành $ABCD$ ($AB > AD$). Gọi E, F lần lượt là trung điểm của CD và AB . Đường chéo BD cắt AE, AC, CF lần lượt tại N, O, M .

1) Chứng minh: $AECF$ là hình bình hành.

2) Chứng minh: ba điểm O, E, F thẳng hàng.

3) Chứng minh: M là trọng tâm của $\triangle ABC$ và $AE = 3FM$.

4) Chứng minh: $NM = \frac{1}{3}OB$ và $DN = NM = MB$.

Bài 15. Cho tam giác ABC . Từ một điểm E trên cạnh AC vẽ đường thẳng song song với BC cắt AB tại F và đường thẳng song song với AB cắt BC tại T . Giả sử $AE = BF$. Chứng minh:

1) Tam giác AET cân.

2) AT là phân giác của góc BAC .

Bài 16. Cho $\triangle ABC$ nhọn, các đường cao BK, CD cắt nhau tại H . Đường vuông góc với AB tại B và đường vuông góc với AC tại C cắt nhau tại M .

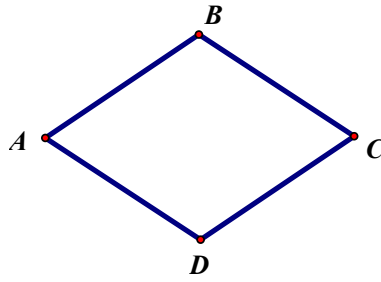
1) Chứng minh: $AH \perp BC$.

2) Chứng minh: tứ giác $BHCM$ là hình bình hành.

Bài 5. HÌNH THOI

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1) **Định nghĩa:** Hình thoi là tứ giác có bốn cạnh bằng nhau.



$ABCD$ là hình thoi

2) Tính chất: Hình thoi có đầy đủ tính chất của hình bình hành, ngoài ra còn có hai đường chéo vuông góc, mỗi đường chéo là tia phân giác của một góc ở đỉnh.

3) Dấu hiệu nhận biết:

Tứ giác có bốn cạnh bằng nhau là hình thoi.

Hình bình hành có hai cạnh kề bằng nhau là hình thoi.

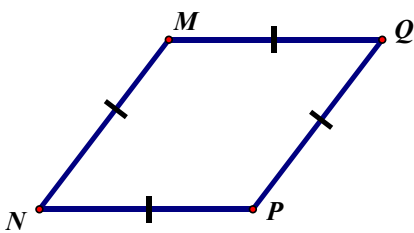
Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình thoi.

Hình bình hành có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình thoi.

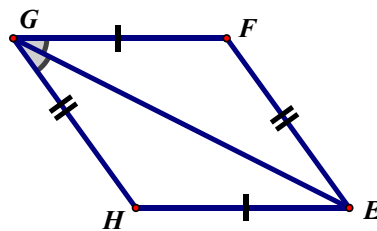
4) Diện tích: Diện tích hình thoi bằng nửa tích hai đường chéo.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

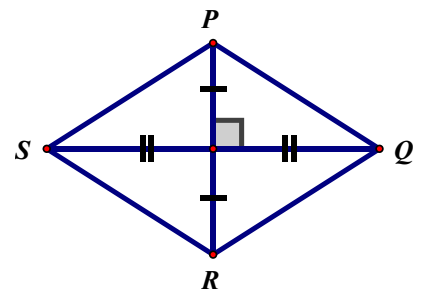
Bài 1. Chứng minh các tứ giác trong hình sau là hình thoi.



a)



b)



c)

Bài 2. Cho hình thoi $ABCD$ có DAB .

1) Tính số đo $ABC; BCD; CDA$

2) Tính số đo $ABD; ACD$.

Bài 3. Cho tam giác ABC cân tại A . Trên nửa mặt phẳng không chứa A có bờ là đường thẳng chứa cạnh BC , vẽ tia $Bx \parallel AC$ và tia $Cy \parallel AB$. Gọi D là giao điểm của hai tia Bx và Cy . Chứng minh:

1) Tứ giác $ACDB$ là hình bình hành.

2) Tứ giác $ACDB$ là hình thoi.

Bài 4. Cho góc xOy . Vẽ tia phân giác Ot của góc xOy . Từ M bất kỳ trên Ot , vẽ đường thẳng song song với Ox cắt Oy tại A , vẽ đường thẳng song song với Oy cắt Ox tại B

1) Chứng minh: tứ giác $OAMB$ là hình thoi.

2) Qua M vẽ đường thẳng song song với AB cắt Ox tại P, Oy tại Q . Chứng minh: tam giác OPQ là tam giác cân.

- Bài 5.** Cho tam giác ABC cân tại A có đường trung tuyến AD . Trên tia đối của tia DA lấy điểm E sao cho $DE = DA$. Chứng minh:
- 1) Tứ giác $ACEB$ là hình bình hành.
 - 2) Tứ giác $ACEB$ là hình thoi.
- Bài 6.** Cho tam giác ABC cân tại B có đường cao BE . Trên tia đối của tia EB lấy điểm D sao cho $ED = EB$. Chứng minh:
- 1) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
 - 2) Tứ giác $ABCD$ là hình thoi.
- Bài 7.** Cho tam giác ABC có đường phân giác trong AD . Trên AC lấy điểm E sao cho $DE \parallel AB$, trên AB lấy điểm F sao cho $DF \parallel AC$. Chứng minh:
- 1) Tứ giác $AEDF$ là hình bình hành.
 - 2) Tứ giác $AEDF$ là hình thoi.
- Bài 8.** Cho tam giác ABC cân tại B . Đường thẳng qua C song song với AB cắt tia phân giác của ABC tại D . Chứng minh:
- 1) $AB = CD$.
 - 2) Tứ giác $ABCD$ là hình thoi.
- Bài 9.** Cho tứ giác $ABCD$ có $BAD = BCD$. Biết rằng: tia AC là tia phân giác của BAD và tia CA là tia phân giác của BCD . Chứng minh:
- Bài 10.** Cho tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O . Đường thẳng d_1 qua O cắt cạnh AB và CD lần lượt tại M và P , đường thẳng d_2 qua O cắt cạnh BC và DA lần lượt tại N và Q . Biết rằng: $d_1 \perp d_2$. Chứng minh:
- 1) Tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.
 - 2) Tứ giác $MNPQ$ là hình thoi.
- Bài 11.** Cho hình thoi $ABCD$ có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O . Trên đoạn OA lấy điểm E , trên đoạn OC lấy điểm F sao cho $AE = CF$. Chứng minh:
- 1) $OE = OF$.
 - 2) Tứ giác $BEDF$ là hình thoi
- Bài 12.** Cho hình thoi $ABCD$ có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O . Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các đoạn OA, OB, OC, OD . Chứng minh: tứ giác $MNPQ$ là hình thoi.
- Bài 13.** Cho hình thoi $ABCD$ có O là giao điểm của hai đường chéo.
- 1) Tính AB khi biết $OA = 4\text{cm}$ và $OB = 3\text{cm}$.
 - 2) Tính BAD khi biết $BAO = 32^\circ$.
- Bài 14.** Cho hình thoi $MNPQ$ có I là giao điểm của hai đường chéo.
- 1) Tính MP khi biết $MN = 10\text{dm}, IN = 6\text{dm}$.
 - 2) Tính IMN khi biết $MNP = 128^\circ$.
- Bài 15.** Cho hình thoi $ABCD$ có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O . Biết rằng: $AC = 8\text{cm}$ và $BD = 6\text{cm}$. Tính độ dài các đoạn thẳng OA, OB, AB .
- Bài 16.** Cho hình thoi $ABCD$ có $AC = 12\text{cm}, BD = 16\text{cm}$.
- 1) Tính diện tích hình thoi $ABCD$

2) Tính độ dài các cạnh của hình thoi $ABCD$.

Bài 17. Cho hình thoi $ABCD$ có $AB = 15\text{cm}$, $BD = 24\text{cm}$.

1) Tính độ dài AC .

2) Tính diện tích hình thoi $ABCD$.

Bài 18. Cho hình thoi $ABCD$ có $AB = BD = 10\text{cm}$.

1) $\triangle ABD$ là tam giác gì? Vì sao?

2) Tính số đo các góc của hình thoi $ABCD$

3) Tính độ dài AC .

4) Tính diện tích hình thoi $ABCD$.

Bài 19. Cho hình thoi $ABCD$ có diện tích bằng 120cm^2 và $AC = 10\text{cm}$.

1) Tính độ dài BD .

2) Tính chu vi của hình thoi $ABCD$.

Bài 20. Cho hình thoi $ABCD$ có diện tích bằng $50\sqrt{3}\text{cm}^2$ và $AC = 10\text{cm}$.

1) Tính độ dài BD và AB

2) Tính số đo các góc của hình thoi $ABCD$.

Bài 21. Cho tứ giác có chu vi là 52cm và một đường chéo là 24cm . Tìm độ dài của mỗi cạnh và đường chéo còn lại nếu biết hai đường chéo vuông góc tại trung điểm của mỗi đường.

Bài 22. Cho $\triangle ABC$ cân tại A có đường trung tuyến AD . Từ D , kẻ đường thẳng DE song song với AB ($E \in AC$) và kẻ DF song song với AC ($F \in AB$). Chứng minh: tứ giác $AEDF$ là hình thoi.

Bài 23. Cho hình bình hành $ABCD$ có 2 đường cao $AH = AK$. Chứng minh: tứ giác $ABCD$ là hình thoi.

Bài 24. Cho góc xOy và tia phân giác Oz . Từ điểm $M \in Oz$, kẻ $MA \parallel Oy$ và $MB \parallel Ox$ (với $A \in Ox$ và $B \in Oy$). Chứng minh: tứ giác $OAMB$ là hình thoi.

Bài 25. Hình bình hành $ABCD$ có $\angle DAC = 90^\circ$. Gọi M, N là trung điểm của AB, CD . Chứng minh:

1) $AM = CN$.

2) $AN = CM$.

3) Tứ giác $AMCN$ là hình thoi.

Bài 26. Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB = AC$. Gọi M là trung điểm BC . Trên tia đối của tia MA lấy $ME = MA$. Chứng minh:

1) Tứ giác $ABEC$ là hình thoi.

2) D, C, E thẳng hàng.

3) C là trung điểm của DE .

Bài 27. Cho hình thoi $ABCD$ có $A = 60^\circ$, kẻ $BH \perp AD$ ($H \in AD$), rồi kéo dài một đoạn $HE = BH$. Nối E với A, E với D . Chứng minh:

1) H là trung điểm AD .

2) $ABDE$ là hình thoi.

C. BÀI TẬP TỰ RÈN

Bài 1. Cho hình thoi $ABCD$ có $AB = BD$.

- 1) $\triangle ABD$ là tam giác gì? Vì sao?
- 2) Tính các góc của hình thoi $ABCD$

Bài 2. Hình thoi $ABCD$ có $A = 60^\circ$. Kẻ 2 đường cao BE và BF ($E \in AD; F \in DC$).

- 1) Chứng minh: $BE = BF$.
- 2) Tính số đo ABC .
- 3) Tính số đo EBF . $\triangle BEF$ là tam giác đặc biệt gì? Vì sao?

Bài 3. Cho hình thoi $ABCD$ có $\hat{A} = 60^\circ$, kẻ $BH \perp AD$ ($H \in AD$), rồi kéo dài một đoạn $HE = BH$. Nối E với A, E với D . Chứng minh:

- 1) H là trung điểm AD .
- 2) Tứ giác $ABDE$ là hình thoi.
- 3) D là trung điểm của CE .
- 4) $AC = BE$.

Bài 4. Cho hình thoi $ABCD$ có $AB = BD$.

- 1) Chứng minh: $\triangle ABD$ đều.
- 2) Gọi O là giao điểm của AC và BD . Chứng minh: $OA^2 = \frac{3}{4} AB^2$.
- 3) Biết chu vi của hình thoi $ABCD$ là 8 cm. Tính độ dài đường chéo BD, AC .
- 4) Tính diện tích hình thoi $ABCD$.

Bài 5. Cho hình thoi $ABCD$ có chu vi là 8 cm và $AC = 2\sqrt{3}$ cm.

- 1) Tính độ dài BD .
- 2) Tính số đo các góc của hình thoi $ABCD$.

Bài 6. Cho hình thoi $ABCD$ có chu vi là 8 cm và $AB = BD$. Tính độ dài đường cao của hình thoi.

Bài 7. Cho hình thoi $ABCD$ có chu vi là 24 cm. Đường cao $AH = 3$ cm (H thuộc đoạn BC). Tính các góc của hình thoi.

Bài 8. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có $AD = CD$ và $AC \perp BC$. Từ C kẻ đường thẳng song song với AD và cắt AB tại E .

- 1) Chứng minh: tứ giác $AECD$ là hình thoi.
- 2) Chứng minh: tứ giác $BEDC$ là hình bình hành.
- 3) Chứng minh: $\triangle CEB$ cân.
- 4) Giả sử $\triangle CEB$ đều. Chứng minh: tứ giác $ABCD$ là hình thang cân.

Bài 9. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có $AD = CD$ và $AC \perp BC$. Từ C kẻ đường thẳng song song với AD và cắt tại E .

- 1) Chứng minh: $\triangle CEB$ cân.
- 2) Hình thang $ABCD$ sẽ như thế nào để $\triangle CEB$ đều?

Bài 10. Cho hình thoi $ABCD$ có $A = 60^\circ$. Một góc xBy thay đổi sao cho tia Bx cắt cạnh AD tại M , tia By cắt cạnh CD tại N và $xBy = 60^\circ$. Chứng minh:

- 1) $AB = BD$.
- 2) $\triangle ABM = \triangle DBN$.

3) Tổng độ dài $DM + DN$ không đổi.

Bài 11. Cho hình thoi $ABCD$ có $AB = BD$. Gọi M và N lần lượt trên AB, BC sao cho $AM = BN$.

1) Chứng minh: $ADM = BDN$.

2) Chứng minh: $\triangle MDN$ là tam giác đều.

Bài 12. Cho hình thoi $ABCD$ có $AB = BD$. Gọi M, N lần lượt trên các cạnh AB, BC sao cho $AM + NC = AD$.

1) Chứng minh: $AM = BN$ và $\triangle AMD = \triangle BND$.

2) Tính số đo các góc của $\triangle DMN$.

BÀI 6. HÌNH CHỮ NHẬT

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1) **Định nghĩa:** Hình chữ nhật là tứ giác có bốn góc vuông.

2) **Tính chất:** Hình chữ nhật có đầy đủ tính chất của hình bình hành, ngoài ra còn có tính chất riêng là hai đường chéo bằng nhau.

3) **Dấu hiệu nhận biết:**

- Tứ giác có ba góc vuông là hình chữ nhật.
- Hình thang cân có một góc vuông là hình chữ nhật.
- Hình bình hành có một góc vuông là hình chữ nhật.
- Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau là hình chữ nhật.

4) **Định lý:**

- Trong tam giác vuông, đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng nửa cạnh huyền.
- Nếu một tam giác có đường trung tuyến ứng với một cạnh bằng nửa cạnh ấy thì tam giác đó là tam giác vuông.

Diện tích: Diện tích hình chữ nhật bằng tích hai cạnh kề.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1. Cho tam giác ABC vuông ở A có AM là đường trung tuyến. Định dạng các tam giác ABM, ACM .

Bài 2. Cho tam giác ABC vuông ở A có đường trung tuyến AM . Biết $AB = 6$ cm; $AC = 8$ cm. Tính độ dài các đoạn BC, AM .

Bài 3. Cho tam giác ABC vuông ở A . Gọi E là trung điểm của đoạn BC . Gọi D là điểm đối xứng của A qua E . Chứng minh: tứ giác $ABDC$ là hình chữ nhật.

Bài 4. Cho tam giác ABC cân tại A , đường trung tuyến AH . Gọi O là trung điểm của AC , D là điểm đối xứng với H qua O .

1) Chứng minh: tứ giác $AHCD$ là hình chữ nhật.

2) Tứ giác $ADHB$ là hình gì? Vì sao?

3) Cho $BC = 6$ cm, $AH = 4$ cm. Tính diện tích tứ giác $AHCD$.

- Bài 5.** Cho tam giác ABC vuông ở A có đường cao AH . Kẻ HD vuông góc với AB ở D và HE vuông góc với AC ở E .
- 1) Tứ giác $ADHE$ là hình đặc biệt nào? Vì sao?
 - 2) Gọi O là giao điểm của AH và DE . Chứng minh: $OA = OH = OD = OE$.
- Bài 6.** Cho tam giác ABC vuông ở A có đường trung tuyến AD . Kẻ $DH \parallel AC$ và $DK \parallel AB$ ($H \in AB, K \in AC$). Chứng minh: tứ giác $AHDK$ là hình chữ nhật.
- Bài 7.** Cho hình thang cân $ABCD$ ($AB \parallel CD, AB < CD$), các đường cao AH, BK .
- 1) Tứ giác $ABKH$ là hình gì? Vì sao?
 - 2) Chứng minh: $DH = CK$.
 - 3) Gọi E là điểm đối xứng với D qua H . Chứng minh: $ABCE$ là hình bình hành.
 - 4) Tính diện tích tứ giác $ABCD$, biết $AB = 6\text{ cm}, AH = 4\text{ cm}$ và $DH = 3\text{ cm}$.
- Bài 8.** Cho tam giác ABC vuông tại A . Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của ba cạnh AB, BC, AC .
- 1) Tính độ dài BC, AE . Biết $AB = 12\text{ cm}, AC = 16\text{ cm}$.
 - 2) Chứng minh: tam giác AEB cân tại E và tứ giác $ADEF$ là hình chữ nhật.
 - 3) Chứng minh: tứ giác $BEFD$ là hình bình hành.
- Bài 9.** Cho tam giác ABC cân ở A có M và N lần lượt là trung điểm của BC và AC . Đường thẳng MN cắt đường thẳng song song với BC kẻ từ A tại D .
- 1) Chứng minh: tứ giác $ABMD$ là hình bình hành.
 - 2) So sánh MD với AC .
 - 3) Tứ giác là tứ giác đặc biệt nào? Vì sao?
- Bài 10.** Cho tam giác AEB vuông tại A ($AB < AE$), đường trung tuyến AM . Gọi C là điểm đối xứng với A qua M .
- 1) Tứ giác $ABCE$ là hình gì? Vì sao?
 - 2) Cho $AM = 5\text{ cm}, BC = 8\text{ cm}$. Tính diện tích tứ giác $ABCE$.
- Bài 11.** Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$), AD đường cao AH . Gọi M là trung điểm của AB , điểm E là điểm đối xứng với H qua điểm M .
- 1) Chứng minh: tứ giác $AHBE$ là hình chữ nhật.
 - 2) Trên đoạn thẳng HC ta lấy điểm D sao cho $HD = HB$. Chứng minh: tứ giác $AEHD$ là hình bình hành.
- Bài 12.** Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$). Gọi O là trung điểm của BC . Trên tia đối của tia OA lấy điểm E sao cho $OE = OA$. Chứng minh: Tứ giác $ACEB$ là hình chữ nhật.
- Bài 13.** Cho tam giác ABC cân ở A có M là trung điểm của AB và N là trung điểm của AC . Trên tia MN lấy điểm I sao cho N là trung điểm của đoạn thẳng MI . Chứng minh: tứ giác $AICM$ là hình chữ nhật.
- Bài 14.** Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$). Gọi M là trung điểm BC . Từ M vẽ $MD \perp AB$ tại D và $ME \perp AC$ tại E .

1) Chứng minh: tứ giác $ADME$ là hình chữ nhật.

2) Chứng minh: D là trung điểm của đoạn thẳng AB và tứ giác $BDEM$ là hình bình hành.

Bài 15. Cho tam giác đều ABC có M, N là trung điểm của BC và AC . Vẽ tia $Ax \parallel BC$ sao cho Ax cắt đường thẳng MN ở E . Chứng minh: tứ giác $AMCE$ là hình chữ nhật.

Bài 16. Cho tam giác đều ABC có M, N lần lượt là trung điểm của BC và AC . Trên tia NM lấy điểm D sao cho M là trung điểm của ND . Chứng minh: tứ giác $BDCN$ là hình chữ nhật.

Bài 17. Vẽ hình bình hành $ABCD$, kẻ AH vuông góc với CD ở H và CK vuông góc với AB ở K

1) Tính HAK .

2) So sánh AC và HK rồi suy ra AC, HK và BD có cùng một trung điểm.

Bài 18. Cho hình thang vuông $ABCD$ có $A = D = 90^\circ, AB = 10 \text{ cm}, AD = 12 \text{ cm}, CD = 15 \text{ cm}$. Lấy điểm E trên cạnh CD sao cho BE song song với AD .

1) Chứng minh: tứ giác $ABED$ là hình chữ nhật.

2) Tính độ dài các đoạn thẳng BE, DE, EC, BC .

Bài 19. Cho hình thang vuông $ABCD$ có $A = D = 90^\circ, AB = 10 \text{ cm}, CD = 18 \text{ cm}, BC = 17 \text{ cm}$. Kẻ BE vuông góc với CD ở E .

1) Chứng minh: tứ giác $ABED$ là hình chữ nhật.

2) Tính độ dài các đoạn thẳng DE, EC, BE, AD .

Bài 20. Cho hình thang cân $ABCD$ ($AB \parallel CD; AB < CD$) có AH, BK là hai đường cao.

1) Chứng minh: tứ giác $ABKH$ là hình chữ nhật.

2) So sánh DH và CK .

Bài 21. Cho hình thang cân $ABCD$ ($AB \parallel CD, AB < CD$) có hai đường cao AH và BK .

1) Tứ giác $ABKH$ là hình đặc biệt gì? Vì sao?

2) So sánh DH và CK .

3) Chứng minh: $DH = \frac{CD - AB}{2}$.

Bài 22. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 6 \text{ cm}, AC = 8 \text{ cm}$. Gọi M là trung điểm của BC .

1) Tính độ dài AM .

2) Kẻ MD vuông góc với AB tại D, ME vuông góc với AC tại E . Chứng minh: Tứ giác $ADME$ là hình chữ nhật.

3) Tính diện tích tứ giác $ADME$.

Bài 23. Vẽ hình bình hành $ABCD$ có AD vuông góc với AC . Kéo dài đường trung tuyến AI của tam giác ADC về phía I rồi lấy điểm E sao cho I là trung điểm của đoạn thẳng AE .

1) Tứ giác $ADEC$ là tứ giác đặc biệt gì? Vì sao?

2) Chứng minh: ba điểm B, C, E thẳng hàng.

3) Điểm C là gì của đoạn thẳng BE ?

Bài 24. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH và đường trung tuyến AM .

1) Định dạng các tam giác AMB, AMC .

2) Chứng minh: $BAH = MCA, CAH = MBA$.

Bài 25. Cho tam giác ABC vuông ở A có đường cao AH và đường trung tuyến AM .

1) Chứng minh: hai tam giác AMB và AMC là tam giác cân.

2) So sánh BAH với MAC ; CAH với MAB .

Bài 26. Cho hình chữ nhật $ABCD$ ($AB < AD$). Vẽ $xAy = 90^\circ$ sao cho tia Ax cắt tia CD ở

M và tia Ay cắt tia BC ở N . Kẻ tia $Mz \parallel AN$ và tia $Nt \parallel AM$ sao cho Mz cắt Nt ở P .

1) Chứng minh: tứ giác $AMPN$ là hình chữ nhật.

2) Gọi O là giao điểm của AP và MN . Định dạng tam giác OAN .

Bài 27. Cho hình chữ nhật $ABCD$ ($AB < AD$). Lấy điểm M trên tia CD và điểm N

trên tia BC sao cho $MAN = 90^\circ$. Kẻ $Mx \parallel AN$ và $Ny \parallel AM$ sao cho Mx và Ny cắt nhau ở E . Gọi O là giao điểm của AE và MN

1) Chứng minh tứ giác $AMEN$ là hình chữ nhật

2) So sánh OA với OC .

Bài 28. Cho tam giác ABC cân ở A có đường cao AH . Vẽ tia $Ax \parallel BC$ và tia $Cy \parallel AH$ sao cho Ax cắt Cy ở D .

1) Chứng minh: tứ giác $ADCH$ là hình chữ nhật.

2) Gọi N là giao điểm của AC và DH , biết $AB = 8$ cm. Tính độ dài NH .

Bài 29. Cho hình chữ nhật $ABCD$. Gọi E là điểm đối xứng với A qua B , F là điểm đối xứng với C qua B . Chứng minh tứ giác $AFEC$ là hình thoi.

B. BÀI TẬP TỰ RÈN

Bài 1. Cho tam giác ABC vuông tại A , O là trung điểm của BC . Lấy điểm D đối xứng với A qua O . Chứng minh: tứ giác $ABDC$ là hình chữ nhật

Bài 2. Cho tam giác ABC có điểm O thuộc BC sao cho $OA = OB = OC$. Lấy điểm D đối xứng với A qua O . Chứng minh: tứ giác $ABDC$ là hình chữ nhật.

Bài 3. Cho tam giác ABC vuông ở A có $AB = 3$ cm, $AC = 4$ cm. M là trung điểm của BC . Tính BC, AM .

Bài 4. Cho tam giác ABC vuông ở A , có $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm. M là trung điểm của BC

1) Tính BC .

2) Kẻ $MH \parallel AC$ ($H \in AB$), $MK \parallel AB$ ($K \in AC$). Tứ giác $AHMK$ là hình gì?

Bài 5. Cho tam giác ABC có $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm, $BC = 10$ cm. D là trung điểm của BC . Kẻ $DH \perp AB$ ở H , $DK \perp AC$ ở K .

- 1) Tính AD .
- 2) Chứng minh tứ giác $AHDK$ là hình chữ nhật.
- 3) Tính S_{AHDK} .

Bài 6. Cho tam giác ABC cân tại A có đường cao AH . Qua B kẻ đường thẳng song song với AH , cắt AC tại I .

- 1) Chứng minh: tứ giác $AHBI$ là hình thang vuông.
- 2) Qua A kẻ đường thẳng song song với BC và cắt IB tại D . Chứng minh: tứ giác $DAHB$ là hình chữ nhật.

Bài 7. Cho tam giác ABC cân tại A có AH là đường cao. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AB và AC . Biết $AH = 16$ cm, $BC = 12$ cm.

- 1) Tính diện tích của tam giác ABC và độ dài cạnh MN .
- 2) Gọi E là điểm đối xứng của H qua M . Chứng minh: tứ giác $AHBE$ là hình chữ nhật.
- 3) Gọi F là điểm đối xứng của A qua H . Chứng minh: tứ giác $ABFC$ là hình thoi.

Bài 8. Cho hình thang vuông $MNPQ$ có $M = Q = 90^\circ$, $MN = 16$ cm, $NP = 17$ cm, $PQ = 24$ cm. Kẻ NE vuông góc PQ tại E .

- 1) Định dạng tứ giác $MNEQ$.
- 2) Tính QE ; EP ; MQ .
- 3) Tính S_{MNEQ} và S_{MNPQ} .

Bài 9. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$) có K là trung điểm của AC . Từ K vẽ đường thẳng song song với BC và cắt AB tại E . Từ K vẽ đường thẳng song song với AB và cắt BC tại O .

- 1) Chứng minh: tứ giác $BEKO$ là hình bình hành.
- 2) Chứng minh: $AEK = KOC$ và $EK = OC$.
- 3) Từ B vẽ $Bx \parallel AC$, từ C vẽ $Cy \parallel AB$. Bx và Cy cắt nhau tại M . Chứng minh: tứ giác $ABMC$ là hình chữ nhật và 3 điểm A , O , M thẳng hàng.

Bài 10. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$) với đường cao AK . Gọi I là trung điểm của cạnh BC , D là điểm đối xứng của A qua I .

- 1) Chứng minh: tứ giác $ABDC$ là hình chữ nhật.
- 2) Vẽ DM vuông góc với đường thẳng AK tại M . Chứng minh: $MI = AI$ và K là trung điểm của đoạn AM .
- 3) Chứng minh: tứ giác $BMDC$ là hình thang cân.

Bài 11. Cho hình chữ nhật $ABCD$. Lấy điểm E sao cho D là trung điểm AE .

- 1) Chứng minh: tứ giác $DBCE$ là hình bình hành.
- 2) Gọi F là điểm sao cho D là trung điểm CF . Chứng minh: tứ giác $ACEF$ là hình thoi.
- 3) Vẽ EH vuông góc với AC tại H , EH cắt CD tại K , AK cắt CE tại I .

Chứng minh: $\widehat{BID} = 90^\circ$.

Bài 12. Cho tam giác ABC đều có AM là đường trung tuyến và N là trung điểm AC . Vẽ Ax song song BC . Đường thẳng MN cắt Ax tại E .

- 1) Chứng minh: $AB = ME$.
- 2) Chứng minh: $AMCE$ là hình chữ nhật.
- 3) Cho $AB = 16$ cm. Tính MC , AM và S_{AMCE} .

Bài 13. Cho tam giác ABC có đường cao AD . Gọi E là trung điểm của AB và F là điểm đối xứng với D qua E . Chứng minh: tứ giác $ADBF$ là hình chữ nhật và so sánh AB với FD .

Bài 14. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB < AC$. Gọi E là trung điểm của cạnh AC . Từ E vẽ đường thẳng song song với AB và cắt BC tại D . Từ B vẽ đường thẳng vuông góc với BA và cắt đường thẳng ED tại F .

- 1) Chứng minh: tứ giác $BFEA$ là hình chữ nhật.
- 2) Trên tia đối của tia EF lấy điểm K sao cho E là trung điểm của FK . Chứng minh: tứ giác $AFCK$ là hình thoi.
- 3) Vẽ AH là đường cao của tam giác ABC . Gọi M là trung điểm của đoạn HC . Chứng minh: $FM \perp AM$.
- 4) Với $BC = 20$ cm, $AC = 16$ cm. Tính độ dài đoạn thẳng DE .

Bài 15. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$), D là trung điểm của cạnh BC . Vẽ DE vuông góc với AB tại E , DF vuông góc với AC tại F .

- 1) Chứng minh: tứ giác $AEDF$ là hình chữ nhật và $AD = EF$.
- 2) Trên tia đối của tia FD lấy điểm H sao cho $FH = FD$. Chứng minh: F là trung điểm của AC và tứ giác $ADCH$ là hình thoi.
- 3) Chứng minh: các đường thẳng AD , BH , EF đồng quy.

Bài 16. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$). M là trung điểm của cạnh BC . Vẽ MD vuông góc với AB tại D , ME vuông góc với AC tại E .

- 1) Chứng minh tứ giác $ADME$ là hình chữ nhật.
- 2) Chứng minh tứ giác $CMDE$ là hình bình hành.
- 3) Vẽ AH vuông góc với BC tại H . Tứ giác $MHDE$ là hình gì? Vì sao?
- 4) Qua H vẽ đường thẳng song song với AB cắt AC tại N . Chứng minh: $HN^2 = AN.CN$.

Bài 17. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$), đường cao AH , đường trung tuyến AM . Vẽ $HD \perp AB$, $HE \perp AC$, ($D \in AB$, $E \in AC$).

- 1) Chứng minh: tứ giác $ADHE$ là hình chữ nhật và $AB.AC = AH.BC$
- 2) Gọi P là điểm đối xứng của A qua E . Tứ giác $DHPE$ là hình gì? Vì sao?
- 3) Gọi T là giao điểm của DE và HA . Qua A kẻ đường thẳng xy vuông góc với đường thẳng MT . Chứng minh: ba đường thẳng xy , BC , DE đồng quy.

Bài 18. Cho tam giác ABC vuông tại A có AH là đường cao. M là trung điểm của đoạn AB . Gọi D là điểm đối xứng của H qua M .

- 1) Chứng minh: $AHBD$ là hình chữ nhật.
- 2) Trên đoạn HC lấy điểm E sao cho $HB = HE$. Chứng minh: tứ giác $AEHD$ là hình bình hành.
- 3) Gọi N là điểm đối xứng của A qua H . Chứng minh: tứ giác $AENB$ là hình thoi.
- 4) MN cắt BH tại G . Chứng minh: $BE = 3BG$.

Bài 19. Cho hình chữ nhật $ABCD$. Gọi E là điểm đối xứng của B qua C .

- 1) Chứng minh: $ACED$ là hình bình hành.
- 2) Gọi M là trung điểm BC . Tia AM cắt tia DC tại F . Chứng minh: $\Delta MBA = \Delta MCF$ và tứ giác $BDEF$ là hình thoi.
- 3) Gọi I là giao điểm của AE và DC . Tia BI cắt DE tại K . Chứng minh: $KI = \frac{1}{6}AE$.

Bài 20. Tam giác ABC vuông ở A có đường trung tuyến AM . Trên tia AM lấy điểm I sao cho M là trung điểm của AI .

- 1) So sánh AI và BC .
- 2) Tứ giác $ABIC$ là hình gì? Vì sao?

Bài 21. Cho hình chữ nhật $ABCD$ ($AB > AD$). Gọi E, F lần lượt là trung điểm của DC và AB

- 1) Chứng minh tứ giác $ADEF$.
- 2) Biết $DC = 14\text{cm}$, $AD = 5\text{cm}$. Tính diện tích hình chữ nhật $ADEF$.
- 3) Chứng minh: tứ giác $AECF$ là hình bình hành.
- 4) Vẽ $EH \perp FC$ tại H . Gọi Q, K lần lượt là trung điểm của FB và HC . Từ K vẽ đường thẳng song song với DC , đường thẳng này cắt tại G . Chứng minh: Tứ giác $GHKE$ là hình bình hành.
- 5) Chứng minh: $QK \perp EK$. (gợi ý: gọi thêm I là giao điểm của GK và EH)

Bài 22. Cho điểm E thuộc cạnh AB của hình chữ nhật $ABCD$. F thuộc tia BC sao cho $\angle EDF = 90^\circ$. Vẽ hình chữ nhật $EDFK$, tâm O . Chứng minh:

- 1) $BO = \frac{EF}{2}$.
- 2) Tam giác DBK vuông.

Bài 23. Cho tam giác ABC vuông tại A . Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của AB, BC, AC .

- 1) Chứng minh: $EF \perp AC$ tại F và tứ giác $ADEF$ là hình chữ nhật.
- 2) Gọi M là điểm đối xứng của E qua D . Chứng minh: tứ giác $BMAE$ là hình thoi.

3) Gọi O là giao điểm của AE và DF . Đường thẳng CM cắt EF tại G . Chứng minh: M, O, C thẳng hàng và $OG = \frac{1}{6}CM$.

4) Vẽ $AH \perp BC$ tại H . Chứng minh: tứ giác $DHEF$ là hình thang cân.

Bài 24. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$). Gọi D, E lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC của ΔABC . Vẽ EF vuông góc với AC tại F .

1) Chứng minh: ΔEAB cân tại E và tứ giác $ADEF$ là hình chữ nhật.

2) Chứng minh: Tứ giác $BDFE$ là hình bình hành.

3) Lấy điểm T đối xứng với E qua D . Chứng minh: tứ giác $ATBE$ là hình thoi.

4) Gọi O là giao điểm của AE và DF . Vẽ CH vuông góc BT tại H . Chứng minh: T, O, C thẳng hàng và ΔHOC cân.

Bài 25. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$) có D, E lần lượt là trung điểm các cạnh AC và BC . Vẽ EF vuông góc AB tại F .

1) Chứng minh: tam giác AEC cân và tứ giác $ADEF$ là hình chữ nhật.

2) Trên tia đối của tia DE lấy điểm K sao cho $DK = DE$. Chứng minh: tứ giác $AECK$ là hình thoi.

3) Gọi O là giao điểm của AE và DF . Chứng minh: O là trung điểm của AE và ba điểm B, O, K thẳng hàng.

4) Vẽ EM vuông góc với AK tại M . Chứng minh: $DMF = 90^\circ$.

Bài 7. HÌNH VUÔNG.

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định nghĩa: Hình vuông là tứ giác có bốn góc vuông và có bốn cạnh bằng nhau.

2. Tính chất: Hình vuông có đầy đủ tính chất của hình chữ nhật và Hình thoi.

3. Dấu hiệu nhận biết:

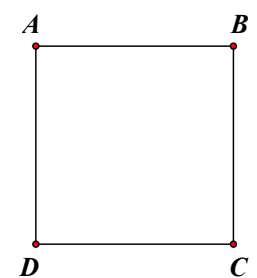
- Hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau là hình vuông.

- Hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình vuông.

- Hình chữ nhật có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình vuông.

- Hình thoi có một góc vuông là hình vuông.

- Hình thoi có hai đường chéo bằng nhau là hình vuông.



$ABCD$ là hình vuông

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1. Cho $xOy = 90^\circ$ và tia phân giác Ot . Lấy điểm A bất kỳ trên Ot , kẻ $AB \perp Ox$ ở B , $AC \perp Oy$ ở C . Chứng minh: tứ giác $OBAC$ là hình vuông.

Bài 2. Cho tam giác ABC có $A = 90^\circ$; $AB = AC = a$ và AD là đường phân giác của góc trong. Từ D kẻ $DE \parallel AC$ và $DF \parallel AB$ (với $E \in AB$; $F \in AC$). Chứng minh:

1) Tứ giác AEDF là hình vuông.

2) $CE = BF$.

Bài 3. Cho tam giác ABC cân tại A có $AB = \sqrt{2}$ và $BC = 2$. D là điểm đối xứng với A qua BC .

1) $\triangle ABC$ là tam giác gì? Vì sao?

2) Chứng minh: Tứ giác $ABDC$ là hình vuông.

Bài 4. Cho tam giác ABC vuông cân ở A có đường trung tuyến AM . Kẻ $MH \parallel AC$; $MK \parallel AB$ ($H \in AB$; $K \in AC$). Tứ giác $AHMK$ là hình đặc biệt gì? Vì sao?

Bài 5. Cho tam giác ABC vuông cân tại A có đường cao AH . Gọi O là trung điểm của AC , trên tia đối của tia OB lấy điểm D sao cho $OD = OB$.

1) Tứ giác $ABCD$ là hình gì? Vì sao?

2) Gọi E là trung điểm của AB . Tứ giác $AHCD$ là hình gì? Vì sao?

3) Tứ giác $AOHE$ là hình gì? Vì sao?

Bài 6. Cho hình vuông $ABCD$. Kéo dài BC lấy E , kéo dài CD lấy F , sao cho $BE = DF$.

1) Chứng minh: $\triangle ABE = \triangle ADF$.

2) $\triangle EAF$ là tam giác gì? Vì sao?

3) Kẻ tia $Ex \parallel AF$ và tia $Fy \parallel AE$. Ex cắt Fy tại G . Tứ giác $AEGF$ là hình gì? Vì sao?

Bài 7. Cho hình vuông $ABCD$ có E là trung điểm của AB , F là trung điểm của AD .

1) Chứng minh: Tứ giác $DFEB$ là hình thang cân. $AQIP$ là hình đặc biệt gì? Vì sao?

2) Chứng minh: A, I, C thẳng hàng.

3) Vẽ $BH \perp CF$ tại H , BH cắt CD tại T . Chứng minh: T là trung điểm của CD .

Bài 8. Cho hình vuông $ABCD$. Trên tia đối của các tia AD, BA, CB, DC lần lượt lấy các điểm A', B', C', D' sao cho $AA' = BB' = CC'$. Chứng minh:

1) $\triangle AA'B' = \triangle BB'C' = \triangle CC'D' = \triangle DD'A'$.

2) $\angle A'B'C' = 90^\circ$.

3) Tứ giác $ABCD$ là hình vuông.

Bài 9. Cho hình vuông $ABCD$. Hai đường thẳng d_1 và d_2 vuông góc nhau ở tâm O của hình vuông. Đường thẳng d_1 cắt AB, CD ở P và Q . Đường thẳng d_2 cắt BC, AD ở R và S . Chứng minh:

1) $\triangle AOP = \triangle BOR$.

2) $OP = OR = OS = OQ$.

3) Tứ giác $PRQS$ là hình vuông.

Bài 10. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2BC$. Gọi I là trung điểm của AB và K là trung điểm của DC . Chứng minh:

1) $\triangle AIK$ và $\triangle BIK$ là hình vuông.

2) $IK = \frac{DC}{2}$ và $DIC = 90^\circ$.

Bài 11. Cho tam giác ABC vuông cân ở A . Trên cạnh BC lấy các điểm H, G sao cho $BH = HG = GC$. Qua H và G kẻ các đường thẳng vuông góc với BC Chứng cắt AB và AC theo thứ tự tại E, F . Chứng minh:

- 1) $\triangle BEH$ và $\triangle CFG$ là các tam giác vuông cân.
- 2) $EH = HG = GF$.

Bài 12. Cho $xOy = 90^\circ$ có Ot là đường phân giác. D là điểm trên Ot với $OD = a$. Đường trung trực của OD cắt hai tia Ox, Oy lần lượt tại A, B .

- 1) Chứng minh: $\triangle OBD$ vuông cân và $\triangle OAD$ vuông cân.
- 2) Tứ giác $OBDA$ là hình gì? Vì sao?
- 3) Tính S_{OADB} theo a .

Bài 13. Cho $ABCD$ là hình vuông. Lấy E, F, G, H lần lượt là các điểm thuộc AB, BC, CD, DA sao cho $AE = BF = CG = DH$. Chứng minh:

- 1) Tứ giác $EFGH$ có ba góc vuông.
- 2) $HE = HG$.
- 3) Tứ giác $EFGH$ là một hình vuông.

C. BÀI TẬP TỰ RÈN

Bài 1. Cho tam giác ABC cân tại A có $AB = \sqrt{2}$ và $BC = 2$. D là điểm đối xứng với A qua BC .

- 1) Tính BD, DC .
- 2) Tứ giác $ABDC$ là hình gì? Vì sao? Tính S_{ABDC} .

Bài 2. Cho hình thang $ABCD$ có độ dài đáy lớn bằng 2 lần đáy nhỏ CD . Gọi I là trung điểm của AB . Đường thẳng AD cắt đường thẳng BC tại E .

- 1) Chứng minh: Tứ giác $AICD$ và tứ giác $BCDI$ là hình bình hành.
- 2) Chứng minh: $DIA = ECD$ và $AD = DE$.
- 3) Giả sử $A = D = 90^\circ$ và $A = CD$. Chứng minh: $BC \perp AC$.

Bài 3. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2BC$. Gọi I là trung điểm của AB và K là trung điểm của DC . Chứng minh:

- 1) $AIKD$ và $BIKC$ là hình vuông.
- 2) $IK = \frac{DC}{2}$ và $DIC = 90^\circ$.

Bài 4. Cho $\triangle ABC$ vuông cân tại B , gọi O là trung điểm của AC ; D là điểm đối xứng của B qua O . Trên cạnh BC lấy điểm M và trên tia đối của tia DC lấy điểm N sao cho $DN = BM$.

- 1) Tứ giác $ABCD$ là hình gì? Vì sao?
- 2) Chứng minh: Tam giác MAN là tam giác vuông cân.
- 3) Chứng minh: BD đi qua trung điểm của MN . (gợi ý: từ N vẽ đường thẳng song song với BM và cắt BD tại T)

Bài 5. Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB = 2AD$. Gọi E và F theo thứ tự là trung điểm của AB và CD .

- 1) Chứng minh: $AECF$ là hình bình hành.
- 2) Chứng minh: $Aefd$ là hình thoi.
- 3) Gọi M là giao điểm của AF và DE ; N là giao điểm của BF và CE . Chứng minh: $EMFN$ là hình chữ nhật.
- 4) Hình bình hành $ABCD$ cần điều kiện gì thì $EMFN$ là hình vuông?

Bài 6. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi DE , BK lần lượt là đường phân giác góc trong của các $\triangle ADB$ và $\triangle DBC$.

- 1) Chứng minh: $DE \parallel BK$.
- 2) Tứ giác $DEBK$ là hình gì? Vì sao?
- 3) Tìm điều kiện của $\triangle ABD$ để $DEBK$ trở thành:
 - a) Hình chữ nhật.
 - b) Hình vuông.

Bài 7. Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB = 2AD$. Gọi M và N là trung điểm của AB và CD .

- 1) Xác định dạng tứ giác $AMND$.
- 2) Chứng minh: $AN \parallel MC$.
- 3) Gọi E là giao điểm của AN và DM , F là giao điểm của MC và BN . Chứng minh: $EF \parallel BC$.
- 4) Xác định dạng của tứ giác $MENF$.
- 5) Tìm điều kiện của hình bình hành $ABCD$ để tứ giác $MENF$ là hình vuông.

Bài 8. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường trung tuyến AM . Gọi P là trung điểm của AB , Q là điểm đối xứng với M qua P .

- 1) Chứng minh: Tứ giác $AQBM$ là hình thoi.
- 2) Tính diện tích tam giác ABC , biết $AB = 10$ cm, $AC = 6$ cm.
- 3) Tam giác ABC cần điều kiện gì thì tứ giác $AQBM$ là hình vuông?

Bài 9. Cho hình chữ nhật $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD .

- 1) Chứng minh: Tứ giác $AMND$ là hình chữ nhật.
- 2) Tính diện tích của hình chữ nhật $AMND$ biết $AD = 4$ cm và $AB = 6$ cm.
- 3) Gọi I là giao điểm của AN và DM , K là giao điểm của BN và MC . Chứng minh: Tứ giác $MINK$ là hình thoi.
- 4) Tìm điều kiện của hình chữ nhật $ABCD$ để tứ giác $MINK$ là hình vuông?

Bài 10. Cho tam giác ABC cân tại A , đường trung tuyến AM . Gọi I là trung điểm của AC và K là điểm đối xứng với M qua điểm I .

- 1) Tứ giác $AKCM$ là hình gì? Vì sao?
- 2) Chứng minh: $AKMB$ là hình bình hành.
- 3) Tìm điều kiện của tam giác ABC để tứ giác $AKCM$ là hình vuông.

Bài 11. Cho hình vuông $ABCD$. Vẽ $xAy = 90^\circ$. Ax cắt BC ở M ; Ay cắt đường thẳng CD tại N .

1) Chứng minh: $\triangle MAN$ vuông cân.

2) Vẽ hình bình hành $AMFN$ có O là giao điểm của AF và MN . Chứng minh:

$$OA = OC = \frac{AF}{2} \text{ và } \triangle ACF \text{ vuông tại } C.$$

3) Chứng minh: D, O, B thẳng hàng.

Bài 12. Cho hình vuông $ABCD$. Từ điểm M thuộc cạnh BC , vẽ đường thẳng cắt CD ở K sao cho $AMB = AMK$, kẻ $AH \perp MK$ ở H . Chứng minh:

1) $\triangle ABM = \triangle AHM$ và $AH = AD$.

2) $\triangle DAK = \triangle HAK$.

$$3) \angle MAK = \frac{1}{2} \angle A = 45^\circ.$$

Bài 13. Cho hình vuông $ABCD$. Từ điểm M thuộc cạnh BC , vẽ đường thẳng cắt CD ở K sao cho $AMB = AMK$, kẻ $AM \perp MK$ ở H . Chứng minh:

1) $\triangle AMH = \triangle AMB$.

2) $\angle KAM = 45^\circ$.

Bài 14. Cho hình vuông $ABCD$. M là điểm tùy ý trên cạnh DC . Tia phân giác của $\angle DAM$ cắt CD tại I . Kẻ $IH \perp AM$ tại H và tia IH cắt BC tại K . Chứng minh:

1) $\triangle ADI = \triangle AHI$ và $\triangle ABK = \triangle AHK$.

2) $\angle IAK = 45^\circ$.

Bài 15. Cho hình vuông $ABCD$. Lấy $N \in AB$, $M \in BC$ sao cho $ADN = NDM$. Kẻ tia $Dx \perp DN$; Dx cắt tia BC tại K . Chứng minh:

1) $ADN = CDK$.

2) $\triangle MDK$ cân ở M .

3) $AN = CK$.

4) $DM = AN + CM$.

CHƯƠNG 4. MỘT SỐ YẾU TỐ THỐNG KÊ

Trong chương này, các em sẽ tìm hiểu kỹ hơn về việc thu thập, phân loại dữ liệu và cách lựa chọn biểu đồ thích hợp để biểu diễn dữ liệu. Chúng ta cũng sẽ học cách phân tích dữ liệu để phát hiện được vấn đề hoặc quy luật đơn giản, nhận biết được mối liên hệ giữa thống kê với những kiến thức trong các môn học khác, đồng thời vận dụng các kiến thức này vào việc hướng dẫn giải quyết một số vấn đề thực tiễn.

Lựa chọn biểu đồ thích hợp để biểu diễn dữ liệu sẽ giúp chúng ta phát hiện ra các quy luật nhằm hướng dẫn giải quyết vấn đề hiệu quả hơn.

BÀI 1. THU THẬP VÀ PHÂN LOẠI DỮ LIỆU

Em đã biết những cách nào để thu thập dữ liệu?

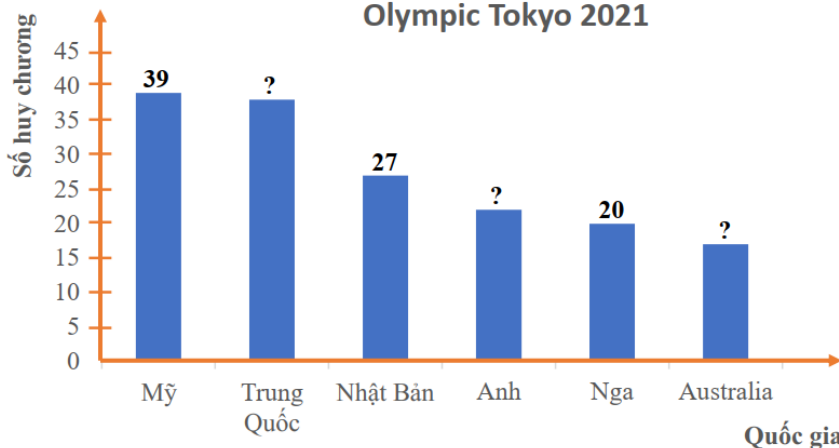
I. THU THẬP DỮ LIỆU

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Bạn Hoàng đã tìm hiểu về sáu quốc gia có số huy chương vàng cao nhất ở Olympic Tokyo 2021 từ bảng thống kê sau:

Thứ hạng	Đoàn thể thao	Huy chương vàng
1	Mỹ	39
2	Trung Quốc	38
3	Nhật Bản	27
4	Anh	22
5	Nga	20
6	Australia	17

Thống kê số huy chương vàng cao nhất Olympic Tokyo 2021



- a) Em hãy giúp bạn Hoàng tìm thông tin để hoàn thiện biểu đồ sau vào vở.
- b) Theo em, bạn Hoàng đã dùng phương pháp nào trong các phương pháp sau để thu thập dữ liệu?

STT	Tên phương pháp
1	Quan sát trực tiếp
2	Làm thí nghiệm
3	Lập phiếu thăm dò
4	Thu thập từ những nguồn có sẵn như sách, báo, Internet

Nhận xét: Có nhiều cách để thu thập dữ liệu như: thu thập từ các nguồn có sẵn, phỏng vấn, lập phiếu câu hỏi, quan sát, làm thí nghiệm,.... Chúng ta cần tìm phương pháp phù hợp với lĩnh vực, mục đích cần thu thập.

Dữ liệu về	Phương pháp có thể sử dụng
Địa lí, Lịch sử	Thu thập từ nguồn có sẵn
Thực tiễn (môi trường, tài chính, y tế, phỏng vấn, lập phiếu hỏi, thu thập từ nguồn giá cả thị trường)	Phỏng vấn, lập phiếu hỏi, thu thập từ nguồn có sẵn, Internet
Mức độ hài lòng của công dân	Quan sát, phỏng vấn, lập phiếu khảo sát

Ví dụ 1. Để thu thập dữ liệu sau, ta nên làm thế nào? Đó là thu thập dữ liệu trực tiếp hay gián tiếp?

- Dữ liệu về xếp hạng FIFA của bóng đá nam Việt Nam trong thời gian gần đây.
- Số liệu về sự phát triển chiều cao của một giống cây mới theo thời gian.

Hướng dẫn giải

- Để thu thập dữ liệu về xếp hạng FIFA của bóng đá nam Việt Nam trong thời gian gần đây, cách tốt nhất là ta vào website của Liên đoàn Bóng đá Thế giới (FIFA) tại địa chỉ fifa.com/fifa-world-ranking/vie để thu thập. Đây là phương pháp thu nhập dữ liệu gián tiếp.
- Để có số liệu về sự phát triển chiều cao của một giống cây mới theo thời gian, ta trồng cây và định kì đo chiều cao, ghi lại kết quả. Đây là phương pháp thu thập dữ liệu trực tiếp.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1. Em hãy đề xuất phương pháp thu thập dữ liệu cho các vấn đề sau:

- Sản lượng thanh long và cà phê xuất khẩu của Việt Nam trong bốn năm gần nhất.
- Ý kiến của học sinh khối 8 về chất lượng bữa ăn bán trú.

- Bài 2.** Lớp trưởng lớp 8A muốn thu thập thông tin về các môn thể thao được yêu thích của các bạn trong lớp. Theo em, bạn lớp trưởng có thể thu thập những thông tin đó bằng cách nào?
- Bài 3.** Sử dụng phương pháp thích hợp để thu thập dữ liệu và lập bảng thống kê dân số 6 tỉnh thuộc Vùng đồng bằng sông Cửu Long: Long An, Tiền Giang, Bến Tre, Vĩnh Long, Trà Vinh, Hậu Giang.
- Bài 4.** Em hãy đề xuất phương pháp thu thập dữ liệu và lí giải về việc lấy ý kiến học sinh lớp em đối với các tiết mục văn nghệ dự thi "Giai điệu tuổi hồng" của lớp.
- Bài 5.** Em hãy cho biết phương pháp thu thập dữ liệu trong mỗi trường hợp sau là trực tiếp hay gián tiếp.
- Nam vào website của Tổng cục Thống kê và ghi lại số quận/huyện của các tỉnh/thành phố thuộc các tỉnh Tây Nguyên.
 - Thầy giáo dạy Giáo dục thể chất đã đo và ghi lại thời gian chạy cự li 100 mét của các bạn học sinh khối 8.

II. PHÂN LOẠI DỮ LIỆU THEO CÁC TIÊU CHÍ

Thông tin về 6 bạn học sinh trong câu lạc bộ cầu lông của Trường Trung học cơ sở Nguyễn Gia Thiều tham gia hướng dẫn giải đấu của tỉnh được cho bởi bảng thống kê sau:

STT	Họ và tên	Khối	Chiều cao	Giới tính	Kĩ thuật phát cầu	Số nội dung thi đấu
1	Huỳnh Tấn Khang	7	154	Nam	Khá	2
2	Nguyễn Quang Quân	6	150	Nam	Tốt	1
3	Nguyễn Ngọc Phương Hân	9	162	Nữ	Trung bình	2
4	Hồ Đan Bảo Thy	7	158	Nữ	Khá	3
5	Đặng Gia Phát	9	167	Nam	Tốt	3
6	Phạm Thị Hồng My	8	165	Nữ	Khá	2

- Phân loại các dữ liệu trong bảng thống kê trên dựa trên hai tiêu chí định tính và định lượng.
- Trong số các dữ liệu định tính tìm được, dữ liệu nào có thể so sánh hơn kém?

3) Trong số các dữ liệu định lượng tìm được, dữ liệu nào là số đếm?

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Dữ liệu định tính được chia thành hai loại:

- Dữ liệu định danh là dữ liệu thể hiện cách gọi tên. Ví dụ: giới tính, màu sắc, nơi ở, nơi sinh....
- Dữ liệu biểu thị thứ bậc là dữ liệu thể hiện sự hơn kém. Ví dụ: mức độ hài lòng, trình độ tay nghề khối lớp,...

Dữ liệu định lượng nhận giá trị thực và được chia thành hai loại:

- Loại rời rạc là dữ liệu chỉ nhận hữu hạn giá trị hoặc biểu thị số đếm. Ví dụ: cỡ giày, số học sinh, số ngày công, số vật nuôi.
- Loại liên tục là dữ liệu có thể nhận mọi giá trị trong một khoảng nào đó. Ví dụ: chiều dài, khối lượng, thu nhập, thời gian.

Ví dụ 2. Cho các loại dữ liệu sau đây:

- Môn thể thao yêu thích của một số bạn học sinh lớp 8C: bóng đá, bóng rổ, bóng chuyền,...
- Chiều cao (tính theo cm) của một số bạn học sinh lớp 8C: 152,7 ; 148,5 ; 160,2 ; ...

- Xếp loại học tập của một số bạn học sinh lớp 8C: tốt, chưa đạt, đạt, khá,
- Điểm kiểm tra môn Toán của một số bạn học sinh lớp 8C: 5; 10; 8; 4; ...

a) Tìm dữ liệu định tính và dữ liệu định lượng trong các dữ liệu trên.

b) Trong số các dữ liệu định tính tìm được, dữ liệu nào có thể so sánh hơn kém?

c) Trong số các dữ liệu định lượng tìm được, dữ liệu nào là rời rạc? Vì sao?

Hướng dẫn giải

a) Môn thể thao yêu thích và xếp loại học tập là các dữ liệu định tính. Chiều cao và điểm kiểm tra môn Toán là các dữ liệu định lượng.

b) Trong số các dữ liệu định tính tìm được, chỉ dữ liệu xếp loại học tập có thể so sánh hơn kém.

c) Trong số các dữ liệu định lượng tìm được thì điểm kiểm tra môn Toán của học sinh là rời rạc Vì nó chỉ nhận hữu hạn giá trị.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1. Cho các loại dữ liệu sau đây:

- Danh sách một số loại trái cây: cam, xoài, mít, ...
- Khối lượng (tính theo g) của một số trái cây: 240; 320; 1200; ...
- Độ chín của trái cây: rất chín, vừa chín, hơi chín, còn xanh,...
- Hàm lượng Vitamin C (tính theo mg) có trong một số trái cây: 95; 52; 28; ...
- Mức độ tươi ngon của trái cây: loại 1, loại 2, loại 3.

1) Tìm dữ liệu định tính và dữ liệu định lượng trong các dữ liệu trên.

- 2) Trong số các dữ liệu định tính tìm được, dữ liệu nào có thể so sánh hơn kém?
- 3) Trong số các dữ liệu định lượng tìm được, dữ liệu nào là liên tục?

Bài 2. Thống kê về các loại lồng đèn mà các bạn học sinh lớp 8C làm được để trao tặng cho trẻ em khuyết tật nhân dịp Tết Trung thu được cho trong bảng dữ liệu sau:

STT	Tên lồng đèn	Loại	Số lượng	Màu sắc
1	Con cá	Lớn	2	Vàng
2	Thiên nga	Vừa	6	Xanh
3	Con thỏ	Nhỏ	10	Nâu
4	Ngôi sao	Lớn	2	Đỏ
5	Đèn xếp	Nhỏ	15	Cam

- 1) Tìm dữ liệu định tính và dữ liệu định lượng trong bảng dữ liệu trên.
- 2) Trong số các dữ liệu định tính tìm được, dữ liệu nào có thể so sánh hơn kém?
- 3) Trong số các dữ liệu định lượng tìm được, dữ liệu nào là rời rạc?

Bài 3. Để nâng cao hiệu quả kinh doanh, một siêu thị tiến hành hỏi những mặt hàng mà 50 khách hàng dự định mua khi vào siêu thị. Kết quả thu được như sau: gạo, mì ăn liền, thịt, cá, rau củ, trứng, hoa quả, sữa tươi, quần áo, nước khoáng, nước giải khát, nước sinh tố, xà phòng, kem đánh răng, bột giặt, xoong nồi, bát đĩa, bút viết, vở học sinh, cặp sách.

- 1) Có bao nhiêu mặt hàng được khách hàng dự định mua?
- 2) Hãy sắp xếp các mặt hàng đó theo những nhóm sau:
 - Nhóm 1: Mặt hàng thực phẩm;
 - Nhóm 2: Mặt hàng đồ uống;
 - Nhóm 3: Mặt hàng đồ dùng trong gia đình;
 - Nhóm 4: Mặt hàng văn phòng phẩm.

III. TÍNH HỢP LÝ CỦA DỮ LIỆU

Tìm những điểm chưa hợp lý trong bảng dữ liệu sau:

Thống kê số học sinh lớp 8A2 tham gia các câu lạc bộ thể thao (mỗi học sinh chỉ tham gia một câu lạc bộ)	
Câu lạc bộ thể thao	Số học sinh
Bơi lội	15
Bóng rổ	15
Bóng chuyền	Nhiều học sinh tham gia

Đá cầu

120

Có thể kiểm tra định dạng của dữ liệu hoặc mối liên hệ toán học đơn giản giữa các số liệu thống kê để nhận biết tính hợp lí của dữ liệu và các kết luận dựa trên các dữ liệu thống kê đó.

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Nhận xét: Để đánh giá tính hợp lí của dữ liệu, ta cần đưa ra các tiêu chí đánh giá, chẳng hạn như dữ liệu phải:

- Đúng định dạng.
- Nằm trong phạm vi dự kiến.
- Phải có tính đại diện đối với vấn đề cần thống kê.

Ví dụ 3: Nêu nhận xét về tính hợp lí của các dữ liệu trong bảng thống kê sau.

Thống kê số học sinh lớp 8/6 tham gia câu lạc bộ văn nghệ (mỗi học sinh chỉ tham gia một câu lạc bộ)	
Câu lạc bộ văn nghệ	Số học sinh
Guitar	7
Organ	10
Múa	Cả tổ 1
Hợp ca	80

Hướng dẫn giải

- Dữ liệu Cả tổ 1: Không đúng định dạng (dữ liệu phải là số).
- Số liệu 80 không hợp lí vì vượt quá phạm vi sĩ số của một lớp học trong trường Trung học cơ sở

Ví dụ 4: Bảng thống kê sau cho biết tỉ số phần trăm lựa chọn đối với bốn nhãn hiệu tập vở trong số 200 học sinh được phỏng vấn.

Nhãn hiệu vở ghi bài	Tỉ số phần trăm
A	40%
B	45%
C	10%
D	5%

Xét tính hợp lí của các quảng cáo sau đây đối với nhãn hiệu tập vở A:

- A là nhãn hiệu được đa số học sinh lựa chọn.
- A là nhãn hiệu có tỉ lệ học sinh lựa chọn cao nhất.
- A là một trong những nhãn hiệu có tỉ lệ được chọn cao nhất.

Hướng dẫn giải

- Quảng cáo không hợp lí so với số liệu thống kê vì tỉ lệ học sinh chọn A ít hơn 50%.

b) Quảng cáo không hợp lí so với số liệu thống kê vì tỉ lệ học sinh chọn B nhiều hơn A.

c) Quảng cáo là hợp lí vì phản ánh đúng dữ liệu của bảng thống kê.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1. Bảng thống kê sau cho biết dữ liệu về hoạt động trong giờ ra chơi của học sinh lớp 8/1 (mỗi học sinh chỉ thực hiện một hoạt động).

Hoạt động	Số học sinh
Đọc sách	90
Ôn bài	10
Chơi bóng rổ	18
Đá cầu	12
Chơi cờ vua	8
Nhảy dây	Tất cả các bạn nữ

Nêu nhận xét của em về tính hợp lí của các dữ liệu trong bảng thống kê trên.

Bài 2. Thị phần của một sản phẩm là phần thị trường tiêu thụ mà sản phẩm đó chiếm lĩnh so với tổng số sản phẩm tiêu thụ của thị trường. Bảng thống kê sau cho biết tỉ số phần trăm thị phần của 4 loại bút trên thị trường.

Loại bút	Tỉ số phần trăm
Bút bi	25%
Bút chì	20%
Bút mực	45%
Bút máy	10%

Xét tính hợp lí của các quảng cáo sau đây đối với nhãn hiệu bút mực

1) Là loại bút được mọi người dùng lựa chọn.

2) Là loại bút chiếm thị phần cao nhất.

Bài 3. Với mỗi câu hỏi sau, Lâm đã hỏi bốn bạn và ghi lại câu trả lời.

1) Nhà bạn có bao nhiêu chiếc ti vi? Kết quả: 2; 43; 3; 3.

2) Bạn mất bao nhiêu thời gian (đơn vị: giờ) để hoàn thành bài tập về nhà? Kết quả: 1,2; 1,5; 2,1; 1,8.

Bài 4. Với mỗi câu hỏi sau, Linh đã hỏi năm bạn và ghi lại câu trả lời.

1) Bạn nặng bao nhiêu kilôgam? Kết quả: 49; 50; 43; 156; 47.

2) Tên bạn có bao nhiêu chữ cái? Kết quả: 5; 6; 3; 4; 5.

Mỗi dãy dữ liệu trên thuộc loại nào? Chỉ ra giá trị không hợp lí nếu có.

Bài 5. Tìm điểm không hợp lí trong những dữ liệu cho dưới đây.

1) Danh sách email của các bạn trong đội văn nghệ lớp 8/1 Trường THCS Ngô Quyền, quận Tân Bình như sau:

STT	Tên	Email
1	Đỗ Bảo Duy	Baoduy99@gmail.com
2	Hoàng Minh Phúc	Hminhphuc@yahoo.com
3	Phan Nguyễn Thảo Vy	Phannguyenthao_vy.vn
4	Nguyễn Phúc Anh	phucanh@gmail.com
5	Lâm Hoàng Tâm Giao	Tamgiao_2009@yahoo.com

2) Kết quả 6 bài kiểm tra môn Anh văn của bạn Tín lần lượt là: 9; -5; 8; 7; 9; 8.

C. BÀI TẬP TỰ RÈN

Bài 1. Em hãy đề xuất phương pháp thu thập dữ liệu cho các vấn đề sau:

- 1) Ý kiến của cha mẹ học sinh khối 8 về chất lượng đồng phục của trường em.
- 2) Tỷ số giữa số lần ra mặt sấp và số lần ra mặt ngửa khi tung đồng xu 100 lần.
- 3) So sánh số huy chương nhận được ở SEA Games 31 của Việt Nam và Thái Lan.
- 4) Tổng số sản phẩm quốc nội của mỗi nước thuộc khối ASEAN.

Bài 2. Em muốn ước lượng thời gian tự học ở nhà (đơn vị: giờ) của các bạn trong lớp. Hãy đưa ra cách thu thập dữ liệu và xác định xem dữ liệu thu được thuộc loại nào.

Bài 3. Hãy sử dụng phương pháp thích hợp để thu thập dữ liệu và lập bảng thống kê dân số các tỉnh khu vực miền Đông Nam Bộ của Việt Nam.

Bài 4. Nêu nhận xét về tính hợp lí của các dữ liệu trong bảng thống kê sau:

Thống kê số học sinh lớp 8C tham gia câu lạc bộ võ thuật (mỗi học sinh chỉ tham gia một câu lạc bộ)	
Câu lạc bộ võ thuật	Số học sinh
Karate	14
Viovinam	25
Taekwondo	Cả tổ 3
Judo	30

Bài 5. Bảng thống kê sau cho biết sự lựa chọn của 100 học sinh về bốn nhãn hiệu tập võ

Nhãn hiệu tập võ	Số học sinh
A	22
B	56
C	13
D	9

Xét tính hợp lí của các quảng cáo sau đây đối với nhãn hiệu tập võ B :

- 1) Là sự lựa chọn của mọi học sinh.

2) Là sự lựa chọn hàng đầu của học sinh.

Bài 6. Thông tin về 5 bạn học sinh của trường Trung học sơ sở Tân Bình tham gia Hội khỏe Phù Đổng được cho bởi bảng thống kê sau:

Họ và tên	Cân nặng (kg)	Môn bơi sở trường	Kỹ thuật bơi	Số nội dung
Nguyễn Văn Hùng	61	Bơi ếch	Tốt	3
Trần Văn Đức	56	Bơi sải	Khá	1
Lê Hoàng Phi	48	Bơi bướm	Tốt	2
Nguyễn Tiến Dũng	50	Bơi ếch	Đạt	2
Đỗ Hải Hà	48	Bơi tự do	Tốt	3

1) Phân loại các dữ liệu trong bảng thống kê trên dựa trên hai tiêu chí định tính và định lượng.

2) Trong số các dữ liệu định tính tìm được, dữ liệu nào có thể so sánh hơn kém?

3) Trong số các dữ liệu định lượng tìm được, dữ liệu nào là liên tục?

Bài 7. Dữ liệu thu được trong mỗi câu hỏi sau thuộc loại nào?

1) Bạn cao bao nhiêu?

2) Mạng điện thoại bạn đang dùng là gì?

3) Gia đình bạn có bao nhiêu người dưới 18 tuổi?

Bài 8. Nên sử dụng phương pháp thu thập nào để thu được mỗi dữ liệu sau?

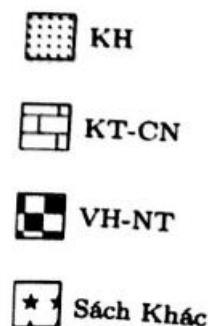
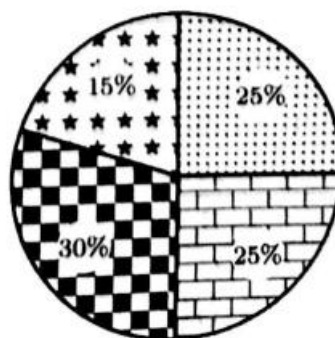
1) Tên của 10 quốc gia có diện tích lớn nhất.

2) Ý kiến của các bạn về địa điểm đi tham quan tuần tới.

3) Chiều cao của các cây chè giống sau 5 tháng trồng.

Bài 9. Để chuẩn bị cho năm học mới, một công ty may thiết kế mẫu đồng phục cho học sinh của một trường trung học cơ sở. Công ty đã hỏi ý kiến của 50 học sinh lớp 6 về mẫu đồng phục đã thiết kế và nhận được kết quả là có 40 học sinh thích mẫu đồng phục đó. Từ đó, công ty đưa ra kết luận rằng có 80% số học sinh của trường thích mẫu đồng phục đó. Theo em, công ty may đưa ra kết luận như thế thì có hợp lí không? Vì sao?

Bài 10. Bạn Khoa vẽ biểu đồ hình quạt tròn như ở hình bên để biểu diễn tỉ lệ các loại sách trong thư viện: Khoa học (KH); Kỹ thuật và Công nghệ (KT - CN); Văn học và Nghệ thuật (VH - NT); Sách khác. Hỏi những số liệu mà bạn Khoa nêu ra trong biểu đồ hình quạt tròn ở hình bên đã chính xác chưa? Vì sao?



Bài 11. Một trường trung học cơ sở cho học sinh khối lớp 8 đăng kí tham gia hoạt động ngoại khoá. Bảng thống kê số lượng học sinh đăng kí tham gia hoạt động ngoại khoá của từng lớp. Số liệu nào trong bảng thống kê là không hợp lí? Vì sao?

Lớp	Sĩ	Số học sinh đăng kí tham gia hoạt động ngoại khoá
8/1	38	33
8/2	40	35
8/3	39	40
8/4	39	32
8/5	40	32

Bài 12. Sau khi tìm hiểu về các châu lục trên Trái Đất từ trang web

<https://vi.wikipedia.org>, bạn Long thu được những dữ liệu thống kê sau:

- Sáu châu lục là: Châu Á; Châu Âu; Châu Đại Dương; Châu Mỹ; Châu Nam Cực; Châu Phi.

- Diện tích (đơn vị: triệu km^2) của sáu châu lục đó lần lượt là: 43,82; 10,18; 9; 42,33; 13,72 ; 30,37.

Tìm dữ liệu định tính và dữ liệu định lượng trong các dữ liệu trên.

Bài 13. Sau khi tìm hiểu về các đại dương trên Trái Đất từ trang web

<https://vi.wikipedia.org>, bạn Ân thu được những dữ liệu thống kê sau:

- Năm đại dương là: Thái Bình Dương; Đại Tây Dương; Ấn Độ Dương; Bắc Băng Dương; Nam Đại Dương.

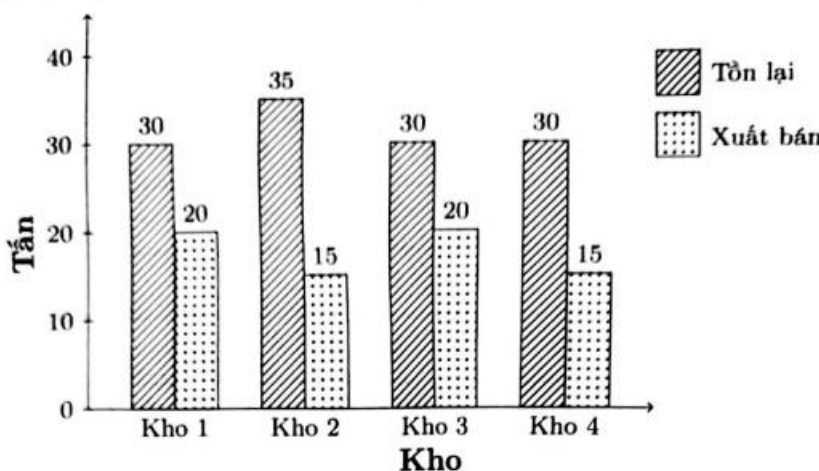
- Diện tích (đơn vị: triệu km^2) của năm đại dương đó lần lượt là: 165,25 ; 106,4 ; 75; 14,09 ; 20,3.

Tìm dữ liệu định tính và dữ liệu định lượng trong các dữ liệu trên.

Bài 14. Để chuẩn bị đưa ra thị trường mẫu xe ô tô mới, một hãng sản xuất xe ô tô tiến hành thăm dò màu sơn mà người mua yêu thích. Hãng sản xuất xe đó đã hỏi ý kiến của 100 người mua xe ở độ tuổi từ 20 đến 32 và nhận được kết quả là: 32 người thích màu đen, 48 người thích màu trắng, 20 người thích màu xanh. Từ đó, hãng sản xuất xe đưa ra quảng cáo sau: \$48 \%\$ số người mua chọn xe màu trắng, 20% số người mua chọn xe màu xanh. Theo em, hãng sản xuất xe đưa ra kết luận như trong quảng cáo trên thì có hợp lí không? Vì sao?

Bài 15. Một công ty kinh doanh vật liệu xây dựng có bốn kho hàng, mỗi kho hàng có 50 tấn hàng. Kế toán của công ty lập biểu đồ cột kép ở hình bên dưới biểu diễn số lượng vật liệu đã xuất bán và số lượng vật liệu còn tồn lại trong mỗi kho sau tuần lễ kinh doanh đầu tiên.

Số lượng vật liệu đã xuất bán và số lượng vật liệu còn tồn lại trong mỗi kho



Kế toán đã ghi nhầm số liệu của một kho trong biểu đồ cột kép ở hình trên. Theo em, kế toán đã ghi nhầm số liệu của kho nào?

BÀI 2. LỰA CHỌN DẠNG BIỂU ĐỒ ĐỂ BIỂU DIỄN DỮ LIỆU

I. LỰA CHỌN DẠNG BIỂU ĐỒ ĐỂ BIỂU DIỄN DỮ LIỆU

* Bảng dưới cho biết số lượng các loài động vật tại Vườn quốc gia Cúc Phương.

Loài động vật	Thú	Chim	Bò sát
Số lượng (con)	97	137	76

(Theo <https://vi.m.wikipedia.org>)

- Bạn Việt thì nói: Tôi sẽ dùng biểu đồ cột để biểu diễn bảng thống kê trên.
 - Bạn Nam thì nói: Tôi sẽ dùng biểu đồ tranh để biểu diễn bảng thống kê trên.
- Theo các em, thì ta nên dùng biểu đồ nào để biểu diễn bảng thống kê trên?

* Ghép cặp các mục đích biểu diễn dữ liệu sau với loại biểu đồ phù hợp.

Mục đích biểu diễn dữ liệu	Loại biểu đồ
1. Thể hiện tỉ lệ phần trăm của mỗi thành phần đối tượng so với toàn thể.	A. Biểu đồ tranh
2. So sánh một cách trực quan từng cặp số liệu của hai bộ dữ liệu cùng loại	B. Biểu đồ cột
3. Sử dụng các chiều cao của các hình chữ nhật để biểu diễn số liệu	C. Biểu đồ cột kép
4. Biểu diễn sự thay đổi số liệu của đối tượng theo thời gian.	D. Biểu đồ quạt tròn
5. Muốn tạo sự dễ hiểu, đơn giản và lôi cuốn.	E. Biểu đồ đoạn thẳng

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Biểu đồ cho chúng ta hình ảnh cụ thể về số liệu. Việc chọn loại biểu đồ phù hợp sẽ giúp chúng ta thể hiện số liệu thống kê một cách rõ ràng, trực quan, dễ đọc và dễ hiểu.

- Ta thường chọn biểu đồ tranh khi số liệu ở dạng đơn giản và muốn tạo sự lôi cuốn, thu hút bằng hình ảnh.
- Với những số liệu phức tạp hơn, số liệu lớn, sự sai khác giữa các số liệu cũng lớn và để thuận tiện trong việc so sánh thì ta thường chọn biểu đồ cột.
- Nếu muốn có sự so sánh một cách trực quan từng cặp số liệu của hai bộ dữ liệu cùng loại, người ta ghép hai biểu đồ cột thành một biểu đồ cột kép.
- Để biểu thị tỉ lệ phần trăm của từng loại số liệu so với toàn thể, ta thường sử dụng biểu đồ hình quạt tròn.
- Khi biểu diễn sự thay đổi số liệu của một đối tượng theo thời gian, ta thường dùng biểu đồ đoạn thẳng.

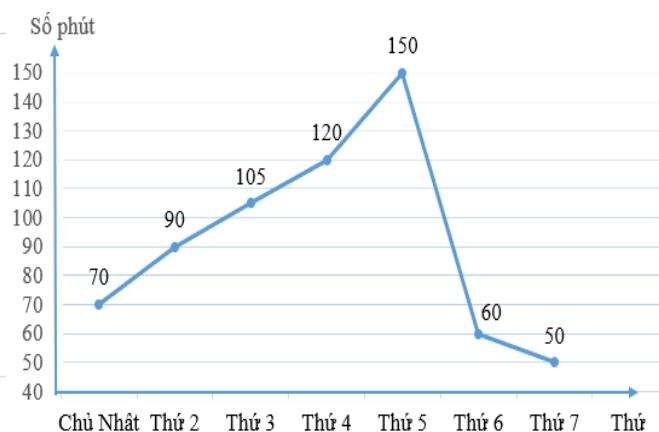
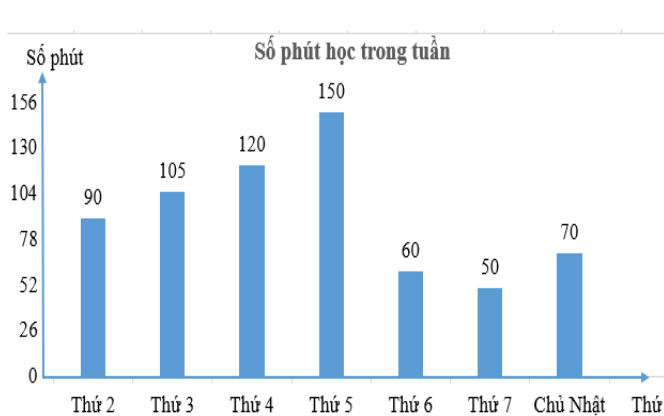
Ví dụ 1. Bảng thống kê sau đây cho biết thời lượng tự học tại nhà 7 ngày của bạn Trí.

Ngày trong tuần	Số phút tự học
Thứ Hai	90
Thứ Ba	105
Thứ Tư	120
Thứ Năm	150
Thứ Sáu	60
Thứ Bảy	50
Chủ Nhật	70

Em hãy lựa chọn dạng biểu đồ thích hợp để biểu diễn dữ liệu từ bảng thống kê trên và vẽ biểu đồ đó.

Hướng dẫn giải

Ta có thể dùng biểu đồ cột hoặc biểu đồ đoạn thẳng để biểu diễn dữ liệu trên



Ví dụ 2. Chọn biểu đồ phù hợp nhất để biểu diễn dữ liệu về tuổi thọ trung bình ở một số quốc gia / lãnh thổ có tuổi thọ trung bình cao nhất thế giới năm 2020. Giải thích tại sao em chọn biểu đồ đó.

Quốc gia/ Lãnh thổ	Hồng Kông	Nhật Bản	Macao	Thụy Sĩ	Singapore	Italy
Tuổi thọ trung bình (năm)	85,29	85,03	84,68	84,25	84,07	84,01

Hướng dẫn giải

Tuổi thọ trung bình của các quốc gia không phải là các số nguyên nên biểu đồ tranh không phù hợp. Ta không thể dùng biểu đồ đoạn thẳng để biểu diễn vì trong dữ liệu này tuổi thọ trung bình không thay đổi theo thời gian mà thay đổi theo quốc gia. Ta nên dùng biểu đồ cột để biểu diễn dữ liệu này.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1. Lựa chọn dạng biểu đồ thích hợp để biểu diễn dữ liệu trong các bảng thống kê sau:

1) Bảng thống kê về cân nặng (đơn vị: kg) của nam, nữ tại một số nước trong khối Asean như sau:

Quốc gia	Indonesia	Malaysia	Thái Lan	Việt Nam
Nam	61.4	71.5	69.8	61.2
Nữ	56.2	64.4	63.3	54

(nguồn: <https://worlddata.info>)

2) Bảng thống kê tỉ lệ phần trăm số tiết học của các nội dung môn Toán lớp 8:

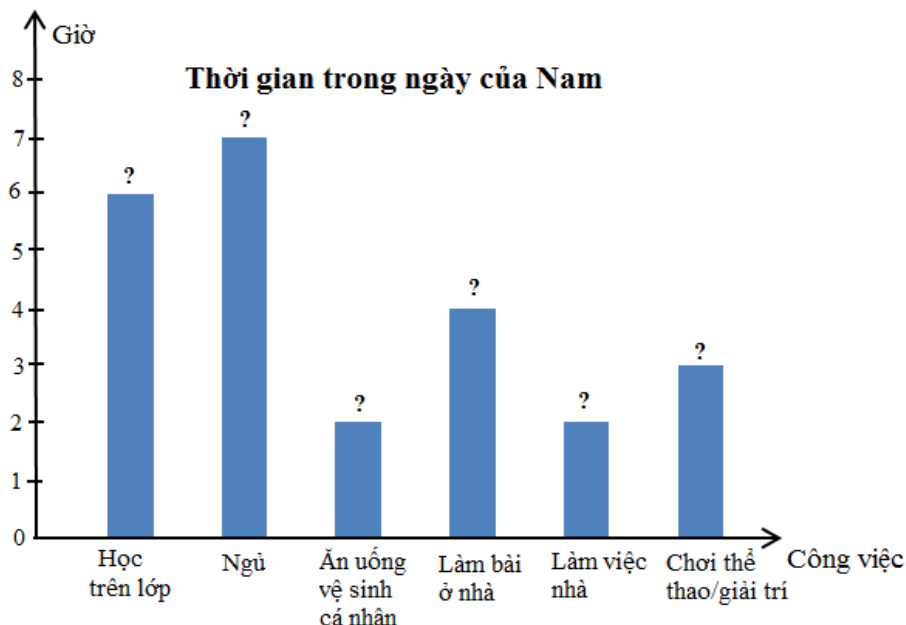
Phần	Số và đại số	Hình học và đo lường	Một số yếu tố thống kê và xác suất	Hoạt động thực hành và trải nghiệm
Tỉ lệ phần trăm	43%	36%	14%	7%

Bài 2. Bảng thống kê sau đây cho biết việc sử dụng thời gian của bạn Nam trong ngày.

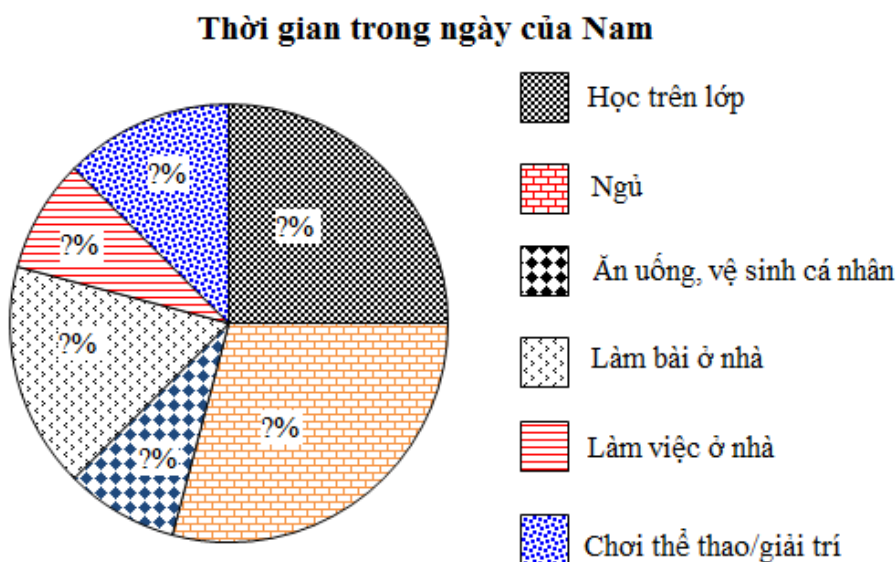
Thống kê việc sử dụng thời gian trong ngày của bạn Nam	
Công việc	Thời gian (giờ)
Học trên lớp	6
Ngủ	7
Ăn uống, vệ sinh cá nhân	2
Làm bài ở nhà	4
Làm việc ở nhà	2
Chơi thể thao/ Hướng dẫn giải trí	3

Hãy biểu diễn dữ liệu trên vào các biểu đồ sau:

1) Biểu đồ cột:

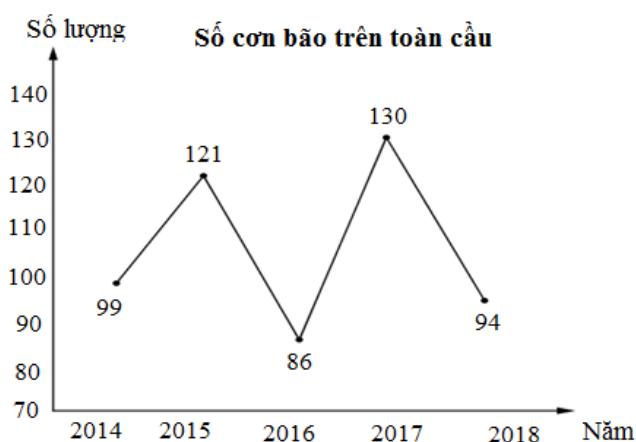


2) Biểu đồ quạt tròn



Bài 3. Cho biểu đồ Hình bên.

- 1) Lập bảng thống kê cho dữ liệu trong biểu đồ.
- 2) Vẽ biểu đồ cột biểu diễn dữ liệu này. Nếu ta có dữ liệu về số cơn bão hàng năm trên toàn cầu từ năm 1970 đến nay thì có nên dùng biểu đồ cột để biểu diễn không?



Bài 4. Biểu đồ hình bên dưới biểu diễn số lượng các bạn lớp 8A tham gia câu lạc bộ.

- 1) Cho biết đây là biểu đồ gì? Mỗi biểu tượng tương ứng bao nhiêu học sinh?

2) Lập bảng thống kê và vẽ biểu đồ cột biểu diễn dữ liệu này.

Tiếng Anh	<input type="text"/> ? <input type="text"/> ?
Võ thuật	<input type="text"/> ? <input type="text"/> ? <input type="text"/> ?
Nghệ thuật	<input type="text"/> ? <input type="text"/> ? <input type="text"/> ?

(Mỗi ? ứng với 5 học sinh)

Bài 5. Bảng thống kê bên cho biết số lượng khách đánh giá chất lượng phục vụ một khách sạn.

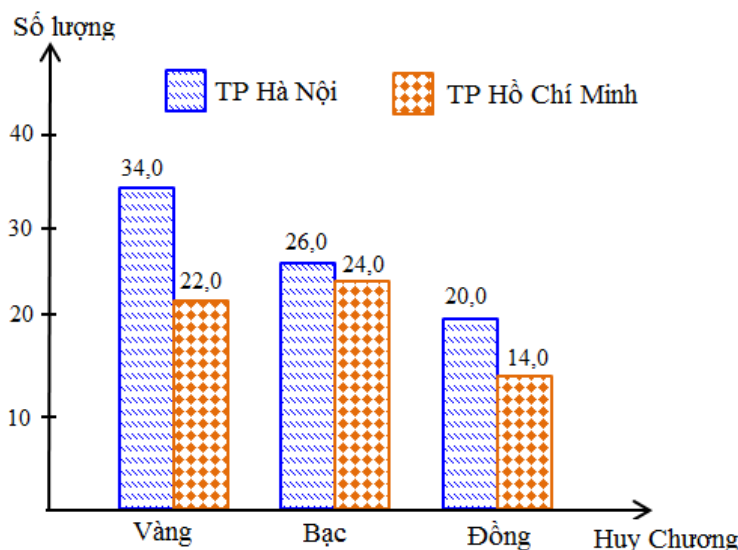
Đánh giá	Rất tốt	Tốt	Trung bình	Kém
Số lượng	10	20	15	5

1) Vẽ biểu đồ tranh, biểu đồ cột biểu diễn bảng thống kê trên.

2) Nếu muốn biểu diễn tỉ lệ khách hàng đánh giá theo các mức đánh giá trên, ta cần dùng biểu đồ nào để biểu diễn?

Bài 6. Cho biểu đồ hình dưới.

Hãy lập bảng thống kê biểu diễn số lượng huy chương các loại của đoàn thể thao TP Hà Nội và TP Hồ Chí Minh. Vẽ biểu đồ cột biểu diễn bảng thống kê này.



Bảng tổng sắp huy chương Đại hội thể thao toàn quốc lần thứ VIII năm 2021

Bài 7. Bảng sau cho biết khối lượng giấy vụn các lớp khối 8 đã thu gom được.

Lớp	8/1	8/2	8/3	8/4
Khối lượng (kg)	14,5	15,6	13,2	10,8

Lựa chọn biểu đồ phù hợp biểu diễn bảng thống kê này. Vẽ biểu đồ đó.

Bài 8. Bảng thống kê sau biểu diễn số huy chương vàng trong hai kì SEA Games 30 và 31 của đoàn thể thao Việt Nam, Thái Lan.

	SEA Games 30	SEA Games 31
Việt Nam	98	207
Thái Lan	92	92

(Nguồn: Thethaovanhoa.vn)

Hãy biểu diễn dữ liệu trên vào các dạng biểu đồ sau:

- 1) Vẽ biểu đồ hình cột để so sánh số huy chương của mỗi quốc gia đạt được qua hai kì SEA Games.
- 2) Vẽ biểu đồ hình tròn so sánh số huy chương của Việt Nam và Thái Lan trong mỗi kì SEA Games.

II. CÁC DẠNG BIỂU DIỄN KHÁC NHAU CHO MỘT TẬP DỮ LIỆU

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

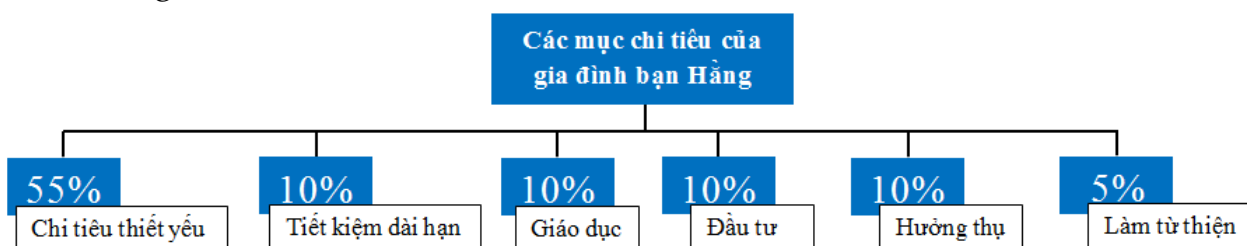
Biểu đồ trong hình bên biểu diễn dữ liệu về chi tiêu ngân sách của gia đình bạn Thanh. Em hãy giúp bạn Thanh hoàn thành công việc chuyển dữ liệu trên sang dạng thống kê theo mẫu sau:



Mục chi tiêu	Liệt kê chi tiết	Tỉ lệ phần trăm ngân sách
Chi tiêu thiết yếu	Tiền ăn, tiền ở, đi lại, hoá đơn tiện ích	?
Chi tiêu tài chính	Trả nợ, tiết kiệm, dự phòng	20%
Chi tiêu cá nhân	?	30%

Một tập dữ liệu có thể biểu diễn các dạng khác nhau. Chuyển đổi dữ liệu giữa các dạng giúp công việc thuận lợi và đạt hiệu quả hơn.

Ví dụ 2. Hình bên dưới minh họa dữ liệu về chi tiêu ngân sách của gia đình bạn Hùng.

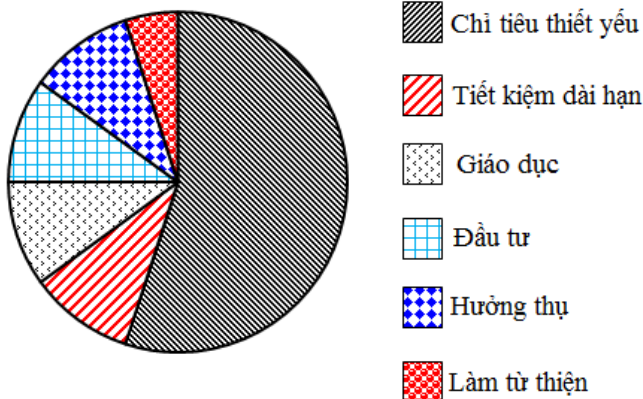


a) Em hãy giúp bạn ấy hoàn thành việc chuyển dữ liệu đó sang dạng bảng thống kê theo mẫu sau.

Mục chi tiêu	Chi tiêu thiết yếu	Tiết kiệm dài hạn	Giáo dục	Đầu tư	Hưởng thụ	Làm từ thiện
Tỉ lệ phần trăm	?	?	?	?	?	?

b) Hãy biểu diễn dữ liệu trong hình trên vào biểu đồ hình quạt tròn sau:

Tỉ lệ phần trăm chi tiêu ngân sách của gia đình bạn Hằng



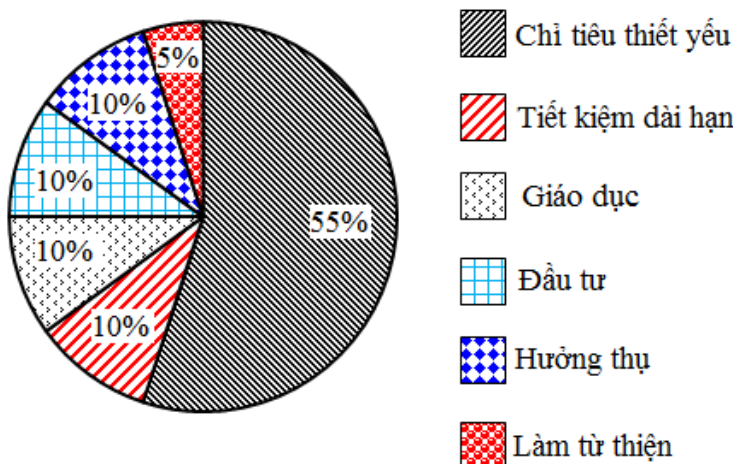
Hướng dẫn giải

a) Chuyển dữ liệu trong hình bên sang dạng bảng thống kê, ta có:

Mục chi tiêu	Chi tiêu thiết yếu	Tiết kiệm dài hạn	Giáo dục	Đầu tư	Hưởng thụ	Làm từ thiện
Tỉ lệ phần trăm	55%	10%	10%	10%	10%	5%

b) Biểu diễn dữ liệu trong hình trên vào biểu đồ hình quạt tròn:

Tỉ lệ phần trăm chi tiêu ngân sách của gia đình bạn Hằng



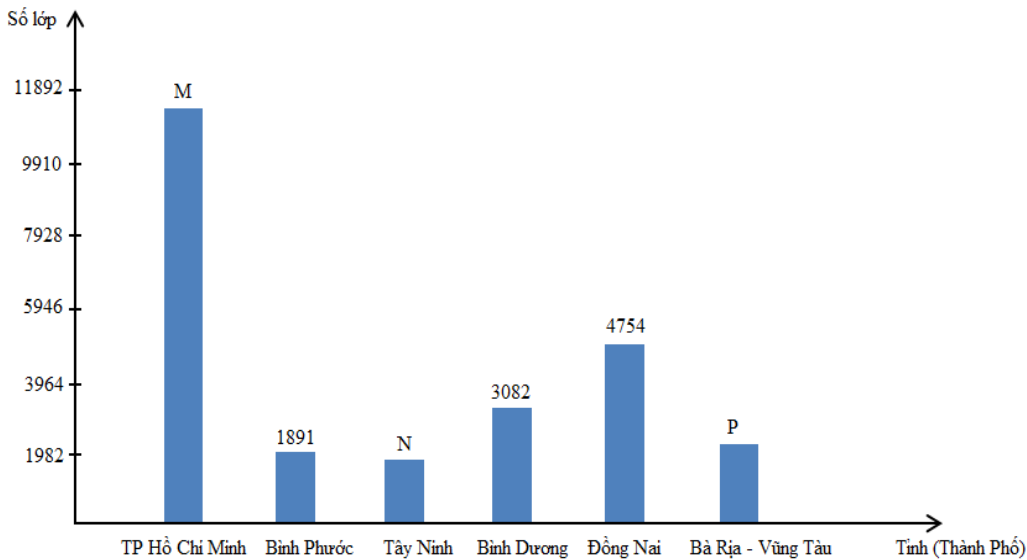
Ví dụ 3. Số liệu về số lớp học tập cấp Trung học cơ sở của 6 tỉnh, thành phố khu vực Đông Nam Bộ tính đến ngày 30/9/2021 được cho trong bảng thống kê sau:

Tỉnh, Thành Phố	Số lớp học
Thành Phố Hồ Chí Minh	11046
Bình Phước	1891

Tây Ninh	1678
Bình Dương	3082
Đồng Nai	4754
Bà Rịa Vũng Tàu	2105

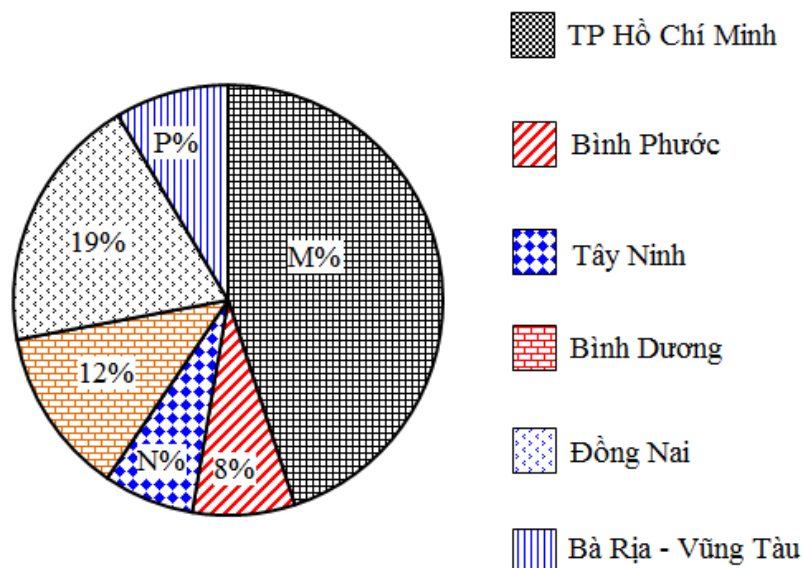
(Nguồn: Tổng cục thống kê)

a) Số liệu từ bảng thống kê trên được biểu diễn vào biểu đồ cột sau. Hãy tìm các giá trị của M, N, P trong biểu đồ đó.



Số lớp học tập cấp Trung học cơ sở của 6 tỉnh, Thành phố khu vực Đông Nam Bộ

b) Số liệu từ bảng thống kê trên được cho vào biểu đồ hình quạt trong như sau. Hãy tìm các giá trị của M, N, P trong biểu đồ.



Số lớp học tập cấp Trung học cơ sở của 6 tỉnh, Thành phố khu vực Đông Nam Bộ

c) So sánh ý nghĩa của hai loại biểu đồ trên.

Hướng dẫn giải

a) $M = 11046$, $N = 1678$, $P = 2105$

b) Tổng hợp lớp học cấp Trung học cơ sở của 6 tỉnh, thành phố khu vực Đông Nam Bộ là:

$$11046 + 1891 + 1678 + 3082 + 4754 + 2105 = 24556 \text{ (lớp)}$$

$$\text{Suy ra } M\% = \frac{11046}{24556} \cdot 100\% \approx 45\%; N\% = \frac{1678}{24556} \cdot 100\% \approx 7\%$$

$$P\% = \frac{2105}{24556} \cdot 100\% \approx 9\%$$

c) Biểu đồ cột cho ta thấy sự so sánh hơn kém về số lớp học cấp trung học cơ sở của 6 tỉnh, thành phố khu vực Đông Nam Bộ. Ví dụ: Thành Phố Hồ Chí Minh có đông số lớp học nhất, Tây Ninh có ít số lớp học nhất và số lớp học của Thành Phố Hồ Chí Minh nhiều hơn số lớp học của Tây Ninh là $11046 - 1678 = 9368$ (lớp).

Trong khi đó, biểu đồ hình quạt ngoài việc cho biết sự so sánh hơn kém về số lớp học cấp trung học cơ sở của 6 tỉnh, thành phố khu vực Đông Nam Bộ còn cho biết tỉ lệ phần trăm số học sinh lớp học của mỗi tỉnh thành so với toàn thể khu vực. Ví dụ: Thành phố Hồ Chí Minh có số lớp học nhiều gấp 5 lần số lớp học của Bà Rịa-Vũng Tàu và chiếm 45% so với tổng số lớp học của khu vực Đông Nam Bộ.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1: Cho bảng thống kê số tiết học các nội dung trong môn Toán của hai khối lớp 6 và 8 như sau:

Phần	Số và đại số	Hình học và đo lường	Một số yếu tố thống kê và xác suất	Hoạt động thực hành và trải nghiệm
Khối 6	68	40	23	15
Khối 8	60	50	20	10

Hãy biểu diễn tập dữ liệu trên dưới dạng:

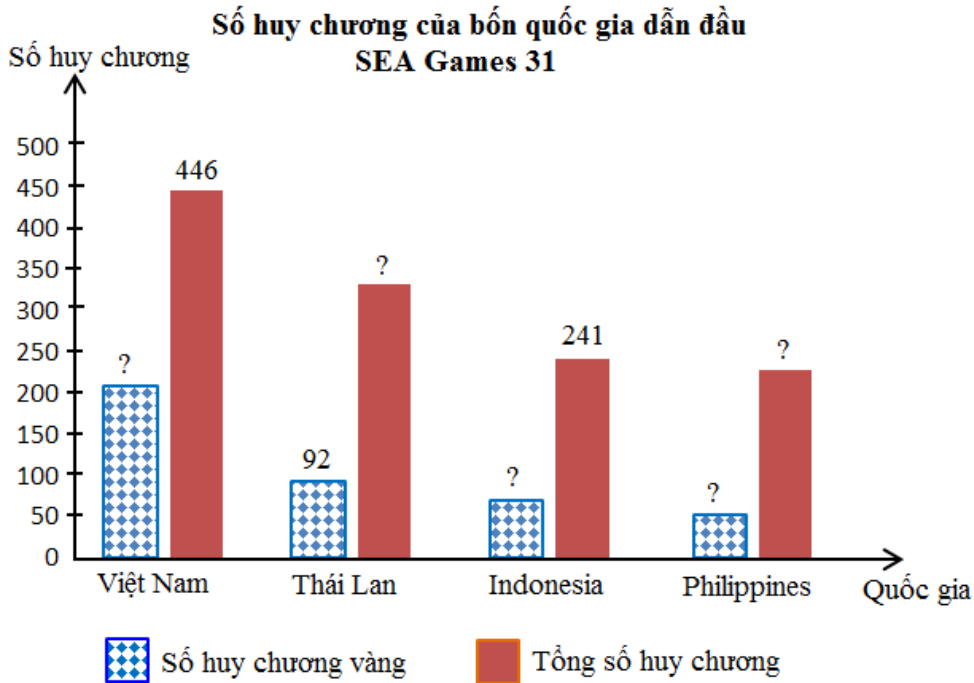
1) Hai biểu đồ cột. 2) Một biểu đồ cột kép

Bài 2: Thống kê số huy chương bốn quốc gia dẫn đầu SEA Games 31 được cho trong bảng số liệu sau:

Quốc Gia	Huy Chương Vàng	Tổng số huy chương
Việt Nam	207	446
Thái Lan	92	332
Indonesia	69	241
Philippines	52	227

Hãy chuyển dữ liệu trên đã cho vào trong bảng thống kê theo mẫu dưới đây và vào biểu đồ cột kép tườn ứng.

Quốc Gia	Việt Nam	Thái Lan	Indonesia	Philippines
Huy Chương Vàng	207	?	?	52
Tổng số huy chương	?	332	?	?



Bài 3: Kết quả học tập học kì 1 của học sinh lớp 8A và 8B được ghi lại trong bảng sau:

Xếp loại học tập	Tốt	Khá	Đạt	Chưa đạt
Lớp 8A	5%	45%	44%	6%
Lớp 8B	10%	50%	37%	3%

Lựa chọn dạng biểu đồ thích hợp để biểu diễn bảng thống kê trên và trả lời các câu hỏi sau:

- 1) So sánh tỉ lệ học sinh xếp loại học tập Tốt và Chưa đạt của hai lớp 8A và 8B.
- 2) Tổng số học sinh xếp loại học tập Tốt và Khá của lớp 8B bằng bao nhiêu phần trăm tổng số học sinh xếp loại học tập Tốt và Khá của lớp 8A.

Bài 4: Một giáo viên dạy Giáo dục thể chất đã thống kê thời gian chạy 100m (tính theo giây) của 20 học sinh nam và ghi lại trong bảng số liệu ban đầu như sau:

15	14	15	16	14	16	16	15	14	15
15	15	16	15	15	15	14	16	14	15

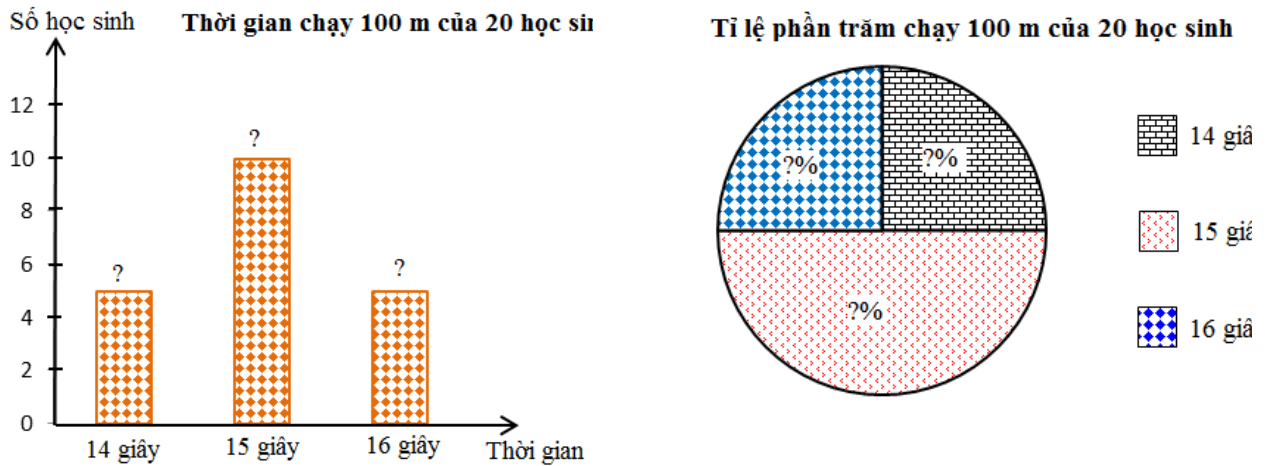
1) Chuyển dữ liệu từ bảng số liệu ban đầu ở trên sang dạng bảng thống kê sau đây:

Thời gian chạy (giây)	14	15	16
Số học sinh	?	?	?

Tỉ lệ phần trăm	?	?	?
-----------------	---	---	---

2) Hãy chuyển dữ liệu từ bảng thống kê ở câu 1 sang dạng biểu đồ cột và biểu đồ hình quạt tròn sau đây:

Biểu đồ hình quạt tròn.



Bài 3. PHÂN TÍCH DỮ LIỆU

Bà Hai đã ghi lại số trái mít bán được theo từng tháng trong năm trước như bảng sau:

Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Số trái mít bán được	34	25	65	75	124	180	130	50	55	54	65	38

Từ bảng trên, Bà Hai nhận định rằng: Hằng năm, số trái mít bán được vào tháng 6 và tháng 7 nhiều hơn các tháng còn lại. Nhờ vậy, tháng 6 năm nay bà Hai nhập mít nhiều hơn và bán được nhiều hơn các năm qua. Hãy thảo luận nhóm để tìm hiểu các lợi ích của việc phân tích dữ liệu thống kê.

I. PHÁT HIỆN VẤN ĐỀ QUA PHÂN TÍCH DỮ LIỆU THỐNG KÊ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Phân tích bảng thống kê sau để tìm số học sinh nữ và tổng số học sinh của lớp 8A.

Thống kê môn thể thao yêu thích của học sinh lớp 8A (mỗi học sinh chọn 1 môn)		
Môn thể thao	Nam	Nữ
Bóng đá	17	4
Bóng chuyền	3	2
Bơi lội	2	9
Bóng rổ	4	4

Phân tích dữ liệu thống kê giúp ta phát hiện các vấn đề quan tâm

Ví dụ 1: Phân tích bảng thống kê ở và cho biết môn thể thao nào có chênh lệch nam nữ chọn cao nhất.

Hướng dẫn giải

Phân tích bảng thống kê ở trên ta thấy:

Môn thể thao	Nam	Nữ	Chênh lệch
Bóng đá	17	4	13
Bóng chuyền	3	2	1
Bơi lội	1	7	6
Bóng rổ	4	4	0

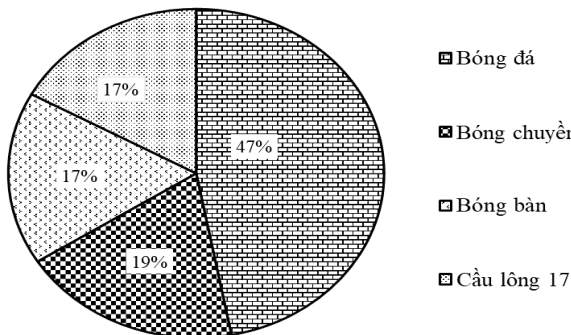
Vậy bóng đá là môn thể thao có chênh lệch nam nữ chọn cao nhất.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1. Hãy phân tích bảng thống kê ở trên, và cho biết môn thể thao nào có tỉ lệ số học sinh nữ chọn so với số học sinh nam chọn cao nhất.

Bài 2. Phân tích biểu đồ thống kê bên dưới và cho biết:

Môn thể thao được yêu thích nhất của học sinh khối 8



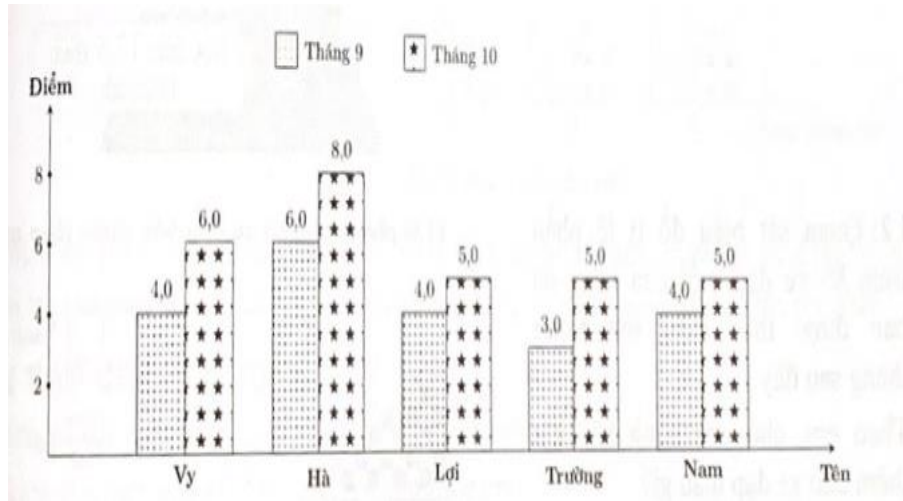
- 1) Môn thể thao được yêu thích nhất của học sinh khối 8 ;
- 2) Tỉ lệ học sinh yêu thích môn bóng đá so với các môn thể thao còn lại của học sinh khối 8.

II. HƯỚNG DẪN GIẢI QUYẾT CÁC VẤN ĐỀ QUA PHÂN TÍCH BIỂU ĐỒ THỐNG KÊ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Thầy giáo dạy môn Khoa học tự nhiên lớp 8C thực hiện giáo dục STEM từ tháng 10 và biểu diễn điểm kiểm tra của năm học sinh cần giúp đỡ của lớp

trong tháng 9 và tháng 10 dưới dạng biểu đồ nhu bên. Em hãy đọc biểu đồ đó và so sánh kết quả học tập của các bạn trước và sau khi thầy giáo thực hiện giáo dục STEM. Theo em, thầy giáo có nên tiếp tục thực hiện giáo dục STEM không? Việc phân tích biểu đồ thống kê giúp ta nắm bắt thông tin nhanh chóng, từ đó có những lựa chọn hoặc ra quyết định hợp lí hơn.



Ví dụ 2. Hãy trả lời câu hỏi trong cho thấy các bạn học sinh đều có kết quả học tập tiến bộ hơn. Vì vậy, có thể thầy giáo sẽ quyết định sẽ tiếp tục thực hiện giáo dục STEM trong các tháng kế tiếp.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 3: Số lượng giỏ trái cây bán được trong mùa hè vừa qua của sáu cửa hàng được biểu diễn trong biểu đồ sau:

Cửa hàng	Số giỏ trái cây bán được
Bốn Mùa	
Tươi Xanh	
Miệt Vườn	
Phù Sa	
Xanh Sạch	
Quả Ngọt	



= 100 giỏ trái cây;



= 50 giỏ trái cây.

Trong tình huống những cửa hàng bán được dưới 200 giỏ trái cây buộc phải đóng cửa hoặc chuyển sang kinh doanh mặt hàng khác, em hãy cho biết đó có thể là cửa hàng nào.

Bài 4: Trong tình huống của bài 3, có thêm thông tin cho biết những cửa hàng bán được từ 500 giỏ trái cây trở lên dự định sẽ đầu tư xây một nhà kho bảo quản. Em hãy cho biết đó có thể là những cửa hàng nào.

C. BÀI TẬP TỰ RÈN

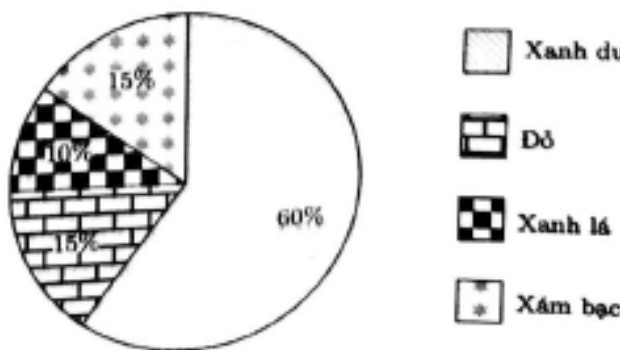
Bài 1. Hãy phân tích bảng thống kê sau để tìm:



- 1) Số học sinh bình quân trên một giáo viên;
- 2) Số học sinh bình quân trong một lớp.

Bài 2. Quan sát biểu đồ tỉ lệ phần trăm số xe đạp một cửa hàng đã bán được theo màu sơn trong tháng sau đây.

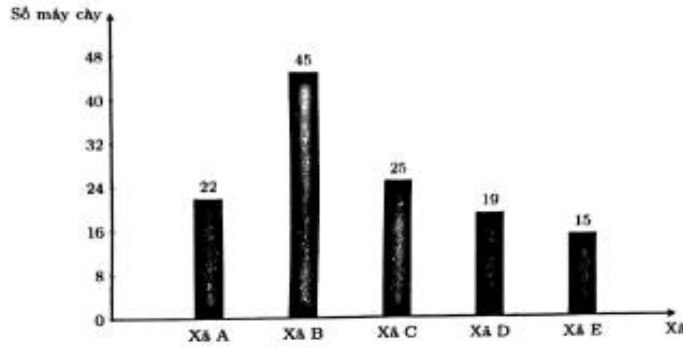
Tỉ lệ phần trăm số xe đạp bán được theo màu sơn



Theo em, chủ cửa hàng nên đặt thêm cho xe đạp màu gì?

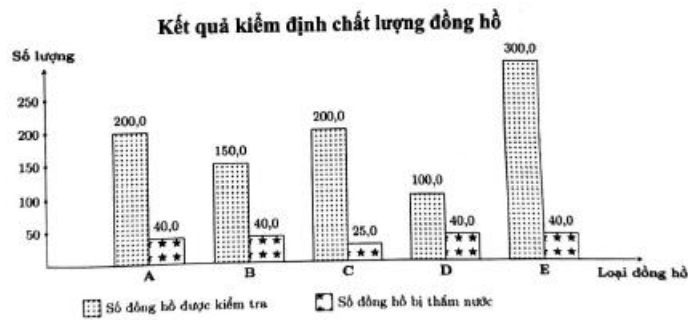
Bài 3. Đọc biểu đồ biểu diễn số máy cày có trong năm xã sau đây và trả lời các câu hỏi bên dưới.

Số máy cày của năm xã



- 1) Xã nào có nhiều máy cày nhất? Xã nào có ít máy cày nhất?
- 2) Trong tình huống xã có trên 20 máy cày cần đầu tư một trạm bảo trì và sửa chữa riêng, theo em đó là những xã nào?

Bài 4. Một số công ty sản xuất đồng hồ đeo tay quảng cáo rằng đồng hồ của họ chống thấm nước. Sau khi cơ quan kiểm định chất lượng kiểm tra, kết quả được công bố như biểu đồ sau:



Từ biểu đồ cột kép trên, hãy tính tỉ số giữa số đồng hồ bị thấm nước và số đồng hồ đem kiểm tra của mỗi loại đồng hồ và dự đoán loại đồng hồ nào chống thấm nước tốt nhất.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG

Bài 1. Em hãy đề xuất phương pháp thu thập dữ liệu cho các vấn đề sau:

- 1) Ý kiến của học sinh về 3 mẫu logo của trường em.
- 2) Tỉ số giữa số lần xuất hiện mặt có số chấm là số chẵn và số lần xuất hiện mặt có số chấm là số lẻ khi gieo một con xúc xắc 20 lần.
- 3) So sánh dân số ba nước Đông Dương.
- 4) Lượng mưa trung bình 12 tháng trong năm của một địa phương.

Bài 2. Bảng thống kê sau cho biết sự lựa chọn của 100 khách hàng mua điện thoại đi động.

Thương hiệu điện thoại di động	Số khách hàng chọn
N	38

S	35
H	15
I	12

Xét tính hợp lí của các quảng cáo sau đây đối với nhãn hiệu điện thoại I:

- 1) Là sự lựa chọn của mọi người dùng điện thoại.
- 2) Là sự lựa chọn hàng đầu của người dùng điện thoại.

Bài 3. Sau khi phỏng vấn thăm dò ý kiến của 100 bạn học sinh khối 8 về chủ trương "Xin phép mặc đồng phục riêng của lớp khi đi cắm trại", bạn Thoa đã thu được bảng thống kê sau:

Ý kiến	Số học sinh
Đồng ý	33
Không đồng ý	54
Không có ý kiến	13

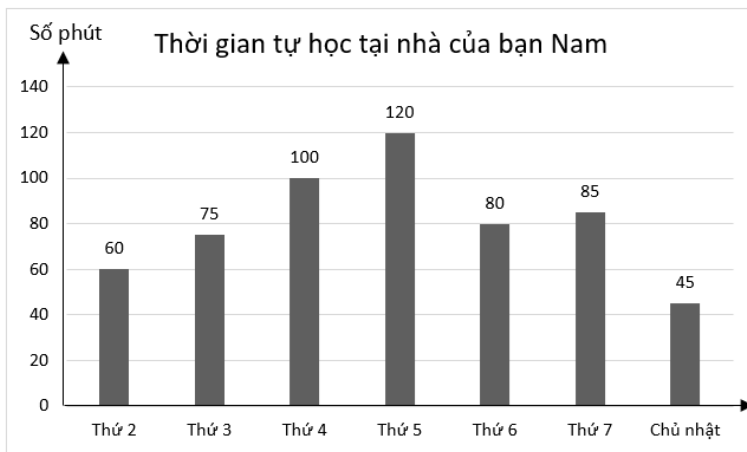
Kết luận nào sau đây có thể đại diện hợp lí cho dữ liệu thống kê trên:

- 1) Đa số học sinh khối 8 đồng ý.
- 2) Đa số học sinh khối 8 không đồng ý.
- 3) Đa số học sinh khối 8 không có ý kiến.

Bài 4. Lựa chọn dạng biểu đồ thích hợp để biểu diễn các thông tin từ bảng thống kê sau:

Thống kê môn thể thao ưa thích nhất của học sinh lớp 8B		
Môn thể thao	Số học sinh chọn	Tỉ số phần trăm
Bóng đá	20	47%
Bóng chuyền	7	17%
Bơi lội	7	17%
Bóng rổ	8	19%

Bài 5. Thời gian tự học tại nhà của bạn Nam trong một tuần được biểu diễn trong biểu đồ cột sau đây. Em hãy vẽ biểu đồ đoạn thẳng tương ứng.



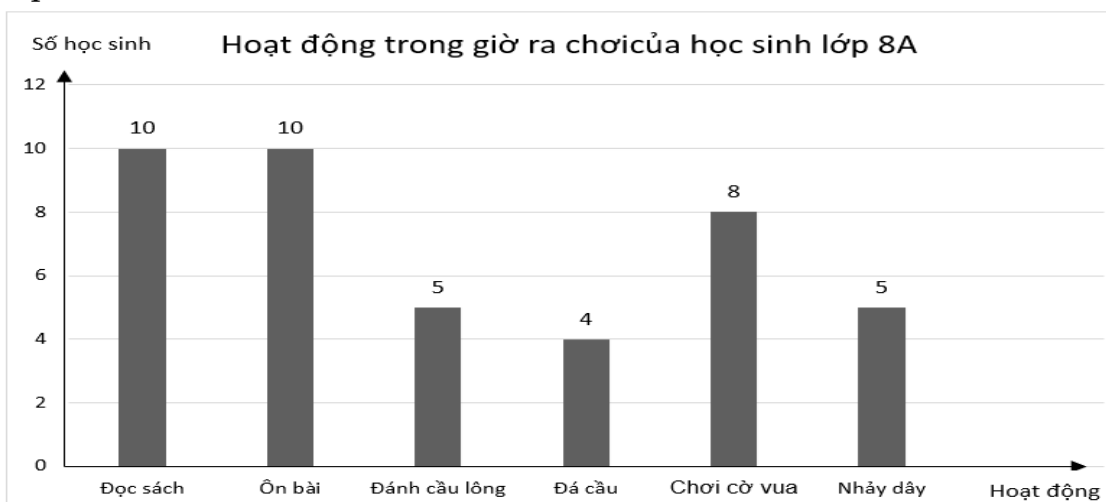
Bài 6. Bảng số liệu sau cung cấp giá vé xe buýt giữa các địa điểm (đơn vị: đồng).

Địa điểm	I	II	III	IV	V
I	-	10000	5000	15000	10000
II	10000	-	7000	25000	20000
III	5000	7000	-	20000	15000
IV	15000	25000	20000	-	10000
V	10000	20000	15000	10000	-

Hãy phân tích dữ liệu từ bảng thống kê trên để trả lời các câu hỏi sau:

- 1) Trong các tuyến đi từ địa điểm IV, tuyến nào có giá vé thấp nhất?
- 2) Hành khách từ địa điểm II đi đến địa điểm nào có giá vé cao nhất?

Bài 7. Biểu đồ sau đây biểu diễn dữ liệu về hoạt động trong giờ ra chơi của học sinh lớp 8A.



- 1) Hãy phân tích dữ liệu từ biểu đồ trên để so sánh số học sinh tham gia hoạt động tại chỗ (đọc sách, ôn bài, chơi cờ vua) và hoạt động vận động (đánh cầu lông, đá cầu, nhảy dây) trong giờ ra chơi.
- 2) Theo em các bạn lớp 8A nên tăng cường loại hoạt động nào để có lợi cho sức khỏe?

Bài 8. Giá trị (triệu USD) xuất khẩu cà phê và gạo của Việt Nam trong các năm 2015, 2018, 2019, 2020 được cho trong bảng thống kê sau:

Năm	2015	2018	2019	2020
Cà phê	2671	3536,4	2863,8	2742
Gạo	2796,3	3060,2	2806,4	3120

(Nguồn: Tổng cục Thống kê)

- 1) Lựa chọn dạng biểu đồ thích hợp để biểu diễn bảng thống kê trên.
- 2) Tìm các năm giá trị xuất khẩu cà phê vượt giá trị xuất khẩu gạo.

CHƯƠNG 5: HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

Bài 1. KHÁI NIỆM VỀ HÀM SỐ

I. KHÁI NIỆM HÀM SỐ

a) Nhiệt độ cơ thể d ($^{\circ}\text{C}$) của bệnh nhân theo thời gian h (giờ) trong ngày được ghi trong bảng sau:

h (giờ)	7	8	9	10	11	12	13	14	15
d ($^{\circ}\text{C}$)	36	37	36	37	38	37	38	39	39

Ứng với mỗi giờ em được bao nhiêu số chỉ nhiệt độ?

b) Thời gian t (giờ) để một vật chuyển động đều đi hết quãng đường 180 km tỉ lệ nghịch với vận tốc v (km/h) của nó theo công thức: $t = \frac{180}{v}$.

b1) Tính và lập bảng các giá trị tương ứng của t khi v lần lượt bằng 10; 20; 30; 60; 180.

b2) Ứng với mỗi giá trị của đại lượng v em tính được bao nhiêu giá trị của đại lượng t ?

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Nếu đại lượng y phụ thuộc vào một đại lượng thay đổi x sao cho với mỗi giá trị của x ta luôn xác định được duy nhất một giá trị tương ứng của y thì y được gọi là hàm số của biến số x .

Ví dụ 1. Hãy chỉ ra các đại lượng là hàm số và biến số trong a) và b) ở trên.

Hướng dẫn giải:

Đại lượng d là hàm số của biến số h .

Đại lượng t là hàm số của biến số v .

Ví dụ 2. Quãng đường đi được $S(\text{km})$ của một xe máy chuyển động với vận tốc

60 km/h được cho bởi công thức $S = 30t$, trong đó t (giờ) là thời gian xe máy di chuyển.

a) Tính và lập bảng các giá trị tương ứng của S khi t nhận các giá trị lần lượt là 1; 2; 3; 4 (giờ).

b) Với mỗi giá trị của t , ta xác định được bao nhiêu giá trị tương ứng của S ?

Hướng dẫn giải

a) Với $t = 1$ thì $S = 30 \cdot (1) = 30$

Với $t = 2$ thì $S = 30 \cdot (2) = 60$

Với $t = 3$ thì $S = 30 \cdot (3) = 90$

Với $t = 4$ thì $S = 30 \cdot (4) = 120$

Bảng giá trị tương ứng

t (giờ)	1	2	3	4
$S(\text{km})$	30	60	90	120

b) Với mỗi giá trị của t , ta xác định được duy nhất một giá trị tương ứng của S .

Ví dụ 3. Các giá trị tương ứng của hai đại lượng x và y được cho bởi các bảng sau.

Đại lượng y có phải là một hàm số của đại lượng x không?

a)

x	-	-	1	2	3	5
-----	---	---	---	---	---	---

y	-	-	3	4	5	2
---	---	---	---	---	---	---

b)

x	-	-	1	2	3	-
y	-	1	0	4	6	2

Hướng dẫn giải

a) Đại lượng y là hàm số của x vì với mỗi giá trị của $x(x \in \{-4; -3; 1; 2; 3; 5\})$, ta luôn xác định được chỉ một giá trị tương ứng của y .

b) Đại lượng y không phải là một hàm số của x vì với $x = -3$ ta xác định được hai giá trị tương ứng của $y(y = -2$ và $y = 2)$.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1. Nhiệt độ $T(^{\circ}\text{C})$ tại các thời điểm t (giờ) của Thành phố Hồ Chí Minh vào một ngày được cho trong bảng sau:

T (giờ)	0	4	8	12	16
T ($^{\circ}\text{C}$)	23	23	24	26	27

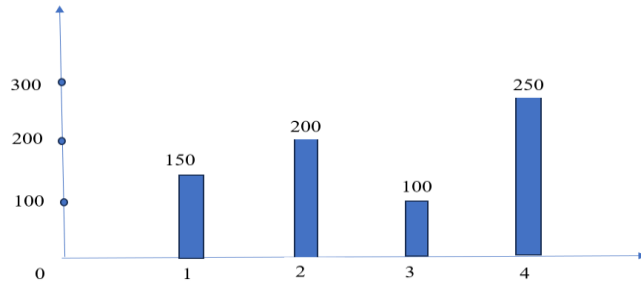
1) Hãy cho biết nhiệt độ của Thành phố Hồ Chí Minh vào thời điểm 12 giờ trưa ngày hôm đó.

2) Với mỗi giá trị của t , ta xác định được bao nhiêu giá trị tương ứng của T ?

Bài 2. Viết công thức tính thời gian di chuyển t (giờ) của một ô tô chuyển động trên quãng đường dài 120 km với vận tốc không đổi v (km/h). Thời gian di chuyển t có phải là một hàm số của vận tốc v không? Tính giá trị của t khi $v = 40$ (km/h).

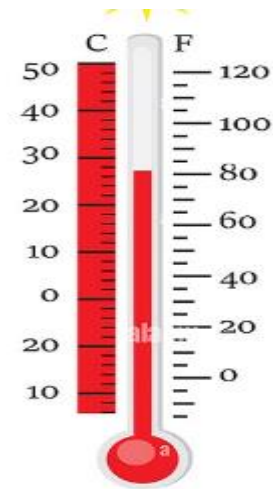
Bài 3. Mô tả các đại lượng là hàm số

Doanh thu của cửa hàng và biến số trong các mô hình sau:



- 1) Biểu đồ cột chi doanh thu y (triệu đồng) của một cửa hàng trong tháng x .
- 2) Quãng đường s (km) đi được trong thời gian t (giờ) của một chiếc xe chạy với tốc độ không đổi bằng 40 km/h .
- 3) Số tiền y (đồng) người mua phải trả cho x quyển vở có giá 10000 đồng/quyển.

Bài 4: Khi đo nhiệt độ, ta có công thức đổi từ đơn vị độ C (Celsius) sang đơn vị độ F (Fahrenheit) như sau: $F = 1,8C + 32$. Theo em, F có phải là 1 hàm số theo biến số C hay không? Giải thích.



Bài 5. Các giá trị tương ứng của hai đại lượng x và y được cho trong bảng sau:

x	-	-	-6	-	3	-	-	9
y	1	5	10	9	7	5	3	1

Đại lượng y có phải là hàm số của đại lượng x không? Giải thích.

Hướng dẫn giải:

Đại lượng y không là hàm số của đại lượng x vì với giá trị của $x = -6$ ta xác định được hai giá trị của y là 10 và 3.

Bài 6. Các giá trị tương ứng của hai đại lượng x và y được cho trong bảng sau:

x	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4
y	15	13	14	12	1	2	3	4

Đại lượng y có phải là hàm số của đại lượng x không? Giải thích.

Bài 7. Các giá trị tương ứng của hai đại lượng x và y được cho trong bảng sau:

x	-	-	-	-	0	-	4	6
y	1	3	5	7	7	5	3	1

Đại lượng y có phải là hàm số của đại lượng x không? Giải thích.

Bài 2: GIÁ TRỊ CỦA HÀM SỐ

Cho biết đại lượng y được tính theo đại lượng x như sau: $y = 2x + 3$

x	1	2	3	4	...
$y = 2x - 4$	-2	0	2

a) Tính y khi $x = 4$.

b) Cho x một giá trị tùy ý, tính giá trị tương ứng của y .

Cách cho một hàm số

Hàm số có thể được cho bằng bảng, biểu đồ hoặc bằng công thức,...

Nếu y là hàm số của x ta có thể viết $y = f(x)$, $y = g(x)$,... chẳng hạn, với hàm số được cho bởi công thức $y = 2x + 3$, ta còn có thể viết $y = f(x) = 2x + 3$.

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Cho hàm số $y = f(x)$, nếu ứng với $x = a$ ta có $y = f(a)$ thì $f(a)$ được gọi là giá trị của hàm số $y = f(x)$ tại $x = a$.

Bảng số liệu sau đây được gọi là một bảng giá trị của hàm số $y = f(x)$

x	a	b	c
$y = f(x)$	$f(a)$	$f(b)$	$f(c)$

Ví dụ 1: Cho hàm số $y = f(x) = -4x + 5$

a) Tính $f(2), f(-4)$.

b) Lập bảng giá trị của hàm số x lần lượt bằng $-3; -2; 0; 1; 3$.

Hướng dẫn giải

a) Thay $x = 2$ và $x = -4$ vào $f(x)$ ta có:

$$f(2) = -4.(2) + 5 = -8 + 5 = -3$$

$$f(-4) = -4.(-4) + 5 = 16 + 5 = 21$$

b) Cho x lần lượt bằng $-3; -2; 0; 1; 3$, ta có bảng giá trị của hàm số:

x	-3	-2	0	1	3
-----	----	----	---	---	---

$y = f(x) = -4x + 5$	17	13	5	1	-7
----------------------	----	----	---	---	----

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1: Các giá trị tương ứng của hai đại lượng x và y được cho trong bảng sau:

x	-3	-2	-1	1	2	3
y	-6	-4	-2	2	4	6

Đại lượng y có phải là hàm số của đại lượng x không?

Bài 2: Cho hàm số $y = f(x) = x^2$

- Tính $f(2); f(-4)$.
- Lập bảng trị của hàm số với x lần lượt bằng $-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3$

Bài 3: Cho hàm số: $y = f(x) = 2x^2 - 3$

- Tính $f(-1); f(-3)$
- Lập bảng giá trị của hàm số với x lần lượt bằng: $-2; 0; 1; 2; 3$

Bài 4: Gọi $C = f(d)$ là hàm số mô tả mối quan hệ giữa chu vi C và đường kính d của một đường tròn. Tìm công thức $f(d)$ và lập bảng giá trị của hàm số ứng với d lần lượt bằng $1; 2; 3; 4$ (theo đơn vị cm).

Lưu ý: Khi x thay đổi mà y luôn nhận một giá trị không đổi c thì y được gọi là hàm hằng, kí hiệu $y = f(x) = c$.



Ví dụ 2: Nhiệt độ N của một máy ấp trứng gà được cài đặt luôn bằng $37,5^\circ C$ không thay đổi theo thời gian t . Em hãy viết công thức xác định hàm số $N(t)$ của nhiệt độ theo thời gian.

Hướng dẫn giải

Vì nhiệt độ không đổi và luôn bằng $37,5^\circ C$ với mọi giá trị của biến số t nên ta có hàm hằng:
 $N(t) = 37,5$

C. BÀI TẬP TỰ RÈN

Bài 1: Các giá trị tương ứng của hai đại lượng x và y được cho trong bảng sau:

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	9	9	9	9	9	9	9	9

Đại lượng y có phải là hàm số của đại lượng x không? Giải thích.

Bài 2: Các giá trị tương ứng của hai đại lượng x và y được cho trong bảng sau:

x	-5	-3	-1	0	1	3	5
y	25	9	1	0	1	9	25

Đại lượng y có phải là hàm số của đại lượng x không? Giải thích.

Bài 3: Các giá trị tương ứng của hai đại lượng x và y được cho trong bảng sau:

x	-3	-8	-6	-2	3	-8	-6	9
y	1	5	10	9	7	5	3	1

Đại lượng y có phải là hàm số cử đại lượng x không? Giải thích.

Hướng dẫn giải

Đại lượng y không là hàm số của đại lượng x vì với giá trị của $x = -6$ ta xác định được hai giá trị của là y là 10 và 3

Bài 4: Các giá trị tương ứng của hai đại lượng x và y được cho trong bảng sau:

x	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4
y	15	13	14	12	1	2	3	4

Đại lượng y có phải là hàm số cử đại lượng x không? Giải thích.

Bài 5: Các giá trị tương ứng của hai đại lượng x và y được cho trong bảng sau:

x	-	-	-	-	0	-	4	6
y	1	3	5	7	7	5	3	1

Đại lượng y có phải là hàm số cử đại lượng x không? Giải thích.

Bài 6: Các giá trị tương ứng của hai đại lượng x và y được cho trong bảng sau:

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	9	9	9	9	9	9	9	9

Đại lượng y có phải là hàm số cử đại lượng x không? Giải thích.

Bài 7: Các giá trị tương ứng của hai đại lượng x và y được cho trong bảng sau:

x	-5	-	-	0	1	3	5
y	25	9	1	0	1	9	25

Đại lượng y có phải là hàm số cử đại lượng x không? Giải thích.

Bài 8: Cho hàm số $y = f(x) = 4x$

1) Tính: $f(1); f(-2); f(5); f\left(\frac{3}{4}\right); f\left(\frac{-5}{8}\right)$

2) Lập bảng các giá trị tương ứng của y khi x lần lượt nhận các giá trị: $-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3$

Bài 9: Cho hàm số $y = f(x) = x^2 - 3y$. Tính: $f(-3); f(-2); f(-1); f(0); f(2); f(4)$

Bài 10: Khối lượng $m(g)$ của một thanh sắt có khối lượng riêng là $7,8kg / dm^3$ tỉ lệ thuận với thể tích $V(cm^3)$ theo công thức $m = 7,8V$. Đại lượng m có phải là hàm số của đại lượng V không? Nếu có, tính $m(10), m(20), m(30), m(35), m(40), m(50), m(60)$.

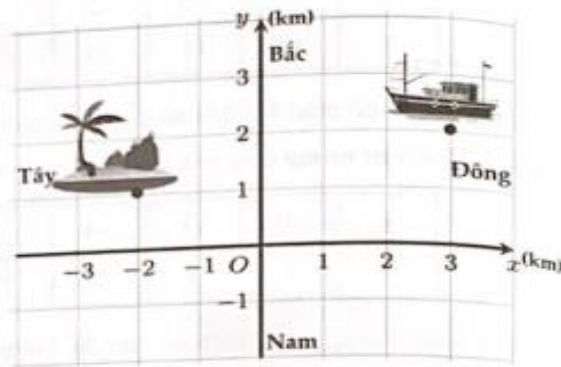
Bài 11: Thời gian t (giờ) của một vật chuyển động đều 20 km tỉ lệ nghịch với vận tốc $v(\text{ km / h})$ của nó theo công thức $t = \frac{20}{v}$. Tính và lập bảng các giá trị tương ứng của t khi v lần lượt nhận các giá trị $5; 10; 20; 25; 40; 80$.

Bài 3. TỌA ĐỘ CỦA MỘT ĐIỂM VÀ ĐỒ THỊ HÀM SỐ.

I. TỌA ĐỘ CỦA MỘT ĐIỂM

Trên biển có một con tàu ở vị trí A và một hòn đảo ở vị trí B. Hãy mô tả vị trí của con tàu và vị trí của hòn đảo so với vị trí của hai trục Ox và Oy.

Trong thực tế, có nhiều tình huống chúng ta cần phải xác định vị trí của các điểm trên mặt phẳng.



A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

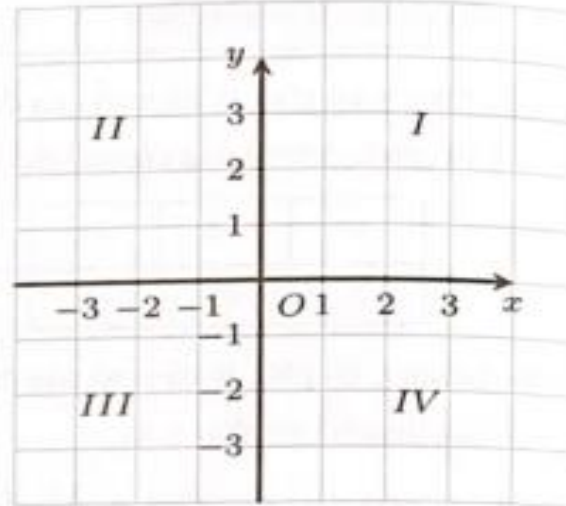
Mặt phẳng tọa độ

Trên mặt phẳng, ta vẽ hai trục Ox và Oy vuông góc với nhau tại gốc O của mỗi trục, khi đó là có hệ trục tọa độ Oxy

Các trục Ox, Oy gọi là các trục tọa độ. Ox gọi là trục hoành và thường được vẽ nằm ngang, Oy gọi là trục tung và thường được vẽ thẳng đứng. Giao điểm O được gọi là gốc tọa độ.

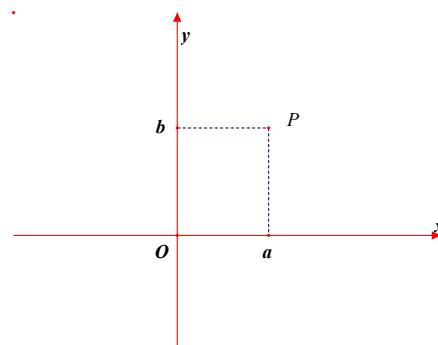
Mặt phẳng có hệ trục tọa độ Oxy gọi là mặt phẳng tọa độ Oxy. Hai trục Ox, Oy chia mặt phẳng tọa độ Oxy thành bốn góc, góc phân tư thứ I, II, III, IV.

Các đơn vị dài trên hai trục tọa độ thường được chọn bằng nhau (nếu không nói gì thêm).



Tọa độ của một điểm trên mặt phẳng tọa độ

Ta xác định vị trí một điểm P trong mặt phẳng tọa độ Oxy bằng cách dùng hai số thực như sau: Từ P vẽ các đường vuông góc với các trục tọa độ cắt trục hoành tại điểm a và trục tung tại điểm b . Khi đó cặp số $(a;b)$ gọi là tọa độ của điểm P và kí hiệu $P(a;b)$. Số a gọi là hoành độ và số b gọi là tung độ của điểm P .

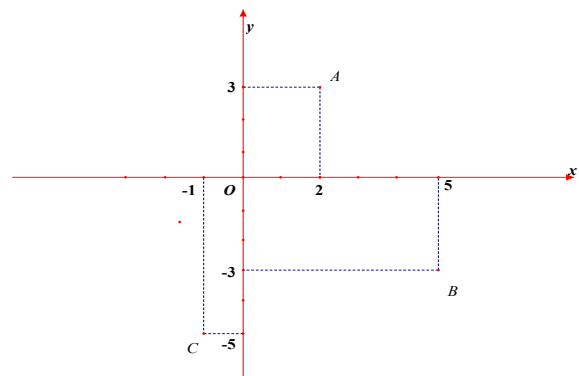


Chú ý: Trên mặt phẳng tọa độ, mỗi điểm P xác định đúng một cặp số $(a;b)$.

Ví dụ 1: Tìm tọa độ của các điểm A, B, C trong hình bên

Hướng dẫn giải

Qua A kẻ các đường thẳng vuông góc với hai trục tọa độ, các đường này cắt Ox tại 2 điểm và cắt Oy tại 3 điểm. Ta được tọa độ điểm $A(2;3)$

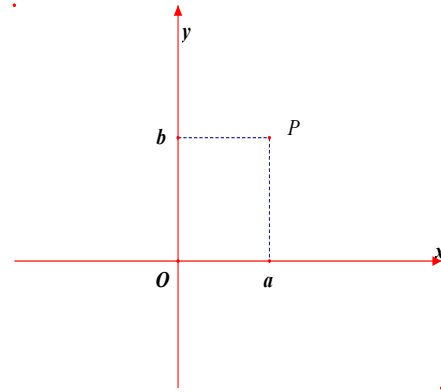


Tương tự, ta có: $B(5;-3); C(-1;-5)$

II. XÁC ĐỊNH MỘT ĐIỂM TRÊN MẶT PHẪNG TỌA ĐỘ KHI BIẾT TỌA ĐỘ CỦA NÓ

Để xác định một điểm P có tọa độ là $(a;b)$, ta thực hiện các bước sau:

- Tìm trên trục hoành điểm a và vẽ đường thẳng vuông góc với trục này tại điểm a
- Tìm trên trục tung điểm b và vẽ đường thẳng vuông góc với trục này tại điểm b
- Giao điểm của hai đường thẳng vừa vẽ cho ta điểm P cần tìm.

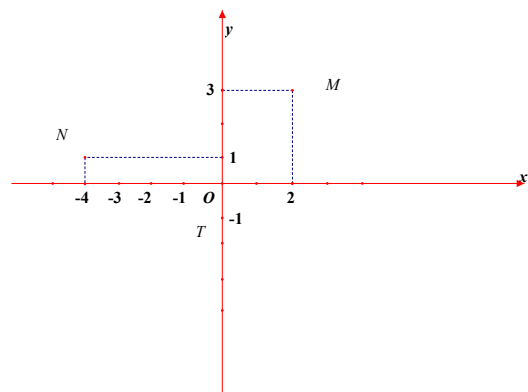


Chú ý: Trên mặt phẳng tọa độ, mỗi cặp số $(a;b)$ xác định một điểm P duy nhất

Ví dụ 2: Vẽ một hệ trục tọa độ Oxy và đánh dấu các điểm $M(2;3), N(-4;1), T(0;-1)$

Hướng dẫn giải

Các điểm $M(2;3), N(-4;1), T(0;-1)$ được xác định trên mặt phẳng tọa độ Oxy như hình sau:

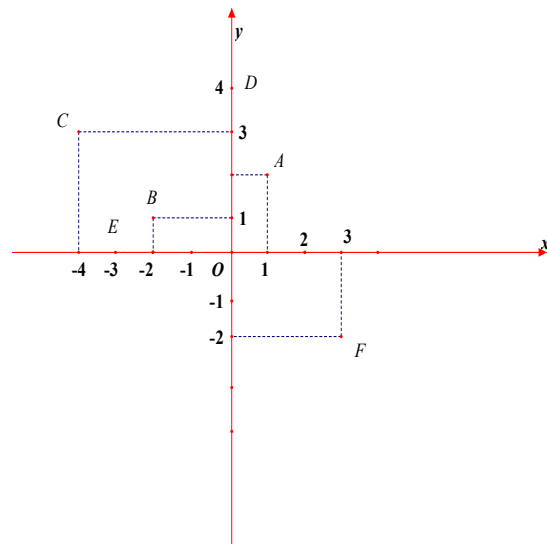


B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1: Tìm tọa độ của các điểm O, E, F trong hình vẽ bên

Bài 2: Vẽ một hệ trục tọa độ Oxy và đánh dấu các điểm $A(2;0), B(0;-3), C(3;-4), D(1;3)$.

Bài 3: Vẽ một hệ trục tọa độ Oxy và đánh dấu các điểm $E(-3;0), F(0;2), M(2;1), N(3;1)$



III. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

Làm thế nào để biểu diễn hàm số $y = f(x)$ trên mặt phẳng tọa độ?

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Người ta có thể biểu diễn hàm số $y = f(x)$ một cách trực quan bằng cách vẽ các điểm có tọa độ $(x; y)$ trong mặt phẳng tọa độ.

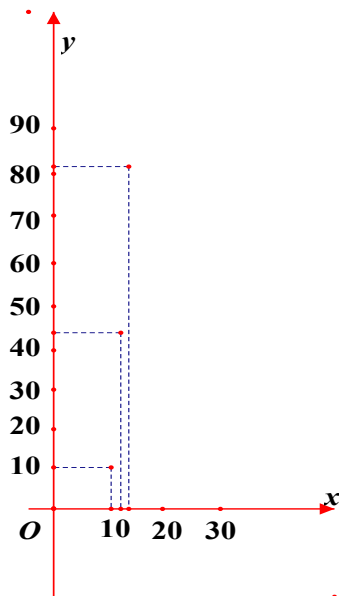
Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy là tập hợp tất cả các điểm $M(x; f(x))$ trong mặt phẳng tọa độ.

Ví dụ 3: Vẽ đồ thị của hàm số $y = f(x)$ cho bằng bảng sau:

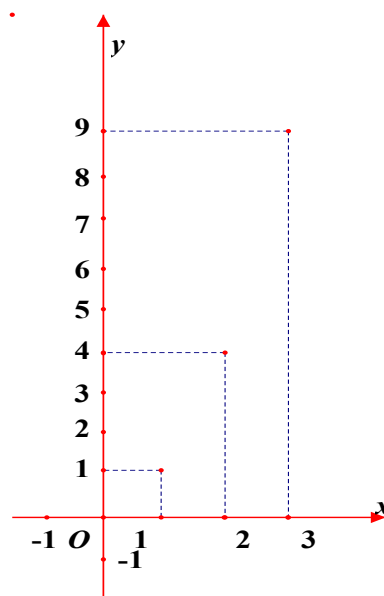
x	10	12	14
$y = f(x)$	10	44	86

Hướng dẫn giải

Đồ thị hàm số là tập hợp các điểm có tọa độ $(10;10), (12;44), (14;86)$ được vẽ trên mặt phẳng tọa độ (Hình a).



Hình a)



Hình b)

Ví dụ 4: Lập bảng giá trị của hàm số có đồ thị như hình b

Hướng dẫn giải

Ta có bảng giá trị của hàm số đã cho như sau:

x	1	2	3
y	1	4	9

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

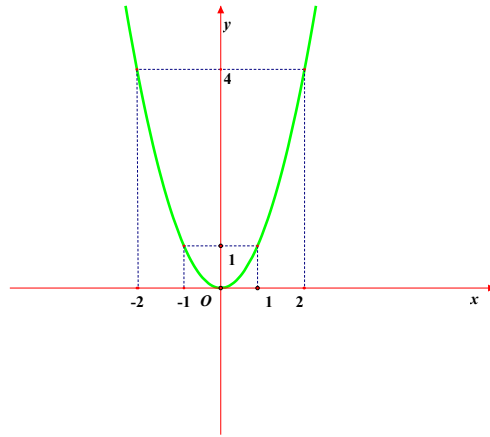
Bài 1: Vẽ đồ thị của hàm số $y = f(x)$ cho bằng bảng sau:

x	-2	-1	0	1	2
y	2	1	0	-1	-2

Bài 2: Vẽ đồ thị của hàm số $y = f(x)$ cho bằng bảng sau:

x	-2	-1	0	1	2
y	2	1	0	-1	-2

Bài 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hãy hoàn thành bảng giá trị của hàm số sau đây:



x	-2	-1	0	1	2
y	?	?	?	?	?

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1: Vẽ một hệ trục tọa độ Oxy và đánh dấu các điểm $A(-2;0), B(3;0), C(4;0)$.

- 1) Em hãy nhận xét gì về các điểm A, B, C ?
- 2) Em hãy cho biết một điểm bất kì trên trục hoành có tung độ bằng bao nhiêu.

Bài 2: Vẽ một hệ trục tọa độ Oxy và đánh dấu các điểm $M(0;-2), N(0;1), P(0;4)$

1. Em có nhận xét gì về các điểm M, N, P ?
2. Em hãy cho biết một điểm bất kì trên trục tung có hoành độ bằng bao nhiêu?

Bài 3: Vẽ một hệ trục Oxy và đánh dấu các điểm $A(-3;3), B(3;3), C(3;-3), D(-3;-3)$.

Nêu nhận xét về các cạnh và các góc của tứ giác $ABCD$.

Bài 4: Vẽ đồ thị hàm số được cho bởi bảng sau:

x	-3	-1	0	1	2
y	-6	-2	0	2	4

Bài 5: Trong những điểm sau, tìm điểm thuộc đồ thị của hàm số $y = 4x$

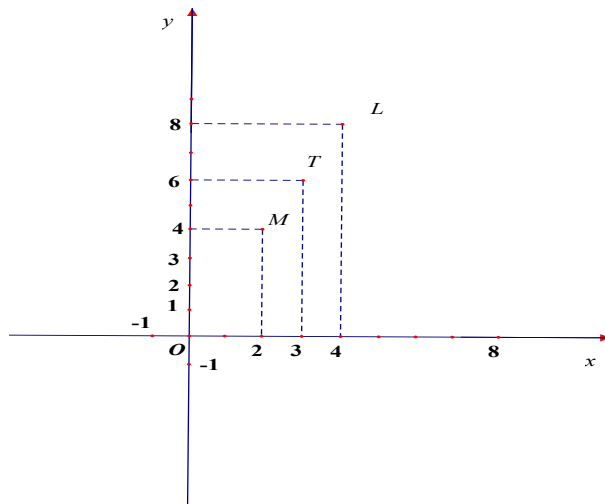
$M(-1;-4)$ $N(1;-4)$ $P\left(\frac{1}{4};1\right)$

Bài 6: Cho y là hàm số của biến số x . Giá trị tương ứng x, y được cho trong bảng sau:

x	-2	-1	0	1	2
y	-6	-3	0	3	6

- 1) Vẽ hệ trục tọa độ Oxy và xác định các điểm, biểu diễn các cặp giá trị $(x; y)$ tương ứng có trong bảng trên
- 2) Em có nhận xét gì về các điểm vừa xác định trong câu 1.

Bài 7: Số quyển vở x và số tiền y (nghìn đồng) phải trả của bạn Hằng, Thăng, Long được biểu diễn lần lượt bởi ba điểm H, T, L trong mặt phẳng tọa độ Oxy như hình bên.



- 1) Tìm tọa độ của các điểm H, T, L
- 2) Hỏi ai mua nhiều quyển vở nhất?

BÀI 4: HÀM SỐ BẬC NHẤT $y = ax + b$ ($a \neq 0$)

Có một cái bể đã chứa sẵn nước. Người ta bắt đầu mở vòi nước cho chảy vào bể, mỗi giờ chảy được $3 m^3$. Hãy tính:

- a) Lượng nước chảy vào bể sau 1 giờ
- b) Lượng nước chảy vào bể sau x giờ
- c) Lượng nước y có trong bể sau x giờ



$$3 m^3 / h$$



$$6 m^3$$

I. HÀM SỐ BẬC NHẤT

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Trong thực tế chúng ta thường gặp các mô hình dẫn đến những hàm số có dạng như: $y = 3x + 4; y = -2x + 3; y = 3x; \dots$

Những hàm số này được gọi là hàm số bậc nhất. Vậy hàm số bậc nhất có dạng như thế nào?

Hàm số bậc nhất là hàm số được cho bởi công thức $y = ax + b$ ($a \neq 0$) với a, b là các số cho trước.

Ví dụ 1: Tìm các số bậc nhất trong các hàm số sau đây và chỉ ra các hệ số a, b của hàm số đó ?

$$y = -3x + 1; y = -2x; s = 3v + 6; P = 9,8m + 3,1; y = \sqrt{5}x + \sqrt{2}; y = 3x^2 + 2$$

Hướng dẫn giải

Các hàm số sau là hàm số bậc nhất:

$$y = -3x + 1 \text{ với } a = -3; b = 1$$

$$y = -2x \text{ với } a = -2; b = 0$$

$$s = 3v + 6 \text{ với } a = 3; b = 6$$

$$y = \sqrt{5}x + \sqrt{2} \text{ với } a = \sqrt{5}; b = \sqrt{2}$$

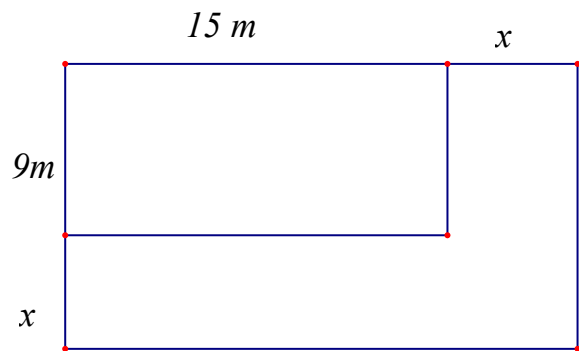
B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1: Tìm các hàm số bậc nhất trong các hàm số sau đây và chỉ ra các hệ số a, b của các hàm số đó:

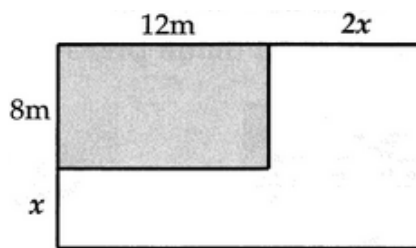
$$y = 5x - 6; y = -2x^2; y = -3x + 4; y = 2x; y = \frac{4}{x};$$

$$y = 3x^2 - 1; y = 3v + 9; y = 3^2x - 15; P = 9,8m + 10$$

Bài 2: Một hình chữ nhật có các kích thước là $9m, 15m$. Gọi y là chu vi của hình chữ nhật mới sau khi tăng chiều dài và chiều rộng thêm x (m). Hãy chứng tỏ y là một hàm số bậc nhất theo biến số x . Tìm các hệ số a, b của hàm số này.



Bài 3. Một hình chữ nhật có các kích thước là 8 m và 12 m. Gọi y là chu vi của hình chữ nhật mới sau khi tăng chiều rộng thêm x (m) và chiều dài thêm $2x$ (m). Hãy chứng tỏ y là một hàm số bậc nhất theo biến số x . Tìm các hệ số a, b của hàm số này.



II. BẢNG GIÁ TRỊ CỦA HÀM SỐ BẬC NHẤT

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Lượng nước y (tính theo m^3) có trong một bể nước sau x giờ mở vòi cấp nước được cho bởi hàm số $y = 2x + 6$. Tính lượng nước có trong bể sau 0 giờ; 1 giờ; 2 giờ; 3 giờ; 6 giờ và hoàn thành bảng giá trị sau:

x	0	1	2	3	10
$y = f(x) = 2x + 6$?	?	?	?	?

Để lập giá trị của hàm số bậc nhất $y = ax + b$ ta lần lượt cho x nhận các giá trị $x_1; x_2; x_3; \dots$ ($x_1; x_2; x_3; \dots$ tăng dần) và tính các giá trị tương ứng của y rồi ghi vào bảng có dạng sau:

x	x_1	x_2	x_3	\dots
$y = ax + b$	y_1	y_2	y_3	?

Ví dụ 2. Lập bảng giá trị của các hàm số bậc nhất $y = f(x) = 3x - 4$ và $y = g(x) = -2x + 5$ với x lần lượt bằng $-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3$.

Hướng dẫn giải

Bảng giá trị của hàm số $y = f(x) = 3x - 4$:

x	-3	-2	-1	0	1	2
$y = f(x) = 3x - 4$	-13	-10	-7	-4	-1	2

Bảng giá trị của hàm số $y = g(x) = -2x + 5$:

x	-3	-2	-1	0	1	2
$y = g(x) = -2x + 5$	11	9	7	5	3	1

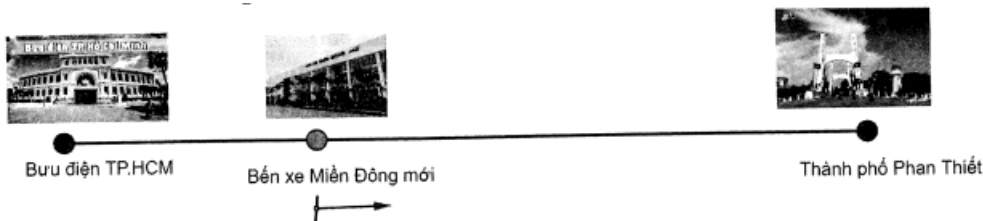
Chú ý: Trong bảng giá trị của hàm số bậc nhất $y = ax + b$, khi giá trị của x tăng dần:

- Nếu $a > 0$ thì giá trị của y tăng dần.
- Nếu $a < 0$ thì giá trị của y giảm dần.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1. Lập bảng giá trị của mỗi hàm số bậc nhất sau $y = f(x) = 5x - 2$ và $y = h(x) = -0,4x + 6$ với x lần lượt bằng $-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3$. Trong mỗi bảng vừa lập, khi x tăng thì y tăng hay giảm?

Bài 2. Một xe khách khởi hành từ bến xe Miền Đông tới phía Bắc bưu điện Thành phố Hồ Chí Minh để đi ra thành phố Phan Thiết với tốc độ 40 km/h.



- 1) Biết rằng bến xe Miền Đông mới cách bưu điện Thành phố Hồ Chí Minh 24 km. Sau x giờ, xe khách cách bưu điện Thành phố Hồ Chí Minh y km. Tính y theo x .
- 2) Chứng minh rằng y là một hàm số bậc nhất theo biến số x .
- 3) Hoàn thành bảng giá trị của hàm số ở câu 2) và giải thích ý nghĩa của bảng giá trị này:

x	0	1	2	3
y	?	?	?	?

III. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ BẬC NHẤT

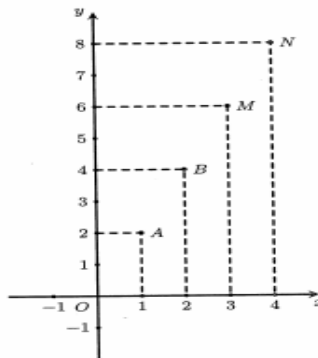
ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ $y = ax$ ($a \neq 0$)

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Lâm mua x mét dây điện và phải trả số tiền là y nghìn đồng. Giá trị tương ứng giữa x và y được cho bởi bảng sau:

x	1	2	3	4
y	2	4	6	8

Hùng vẽ các điểm $A(1;2)$, $B(2;4)$, $M(3;6)$, $N(4;8)$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy như sau.



Hãy dùng thước thẳng để kiểm tra các điểm O , A , B , M , N có thẳng hàng hay không.

Người ta chứng minh được rằng: Đồ thị của hàm số $y = ax$ ($a \neq 0$) là một đường thẳng đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$.

Để vẽ đồ thị của hàm số $y = ax$, ta thường thực hiện các bước sau:

Bước 1: Xác định một điểm M trên đồ thị khác gốc tọa độ O , chẳng hạn $M(1;a)$.

Bước 2: Vẽ đường thẳng đi qua hai điểm O và M .

Chú ý: Đồ thị của hàm số $y = ax$ còn được gọi là đường thẳng $y = ax$.

Ví dụ 3. Vẽ đồ thị của các hàm số sau:

- a) $y = 2x$
- b) $y = \frac{1}{4}x$

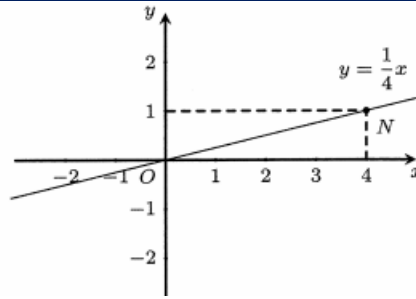
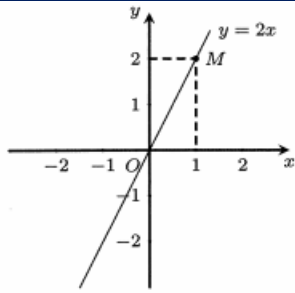
Hướng dẫn giải

a) Cho $x = 1$ ta có $y = 2$. Ta vẽ điểm $M(1;2)$

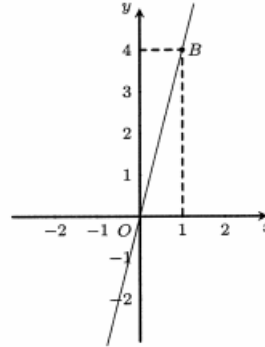
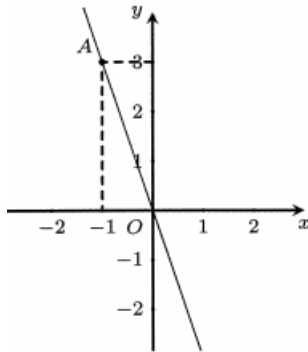
Đồ thị của hàm số $y = 2x$ là đường thẳng đi qua các điểm $O(0;0)$ và $M(1;2)$ (Hình a).

b) Cho $x = 4$ ta có $y = 1$. Ta vẽ điểm $N(4;1)$

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x$ là đường thẳng đi qua các điểm $O(0;0)$ và $N(4;1)$ (Hình b).



Ví dụ 4. Tìm a để hàm số $y = ax$ có đồ thị như trong hình sau:



Hướng dẫn giải

a) Đường thẳng trong hình a) đi qua các điểm $O(0;0)$ và $A(-1;3)$ nên là đồ thị của hàm số $y = ax$. Cho $x = -1$ ta có $y = a(-1) \Rightarrow a = -y$ nên $a = -3$.

Vậy đồ thị ở hình a) là đồ thị của hàm số $y = -3x$.

b) Đường thẳng trong hình b) đi qua các điểm $O(0;0)$ và $B(1;4)$ nên là đồ thị của hàm số $y = ax$. Cho $x = 1$ ta có $y = a$ nên $a = 4$.

Vậy đồ thị ở hình b) là đồ thị của hàm số $y = 4x$.

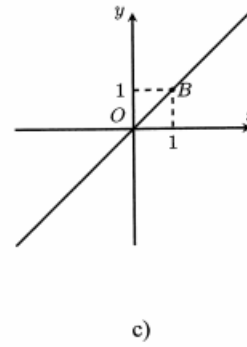
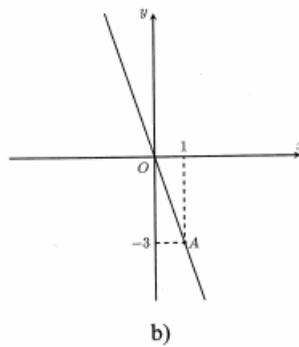
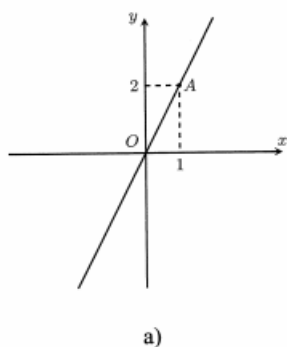
B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1. Vẽ các đồ thị của các hàm số:

1) $y = x$; 2) $y = -2x$; 3) $y = \frac{1}{2}x$;

4) $y = -3x$; 5) $y = \frac{3}{2}x$.

Bài 2. Các đồ thị sau đây là đồ thị của hàm số nào?



ĐỒ THỊ HÀM SỐ $y = ax + b$ ($a \neq 0, b \neq 0$)

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Bài 3. Cho hai hàm số $y = f(x) = -x$ và $y = g(x) = -x + 2$

a) Thay dấu ? bằng số thích hợp.

x	-2	-1	0	1	2
$y = f(x) = -x$?	?	?	?	?
$y = f(x) = -x + 2$?	?	?	?	?

b) Trên cùng một mặt phẳng tọa độ, vẽ đồ thị hàm số $y = f(x)$ và biểu diễn các điểm có tọa độ thỏa mãn hàm số $y = g(x)$ có trong bảng trên.

c) Kiểm tra xem các điểm thuộc đồ thị hàm số $y = g(x)$ vẽ ở câu b có thẳng hàng không?

Và có quan hệ như thế nào với đồ thị hàm số $y = f(x)$?

Ta suy ra tính chất của đồ thị hàm số bậc nhất như sau:

Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0, b \neq 0$).

Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0, b \neq 0$) là một đường thẳng:

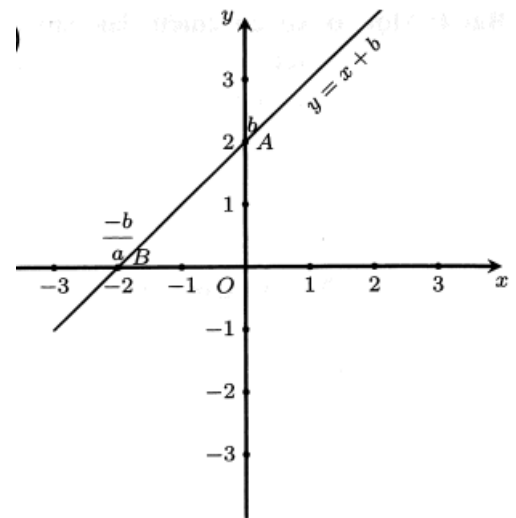
- Cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng b ;
- Song song với đường thẳng $y = ax$.

Cách vẽ đồ thị của hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0, b \neq 0$)

Ta đã biết đồ thị của hàm số $y = ax + b$ là một đường thẳng. Để vẽ đồ thị hàm số nói trên ta chỉ cần xác định được hai điểm phân biệt tùy ý thuộc đồ thị rồi vẽ đường thẳng đi qua hai điểm đó. Thông thường ta xác định hai điểm đặc biệt là giao điểm của đồ thị với hai trục tọa độ.

Bước 1: Cho $x = 0$ thì $y = b$, ta được điểm $A(0; b)$ trên Oy .

Cho $y = 0$ thì $x = -\frac{b}{a}$, ta được điểm $B\left(-\frac{b}{a}; 0\right)$ trên Ox .



Bước 2: Vẽ đường thẳng đi qua hai điểm A và B , ta được đồ thị của hàm số $y = ax + b$.

Chú ý: Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ còn gọi là đường thẳng $y = ax + b$.

Ví dụ 5. Vẽ đồ thị của các hàm số sau:

a) $y = -x + 2$;

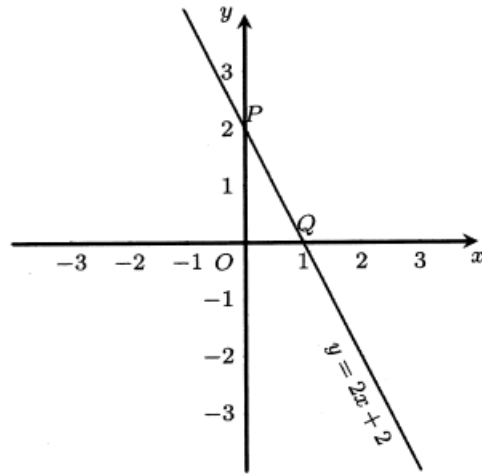
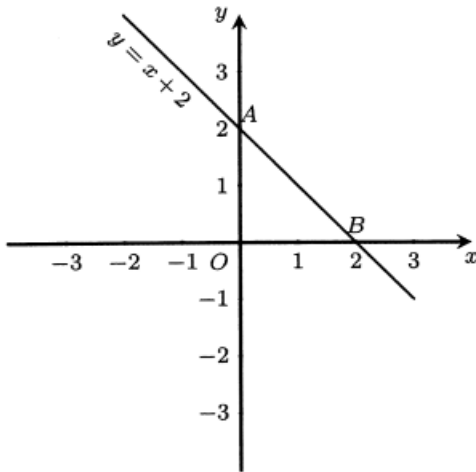
b) $y = -2x + 2$.

Hướng dẫn giải

a) Với hàm số $y = -x + 2$;

Cho $x = 0$ thì $y = 2$; cho $y = 0$ thì $x = 2$.

Đồ thị của hàm số $y = -x + 2$ là đường thẳng đi qua hai điểm $A(0; 2)$ và $B(2; 0)$.



b) Với hàm số $y = -2x + 2$

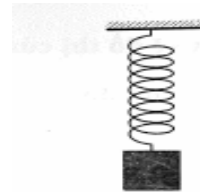
Cho $x = 0$ thì $y = 2$;

Cho $y = 0$ thì $x = 1$.

Đồ thị của hàm số $y = -2x + 2$ là đường thẳng đi qua hai điểm $P(0; 2)$ và $Q(1; 0)$.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 4. Một lò xo có chiều dài ban đầu khi chưa treo vật nặng là 12 cm. Cho biết khi treo thêm vào lò xo một vật nặng 1 kg thì chiều dài lò xo tăng thêm 3 cm.



1) Tính chiều dài y (cm) của lò xo theo khối lượng x (kg) của vật.

2) Vẽ đồ thị hàm số y theo biến số x .

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1. Tìm các hàm số bậc nhất trong các hàm số sau đây và xác định hệ số a , b của chúng.

1) $y = 3x - 7$. 2) $y = -3x + 4$. 3) $y = 4 - 2x$. 4) $y = -6 - x$.

5) $y = 2x^2 - 7$. 6) $y = -3 + x^2$. 7) $y = 3x$. 8) $y = -0,5x$.

9) $y = \sqrt{2}x - 3$. 10) $y = \sqrt{2}x^3 - 1$. 11) $y = 5 - \sqrt{3}x$. 12) $y = (\sqrt{5} + 1)x - 7$.

Bài 2. Với giá trị nào của m thì mỗi hàm số sau đây là hàm số bậc nhất?

1) $y = (m - 2)x + 3$ 2) $y = (m - 7)x + 5$.

3) $y = (-2m + 8)x - 3m + 1$. 4) $y = (6m - 1)x + 4m$.

5) $y = 6 - 2mx$ 6) $y = 3m - 1 + (2m - 5)x$.

7) $y = (10 - 5m)x - 2m + 1$. 8) $y = \left(\frac{2}{5}m - 8\right)x + 2$.

9) $y = (7m - 4)x + 2024$. 10) $y = \left(\frac{1}{3} - 3m\right)x + 3 - m$.

Bài 3. Cho hàm số $(D_1): y = 3x - 1$; $(D_2): y = x + 3$. Vẽ (D_1) và (D_2) trên cùng mặt phẳng tọa độ.

Bài 4. Cho hai hàm số $y = 2x - 5$ có đồ thị (d_1) và $y = -\frac{1}{2}x$ có đồ thị (d_2) . Vẽ (d_1) và (d_2) trên cùng mặt phẳng tọa độ.

Bài 5. Vẽ đồ thị các hàm số sau đây trên cùng một mặt phẳng tọa độ: $y = 2x - 1$; $y = -x + 5$.

Bài 6. Vẽ đồ thị các hàm số sau đây trên cùng một mặt phẳng tọa độ: $y = x$; $y = x + 2$; $y = -x$; $y = -x + 2$.

Bài 7. Để đổi nhiệt độ từ độ F (Fahrenheit) sang độ C (Celsius), ta dùng công thức $C = \frac{5}{9}(F - 32)$.

- 1) C có phải là hàm số bậc nhất theo biến số F không?
- 2) Hãy tính C khi $F = 32$ và tính F khi $C = 100$.

Bài 8. Gọi C và r lần lượt là chu vi và bán kính của một đường tròn. Hãy chứng tỏ C là một hàm số bậc nhất theo biến số r . Tìm hệ số a, b của hàm số này.

Bài 9. Một người đi bộ trên đường thẳng với tốc độ v (km/h). Gọi s (km) là quãng đường đi được trong t (giờ).

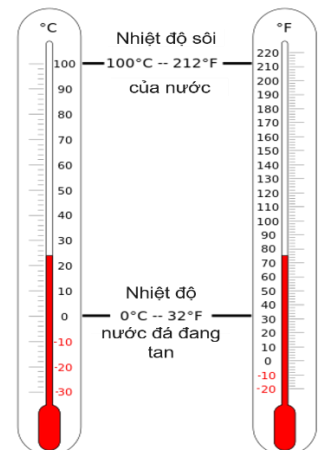
- 1) Lập công thức tính s theo t .
- 2) Vẽ đồ thị của hàm số s theo biến số t khi $v = 4$.

Bài 10. Một xí nghiệp may cần thanh lý 1500 bộ quần áo. Biết mỗi ngày xí nghiệp đó bán được 50 bộ quần áo. Gọi x là số ngày đã bán, y là số bộ quần áo còn lại sau x ngày bán được.

- 1) Hãy lập công thức biểu thị y theo x .
- 2) Xí nghiệp cần bán trong bao nhiêu ngày thì sẽ thanh lý hết số bộ quần áo trên.

Bài 11. Để đổi nhiệt độ từ độ F (Fahrenheit) sang độ C (Celsius), ta dùng công thức $C = \frac{5}{9}(F - 32)$

- 1) Tính nhiệt độ C khi biết nhiệt độ F là $30^\circ F$
- 2) Tính nhiệt độ F khi biết nhiệt độ C là $20^\circ C$.



Bài 12. Người ta thấy áp suất khí quyển càng lên cao càng giảm theo công thức:

$P = 760 - \frac{1}{12}h$, trong đó P là áp suất khí quyển tính theo đơn vị mmHg, h là độ cao trên mực nước biển tính bằng m. ($0 \leq h \leq 9120$)

- 1) Em hãy xem ở Thành phố Hồ Chí Minh áp suất khí quyển là bao nhiêu? Biết rằng độ cao ở Thành phố ngang với mực nước biển?

2) Đỉnh Fansipan được gọi là “nóc nhà của Đông Dương” vì là ngọn núi cao nhất Đông Dương. Ở đây bạn An dùng áp kế thủy ngân đo được áp suất là 497,75 mmHg. Em hãy tính xem đỉnh Fansipan cao bao nhiêu mét?

Bài 13. Rừng ngập mặn Cần Giờ (còn gọi là rừng Sác), trong chiến tranh bom đạn và chất độc hóa học đã làm nơi đây trở thành “vùng đất chết”; được trồng lại từ năm 1979, nay đã trở thành “lá phổi xanh” cho Thành phố Hồ Chí Minh, được UNESCO công nhận là khu dự trữ sinh quyển của thế giới đầu tiên ở Việt Nam vào ngày 21/01/2000. Diện tích rừng phủ xanh được cho bởi hàm số $S = 3,14 + 0,05t$, trong đó S tính bằng nghìn héc ta, t tính bằng số năm kể từ năm 2000.



- 1) Hãy tính diện tích rừng Sác được phủ xanh vào năm 2000.
- 2) Diện tích rừng Sác được phủ xanh đạt 4,04 nghìn héc-ta vào năm nào?

Bài 14. Dưới nước biển, khi độ sâu tăng lên 10 m thì áp suất nước biển sẽ tăng thêm 1 atmosphere (ký hiệu atm). Do đó ở độ sâu d (m) thì áp suất p (atm) tương ứng được cho bởi công thức: $p = \frac{1}{10}d + 1$ với $0 \leq d \leq 40$.

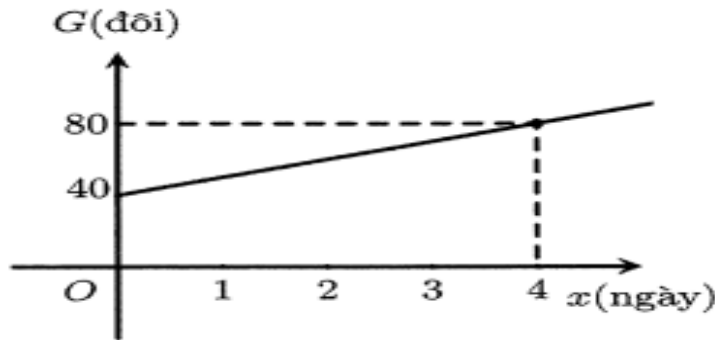
- 1) Nếu ở độ sâu 25 m thì áp suất của nước biển là bao nhiêu?
- 2) Nếu áp suất của nước biển là 3,6 atm thì độ sâu tương ứng là bao nhiêu?

Bài 15. Khối lượng P của một loại máy bay hạng nhẹ được tính phụ thuộc vào lượng xăng mang theo bởi công thức sau: $P = ax + b$. Trong đó: P là một hàm số bậc nhất của biến số x ; và P được tính bằng đơn vị pound; x là số gallon xăng mang theo. Biết rằng khối lượng của máy bay khi cạn nhiên liệu xăng là 2512 pounds, và khi chở 20 gallons xăng thì khối lượng máy bay là 2632 pounds. Hãy xác định hệ số a và b .



Bài 16. Một cửa hàng bán giày thể thao nhập một đơn hàng và ngày đầu tiên cửa hàng nhanh chóng bán được 40 đôi giày. Hôm sau mở cửa, cửa hàng tiếp tục bán giày thể thao; và số đôi giày thể thao bình quân mỗi ngày cửa hàng bán ra được tính theo công thức: $G = kx + m$ và được biểu diễn minh họa bởi biểu đồ bên; trong đó G là số đôi giày cửa hàng bán được và x là số ngày bán.

- 1) Dựa vào hình bên, xác định hệ số k và m .
- 2) Nếu lúc đầu cửa hàng nhập về 250 đôi giày thể thao thì sau 15 ngày cửa hàng còn lại bao nhiêu đôi?



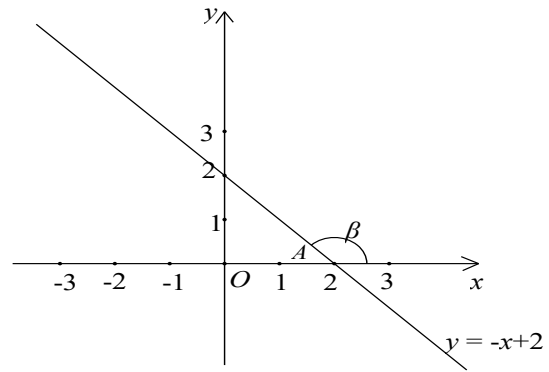
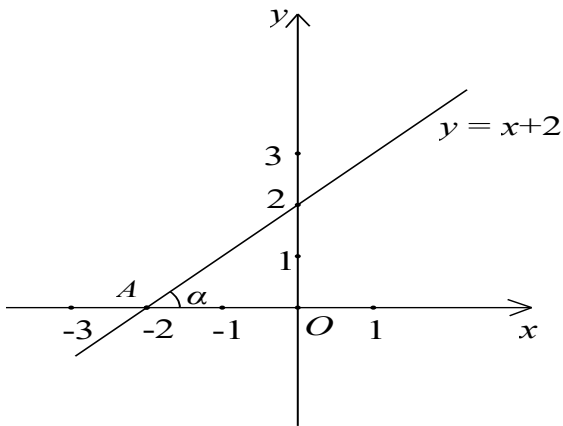
Bài 5. HỆ SỐ GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

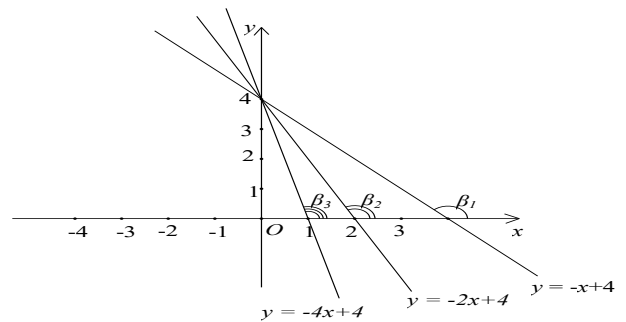
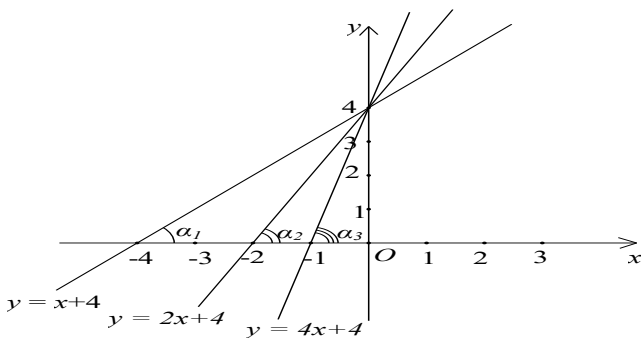
Khi nào hai đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) và $y = a'x + b'$ ($a' \neq 0$) song song với nhau, trùng nhau, cắt nhau?

a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) cắt Ox tại điểm A và T là một điểm trên đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) có tung độ dương (Hình bên).

Ta gọi $\alpha = xAt$ là góc tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) và trục Ox. Hãy nêu nhận xét của em về số đo của góc α và hệ số a trong hai trường hợp dưới đây.



b) Hãy so sánh các hệ số a của các đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) trong mỗi hình ở hình bên trên và so sánh các góc α hoặc các góc β tạo bởi các đường thẳng đó với trục Ox .



Ta nhận thấy:

- Khi hệ số a dương ($a > 0$) thì góc α tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ và trục Ox là góc nhọn. Hệ số a càng lớn thì góc α càng lớn nhưng vẫn nhỏ hơn 90° .
- Khi hệ số a âm ($a < 0$) thì góc β tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ và trục Ox là góc tù. Hệ số a càng lớn thì góc β càng lớn nhưng vẫn nhỏ hơn 180° .

Hệ số a là hệ số góc của đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$)

Ví dụ 1. Tìm hệ số góc của đường thẳng sau đây:

a) $y = 0,5x$. b) $y = 2x - 2024$.

c) $y = -\frac{3}{4}x + 2025$. d) $y = -2x + 3x + 5$

Hướng dẫn giải

a) Đường thẳng $y = 0,5x$ có hệ số góc $a = 0,5$.

b) Đường thẳng $y = 2x - 2024$ có hệ số góc $a = 2$.

c) Đường thẳng $y = -\frac{3}{4}x + 2025$ có hệ số góc $a = -\frac{3}{4}$.

d) Đường thẳng $y = -2x + 3x + 5 \Rightarrow y = -x + 5$ có hệ số góc $a = -1$.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1. Hãy chỉ ra ba cặp đường thẳng cắt nhau và các cặp đường thẳng song song với nhau trong các đường thẳng sau:

$(d_1): y = 4x + 1.$

$(d_2): y = -8x + 3.$

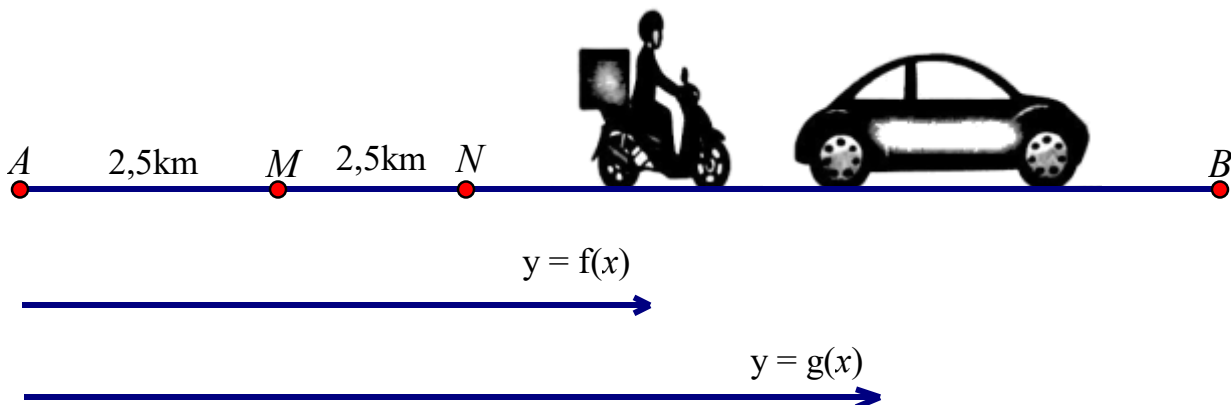
$(d_3): y = 4x - 0,5.$

$(d_4): y = -6x + 3.$

$(d_5): y = \sqrt{3}x - 7.$

$(d_6): y = \sqrt{3}x + \sqrt{5}.$

Bài 2. Một mô tô và một ô tô khởi hành cùng lúc và cùng tốc độ $40km/h$, mô tô bắt đầu xuất phát từ M , ô tô bắt đầu xuất phát từ N và cùng đi về phía B .



1) Viết công thức của hai hàm số biểu thị khoảng cách từ A đến mỗi xe sau x giờ.

2) Chứng tỏ đồ thị của hai hàm số trên là hai đường thẳng song song.

C. BÀI TẬP TỰ RÈN

Bài 3. Cho hàm số bậc nhất $y = ax + 3$.

1) Tìm hệ số góc a biết rằng đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-1; 4)$.

2) Vẽ đồ thị của hàm số.

Bài 4. Cho hàm số bậc nhất $y = mx + m - 3$.

1) Tìm hệ số góc m biết rằng đồ thị hàm số đi qua điểm $B(2; 3)$.

2) Vẽ đồ thị của hàm số.

Bài 5. Cho hàm số bậc nhất $y = kx - 2k - 3$.

1) Tìm hệ số góc k biết rằng đồ thị hàm số đi qua điểm $C(2; -3)$.

2) Vẽ đồ thị của hàm số.

Bài 6.

1) Vẽ đồ thị của hai hàm số $y = -x$ và $y = -x + 2$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

2) Dùng thước đo góc để tìm góc tạo bởi hai đường thẳng $y = -x$ và $y = -x + 2$ với trục Ox .

Bài 7. Hãy chỉ ra ba cặp đường thẳng cắt nhau và các cặp đường thẳng song song với nhau trong các đường thẳng sau:

$$(d_1): y = 0,2x.$$

$$(d_2): y = -2x + 3.$$

$$(d_3): y = 0,2x - 0,5.$$

$$(d_4): y = -7x - 4.$$

$$(d_5): y = \sqrt{2}x - 3.$$

$$(d_6): y = \sqrt{2}x - \sqrt{3}.$$

Bài 8. Tìm hệ số góc k để hai đường thẳng $y = kx - 3$ và $y = 7x - 5$ song song với nhau.

Bài 9. Cho đường thẳng: $(d): y = x + 2025$. Hãy viết phương trình hai đường thẳng song song với (d) .

Bài 10. Cho đường thẳng: $(d): y = -x - 2024$. Hãy viết phương trình hai đường thẳng cắt (d) .

Bài 11. Một xe khách khởi hành từ bến xe phía Nam bưu điện thành phố Đà Nẵng để đi vào thành phố Nha Trang với tốc độ 45km/h .

1) Cho biết xe cách bưu điện thành phố Đà Nẵng $5km$. Sau x giờ, xe khách cách bưu điện thành phố Đà Nẵng $y km$. Tính y theo x .

2) Tìm hệ số góc của đường thẳng là đồ thị hàm số y ở câu 1).

Bài 12. Một người bắt đầu mở một vòi nước vào một cái bể đã chứa sẵn $4m^3$ nước, mỗi giờ chảy được $1m^3$.

1) Tính thể tích $y(m^3)$ của nước có trong bể sau x giờ.

2) Vẽ đồ thị của hàm số y theo biến số x .

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Vẽ một hệ trục tọa độ Oxy và đánh dấu các điểm $A(1;1), B(4;1), C(2;-1), D(-1;1)$.

Tứ giác $ABCD$ là hình gì?

A. Hình bình hành.

B. Hình thang cân.

C. Hình vuông.

D. Hình chữ nhật.

Câu 2. Độ dài cạnh AB của tứ giác trong câu trên là:

A. 3.

B. 5.

C. $\sqrt{3}$.

D. $\sqrt{5}$.

Câu 3. Một người bắt đầu mở một vòi nước vào một cái bể đã chứa sẵn $2m^3$ nước, mỗi giờ chảy được $4m^3$ nước. Thể tích $y(m^3)$ của nước có trong bể sau x giờ bằng.

A. $y = 2x + 4$.

B. $y = 4x + 2$.

C. $y = 8x$.

D. $y = x + 8$.

Câu 4. Trong các điểm sau, điểm nào thuộc đồ thị của hàm số $y = 6 - 2x$?

A. $(2; -2)$.

B. $(6; 0)$.

C. $(0; 6)$.

D. $(-3; 0)$.

Câu 5. Trong các điểm sau, điểm nào thuộc đồ thị của hàm số $y = -x + 4$?

A. $(-2; 2)$.

B. $(2; 2)$.

C. $(-2; 6)$.

D. $(-4; 0)$.

Câu 6. Trong các điểm sau, điểm nào thuộc đồ thị của hàm số $y = 3x - 6$?

- A. (2;0). B. (4;6). C. (-2;0). D. (-1;-9).

Câu 7. Đường thẳng song song với đường thẳng $y = 3x$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 là:

- A. $y = 3x - 2$. B. $y = -3x - 2$. C. $y = 3x + 2$. D. $y = 6 - 3(1 - x)$

Câu 8. Cho hai đường thẳng $y = -\frac{1}{3}x + 2$ và $y = \frac{1}{3}x + 2$. Hai đường thẳng đã cho:

- A. Cắt nhau tại điểm có hoành độ là 2. B. Song song với nhau.
C. Cắt nhau tại điểm có tung độ là 2. D. Trùng nhau.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{5}{3x}$.

1) Tính $f(15); f(\frac{6}{5}); f(-5); f(\frac{4}{5})$.

2) Hãy tìm các giá trị tương ứng của hàm số trong bảng sau:

x	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	1	2
$y = f(x) = \frac{5}{3x}$?	?	?	?	?	?	?

Bài 2: Cho hàm số $y = f(x) = -x^2 + 4$. Tính $f(-4); f(-3); f(-2); f(-1); f(0); f(1); f(2)$.

Bài 3: Vẽ một hệ trục tọa độ Oxy và đánh dấu các điểm $A(-2;0), B(0;4), C(5;4), D(3;0)$. Tứ giác $ABCD$ là hình gì?

Bài 4: Viết hai hàm số có đồ thị là đường thẳng song song với đồ thị hàm số $y = -3x + 5$.

Bài 5: Một người đi bộ với vận tốc khoảng 4km/h . Gọi s (km) là quãng đường đi được trong t (giờ).

- 1) Lập công thức tính s theo t .
- 2) Vẽ đồ thị hàm số s theo biến số t .

Bài 6: Tìm m để các hàm số bậc nhất $y = 3mx - 5$ và $y = -6x + 4$ có đồ thị là những đường thẳng song song với nhau.

Bài 7: Tìm k để các hàm số bậc nhất $y = 4kx - 3$ và $y = 8x - 3$ có đồ thị là những đường thẳng trùng nhau.

Bài 8: Tìm a để các hàm số bậc nhất $y = ax - 2$ và $y = 5x + 1$ có đồ thị là những đường thẳng cắt nhau.

CHƯƠNG 6. PHƯƠNG TRÌNH

Bài 1. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

I. Phương trình một ẩn:

Phương trình với ẩn x có dạng $A(x) = B(x)$, trong đó vế trái $A(x)$ và vế phải $B(x)$ là hai biểu thức của cùng một biến x .

Ví dụ: $4x + 4 = x$ là phương trình với ẩn x ;

$3t - 5 = 4(5 - t) - 7$ là phương trình với ẩn t .

Người ta thường dùng phương trình khi nói về việc tìm x_0 để $A(x_0) = B(x_0)$. Giá trị của biến làm cho hai vế của phương trình có giá trị bằng nhau gọi là nghiệm của phương trình đó.

II) Phương trình bậc nhất một ẩn và cách giải:

Định nghĩa: Phương trình có dạng $ax + b = 0$, với a và b là hai số đã cho và $a \neq 0$, được gọi là phương trình bậc nhất một ẩn.

Việc tìm các nghiệm của một phương trình gọi là giải phương trình đó.

Các quy tắc biến đổi để giải phương trình:

a) Chuyển một hạng tử từ vế này sang vế kia và đổi dấu hạng tử đó (quy tắc chuyển vế).

b) Nhân cả hai vế với cùng một số khác 0 (quy tắc nhân một số).

c) Chia cả hai vế cho cùng một số khác 0 (quy tắc chia một số).

Cách giải phương trình bậc nhất một ẩn:

Phương trình $ax + b = 0$ ($a \neq 0$) được giải như sau:

$$ax + b = 0$$

$$ax = -b \text{ (Chuyển } b \text{ từ vế trái sang vế phải và đổi dấu thành } -b \text{).}$$

$$x = \frac{-b}{a} \text{ (Chia hai vế cho } a \text{)}.$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = \frac{-b}{a}$.

Ví dụ: Giải phương trình $4x - 8 = 0$

Giải:

$$4x - 8 = 0 \Rightarrow 4x = 8 \Rightarrow x = 2$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 2$.

Chú ý: Quá trình giải phương trình có thể dẫn đến trường hợp đặc biệt là hệ số của ẩn bằng 0. Khi đó, phương trình có thể không có nghiệm (vô nghiệm) hoặc nghiệm đúng với mọi x .

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình bậc nhất một ẩn? Xác định các hệ số a và b của phương trình bậc nhất một ẩn đó.

1) $9x + \frac{4}{9} = 0$

2) $\frac{3}{2}y - 5 = 4$

3) $0t + 8 = 0$

4) $x^2 + 7 = 0$

Bài 2. Giải các phương trình sau.

1) $6x - 36 = 0$

2) $5 - 3x = 9$

3) $3x + 2x + 30 = 0$

4) $2x - 5 + 4x - 7 = 16$

5) $5x + 9 - 3x = 18 + 6x - 1$

6) $\frac{1}{3}x + \frac{1}{2} = x + 2$

Bài 3. Giải các phương trình sau.

1) $8 - (x - 15) = 2(3 - 2x)$.

2) $6x - 3(x + 2) = 5x - 4$

3) $7x + 6 = 2(x - 9) - 2$

4) $5(x + 2) - 8 = 7(2x - 3)$

5) $5 - (x - 6) = 4(3 - 2x)$

6) $5 - 3x = 2x + 4(1 - 2x)$

7) $4(2x + 7) = 15(3x - 7)$

8) $(y + 5)(y - 5) - (y - 2)^2 = -5$

Bài 4. Giải các phương trình sau.

1) $\frac{5x - 3}{4} = \frac{x + 2}{3}$

2) $\frac{9x + 5}{6} = 1 - \frac{6 + 3x}{8}$

3) $\frac{2x - 1}{6} + x = \frac{5 - x}{3} - 1$

4) $4 - \frac{x + 1}{3} = \frac{5 - 2x}{5}$

5) $\frac{x - 2}{4} - \frac{2x - 3}{3} = \frac{x - 18}{6}$

6) $\frac{4x}{3} - \frac{x + 4}{15} = x - \frac{2}{5}$

7) $\frac{x - 1}{2} + \frac{x + 1}{3} = \frac{x - 1}{4}$

8) $\frac{x - 2}{4} + \frac{2x - 3}{3} = \frac{x - 18}{6}$

Bài 5. Tìm x , biết rằng nếu lấy x trừ đi $\frac{1}{2}$, rồi nhân kết quả với $\frac{1}{2}$ thì được $\frac{1}{8}$.

Bài 2. GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Biểu diễn một đại lượng bởi biểu thức chứa ẩn

Trong thực tế đời sống cũng như trong toán học nhiều đại lượng phụ thuộc lẫn nhau nếu ký hiệu một trong các đại lượng ấy là x thì các đại lượng khác có thể được biểu diễn dưới dạng một biểu thức chứa biến x .

Ví dụ: Một ô tô khởi hành từ thành phố A đến thành phố B với vận tốc 50 km/h. Khi từ B quay về A xe chạy với vận tốc 45 km/h. Gọi x (km) là chiều dài quãng đường AB . Viết biểu thức biểu thị:

a) Thời gian ô tô đi từ A đến B .

b) Tổng thời gian ô tô đi từ A đến B và từ B về A .

Hướng dẫn giải

a) Thời gian ô tô đi từ A đến B là: $\frac{x}{50}$ (giờ).

b) Tổng thời gian ô tô đi từ A đến B và từ B về A là: $\frac{x}{50} + \frac{x}{45}$ (giờ).

2. Giải bài toán bằng cách lập phương trình bậc nhất.

Tóm tắt các bước giải bài toán bằng cách lập phương trình:

Bước 1: Lập phương trình.

- Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số.
- Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết.
- Lập phương trình biểu diễn mối quan hệ giữa các đại lượng.

Bước 2: Giải phương trình.**Bước 3: Trả lời.**

- Kiểm tra xem trong các nghiệm của phương trình, nghiệm nào thỏa mãn điều kiện của ẩn, nghiệm nào không.
- Kết luận.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1. Một nhân viên giao hàng trong hai ngày đã giao được 95 đơn hàng. Biết số đơn hàng ngày thứ hai giao được nhiều hơn ngày thứ nhất 15 đơn. Tính số đơn hàng nhân viên đó giao được trong ngày thứ nhất.

Bài 2. Anh Bình tiêu hao 14 calo cho mỗi phút bơi và 10 calo cho mỗi phút chạy bộ. Trong 40 phút với hai hoạt động trên, anh Bình đã tiêu hao 500 calo. Tính thời gian chạy bộ của anh Bình.

Bài 3. Một cửa hàng ngày thứ nhất bán được nhiều hơn ngày thứ hai 560 kg gạo. Tính số gạo cửa hàng bán được trong ngày thứ nhất, biết rằng nếu ngày thứ nhất bán được thêm 60 kg gạo thì sẽ gấp 1,5 lần ngày thứ hai.

- Bài 4.** Một xe tải đi từ A đến B với tốc độ 50 km/h. Khi từ B quay về A xe chạy với tốc độ 40 km/h. Thời gian cả đi lẫn về mất 5 giờ 24 phút không kể thời gian nghỉ. Tính chiều dài quãng đường AB.
- Bài 5.** Bác Năm gửi tiết kiệm một số tiền tại một ngân hàng theo thể thức kì hạn một năm với lãi suất 6,2%/năm, tiền lãi sau mỗi năm gửi tiết kiệm sẽ được nhập vào tiền vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Sau hai năm gửi bác Năm rút hết tiền về và nhận được cả vốn lẫn lãi là 225568800 đồng. Hỏi số tiền ban đầu bác Năm gửi tiết kiệm là bao nhiêu?
- Bài 6.** Tổng số học sinh khối 8 và khối 9 của một trường là 580em, trong đó 256em là học sinh giỏi. Tính số học sinh mỗi khối, biết rằng số học sinh giỏi khối 8 chiếm tỉ lệ 40% số học sinh khối 8, số học sinh giỏi khối 9 chiếm tỉ lệ 48% số học sinh khối 9.
- Bài 7.** Một lọ dung dịch chứa 12% muối. Nếu pha thêm 350 g nước vào lọ thì được một dung dịch 5% muối. Tính khối lượng dung dịch trong lọ lúc đầu.

CHƯƠNG 7 ĐỊNH LÝ THALÈS

Bài 1. ĐỊNH LÝ THALÈS TRONG TAM GIÁC

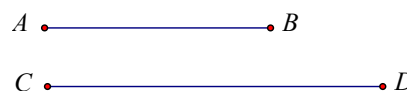
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

I. TỈ SỐ HAI ĐOẠN THẲNG

Để tính tỉ số của hai đoạn thẳng, ta phải đưa chúng về cùng một đơn vị đo.
Tỉ số của hai đoạn thẳng không phụ thuộc vào đơn vị đo độ dài đoạn thẳng.

Ví dụ 1.

- a) Cho hai số 5 và 8. Hãy tính tỉ số giữa hai số đã cho.
- b) Hãy đo và tính tỉ số giữa hai độ dài (theo mm) của hai đoạn thẳng AB và CD trong Hình 1



Hình 1

Ví dụ 2. Tính tỉ số của hai đoạn thẳng AB và CD trong các

Hình 1 trường hợp sau:

- a) $AB = 15 \text{ cm}, CD = 30 \text{ cm}$
- b) $AB = 150 \text{ mm}, CD = 2 \text{ cm}.$

Hướng dẫn giải:

a) Ta có: $\frac{AB}{CD} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}.$

b) Ta có: $CD = 2 \text{ cm} = 20 \text{ mm}.$

$$\frac{AB}{CD} = \frac{150}{20} = \frac{15}{2}.$$

II. ĐOẠN THẲNG TỈ LỆ

Ví dụ 3. So sánh tỉ số hai đoạn thẳng AB và CD với tỉ số của hai đoạn thẳng HK và MN trong Hình 2.

Hai đoạn thẳng AB và CD được gọi là tỉ lệ với hai đoạn thẳng HK và MN nếu:

$$\frac{AB}{CD} = \frac{HK}{MN} \text{ hay } \frac{AB}{HK} = \frac{CD}{MN}.$$

Từ nay, độ dài các đoạn thẳng được coi như cùng một đơn vị đo nếu không nói gì thêm.

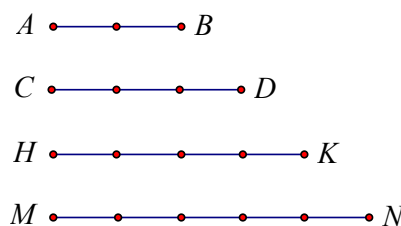
Ví dụ 4. Trong Hình 2, chứng minh rằng hai đoạn thẳng AB và CD tỉ lệ với hai đoạn thẳng HK và MN.

Hướng dẫn giải:

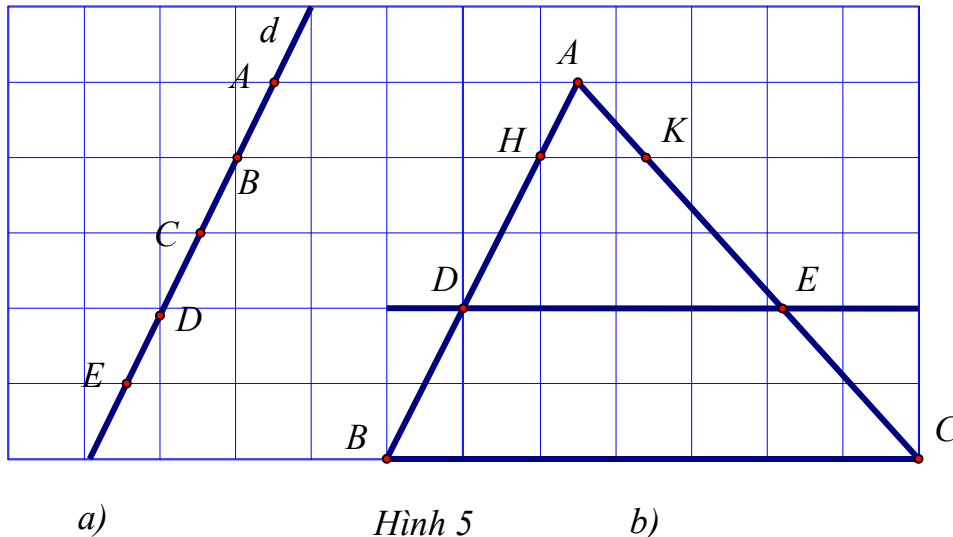
Ta có: $\frac{AB}{CD} = \frac{2}{3}$ và $\frac{HK}{MN} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$

Suy ra $\frac{AB}{CD} = \frac{HK}{MN}.$

Vậy hai đoạn thẳng AB và CD tỉ lệ với hai đoạn



Hình 2



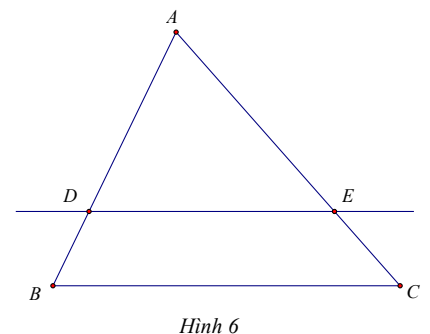
thẳng HK và MN.

III. ĐỊNH LÝ THALES TRONG TAM GIÁC

Trên một tờ giấy kẻ ca rô có các đường kẻ ngang song song và cách đều nhau.

a) Vẽ một đường thẳng d cắt các đường kẻ ngang của tờ giấy như trong hình 5a. Hãy so sánh độ dài các đoạn thẳng AB, BC, CD và DE.

Vẽ một tam giác ABC rồi vẽ một đường thẳng song song với cạnh BC và cắt hai cạnh AB, AC lần lượt tại D, E. Trên cạnh AB, lấy đoạn AH làm đơn vị đo tính tỉ số AD và DB; Trên cạnh AC lấy đoạn AK làm đơn vị đo tính tỉ số AK và KC (Hình 5 b).



So sánh các tỉ số $\frac{AD}{AB}$ và $\frac{AE}{AC}$; $\frac{AH}{HB}$ và $\frac{AK}{KC}$; $\frac{DB}{AB}$ và $\frac{CE}{AC}$.

PHÁT BIỂU ĐỊNH LÝ THALES

Nếu một đường thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt hai cạnh còn lại thì nó định ra trên hai cạnh đó các đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

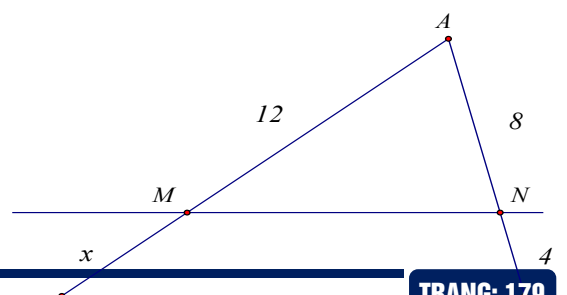
GT	$\Delta ABC, DE // BC (D \in AB; E \in AC)$
KL	$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}; \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}; \frac{BD}{AB} = \frac{EC}{AC}$

Ví dụ. Tính độ dài x trong Hình 7, cho biết

$MN // BC$.

Hướng dẫn giải:

Xét ΔABC , ta có:



$$\begin{cases} MN // BC (gt) \\ M \in AB; N \in AC (gt) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{MB}{MA} = \frac{NC}{NA}$$

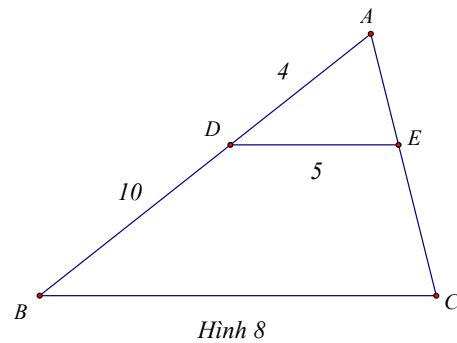
$$\Rightarrow \frac{x}{12} = \frac{4}{8} \Rightarrow x = \frac{12 \cdot 4}{8} = 6$$

PHÁT BIỂU HỆ QUẢ ĐỊNH LÝ THALES

Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và song song với cạnh thứ ba thì tạo ra một tam giác mới có ba cạnh tương ứng tỉ lệ với ba cạnh của tam giác đã cho

GT $\Delta ABC, DE // BC (D \in AB; E \in AC)$

KL $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$



Ví dụ. Hãy tính DE trong Hình 8 . Cho biết

$BC // DE$.

Hướng dẫn giải:

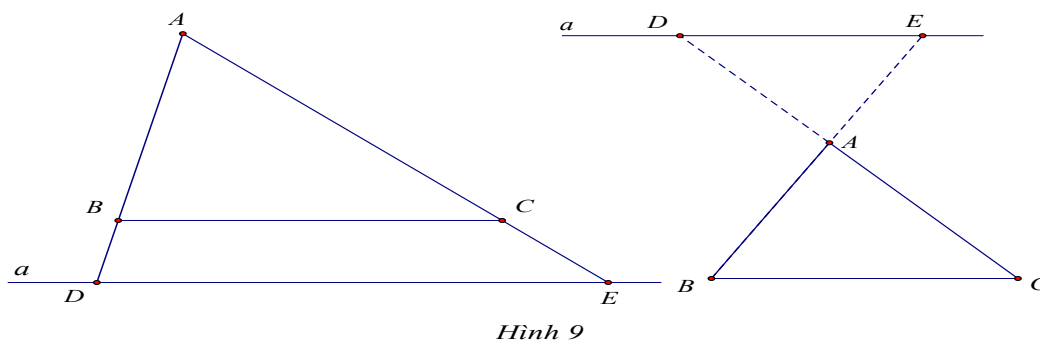
Trong ΔABC , ta có $BC // DE$ (gt)

Theo hệ quả định lý Thalès ta có:

$$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{4}{14} = \frac{5}{BC}$$

Vậy $BC = \frac{14 \cdot 5}{4} = 17,5$

Chú ý: Hệ quả của định lý Thalès vẫn đúng cho trường hợp đường thẳng a song song với một cạnh của tam giác và cắt phần kéo dài của hai cạnh còn lại.



(Hình 9)

PHÁT BIỂU ĐỊNH LÝ THALES ĐẢO

Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và định ra trên hai cạnh ấy những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ thì đường thẳng đó song song với cạnh còn lại của tam giác.

GT $\Delta ABC, D \in AB; E \in AC; \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

KL $DE // BC.$

Ví dụ. Quan sát Hình 10. Chứng minh: $DE // BC$ và $EF // AB$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $\frac{AD}{DB} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ và $\frac{AE}{EC} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}.$

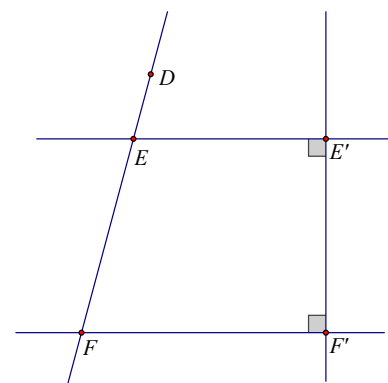
Xét ΔABC , ta có:

$$\begin{cases} D \in AB; E \in AC \text{ (gt)} \\ \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \text{ (cmt)} \end{cases} \Rightarrow DE // AB \text{ Tương tự ta cũng có } \frac{CE}{EA} = \frac{CF}{FB}. \text{ Suy ra } EF // AB.$$

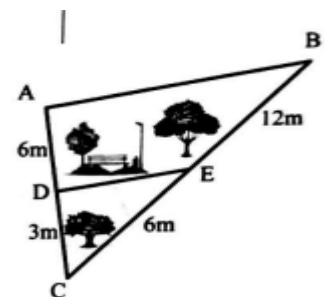
B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1. Quan sát hình bên, chứng minh:

- 1) DE và EF tỉ lệ với $D'E'$ và $E'F'$.
- 2) DF và $D'F'$ tỉ lệ với DE và $D'E'$.



Bài 2. Hãy tìm các đoạn thẳng tỉ lệ trong hình vẽ sơ đồ một góc công viên ở hình bên:



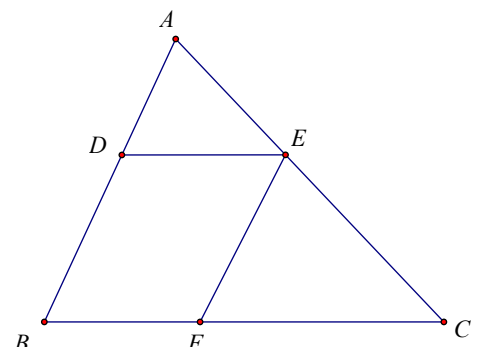
Bài 3. Hãy đo chiều dài và chiều rộng cái bàn học của em và tính tỉ số hai kích thước này.

- 1) Quãng đường từ Thành phố Hồ Chí Minh đi Mỹ Tho là 70 km, quãng đường từ Thành phố Hồ Chí Minh đi Cà Mau là 350 km. Tính tỉ số giữa hai quãng đường này.

- 2) Cho biết $\frac{MN}{HK} = \frac{9}{4}, MN = 18 \text{ cm}.$ Hãy tính $HK.$

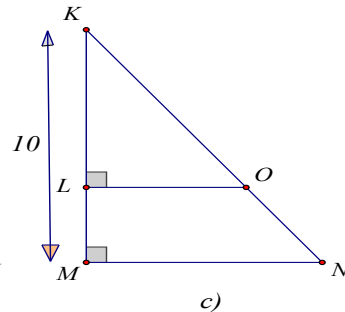
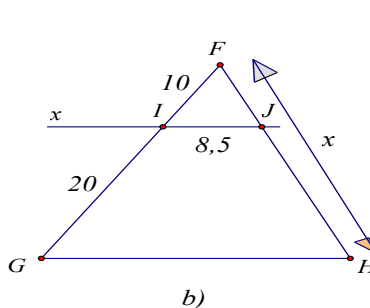
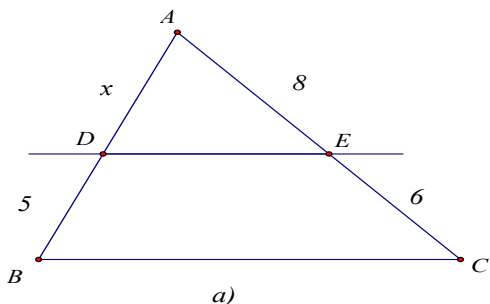
Bài 4. Cho tam giác ABC có

$AB = 6 \text{ cm}, AC = 8 \text{ cm}, BC = 10 \text{ cm}$ (Hình bên). Lấy điểm D trên AB sao cho $AD = 2 \text{ cm}.$ Qua D vẽ đường thẳng song song với BC cắt AC tại $E.$

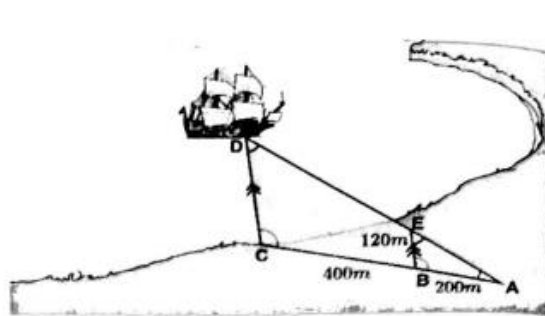


- 1) Tính AE.
- 2) Qua E vẽ đường thẳng song song với AB và cắt BC tại F. Tính BF, DE.
- 3) Tính và so sánh các tỉ số: $\frac{AD}{AB}, \frac{AE}{AC}, \frac{DE}{BC}$.

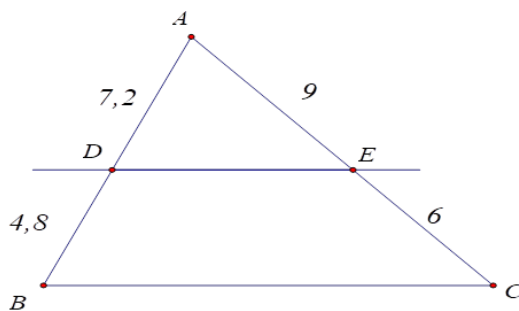
Bài 5. Tìm x trong hình bên dưới



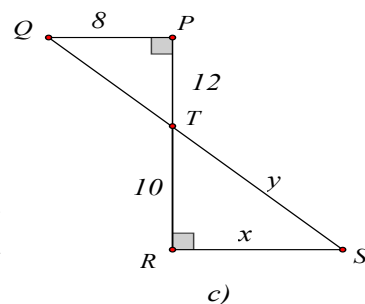
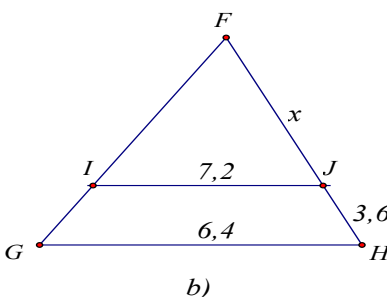
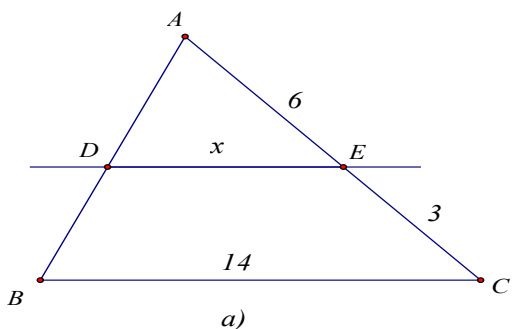
Bài 6. Với số liệu được ghi trên hình bên. Hãy tính khoảng cách CD từ con tàu đến trạm quan trắc đặt tại điểm C.



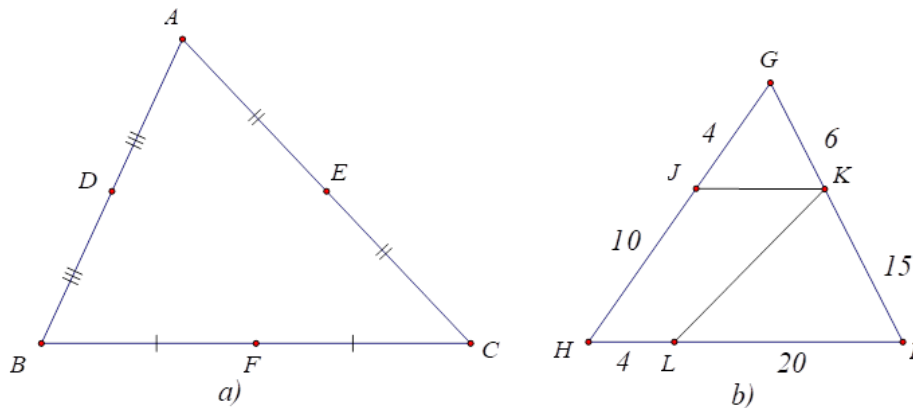
Bài 7. Quan sát hình bên, chứng minh: $DE \parallel BC$.



Bài 8. Tính các độ dài x, y trong hình bên dưới.



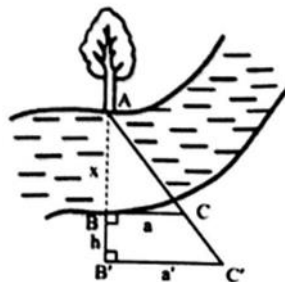
Bài 9. Quan sát hình bên dưới, chỉ ra các cặp đường thẳng song song và chứng minh điều ấy.



Bài 10. Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$) có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O. Chứng minh: $OA \cdot OD = OB \cdot OC$

Bài 11. Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$). Đường thẳng song song với AB cắt AD, BD, AC và BC theo thứ tự tại các điểm M, N, P, Q. Chứng minh: $MN = PQ$.

Bài 12. Quan sát hình bên và chứng minh $x = \frac{a \cdot h}{a' - a}$.



ĐỊNH LÝ THALES THUẬN

Bài 1. Cho tam giác ACE nhọn. Trên đoạn AC lấy điểm B, trên đoạn AE lấy điểm D sao cho $BD \parallel CE$. Biết $AB = 5 \text{ cm}, BC = 6 \text{ cm}, AD = 7,5 \text{ cm}$. Tính DE.

Bài 2. Cho tam giác ABC trên đoạn AB lấy điểm D, trên đoạn AC lấy điểm E sao cho $DE \parallel BC$. Biết $AD = 2,5 \text{ cm}, AE = 5 \text{ cm}, AC = 8 \text{ cm}$. Tính AB.

Bài 3. Cho tam giác AMN trên đoạn AM lấy điểm E, trên đoạn AN lấy điểm F sao cho $EF \parallel MN$. Biết $EM = 3 \text{ cm}, AF = 6 \text{ cm}, FN = 9 \text{ cm}$. Tính AN, AM.

Bài 4. Cho tam giác ABC trên đoạn AB lấy điểm K, trên đoạn BC lấy điểm Q sao cho $KQ \parallel AC$. Biết $BK = 4,5 \text{ cm}, KA = 2,5 \text{ cm}, BQ = 13,5 \text{ cm}$. Tính BC.

Bài 5. Cho tam giác ABC có $MN \parallel BC$. Biết $AM = 4 \text{ cm}, AN = 5 \text{ cm}, NC = 3,5 \text{ cm}$. Tính MB?

Bài 6. Cho tam giác AEF có $PQ \parallel EF$, biết $DF = 24 \text{ cm}, QF = 15 \text{ cm}, DP = 6,3 \text{ cm}$. Tính PE

Bài 7. Cho tam giác MNK trên đoạn MN lấy điểm E, trên đoạn NK lấy điểm F sao cho $EF \parallel MK$. Biết $NE = 5 \text{ cm}, MN = 7,5 \text{ cm}, FK = 2 \text{ cm}$. Tính NF.

- Bài 8.** Cho tam giác ABC. Trên đoạn AB lấy điểm K, trên đoạn AC lấy điểm H sao cho $KH // BC$. Biết $AC = 18$ cm, $HC = 12$ cm, $AK = 3$ cm. Tính AB.
- Bài 9.** Cho tam giác DEF nhọn, $DE < DF$. Lấy M thuộc cạnh DE, N thuộc cạnh DF sao cho $MN // EF$. Cho biết $DM = 3$ cm; $DE = 4$ cm.
- 1) Tính độ dài đoạn thẳng ME.
 - 2) Tính tỉ số $\frac{ME}{DE}, \frac{ME}{DM}$
 - 3) Tính tỉ số $\frac{NF}{DF}, \frac{NF}{DN}$
- Bài 10.** Cho tam giác DEF nhọn, $DE < DF$. Lấy K thuộc cạnh DE, I thuộc cạnh DF sao cho KI song song với cạnh EF. Cho $DK = 2$ cm, $KE = 2$ cm, $DI = 4$ cm.
- 1) Tính tỉ số $\frac{KD}{KE}$
 - 2) Tính IF
- Bài 11.** Cho $\triangle xAy$ nhọn, trên cạnh Ax lấy B và C sao cho B nằm giữa A và C. Trên cạnh Ay lấy hai điểm D và E sao cho $BD // CE$. Từ E vẽ đường thẳng song song với DC cắt tia Ax ở F. Chứng minh:
- 1) $\frac{AD}{AE} = \frac{AB}{AC}$.
 - 2) $AC^2 = AB \cdot AF$.
- Bài 12.** Cho tam giác ABC có $AB = 4$ cm. Điểm D trên cạnh AB sao cho $AD = 3$ cm. Lấy điểm E trên cạnh AC sao cho $DE // BC$. Giả sử $AE + AC = 14$ cm. Tính tỉ số giữa AE và AC rồi tính độ dài của AE, AC, EC.
- Bài 13.** Cho tam giác ABC có $AB = 5$ cm. Điểm D trên cạnh AB sao cho $DB = 1,5$ cm. Lấy điểm E trên cạnh AC sao cho $DE // BC$. Giả sử $AE + AC = 13$ cm. Tính tỉ số giữa AC và EC rồi tính AC, EC, AE.
- Bài 14.** Cho tam giác ADE có $AD = 5$ cm. Kéo dài AD thêm một đoạn $DB = 3$ cm. Từ B kẻ tia song song với DE và cắt tia AE tại C. Giả sử $AE - EC = 3$ cm. Tính AE, EC và AC.
- Bài 15.** Cho tam giác ABC có $AB = 6$ cm. Điểm D trên cạnh AB sao cho $AD = 4$ cm. Lấy điểm E trên cạnh AC sao cho $DE // BC$. Giả sử $AE - EC = 3$ cm. Tính tỉ số giữa AE và EC rồi tính AE, EC và AC.
- Bài 16.** Cho tam giác ABC. Điểm D trên cạnh AB sao cho $AD = 2DB$. Lấy điểm E trên cạnh AC sao cho $DE // BC$. Giả sử $AE + AC = 15$ cm. Tính tỉ số giữa AE và AC rồi tính AE, AC, EC.
- Bài 17.** Cho tam giác ABC. Điểm D trên cạnh AB sao cho $3AD = 2DB$. Lấy điểm E trên cạnh AC sao cho $DE // BC$. Giả sử $AC + EC = 16$ cm. Tính AC, EC và AE.

Bài 18. Cho đoạn thẳng $AB = 5$ cm chứa điểm O sao cho $OA = 3$ cm. Đường thẳng xy qua O . Lấy điểm C trên tia Ox và D trên tia Oy sao cho $AC \parallel BD$. Giả sử $OC - OD = 1,5$ cm. Tính tỉ số giữa OC và OD rồi tính OC, OD và CD .

Bài 19. Cho hình thang $ABCD (AB \parallel CD)$. Lấy I trên cạnh AD và K trên cạnh BC sao cho $IK \parallel AB$. Chứng minh: $\frac{AI}{AD} = \frac{BK}{BC}$ (Gợi ý: nối BD cắt IK tại E rồi dùng định lý Thalès trong hai tam giác).

Bài 20. Cho tam giác ABC có hai đường trung tuyến BD và CE cắt nhau ở trọng tâm G . Lấy điểm M, N thuộc đoạn thẳng BC sao cho $GM \parallel AB, GN \parallel AC$. Tính $\frac{BM}{BC}, \frac{NC}{BC}$ rồi chứng minh: $BM = MN = NC$.

Bài 21. Cho $\triangle ABC$. Đường thẳng song song với BC cắt AC ở E và đường thẳng kẻ từ C song song với AB cắt đường thẳng trước tại F . BF cắt AC tại S . Chứng minh: $SC^2 = SE \cdot SA$.

Bài 22. Cho tam giác CAB và điểm P trên cạnh AC sao cho $PC = 3PA$. Từ P kẻ đường thẳng song song với AB cắt CB ở Q . Từ B kẻ tia song song với AC cắt PQ tại R . Tỉ số $\frac{PQ}{PR}$ bằng tỉ số nào trên cạnh BC ? Tính $\frac{PQ}{PR}$.

Bài 23. Cho tam giác ABC . Từ điểm D trên cạnh BC , kẻ các đường thẳng song song với các cạnh AB và AC , chúng cắt các cạnh AC và AB theo thứ tự tại F và E . Chứng minh: $\frac{AE}{AB} + \frac{AF}{AC} = 1$.

Bài 24. Cho tam giác ABC . Lấy điểm I trên cạnh AB . Lấy điểm K trên cạnh AC và điểm D trên cạnh BC sao cho $IK \parallel BC$ và $ID \parallel AC$. Chứng minh: $\frac{CD}{CB} + \frac{CK}{CA} = 1$.

Bài 25. Cho tam giác ABC vuông cân ở A có hai đường trung tuyến BM và AH cắt nhau ở G . Kẻ $AE \perp BM$ ở E và cắt BC tại F . Điểm G là gì đối với $\triangle ABC$ và $\triangle ABF$? Chứng minh: $FB = 2FC$.

Bài 26. Cho tam giác ABC có điểm O bên trong. AO cắt BC tại A_1, BO cắt CA tại B_1 và CO cắt AB tại C_1 . Kẻ $OD \parallel AB (D \in BC)$ và $OE \parallel AC (E \in BC)$. Chứng minh:

$$1) \quad \frac{DA_1}{BA_1} = \frac{EA}{CA} = \frac{DE}{BC}.$$

$$2) \quad \frac{OA_1}{AA_1} + \frac{OB_1}{BB_1} + \frac{OC_1}{CC_1} = 1.$$

$$3) \quad \frac{AO}{AA_1} + \frac{BO}{BB_1} + \frac{CO}{CC_1} = 2.$$

Bài 27. Cho tam giác ABC có D thuộc cạnh AB, E thuộc cạnh AC sao cho $DE \parallel BC$. Từ định lý Thalès thuận, hãy chứng minh hệ quả I : các cạnh của $\triangle ADE$

tương ứng tỉ lệ với các cạnh của $\triangle ABC$, nghĩa là $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$. Chứng minh kết quả tương tự khi D và E nằm trên tia đối của tia AB , tia đối của tia AC (Gợi ý: lấy F thuộc đường thẳng BC sao cho $EF \parallel AB$).

HỆ QUẢ ĐỊNH LÝ THALES.

Bài 1. Cho tam giác ABC có M thuộc cạnh AB . Từ M vẽ đường thẳng song song với BC và cắt cạnh AC tại N . Từ N vẽ đường thẳng song song với AB và cắt cạnh BC tại K .

- 1) So sánh $\frac{AM}{AB}$ và $\frac{AN}{AC}$
- 2) Tứ giác $MNKB$ là hình gì
- 3) Chứng minh $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

Bài 2. Cho tam giác ABC . Trên tia đối của tia AC lấy điểm P , từ P vẽ đường thẳng song song với BC và cắt đường thẳng AB tại Q . Từ Q vẽ đường thẳng song song với AC và cắt đường thẳng BC tại D .

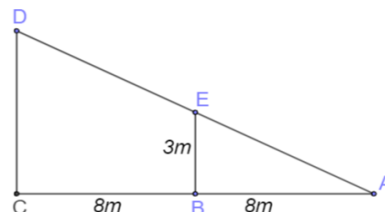
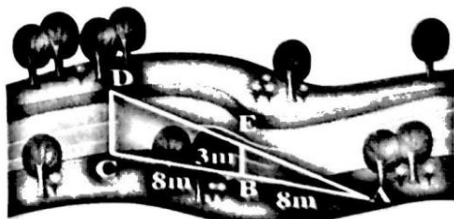
- 1) So sánh $\frac{AQ}{AB}$ và $\frac{CD}{BC}$
- 2). Tứ giác $PQDC$ là hình gì
- 3) Chứng minh $\frac{AQ}{AB} = \frac{PQ}{BC} = \frac{AP}{AC}$.

** Sau khi học sinh làm xong 2 bài trên thì giáo viên giảng bài hệ quả của định lý thales rồi cho học sinh viết lại cách trình bày của hệ quả vào vở bài tập lớp*

Bài 3. Cho tam giác ABC có $AB = 6\text{ cm}$, $AC = 5\text{ cm}$. Trên AB , AC lần lượt lấy D , E sao cho $AD = 2\text{ cm}$, $AE = \frac{5}{3}\text{ cm}$.

- 1) Tính các tỉ số $\frac{AD}{AB}$, $\frac{AE}{AC}$.
- 2) Qua D vẽ đường thẳng song song với BC cắt AC tại F . Tính AF
- 3) So sánh AF và AE .
- 4) Hãy nhận xét về vị trí của F, E , vị trí của hai đường thẳng DE và DF

Bài 4. Với số liệu đo đạc ghi trên hình bên. Hãy tính bề rộng CD của con kênh.



Bài 5. Vẽ xAy nhọn. Lấy điểm B và D thuộc tia Ax sao cho $AB = 5\text{ cm}$, $AD = 2\text{ cm}$. Lấy C thuộc Ay sao cho $BC = 7,5\text{ cm}$. Kẻ $DE \parallel BC$ (E thuộc đoạn AC). Tính DE .

Bài 6. Cho tam giác ABC có $AB = 12\text{ cm}$. Trên cạnh AB lấy điểm D sao cho

$$BD = 4\text{ cm}. \text{ Kẻ } DH \text{ và } BK \text{ cùng vuông góc với } AC \text{ tại } H \text{ và } K. \text{ Tính } \frac{DH}{BK}.$$

Bài 7. Cho tam giác MNP . Trên cạnh MN lấy điểm K sao cho $MN = 5NK$. Qua K kẻ đường thẳng song song với NP cắt MP ở T . Giả sử $NP = 20\text{ cm}$. Tính KT .

Bài 8. Cho tam giác MBC . Trên cạnh MB có điểm A sao cho $MA = 2AB$. Qua A kẻ đường thẳng song song với BC cắt MC ở D . Giả sử $AD = 18\text{ cm}$. Tính BC .

Bài 9. Cho tam giác ABC . Trên cạnh AB có lấy điểm D sao cho $DB = 3AD$. Qua D kẻ đường thẳng song song với BC cắt AC ở E . Giả sử $BC = 40\text{ cm}$. Tính DE .

Bài 10. Cho tam giác ABC có $DE \parallel BC$. Biết $BC = 7,5\text{ cm}, DE = 3\text{ cm}, AD = 2\text{ cm}$. Tính DB ?

Bài 11. Cho tam giác ABC . Trên cạnh AB có lấy điểm E sao cho $2AE = 3EB$. Qua E kẻ đường thẳng song song với BC cắt AC ở F . Giả sử $BC = 15\text{ cm}$. Tính EF .

Bài 12. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 15\text{ cm}, AC = 20\text{ cm}$. Trên hai cạnh AB và AC lần lượt lấy hai điểm M và N sao cho $AM = 4BM$ và $CN = \frac{1}{4}AN$.

- 1) Chứng minh $MN \parallel BC$
- 2) Tính độ dài MN

Bài 13. Cho hai tia Ax và By cố định, song song và cùng chiều. Điểm M di động trên tia Ax và điểm N di động trên tia By sao cho $\frac{AM}{BN} = \frac{1}{2}$. Chứng minh: đường thẳng MN đi qua một điểm cố định (Gọi ý: Điểm cố định là giao điểm của MN với AB)

Bài 14. Cho tam giác ABC . Điểm M trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Điểm N trên cạnh AC sao cho $CA = 3CN$.

- 1) Chứng minh: $AB = 3MN$
- 2) AM cắt BN tại G . Chứng minh: $GA = 3GM$.

Bài 15. Cho tam giác ABC có D, E lần lượt thuộc cạnh AB, AC sao cho $DE \parallel BC$. Trung tuyến AM của tam giác ABC cắt DE ở N . Chứng minh: N là trung điểm của DE .

Bài 16. Cho tam giác ABC có trung tuyến AM , MD là đường phân giác trong của ΔMAB . Từ D kẻ đường thẳng song song với BC cắt AM và AC lần lượt tại N và E .

- 1) MN là đường gì của ΔDME ?
- 2) $\Delta MND, \Delta MNE, \Delta MDE$ là các tam giác gì ?
- 3) Chứng minh: MD là đường phân giác của ΔAMC .

Bài 17. Cho tam giác ABC nhọn, các đường cao AD, CF cắt nhau tại H . Vẽ

$DN \perp AB$ tại N . Gọi I là giao điểm của BH và DN . Chứng minh $\frac{DI}{CH} = \frac{BI}{BH}$

và $\frac{DI}{NI} = \frac{CH}{FH}$.

Bài 18. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có AC cắt BD tại O . Gọi M là trung điểm của CD . MO cắt AB tại K . Áp dụng hệ quả của định lí Thales trong $\triangle OMC$ và $\triangle OMD$, hãy cho biết tỉ số $\frac{OK}{OM}$ bằng với những tỉ số nào trên hai đáy hình thang? Điểm K có gì đặc biệt? Vì sao?

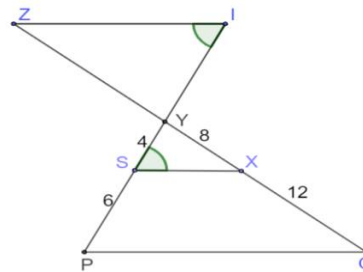
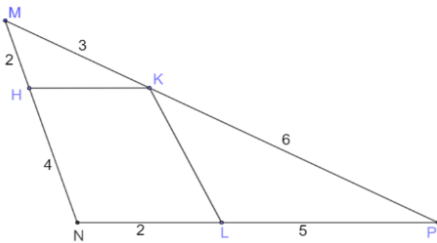
Bài 19. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) và $AB < CD$). AC cắt BD tại O , BC cắt AD tại I , M và K lần lượt là trung điểm của CD và AB .

- 1) Chứng minh đường thẳng MO đi qua K .
- 2) Chứng minh MI cũng đi qua K .
- 3) Có nhận xét gì về bốn điểm I, K, M, O .

Bài 20. Cho hình thoi $AEDF$ có chiều dài cạnh là x . Đường thẳng qua D cắt AF kéo dài tại B , cắt AE kéo dài tại C . Chứng minh: $\frac{AC - x}{AC} = \frac{x}{AB}$. Tính x nếu $AB = 10\text{cm}, AC = 15\text{cm}$.

ĐỊNH LÍ THALES ĐẢO.

Bài 1. Hãy chỉ ra các cặp đường thẳng song song với nhau trong mỗi hình bên đây.



Bài 2. Cho điểm C thuộc đoạn AB sao cho $\frac{CB}{AC} = \frac{1}{2}$. Tính $\frac{AC}{AB}; \frac{BC}{AB}$?

Bài 3. Cho điểm E thuộc đoạn KN sao cho $3EN = 2EK$. Tính $\frac{EK}{KN}; \frac{EN}{KN}$?

Bài 4. Cho điểm A thuộc đoạn MN sao cho $AM = \frac{1}{3}MN$. Tính $\frac{AN}{MN}; \frac{AM}{AN}$.

Bài 5. Cho xAy nhọn. Trên Ax có $AB = 7,5\text{cm}, AD = 5\text{cm}$. Trên tia Ay có

$AE = 2\text{cm}, EC = 1\text{cm}$. (E nằm giữa A và C). Tính $\frac{AE}{AC}$ và chứng minh: $DE \parallel$

BC

Bài 6. Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$), trên cạnh AB lấy điểm D sao cho

$AD = 1\text{cm}, BD = 3\text{cm}$; trên cạnh AC lấy E sao cho $AE = 2\text{cm}, EC = 6\text{cm}$.

1) Chứng minh: $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}$.

2) Chứng minh: $DE \parallel BC$.

Bài 7. Cho tam giác DEF nhọn ($DE < DF$), trên cạnh DE lấy điểm M sao cho $DM = 2\text{ cm}$, $DE = 5\text{ cm}$; trên cạnh DF lấy N sao cho $DN = 6\text{ cm}$, $DF = 15\text{ cm}$.

1) Chứng minh: $\frac{DM}{DE} = \frac{DN}{DF}$.

2) Chứng minh: $MN \parallel EF$.

Bài 8. Cho tam giác MNP nhọn ($MN < MP$), trên cạnh MN lấy điểm K sao cho $MN = 5\text{ cm}$, $KN = 3\text{ cm}$; trên cạnh MP lấy I sao cho $MP = 15\text{ cm}$, $IP = 9\text{ cm}$.

1) Chứng minh: $\frac{MN}{KN} = \frac{MP}{IP}$.

2) Chứng minh: $KI \parallel NP$

Bài 9. Cho tam giác KIJ nhọn ($KI < KJ$), trên cạnh KI lấy điểm M sao cho $\frac{KM}{IM} = \frac{1}{4}$, trên cạnh KJ lấy N sao cho $KN = 0,25\text{ cm}$, $NJ = 1\text{ cm}$.

1) Chứng minh: $\frac{MK}{MI} = \frac{NK}{NJ}$.

2) Chứng minh: $MN \parallel IJ$

Bài 10. Cho tam giác ABC có $AB = 6\text{ cm}$, $AC = 12\text{ cm}$. Trên cạnh AB, AC lần lượt lấy điểm M, N sao cho $AM = 4\text{ cm}$, $AN = 8\text{ cm}$. Chứng minh $MN \parallel BC$

Bài 11. Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$), trên hai cạnh AB và AC lần lượt lấy hai điểm M, N sao cho $BM = 2AM$, $AN = \frac{1}{2}CN$. Chứng minh $MN \parallel BC$

Bài 12. Cho $\angle xBy < 90^\circ$. Trên Bx có hai điểm A, D (A nằm giữa B và D) sao cho $\frac{DB}{DA} = \frac{11}{8}$. Trên By có hai điểm C, E (C nằm giữa B và E) sao cho $CB = \frac{3}{8}EC$.

Tính $\frac{EC}{EB}$ và chứng minh $AC \parallel DE$.

Bài 13. Cho tứ giác $ABCD$. Qua điểm E trên cạnh AD kẻ đường thẳng song song với DC và cắt AC ở G . Qua G kẻ đường thẳng song song với CB và cắt AB ở H .

1) Tỉ số $\frac{GA}{GC}$ bằng những tỉ số nào?

2) Chứng minh $HE \parallel BD$

Bài 14. Cho tứ giác $ABCD$ có $A = C = 90^\circ$. Từ điểm M trên BD , kẻ $ME \perp AD$ ở E , $MF \perp CD$ ở F . Chứng minh: $EF \parallel AC$

1) Cho tam giác ABC nhọn, có AM là đường trung tuyến. O là điểm bất kì thuộc đoạn AM . Trên tia đối của tia MA lấy điểm K sao cho $MK = MO$. Gọi E là giao điểm của BO và AC . Gọi F là giao điểm của CO và AB . Chứng minh: tứ giác $BOCK$ là hình bình hành.

2) Chứng minh: $\frac{AF}{AB} = \frac{AO}{AK}$.

3) Chứng minh: $EF \parallel BC$

4) Cho tam giác ABC nhọn, có AO là đường trung tuyến. T là điểm bất kì thuộc tia đối của tia OA . Trên tia đối của tia OT lấy điểm K sao cho $OK = OT$. Gọi N là giao điểm của BT và AC . Gọi M là giao điểm của CT và AB . Chứng minh: tứ giác $BKCT$ là hình bình hành.

5) Chứng minh: $\frac{AC}{AN} = \frac{AK}{AT}$.

6) Chứng minh: $BC \parallel MN$.

Bài 15. Cho tam giác ABC nhọn, có AD, BE và CF là ba đường cao cắt nhau tại H . Vẽ $DK \perp AB$ tại K , $DN \perp AC$ tại N .

1) Chứng minh: $\frac{AF}{AK} = \frac{AH}{AD}$.

2) Chứng minh: $EF \parallel KN$.

Bài 16. Cho tứ giác $ABCD$. Lấy điểm I trên cạnh AD sao cho $AI = 2ID$. Lấy điểm K trên cạnh BC sao cho $BC = 3BK$. Lấy điểm M trên cạnh CD sao cho $IM \parallel AC$. Chứng minh: $MK \parallel BD$.

Bài 17. Cho điểm O thuộc miền trong của $\triangle ABC$. Gọi D, E, F lần lượt thuộc đoạn thẳng OA, OB, OC sao cho $DE \parallel AB, DF \parallel AC$. Tỉ số $\frac{DO}{DA}$ bằng những tỉ số nào? Chứng minh: $EF \parallel BC$.

Bài 18. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, có ba đường cao AD, BE và CF cắt nhau tại H . Gọi M, N, K lần lượt là hình chiếu của D lên AB, AC và BE

1) Chứng minh: $\frac{AF}{AM} = \frac{AH}{AD}$ và $EF \parallel MN$.

2) Chứng minh: $\frac{BM}{BF} = \frac{BD}{BC}$ và $MK \parallel EF$.

3) Chứng minh: M, K, N thẳng hàng.

Bài 2. ĐƯỜNG TRUNG BÌNH CỦA MỘT TAM GIÁC

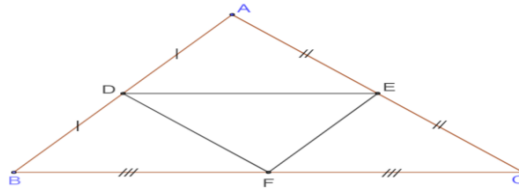
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Định nghĩa: Đường trung bình của tam giác là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh của tam giác.

Tính chất: Đường trung bình của tam giác thì song song với cạnh thứ ba và bằng nửa cạnh ấy

Chú ý: Đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh của tam giác và song song với cạnh thứ hai thì đi qua trung điểm cạnh thứ ba.

Ví dụ 1: Trong hình bên, tìm các đường trung bình của $\triangle ABC$

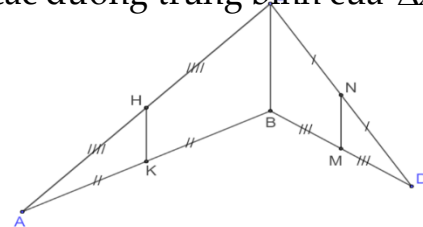


Hướng dẫn giải:

Vì D, E lần lượt là trung điểm của AB và AC nên DE là đường trung bình của ΔABC . Tương tự, ta cũng có DF, EF là các đường trung bình của ΔABC

Ví dụ 2. Trong hình 6, cho biết $BC = 24\text{ cm}$.

- a) Chứng minh $HK \parallel MN$.
- b) Tính độ dài MN và HK .



Hình 6

Hướng dẫn giải

a) Xét ΔABC ta có:

H là trung điểm của AC (gt)

K là trung điểm của AB (gt)

$\Rightarrow HK$ là đường trung bình ΔABC .

$$\Rightarrow HK \parallel BC \text{ và } HK = \frac{1}{2}BC \quad (1)$$

Tương tự MN là đường trung bình ΔBCD

$$\text{Suy ra } MN \parallel BC \text{ và } MN = \frac{1}{2}BC \quad (2)$$

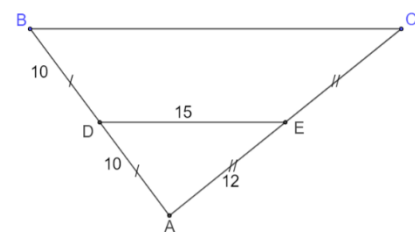
Từ (1) và (2) suy ra $HK \parallel MN$

b) Ta có $HK = MN = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \cdot 24 = 12(\text{cm})$

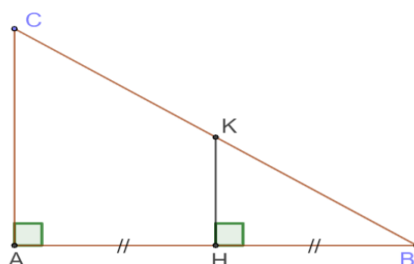
B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1. Cho tam giác ABC , vẽ đường thẳng d đi qua trung điểm D của cạnh AB , song song với cạnh BC và cắt AC tại E . Chứng minh E là trung điểm của AC

Bài 2. Tìm độ dài đoạn thẳng BC trong hình bên



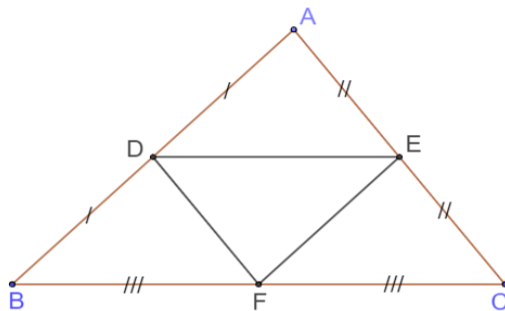
Bài 3. Trong hình bên, chứng minh HK là đường trung bình của ΔABC



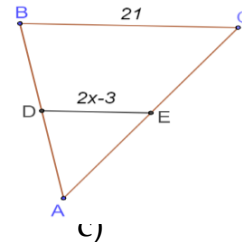
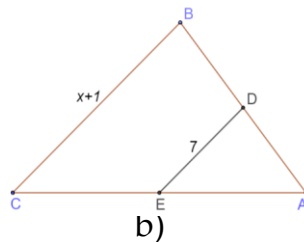
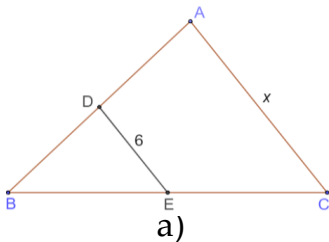
Bài 4. Cho M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AB và AC của ΔABC

- 1) Tính các tỉ số $\frac{AM}{AB}, \frac{AN}{AC}$
- 2) Chứng minh: $MN \parallel BC$
- 3) Chứng minh $\frac{MN}{BC} = \frac{1}{2}$

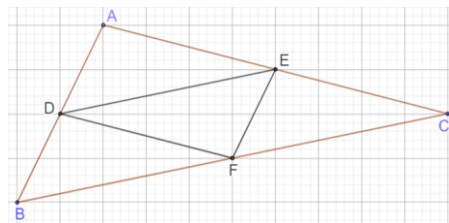
Bài 5. Trong hình bên cho biết $AB = 10\text{ cm}, DE = 6,5\text{ cm}, EC = 3,7\text{ cm}$. Tính AD, EF, DF, BC



Bài 6. Cho DE là đường trung bình của mỗi tam giác ABC trong hình bên dưới. hãy tính giá trị x trong mỗi hình



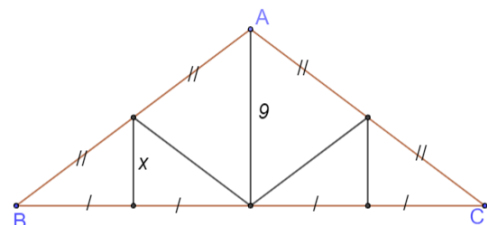
Bài 7. Cho biết mỗi cạnh ô vuông bằng 2 cm . Tính độ dài các cạnh của ΔABC và ΔDEF



Bài 8. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có E và F lần lượt là trung điểm của AD và BC . Gọi H là giao điểm của AF và DC .

- 1) Chứng minh $\Delta ABF = \Delta KCF$
- 2) Chứng minh $EF \parallel CD \parallel AB$
- 3) Chứng minh $EF = \frac{AB + CD}{2}$.

Bài 9. Cho tam giác ABC nhọn có D, E, F lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA . Kẻ AH



là đường cao. Chứng minh $DHFE$ là hình thang cân

Bài 10. Một mái nhà được vẽ lại như hình bên.

Tính độ dài x trong hình mái nhà

C. BÀI TẬP TỰ RÈN

Bài 1. Cho tam giác ABC có AE, BF, CK là ba đường trung tuyến. gọi I là trung điểm của AE .

- 1) Chứng minh: KI và KF cùng song song với BC .
- 2) Chứng minh K, I, F thẳng hàng.

Bài 2. Cho tam giác ABC có $AB = 5\text{ cm}, AC = 7\text{ cm}, BC = 9\text{ cm}$. Kéo dài AB lấy điểm D sao cho $BD = BA$, kéo dài AC lấy điểm E sao cho $CE = CA$. Kéo dài đường trung tuyến AM của tam giác ABC lấy $MI = MA$. Chứng minh:

- 1) Tính độ dài các cạnh tam giác ADE
- 2) Chứng minh: $DI // BC$
- 3) Chứng minh: Ba điểm D, I, E thẳng hàng.

Bài 3. Cho tam giác MNP có $MN = 4\text{ cm}, MP = 6\text{ cm}, NP = 8\text{ cm}$. Kéo dài MN lấy điểm I sao cho $NI = NM$, kéo dài MP lấy điểm K sao cho $PK = PM$. Kéo dài đường trung tuyến MO của tam giác MNP lấy $OS = OM$. Chứng minh:

- 1) Tính độ dài các cạnh tam giác MIK
- 2) Chứng minh: Ba điểm D, I, E thẳng hàng.

Bài 4. Cho tứ giác $ABCD$ ($AB // CD$). Gọi E, F, K theo thứ tự là trung điểm của AD, BC, AC .

- 1) So sánh các độ dài EK và CD , KF và AB .
- 2) Chứng minh: $EF = \frac{AB + CD}{2}$.

Bài 5. Cho tam giác ABC có D là trung điểm của AB . Tia $Dz // BC$ cắt AC tại E . Chứng minh: E là trung điểm của AC

Bài 6. Cho tam giác ABC lấy I thuộc cạnh AB sao cho $IA = IB$. Qua I kẻ đường thẳng song song với BC cắt AC tại K .

- 1) Chứng minh K là trung điểm của AC
- 2) Chứng minh IK là đường trung bình của tam giác ABC .

Bài 7. Cho tam giác ABC có độ dài $BC = a$ và M là trung điểm của AB . Tia $Mx // BC$ cắt AC tại N

- 1) Chứng minh N là trung điểm của AC .
- 2) Tính độ dài đoạn thẳng MN theo a .

Bài 8. Cho tam giác ABC cân tại A có M là trung điểm BC . Kẻ $Mx \parallel AC$ cắt AB tại E , Kẻ $My \parallel AB$ cắt AC tại F . Chứng minh:

- 1) E, F là trung điểm của AB và AC
- 2) $EF = \frac{1}{2}BC$
- 3) $ME = MF = AE = AF$.

Bài 9. Cho tam giác ABC có AH là đường cao. Lấy E và K lần lượt là trung điểm của AB và AC .

- 1) Chứng minh: EK là đường trung bình của tam giác ABC
- 2) Đường thẳng EK cắt AH tại I . Chứng minh: I là trung điểm của AH
- 3) Biết $BC = 10cm$. Tính EK .

Bài 10. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Qua trung điểm M của AD vẽ đường thẳng song song với AB cắt AC tại N và BC tại K .

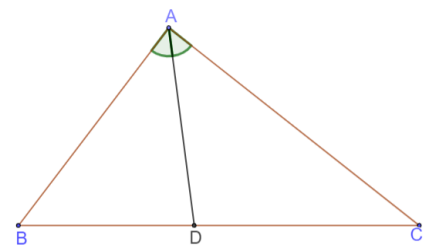
- 1) Chứng minh N là trung điểm của AC và K là trung điểm của BC
- 2) Cho $AB = \frac{1}{2}DC$ và $DC = 20cm$. Tính độ dài AB, MN, NK, MK .

BÀI 3. TÍNH CHẤT ĐƯỜNG PHÂN GIÁC CỦA TAM GIÁC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Trong một tam giác, đường phân giác trong (hay đường phân giác ngoài) của một góc chia cạnh đối diện thành hai đoạn thẳng tỉ lệ với hai cạnh kề hai đoạn ấy.

GT	AD là phân giác, $D \in BC$
KL	$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$



Ví dụ 1. Cho $\triangle ABC$ có $AB = 10cm, AC = 16cm$. Đường phân giác của góc A cắt BC tại D . Biết $DB = 8cm$, Tính DC .

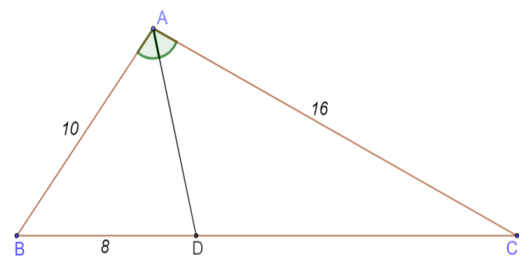
Hướng dẫn giải

Xét $\triangle ABC$, ta có:

AD là đường phân giác

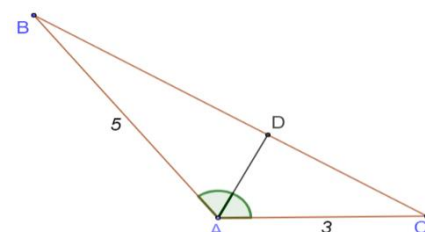
$$\Rightarrow \frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} \text{ (Tính chất đường phân giác trong)}$$

$$\Rightarrow \frac{8}{DC} = \frac{10}{16} \Rightarrow DC = \frac{8 \cdot 16}{10} = 12,8 (cm)$$



Ví dụ 2. Tính tỉ số hai đoạn thẳng DB và DC

Hướng dẫn giải



Xét $\triangle ABC$, ta có:

AD là đường phân giác

$$\Rightarrow \frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} \text{ (Tính chất đường phân giác trong)}$$

$$\Rightarrow \frac{DB}{DC} = \frac{5}{3}.$$

Ví dụ 3. Tính độ dài các đoạn thẳng BC, DA, DC

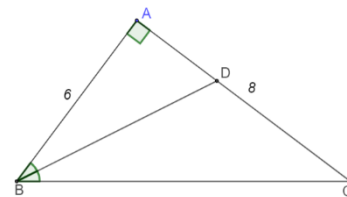
Hướng dẫn giải

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \text{ (định lí pythagore)}$$

$$= 6^2 + 8^2 = 100$$

$$\Rightarrow BC = 10$$



Xét $\triangle ABC$ có:

BD là đường phân giác

$$\Rightarrow \frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC} \text{ (tính chất đường phân giác trong)}$$

$$\Rightarrow \frac{DA}{DC} = \frac{6}{10} \Rightarrow \frac{DA}{6} = \frac{DC}{10} = \frac{DA+DC}{6+10} = \frac{AC}{16} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

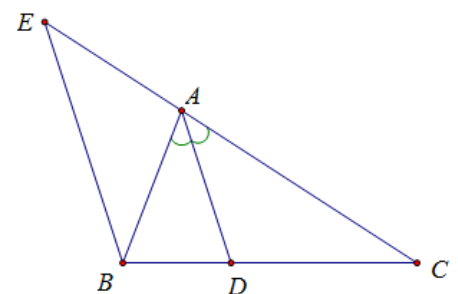
$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{DA}{6} = \frac{1}{2} \\ \frac{DC}{10} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} DA = 3 \\ DC = 5 \end{cases}$$

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

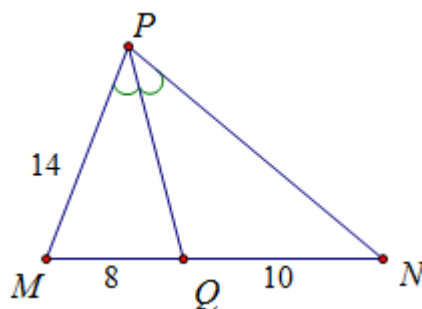
Bài 1. Cho $\triangle ABC$ có đường phân giác AD . Vẽ đường thẳng qua B song song với AD và cắt đường thẳng AC tại E (Hình bên).

1) Chứng minh: $\triangle ABE$ cân tại A .

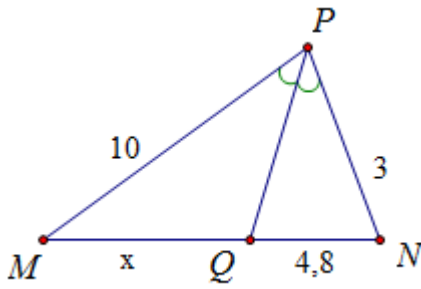
2) Chứng minh: $\frac{DB}{DC} = \frac{AE}{AC} = \frac{AB}{AC}$.



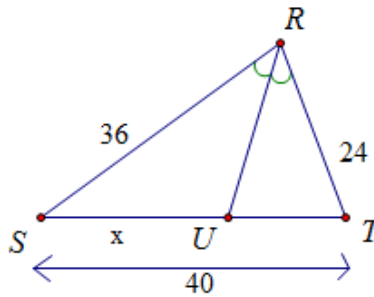
Bài 2. Tính độ dài cạnh PN của $\triangle PMN$ trong hình bên dưới:



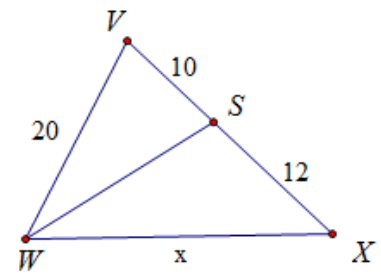
Bài 3. Tính độ dài x trong hình bên dưới.



a)



b)



c)

Bài 4. Cho $\triangle ABC$ có $AB = 12\text{cm}$, $AC = 16\text{cm}$, $BC = 20\text{cm}$. Đường phân giác góc BAC cắt cạnh BC tại D .

- 1) Tính DB và DC .
- 2) Tính tỉ số diện tích giữa $\triangle ADB$ và $\triangle ADC$.

Bài 5. Cho $\triangle ABC$ có $AB = 30\text{cm}$, $AC = 40\text{cm}$, $BC = 50\text{cm}$. Đường phân giác góc A cắt cạnh BC tại D . Qua D vẽ $DE \parallel AB$ (E thuộc AC).

- 1) Tính độ dài các đoạn thẳng DB , DC và DE .
- 2) Chứng minh $\triangle ABC$ vuông và tính diện tích $\triangle ABC$.
- 3) Tính diện tích các tam giác ADB , ADE , DCE .

Bài 6. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 3\text{cm}$, $AC = 4\text{cm}$. Đường phân giác góc A cắt cạnh BC tại D .

- 1) Tính BC , DB , DC .
- 2) Vẽ đường cao AH . Tính AH , HD , AD .

Bài 7. Cho $\triangle ABC$ có trung tuyến AM . Đường phân giác góc AMB cắt AB tại P và đường phân giác góc AMC cắt AC tại Q . Chứng minh: $PQ \parallel BC$.

C. BÀI TẬP TỰ RÈN

Bài 1. Cho $\triangle ABC$ có AD là đường phân giác trong. Từ B kẻ tia song song với AC và cắt AD tại M .

- 1) Dùng hệ quả của định lý Thalès đối với $\triangle DAC$ thì tỉ số $\frac{DB}{DC}$ bằng với tỉ số nào?
- 2) $\triangle ABM$ là tam giác gì? Chứng minh hệ quả 2 của định lý Thalès: đường phân giác AD của $\triangle ABC$ chia cạnh đối diện thành hai đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ với hai cạnh kề của hai đoạn thẳng đó, nghĩa là $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$.

Bài 2. Cho $\triangle ABC$ không cân tại A (để dễ vẽ hình nên vẽ góc ở đỉnh B tù) và có AE là đường phân giác ngoài (E thuộc đường thẳng BC). Từ B kẻ tia song song với AC và cắt AE tại M .

- 1) Theo hệ quả của định lý Thalès trong $\triangle EAC$ thì tỉ số $\frac{EB}{EC}$ bằng với tỉ số nào?

2) $\triangle ABM$ là tam giác gì? Chứng minh: $\frac{EB}{EC} = \frac{AB}{AC}$.

Bài 3. Cho $\triangle ABC$ có AI là đường phân giác trong (I thuộc cạnh BC). Cho $AB = 5cm$, $AC = 2cm$; $BC = 6cm$.

1) Tính tỉ số $\frac{IB}{IC}$.

2) Tính độ dài đoạn thẳng IB, IC .

Bài 4. Cho $\triangle ABC$ có AD là đường phân giác trong (D thuộc cạnh BC). Cho $AB = 4cm$, $AC = 9cm$; $BC = 10cm$.

1) Tính tỉ số $\frac{DB}{DC}$.

2) Tính độ dài đoạn thẳng DB, DC .

Bài 5. Cho $\triangle ABC$ có AI là đường phân giác trong (I thuộc cạnh BC). Cho $AB = 9cm$, $AC = 7cm$; $BC = 14cm$.

1) Tính tỉ số $\frac{IB}{IC}$.

2) Tính độ dài đoạn thẳng IB, IC .

Bài 6. Cho $\triangle ABC$ có AD là đường phân giác trong (D thuộc cạnh BC). Cho $AB = 12cm$, $AC = 15cm$; $BC = 21cm$. Tính độ dài đoạn thẳng DB, DC .

Bài 7. Cho $\triangle MNP$ có MI là đường phân giác trong (I thuộc cạnh NP). Cho $MN = 15cm$, $MP = 9cm$; $NP = 12cm$. Tính độ dài đoạn thẳng IN, IP .

Bài 8. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có AD là đường phân giác trong. Biết $AB = 6cm$, $BC = 10cm$. Tính độ dài đoạn thẳng DB, DC .

Bài 9. Kẻ phân giác AD của $\triangle ABC$. Giả sử $AB = 8cm$, $AC = 12cm$ và $CD - BD = 5cm$. Tính độ dài đoạn thẳng DB, DC .

Bài 10. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có BE là đường phân giác trong. Biết $AB = 12cm$, $BC = 20cm$. Tính độ dài đoạn thẳng EA, EC, BE .

Bài 11. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có CK là đường phân giác trong. Biết $AC = 4cm$, $BC = 5cm$. Tính độ dài đoạn thẳng KA, KB, CK .

Bài 12. Cho $\triangle DEF$ có DK là đường phân giác ngoài (K thuộc đường thẳng EF). Cho $DE = 5cm$, $DF = 6cm$; $EF = 8cm$.

1) Tính tỉ số $\frac{KE}{KF}$.

2) Tính độ dài đoạn thẳng KE, KF .

Bài 13. Cho $\triangle ABC$ có AK là đường phân giác ngoài (K thuộc đường thẳng BC). Cho $AB = 10cm$, $AC = 16cm$; $BC = 12cm$.

1) Tính tỉ số $\frac{KB}{KC}$.

2) Tính độ dài đoạn thẳng KB, KC .

Bài 14. Cho $\triangle DEF$ có DK là đường phân giác ngoài (K thuộc đường thẳng EF). Cho $DE = 7cm$, $DF = 12cm$; $EF = 10cm$.

1) Tính tỉ số $\frac{KE}{KF}$.

2) Tính độ dài đoạn thẳng KE, KF .

Bài 15. Cho $\triangle DEF$ có DN là đường phân giác ngoài (N thuộc đường thẳng EF).

Cho $DE = 9cm, DF = 4cm; EF = 6cm$.

1) Tính tỉ số $\frac{NE}{NF}$.

2) Tính độ dài đoạn thẳng NE, NF .

Bài 16. Cho $\triangle DEF$ có DK là đường phân giác ngoài (K thuộc đường thẳng EF).

Cho $DE = 5cm, DF = 12cm; EF = 10cm$. Tính độ dài đoạn thẳng KE, KF .

Bài 17. Cho $\triangle ABC$ có AI là đường phân giác trong, $AB = 9cm$.

1) $AC = 12cm; BC = 18cm$. Tính tỉ số $\frac{IB}{IC}$.

2) Tính độ dài đoạn thẳng IB, IC .

3) Cho AK là đường phân giác ngoài của $\triangle ABC$. Tính tỉ số $\frac{KB}{KC}$.

4) Tính độ dài đoạn thẳng KB, KC .

5) Tính độ dài đoạn thẳng IK .

Bài 18. Cho $\triangle ABC$ có AI là đường phân giác trong, $AB = 12cm; AC = 15cm; BC = 21cm$.

1) Tính tỉ số $\frac{IB}{IC}$.

2) Tính độ dài đoạn thẳng IB, IC .

3) Cho AK là đường phân giác ngoài. Tính tỉ số $\frac{KB}{KC}$.

4) Tính độ dài đoạn thẳng KB, KC .

5) Tính độ dài đoạn thẳng IK .

Bài 19. Cho $\triangle ABC$ có AI là đường phân giác trong, $AB = 4cm; AC = 12cm; BC = 9cm$.

1) Tính tỉ số $\frac{IB}{IC}$.

2) Tính độ dài đoạn thẳng IB, IC .

3) Cho AK là đường phân giác ngoài. Tính tỉ số $\frac{KB}{KC}$.

4) Tính độ dài đoạn thẳng IK .

Bài 20. Cho $\triangle ABC$ có AI là đường phân giác trong, $AB = 10cm; AC = 5cm; BC = 12cm$.

1) Tính độ dài đoạn thẳng IB, IC .

2) Cho AK là đường phân giác ngoài. Tính độ dài KB, KC .

3) Tính độ dài đoạn thẳng IK .

Bài 21. Cho $\triangle ABC$ có AI là đường phân giác trong, $AB = 2cm; AC = 3cm; BC = 4cm$.

1) Tính độ dài đoạn thẳng IB, IC .

2) Cho AK là đường phân giác ngoài. Tính độ dài KB, KC .

3) Tính độ dài đoạn thẳng IK .

Bài 22. Cho $\triangle ABC$ có AI là đường phân giác trong, $AB = 6cm; AC = 12cm; BC = 14cm$.

- 1) Tính độ dài đoạn thẳng IB, IC .
- 2) Cho AK là đường phân giác ngoài. Tính độ dài KB, KC .
- 3) Tính độ dài đoạn thẳng IK .

Bài 23. Cho $\triangle ABC$ có AI là đường phân giác trong, $AB = 13cm$; $AC = 17cm$; $BC = 20cm$.

- 1) Tính độ dài đoạn thẳng IB, IC .
- 2) Cho AK là đường phân giác ngoài. Tính độ dài KB, KC .
- 3) Tính độ dài đoạn thẳng IK .

Bài 24. Cho $\triangle ABC$ có AI là đường phân giác trong, $AB = 8cm$, $AC = 14cm$; $BC = 20cm$.
Cho AK là đường phân giác ngoài. Tính độ dài đoạn thẳng IK .

Bài 25. Cho $\triangle ABC$ có AI là đường phân giác trong, $AB = 6cm$, $AC = 9cm$; $BC = 10cm$.
Cho AK là đường phân giác ngoài. Tính độ dài đoạn thẳng IK .

Bài 26. Cho $\triangle ABC$ có AI là đường phân giác trong, $AB = 10cm$, $AC = 15cm$; $BC = 18cm$.
Cho AK là đường phân giác ngoài. Tính độ dài đoạn thẳng IK .

Bài 27. Cho tam giác nhọn ABC có AD là đường phân giác trong. Giả sử $AB = 8cm$,
 $AC = 12cm$ và $CD - BD = 6cm$. Tính độ dài đoạn thẳng DB, DC .

Bài 28. Cho $\triangle ABC$ có $AB = 6cm$, $AC = 9cm$; $BC = 10cm$. Vẽ tia Ax là tia đối của tia AC .
Vẽ AD và AE lần lượt là đường phân giác trong và đường phân giác ngoài.

- 1) Chứng minh: $\angle DAB = \frac{1}{2}\angle BAC$ và $\angle EAB = \frac{1}{2}\angle BAx$.
- 2) Chứng minh: $\angle DAB + \angle EAB = 90^\circ$ và tam giác ADE vuông tại A .
- 3) AM là đường trung tuyến của tam giác ADE . Tính DB và EB .
- 4) Tính DE và AM .

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Chọn phương án đúng

Câu 1. Cho $\triangle ABC$, biết $DE \parallel BC$. Biết $AE = 6cm$, $EC = 3cm$;

$DB = 2cm$ (Hình bên). Độ dài đoạn thẳng AD là:

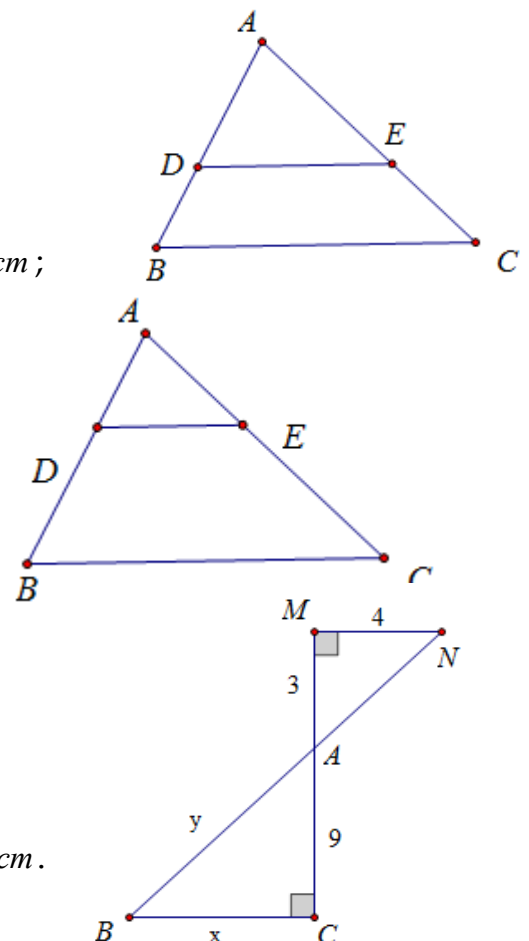
- | | |
|------------|--------------|
| A. $4cm$. | B. $3cm$. |
| C. $5cm$. | D. $3,5cm$. |

Câu 2. Cho $\triangle ABC$, biết $DE \parallel BC$ (Hình bên). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| A. $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$. | B. $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$. |
| C. $\frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$. | D. $\frac{DB}{AB} = \frac{DE}{BC}$. |

Câu 3. Cho hình bên, biết $AM = 3cm$, $MN = 4cm$, $AC = 9cm$.

Giá trị của biểu thức $x - y$ là:



- A. $4cm$.
- B. $3cm$.
- C. $-3cm$.
- D. $-4cm$.

Câu 4. Cho tam giác MNP có MD là tia phân giác của góc M (D thuộc NP). Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng?

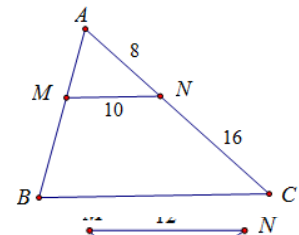
- A. $\frac{DN}{MN} = \frac{DP}{MP}$.
- B. $\frac{DN}{MN} = \frac{MP}{DP}$.
- C. $\frac{DN}{DP} = \frac{MP}{MN}$.
- D. $\frac{MN}{MP} = \frac{DP}{DN}$.

Câu 5. Cho hai đoạn thẳng $AB = 12cm$, $CD = 18cm$. Tỉ số của hai đoạn thẳng AB và CD là:

- A. $\frac{4}{3}$.
- B. $\frac{3}{4}$.
- C. $\frac{2}{3}$.
- D. $\frac{3}{2}$.

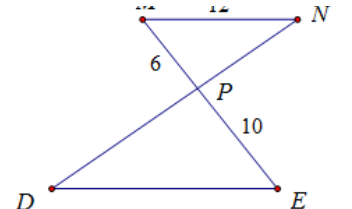
Câu 6. Cho hình vẽ bên, biết $MN \parallel DE$, $AN = 4cm$, $NC = 8cm$, $MN = 10cm$. Độ dài đoạn thẳng BC là:

- A. $25cm$.
- B. $22cm$.
- C. $30cm$.
- D. $20cm$.



Câu 7. Cho hình vẽ bên, biết $MN \parallel DE$, $MN = 6cm$, $MP = 3cm$, $PE = 5cm$. Độ dài đoạn thẳng DE là:

- A. $22cm$.
- B. $21cm$.
- C. $23cm$.
- D. $20cm$.



Câu 8. Cho tam giác ABC , một đường thẳng song song với BC cắt AB và AC lần lượt tại D và E . Qua E kẻ đường thẳng song song với CD cắt AB tại F . Biết $AB = 25$, $AF = 9$, $EF = 12$. Độ dài đoạn CD là:

- A. $22cm$.
- B. $21cm$.
- C. $23cm$.
- D. $20cm$.

Câu 9. Cho tam giác ABC có AD là đường phân giác. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng?

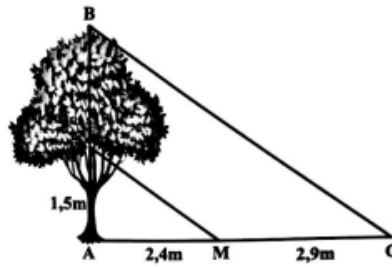
- A. $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$.
- B. $\frac{AB}{DC} = \frac{BD}{AC}$.
- C. $\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{AC}$.
- D. $\frac{BD}{DC} = \frac{AD}{AC}$.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

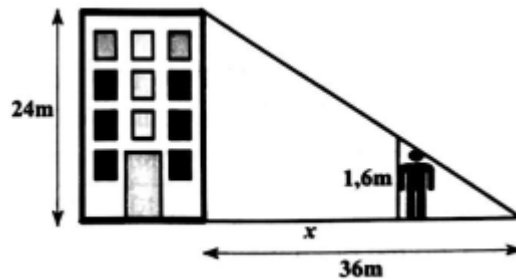
Bài 1. Cho tam giác ABC và điểm D trên cạnh AB sao cho $AD = 13,5cm$, $DB = 4,5cm$. Tính tỉ số các khoảng cách từ D và B đến cạnh AC .

Bài 2.

1) Độ cao AN và chiều dài bóng nắng của các đoạn thẳng AN , BN trên mặt đất được ghi lại như trong hình bên. Tìm chiều cao AB của cái cây.



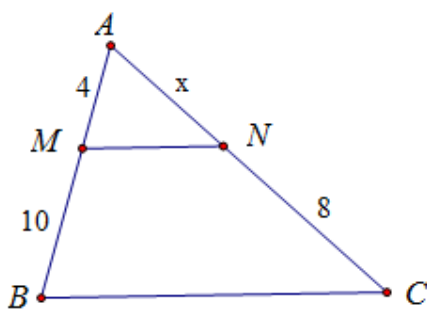
2) Một tòa nhà cao $24m$, đổ bóng nắng dài $36m$ trên đường. Một người cao $1m6$ muốn đứng trong bóng râm của toàn nhà. Hỏi người đó có thể đứng cách tòa nhà xa nhất bao nhiêu mét?



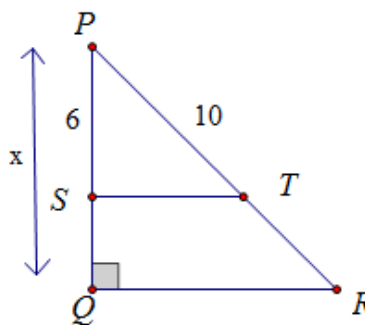
Bài 3. Cho tam giác ABC có $BC = 20cm$. Trên đường cao AH lấy các điểm K, I sao cho $AK = KI = IH$. Qua I và K vẽ các đường $EF \parallel BC, MN \parallel BC$ ($E, M \in AB; F, N \in AC$).

- 1) Tính độ dài các đoạn thẳng MN và EF .
- 2) Tính diện tích tứ giác $MNFE$ biết rằng diện tích tam giác ABC là $0,8m^2$.

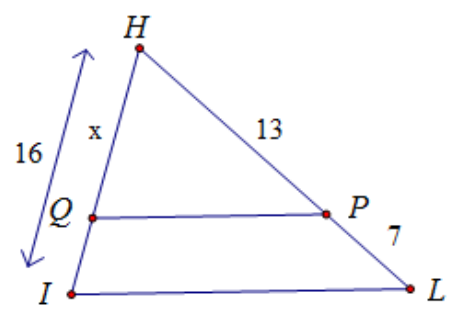
Bài 4. Tính độ dài x trong hình bên dưới:



a)

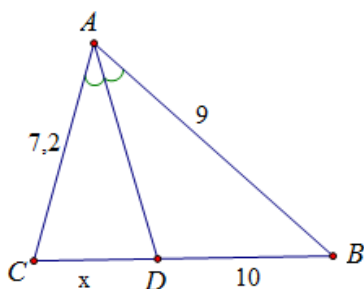


b)

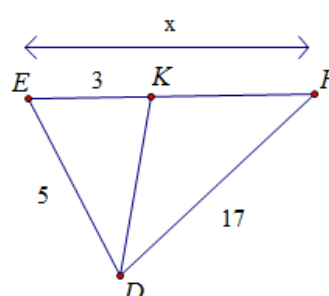


c)

Bài 5. Tính độ dài x trong hình bên dưới:



a)



b)

Bài 6. Cho tứ giác $ABCD$ có AC và BD cắt nhau tại O . Qua O kẻ đường thẳng song song với BC cắt AB tại H , kẻ đường thẳng song song với CD cắt AD tại K .

1) Chứng minh: $HK \parallel BD$.

2) Từ O kẻ đường thẳng song song với AB cắt BC tại G và đường thẳng song song với AD cắt CD tại I . Chứng minh: $CG \cdot DI = BG \cdot CI$

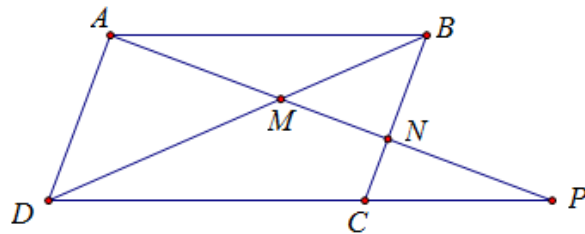
Bài 7. Cho hình bình hành $ABCD$.

Đường thẳng d đi qua A cắt BD , BC , CD lần lượt tại M , N , P .

Chứng minh:

1) $MA^2 = MN \cdot MP$

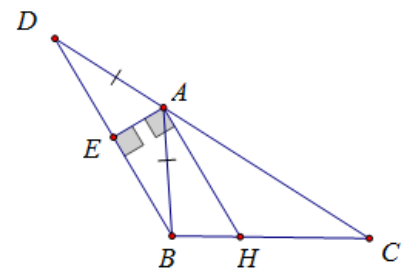
2) $\frac{1}{AM} = \frac{1}{AN} + \frac{1}{AP}$



Bài 8.

1) Quan sát hình bên, chứng minh AH là đường phân giác của góc A trong $\triangle ABC$.

2) Dựa vào kết quả câu 1, hãy nêu cách vẽ đường phân giác của một góc trong tam giác bằng thước kẻ và ê - ke.



CHƯƠNG 8. HÌNH ĐỒNG DẠNG.

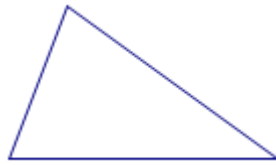
Bài 1. TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG.

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Nêu nhận xét về hình dạng và kích thước của từng cặp hình: Hình a và Hình b, Hình c và Hình d, Hình e và Hình g.



a)



b)



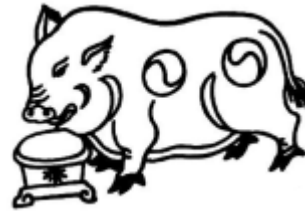
c)



d)



e)



g)

Hai hình trong mỗi cặp hình trên gọi là hai hình đồng dạng. Trong bài này ta chỉ xét các tam giác đồng dạng.

Định nghĩa:

ΔABC gọi là đồng dạng với ΔDEF nếu:

$$A = D, B = E, C = F \text{ và } \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$$

Kí hiệu: $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ (các đỉnh phải viết theo thứ tự tương ứng)

Tỉ số các cạnh tương ứng

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD} = k \text{ gọi là tỉ số đồng}$$

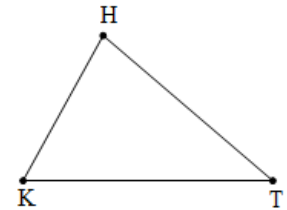
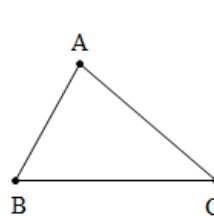
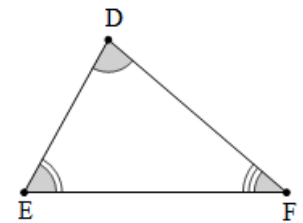
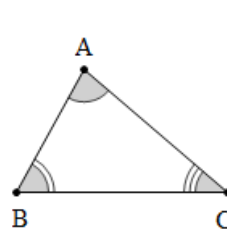
dạng.

Ví dụ 1. Cho biết $\Delta ABC \sim \Delta HKT$.

a) Hãy viết các cặp góc bằng nhau.

b) Cho $HK = 30cm, AB = 12cm$, tính tỉ số

$$\frac{HT}{AC}$$



Hướng dẫn giải:

a) Vì $\Delta ABC \sim \Delta HKT$ nên $A = H, B = K, C = T$

b) Vì $\Delta ABC \sim \Delta HKT$ nên $\frac{AB}{HK} = \frac{BC}{KT} = \frac{CA}{HT} = k$

* Tính chất:

- Mỗi tam giác đồng dạng với chính nó theo tỉ số $k = 1$
- Nếu $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ theo tỉ số k thì $\triangle DEF \sim \triangle ABC$ theo tỉ số $\frac{1}{k}$. Ta nói $\triangle ABC$ và $\triangle DEF$ đồng dạng với nhau.
- Nếu $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ và $\triangle DEF \sim \triangle HKT$ thì $\triangle ABC \sim \triangle HKT$

Ví dụ 2: Cho $\triangle ABC \sim \triangle DEF \sim \triangle MNP$. Biết $A = 50^\circ$. Tính M

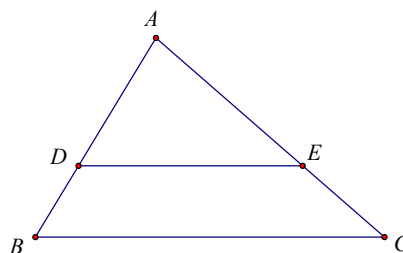
Hướng dẫn giải:

Ta có: $\triangle ABC \sim \triangle MNP$ (gt)

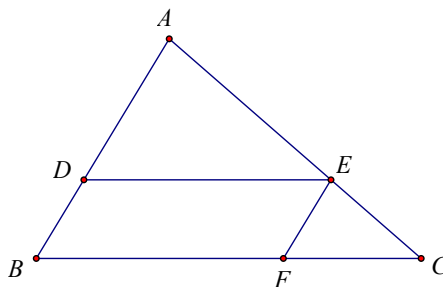
$\Rightarrow A = M$ mà $A = 50^\circ$ nên $M = 50^\circ$

Định lý:

Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và song song với cạnh còn lại thì nó tạo ra một tam giác mới đồng dạng với tam giác đã cho.



Ví dụ 3: Quan sát hình bên, cho biết $DE \parallel BC, EF \parallel AB$. Chứng minh: $\triangle ADE \sim \triangle EFC$



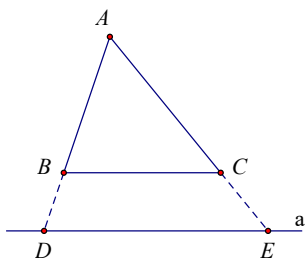
Hướng dẫn giải:

Ta có: $DE \parallel BC$ nên $\triangle ADE \sim \triangle ABC$

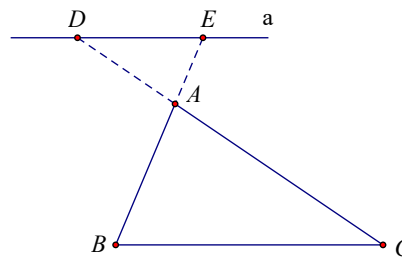
$EF \parallel AB$ nên $\triangle EFC \sim \triangle ABC$

Do đó $\triangle ADE \sim \triangle EFC$

* **Chú ý:** Định lý trên cũng đúng trong trường hợp đường thẳng a cắt phần kéo dài của hai cạnh của tam giác và song song với cạnh còn lại (Hình a, b).



a)



b)

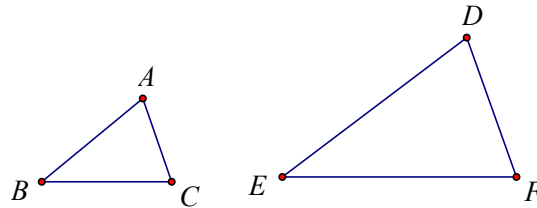
B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1. Trong khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai? Tại sao?

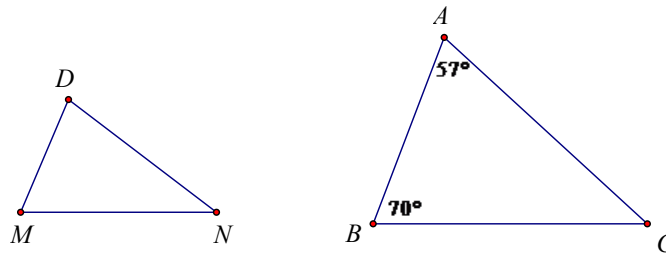
- 1) Hai tam giác bằng nhau thì đồng dạng với nhau
- 2) Hai tam giác đồng dạng với nhau thì bằng nhau.

Bài 2. Cho tam giác ABC , hãy vẽ một tam giác đồng dạng với tam giác ABC theo tỉ số đồng dạng $k = \frac{1}{2}$

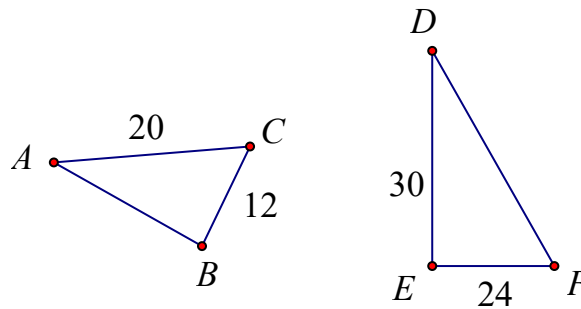
1) Trong hình bên, cho biết: $\triangle ABC \sim \triangle DEF$. Viết các tỉ số của các cạnh tương ứng và chỉ ra các cặp góc tương ứng.



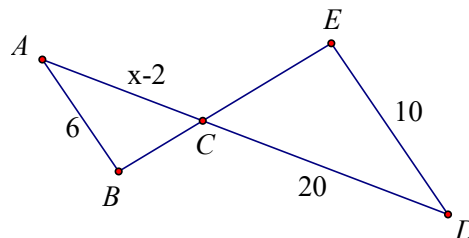
2) Trong hình bên, cho biết $\triangle ABC \sim \triangle DMN$. Tính số đo góc D , góc N .



3) Trong hình bên, cho biết $\triangle ABC \sim \triangle DEF$. Tính độ dài các đoạn thẳng AB, DF



Bài 3. Trong hình bên, cho biết $AB \parallel DE$

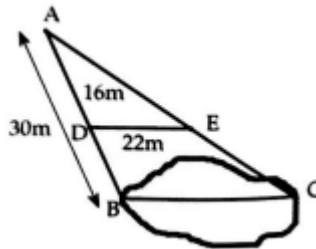


- 1) Chứng minh: $\triangle ABC \sim \triangle DEC$
- 2) Tìm x

Bài 4. Cho $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ theo tỉ số đồng dạng $k = \frac{3}{5}$

- 1) Tính tỉ số chu vi của hai tam giác đã cho
- 2) Cho biết hiệu chu vi của hai tam giác trên là 36cm , tính chu vi của mỗi tam giác.

Bài 5. Người ta ứng dụng hai tam giác đồng dạng để đo khoảng cách BC ở hai địa điểm không thể đến được (Hình bên). Biết $DE \parallel BC$



- 1) Chứng minh: $\triangle ADE \sim \triangle ABC$
- 2) Tính khoảng cách BC

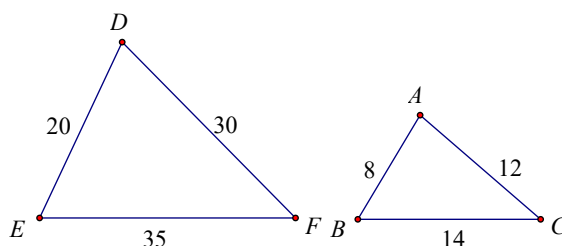
BÀI 2. CÁC TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG CỦA HAI TAM GIÁC.

*** Trường hợp 1: cạnh – cạnh – cạnh**

Định lý: Nếu ba cạnh của tam giác này tỉ lệ với ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng

GT	$\triangle ABC, \triangle DEF$ $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$
KL	$\triangle ABC \sim \triangle DEF$

Ví dụ 1: Cho $\triangle ABC$ và $\triangle DEF$ có kích thước các cạnh như hình bên. Chứng minh:
 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$



Hướng dẫn giải:

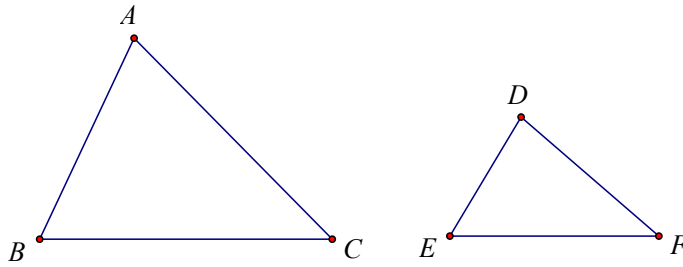
Xét $\triangle ABC$ và $\triangle DEF$ ta có:

$$\frac{AB}{DE} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}; \frac{AC}{DF} = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}; \frac{BC}{EF} = \frac{14}{35} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle DEF \text{ (c - c - c)}$$

*** Nhận xét:** Nếu tam giác $\triangle ABC$ đồng dạng với tam giác $\triangle DEF$ theo tỉ số k thì tỉ số chu vi của hai tam giác này cũng bằng k

*** Trường hợp 2: cạnh – góc – cạnh**

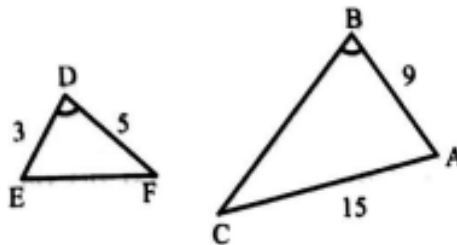
Định lý: Nếu hai cạnh của tam giác này tỉ lệ với hai cạnh của tam giác kia và hai góc tạo bởi các cặp cạnh đó bằng nhau thì hai tam giác đó đồng dạng.



GT	$\Delta ABC, \Delta DEF$ $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}, A = D$
KL	$\Delta ABC \sim \Delta DEF$

Ví dụ 2: Cho hai tam giác ΔABC và ΔDEF có

$DE = 3\text{cm}, DF = 5\text{cm}, AB = 9\text{cm}, AC = 15\text{cm}, A = D$ (Hình bên).



Chứng minh: $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

Hướng dẫn giải:

Ta có: $\frac{AB}{DE} = \frac{9}{3} = 3; \frac{AC}{DF} = \frac{15}{5} = 3 \Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$

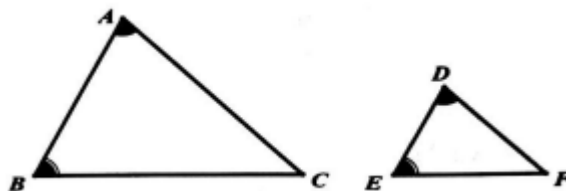
Xét ΔABC và ΔDEF ta có:

$$\begin{cases} A = D(gt) \\ \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} (cmt) \end{cases} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta DEF (c.g.c)$$

* **Nhận xét:** Nếu ΔABC đồng dạng với ΔDEF theo tỉ số k thì tỉ số hai đường trung tuyến tương ứng của hai tam giác đó cũng bằng k

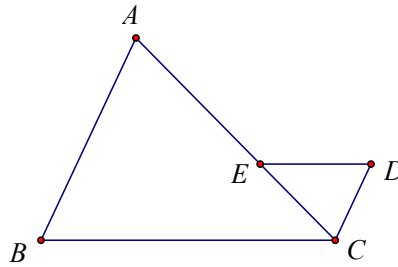
* **Trường hợp 3: góc – góc**

Định lý: Nếu hai góc của tam giác này bằng với hai góc của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng với nhau



GT	$\Delta ABC, \Delta DEF$ $A = D, B = E$
KL	$\Delta ABC \sim \Delta DEF$

Ví dụ 3: Trong hình bên, cho biết $AB \parallel CD; DE \parallel BC$. Chứng minh: $\triangle ABC \sim \triangle CDE$



Hướng dẫn giải:

Xét $\triangle ABC$ và $\triangle CDE$ ta có:

$$\angle BCA = \angle DEC \text{ (hai góc so le trong, } DE \parallel BC \text{)}$$

$$\angle BAC = \angle DCE \text{ (hai góc so le trong, } AB \parallel CD \text{)}$$

$$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle CDE \text{ (g.g)}$$

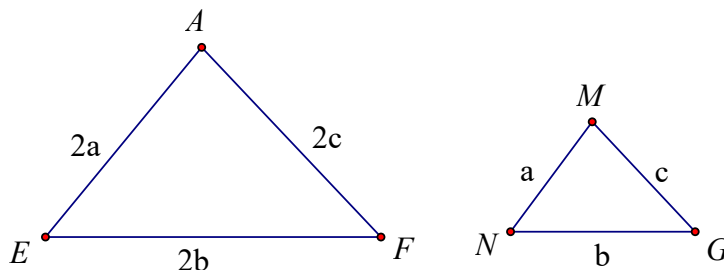
* **Nhận xét:** Nếu $\triangle ABC$ đồng dạng với $\triangle DEF$ theo tỉ số k thì tỉ số của hai đường phân giác tương ứng của hai tam giác đó cũng bằng k

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ NHẤT (CẠNH – CẠNH – CẠNH)

Bài 1.

- 1) $\triangle AEF$ và $\triangle MNG$ ở hình bên có đồng dạng không? Vì sao?
- 2) Biết $\triangle AEF$ có chu vi bằng 30cm . Tính chu vi $\triangle MNG$



Bài 2. Tam giác ABC có độ dài $AB = 4\text{cm}$, $AC = 12\text{cm}$, $BC = 18\text{cm}$. $\triangle DEF \sim \triangle ABC$ và $\triangle DEF$ có chu vi bằng $66,5\text{cm}$. Hãy tính độ dài các cạnh của $\triangle DEF$

Bài 3. Một công viên có hai đường chạy bộ hình tam giác đồng dạng như hình bên. Kích thước của con đường bên trong lần lượt là $300\text{m}, 350\text{m}, 550\text{m}$. cạnh ngắn nhất của con đường bên ngoài là 600m . Nam chạy 6 vòng trên con đường bên trong, Hùng chạy 4 vòng trên con đường bên ngoài. So sánh quãng đường chạy được của hai bạn.

Bài 4. Chứng minh: tam giác ABC đồng dạng với tam giác DEF và viết các cặp góc bằng nhau, nếu biết một trong các trường hợp sau:

- 1) $AB = 4\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$, $AC = 5\text{cm}$, $DE = 10\text{cm}$, $DF = 12\text{cm}$, $EF = 8\text{cm}$
- 2) $AB = 24\text{cm}$, $BC = 21\text{cm}$, $AC = 27\text{cm}$, $DE = 28\text{cm}$, $DF = 36\text{cm}$, $EF = 32\text{cm}$
- 3) $AB = DE = 12\text{cm}$, $AC = DF = 18\text{cm}$, $BC = 27\text{cm}$, $EF = 8\text{cm}$

4) $\frac{AB}{3} = \frac{BC}{4} = \frac{AC}{5} = k, \frac{DE}{3} = \frac{EF}{4} = \frac{DF}{5} = h (h, k > 0)$

Bài 5. Cho tam giác ABC vuông tại A và tam giác $A'B'C'$ vuông tại A' có $BC = 10cm, AC = 8cm, B'C' = 5cm, A'C' = 4cm$

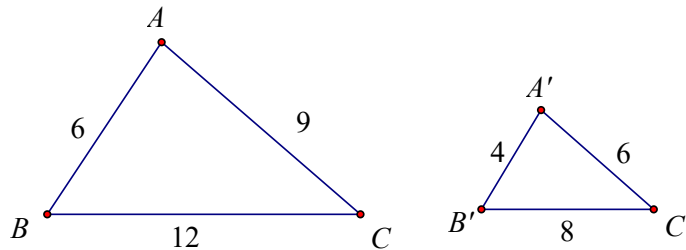
- 1) Tính AB và $A'B'$
- 2) Chứng minh: $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$
- 3) Chứng minh: $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$

Bài 6. Cho tam giác ABC vuông tại A và tam giác $A'B'C'$ vuông tại A' có

$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = 2$. Chứng minh:

- 1) $\frac{AC}{A'C'} = 2$
- 2) $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$

Bài 7. Cho hai tam giác ΔABC và $\Delta A'B'C'$ có kích thước như trong hình dưới đây:



- 1) ΔABC và $\Delta A'B'C'$ có đồng dạng với nhau không? Vì sao?
- 2) Tính tỉ số chu vi của hai tam giác đó.

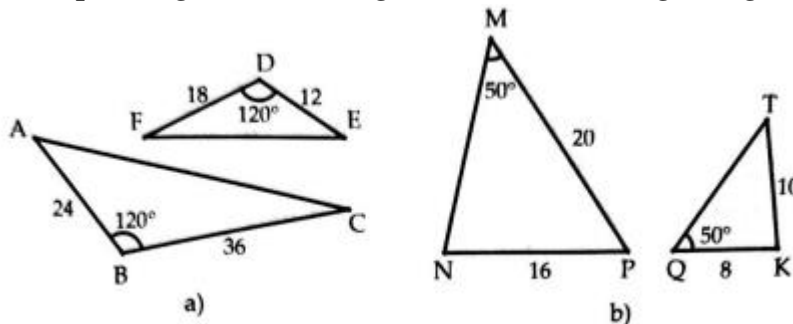
Bài 8. Tam giác ABC có độ dài các cạnh là $AB = 3cm, AC = 5cm, BC = 7cm$. Tam giác $A'B'C'$ đồng dạng với tam giác ABC và có chu vi bằng $55cm$. Hãy tính độ dài các cạnh của tam giác $A'B'C'$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Bài 9. Cho điểm O nằm trong ΔABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của OA, OB, OC . Chứng minh: $\Delta MNP \sim \Delta ABC$

Bài 10. Cho hai tam giác đồng dạng có tỉ số chu vi là $\frac{15}{17}$ và hiệu độ dài hai cạnh tương ứng của chúng là $12,5$. Tính hai cạnh đó.

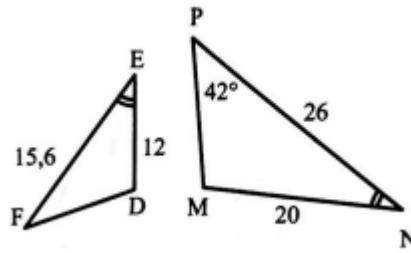
TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ HAI (CẠNH – GÓC – CẠNH)

Bài 1. Xét xem các cặp tam giác nào trong Hình a, b có đồng dạng hay không?



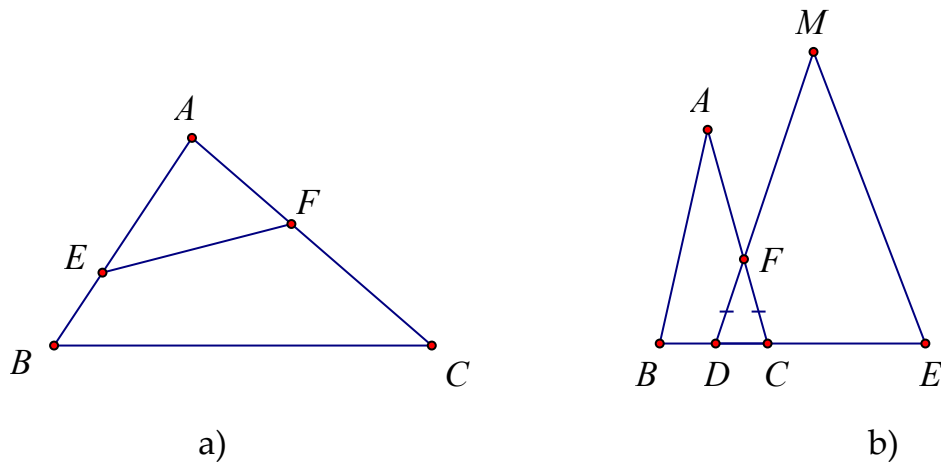
Bài 2. Trong hình bên, cho biết: $DE = 12\text{cm}, EF = 15,6\text{cm}, NP = 26\text{cm}, NM = 20\text{cm}$

$E = N, P = 42^\circ$. Tính F



Bài 3.

- 1) Cho ABC có $AB = 24\text{cm}, AC = 30\text{cm}, BC = 36$. Trên cạnh AB lấy E sao cho $AE = 20\text{cm}$. Trên cạnh AC lấy F sao cho $AF = 16\text{cm}$ (Hình a). Tính độ dài đoạn thẳng EF



- 2) Trong (Hình b), cho biết $FD = FC, BC = 18\text{cm}, DE = 24\text{cm}, AC = 30\text{cm}, MD = 40\text{cm}$.
 Chứng minh: $\triangle ABC \sim \triangle MED$

Bài 4. Cho góc xOy . Trên tia Ox lấy các điểm A và C , trên tia Oy lấy các điểm B và D . Chứng minh rằng: tam giác AOB đồng dạng với tam giác COD nếu biết một trong các trường hợp sau:

1) $\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC}$

2) $\frac{OA}{OB} = \frac{OC}{OD}$

3) $\frac{OA}{OB} = \frac{OD}{OC}$

4) $OA \cdot OC = OB \cdot OD$

5) $OA \cdot OD = OB \cdot OC$

6) C là trung điểm của OA , D là trung điểm của OB

Bài 5. Cho tam giác ABC có $AB = 12\text{cm}, AC = 15\text{cm}, BC = 18\text{cm}$. Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $AM = 10\text{cm}$, trên cạnh AC lấy điểm N sao cho $AN = 8\text{cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng MN .

Bài 6. Cho góc xOy . Trên tia Ox lấy các điểm M và P , trên tia Oy lấy các điểm N và Q . Chứng minh rằng: tam giác OMN đồng dạng với tam giác OPQ và tính độ dài đoạn PQ , nếu biết một trong các trường hợp sau:

1) $\frac{OM}{OP} = \frac{ON}{OQ} = \frac{2}{3}$; $MN = 3,6cm$

2) $\frac{OM}{OQ} = \frac{ON}{OP} = \frac{4}{5}$; $MN = 3,2cm$

3) $OM = 12cm, ON = 10cm, MN = 9cm, OP = 20cm, OQ = 24cm$

Bài 7. Cho ΔABC nhọn, các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H

1) Chứng minh: $\Delta AEB \sim \Delta AFC$ và $AE.AC = AF.AB$

2) Chứng minh: $\Delta AEF \sim \Delta ABC$ rồi suy ra $AEF = ABC$

3) Chứng minh: $\Delta BDA \sim \Delta BFC$ và $BD.BC = BF.BA$

4) Chứng minh: $\Delta BDF \sim \Delta BAC$ rồi suy ra $BDF = BAC$

5) Chứng minh: $CE.CA = CD.CB$

6) Chứng minh: $\Delta CDE \sim \Delta CAB$ rồi suy ra $CDE = CAB$

Bài 8. Cho ΔABC nhọn, có ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H . Chứng minh:

1) $BH.BE = BD.BC$

2) $\Delta BCH \sim \Delta BED$

Bài 9. Cho ΔABC , trên tia đối của tia AB lấy điểm D , trên tia đối của tia AC lấy điểm E . Chứng minh rằng: tam giác ADE đồng dạng với tam giác ABC và tính độ dài đoạn DE nếu biết một trong các trường hợp sau:

1) $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{3}{5}$; $BC = 15cm$

2) $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{13}{12}$; $BC = 6,5cm$

3) $AB = 36cm, AC = 10cm, BC = 39cm, AD = 24cm, AE = 20cm$

4) $AB = 3,2cm, AC = 2,8cm, BC = 2,4cm, AD = 3,5cm, AE = 4cm$

Bài 10. Cho hình thang $ABCD$ có $A = D = 90^\circ$. Trên cạnh AD lấy điểm I . Chứng minh: tam giác ABI đồng dạng với tam giác DIC và $BIC = 90^\circ$ nếu biết một trong các trường hợp sau:

1) $\frac{AB}{DI} = \frac{AI}{DC}$

2) $AB.DC = AI.DI$

3) $AB = 6cm, CD = 12cm, AI = 8cm, DI = 9cm$

4) $AB = 2,4cm, CD = 4,5cm, AI = 3cm, DI = 3,6cm$

5) $AB = 10cm, AD = 10cm, CD = 18cm, AI = 12cm$

Bài 11. Cho ΔABC nhọn có AH là đường cao. Qua H vẽ $HM \perp AB$ tại M , $HN \perp AC$ tại N . Chứng minh:

1) $AH^2 = AM.AB$

2) $AM.AB = AN.AC$ và $\Delta ANM \sim \Delta ABC$

Bài 12. Cho tam giác ABC có $AB = 6cm$, $AC = 9cm$. Trên cạnh AC lấy điểm E sao cho

$$AE = 4cm. \text{ Chứng minh: } \triangle ABE \sim \triangle ACB$$

Bài 13. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$) có AH là đường cao.

1) Chứng minh: $\triangle ABC \sim \triangle HAC$ và $CA^2 = CH.CB$

2) Trên tia đối của tia AB lấy điểm D bất kì. Vẽ $AE \perp CD$ tại E . Chứng minh:
 $\triangle CHE \sim \triangle CDB$

C. BÀI TẬP TỰ RÈN

Bài 1. Cho $\triangle ABC$ có ba góc nhọn và ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H .

Chứng minh:

1) $BD.BC = BF.BA$

2) $\triangle BDF \sim \triangle BAC$ và suy ra $\angle BDF = \angle BAC$

3) $\angle CDE = \angle BAC$

4) DH là tia phân giác của $\angle FDE$

Bài 2. Cho $\triangle ABC$ có ba góc nhọn và ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H .

1) Chứng minh: $AH.AD = AF.AB$

2) Chứng minh: $\triangle ADF \sim \triangle ABH$ và suy ra $\angle HDF = \angle ABH$

3) Chứng minh: $\angle ADE = \angle ACH$ và $\angle ABH = \angle ACH$

4) Chứng minh: H là giao điểm của ba đường phân giác trong của tam giác DEF

Bài 3. Cho hình thang vuông $ABCD$ ($\angle A = \angle D = 90^\circ$). Biết $AB = 6cm$, $CD = 12cm$, $AD = 17cm$

. Trên cạnh AD lấy điểm K sao cho $AK = 8cm$

1) Chứng minh: $\angle ABK = \angle DKC$

2) Chứng minh: $KB \perp KC$

Bài 4. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , có AH là đường cao. Gọi I và K lần lượt là hình chiếu của H lên AB và AC

1) Chứng minh: $AH^2 = AI.AB$

2) Chứng minh: $\triangle AIK \sim \triangle ACB$

3) Biết $BC = 10cm$, $AH = 4,8cm$, tính $S_{\triangle AIK}$?

Bài 5. Cho $\triangle ABC$ nhọn, có ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H

1) Chứng minh: $CH.CF = CD.CB$

2) Chứng minh: $\triangle BCH \sim \triangle FCD$

3) Gọi K là giao điểm của EF và AH . Chứng minh: FH là đường phân giác trong của $\triangle FDK$ và $AD.HK = AK.DH$

Bài 6. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có AH là đường cao. Biết $AB = 15cm$, $AC = 20cm$

1) Chứng minh: $\triangle HBA \sim \triangle ABC$. Suy ra $AB^2 = BH.BC$

2) Tính BC, AH, BH, HC

3) Đường phân giác BAC cắt BC tại M . Kẻ $ME \perp AB$ tại E . Chứng minh:

$$BE.BA = BH.BM$$

4) Tính BHE

Bài 7. Cho $\triangle ABC$ nhọn, hai đường cao BE, CF cắt nhau tại H .

1) Chứng minh: $\triangle ACF \sim \triangle HCE$

2) Chứng minh: $AE.CF = AF.BE$

3) Chứng minh: $\angle AEF = \angle ABC$

4) Cho $\angle BAC = 45^\circ$. Chứng minh: $S_{\triangle AEF} = S_{\triangle BFC}$

Bài 8. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$) có AD là đường cao. Vẽ DH vuông góc với AB tại H và DK vuông góc với AC tại K

1) Chứng minh: $\triangle DAB \sim \triangle DCA$

2) Gọi E là trung điểm của CD , N là giao điểm của AD và HK . Chứng minh:

$$\triangle ANB \sim \triangle CEA, \text{ rồi suy ra } \angle ANB = \angle CEA$$

Bài 9. Cho tam giác ABC vuông tại A có AH là đường cao (H thuộc BC). Biết

$AB = 15\text{cm}, AC = 20\text{cm}$. Từ H kẻ HE, HF lần lượt vuông góc với AB, AC tại E và F

1) Tính BC, AH

2) Chứng minh: $\triangle AEH \sim \triangle AHB$. Suy ra $AH^2 = AE.AB$

3) Chứng minh: $\triangle ABC \sim \triangle AFE$

4) Tính diện tích tứ giác $BCFE$

Bài 10. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$), đường cao AH

1) Chứng minh: $\triangle HBA \sim \triangle ABC$. Suy ra $AB^2 = BH.HC$

2) Qua B vẽ đường thẳng song song với AC cắt AH tại D . Chứng minh:

$$HA.HB = HC.HD$$

3) Chứng minh: $AB^2 = AC.BD$

4) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BD, AC . Chứng minh: M, H, N thẳng hàng

Bài 11. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$) có AH là đường cao

1) Chứng minh: $\triangle ABC \sim \triangle HBA$ và suy ra $AB^2 = BH.BC$

2) Chứng minh: $\triangle AHB \sim \triangle CHA$ và suy ra $AH^2 = HB.HC$

3) Chọn điểm E nằm trong tam giác AHC sao cho $BE = BA$. Vẽ BK là đường cao của tam giác BEC . Gọi S là giao điểm của BK và AH . Chứng minh:

$$\triangle BKC \sim \triangle BHS \text{ và suy ra } AB^2 = BK.BS$$

4) Chứng minh: $BE \perp SE$

Bài 12. Cho $\triangle ABC$ có ba góc nhọn, hai đường cao AM và BN cắt nhau tại H .

1. Chứng minh: $\triangle AMC$ đồng dạng $\triangle BNC$.

2. Chứng minh: $CMN = CAB$.

3. Vẽ $CK \perp AB$ tại K . Chứng minh: $CH.CK = CM.CB$.

Bài 13. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A ($AB < AC$) có AH là đường cao (H thuộc BC).

1. Chứng minh: $\triangle ABH \sim \triangle BAC$, từ đó suy ra $BA^2 = BH \cdot BC$.
2. Lấy 2 điểm M, N lần lượt thuộc cạnh AB, AC sao cho:

$$AM = \frac{1}{3} AB, CN = \frac{1}{3} AC.$$

Chứng minh: $\triangle AMH \sim \triangle CNH$, từ đó suy ra $\triangle MNH$ vuông tại H .

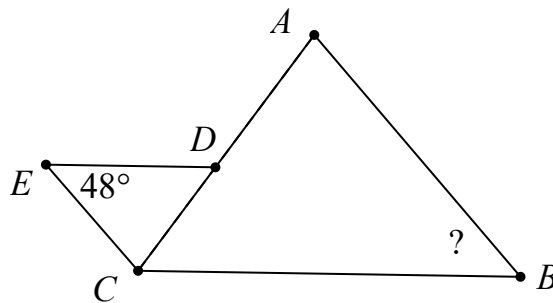
Bài 14. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 15$ cm, $AC = 20$ cm. Vẽ $AH \perp BC$ tại H .

1. Chứng minh: $\triangle HBA$ đồng dạng $\triangle ABC$.
2. Tính độ dài các cạnh BC, AH .
3. Vẽ tia phân giác của góc BAH cắt cạnh BH tại D . Tính độ dài các cạnh BD, DH .
4. Trên cạnh HC lấy điểm E sao cho $HE = HA$, qua E vẽ đường thẳng vuông góc với cạnh BC cắt cạnh AC tại M , qua C vẽ đường thẳng vuông góc với cạnh BC cắt tia phân giác của góc MEC tại F . Chứng minh: ba điểm H, M, F thẳng hàng.

TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ BA (GÓC-GÓC).

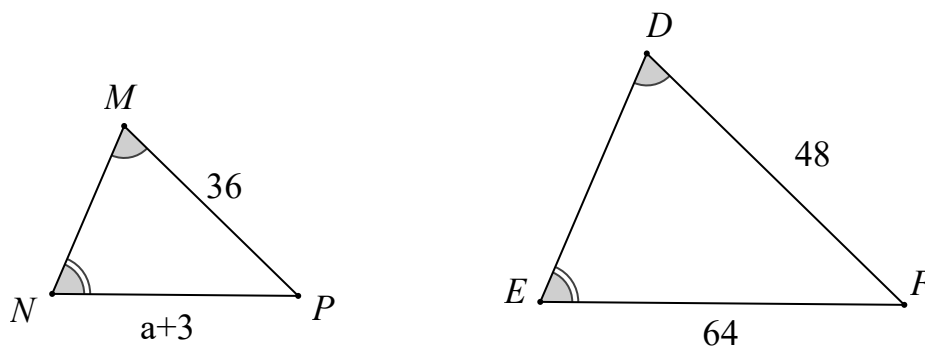
Bài 1. Cho hình bên, biết $DE \parallel BC, DB \parallel AC$.

1. Chứng minh: $\triangle BED \sim \triangle ABC$.
2. Tính \hat{C} .

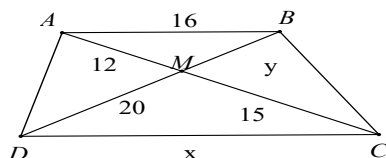


Bài 2.

1. Trong Hình a bên dưới, cho biết $\hat{N} = \hat{E}, \hat{M} = \hat{D}, MP = 36$ cm, $DF = 48$ cm, $EF = 32$ cm, $NP = a + 3$ cm. Tìm a .
2. Cho hình thang $ABCD$ $AB \parallel CD$ (Hình b bên dưới). Chứng minh: $\angle AMB = \angle CMD$. Tìm x, y .



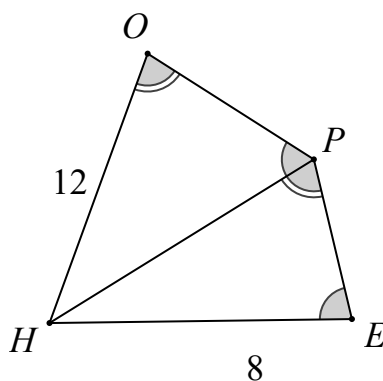
Hình a)



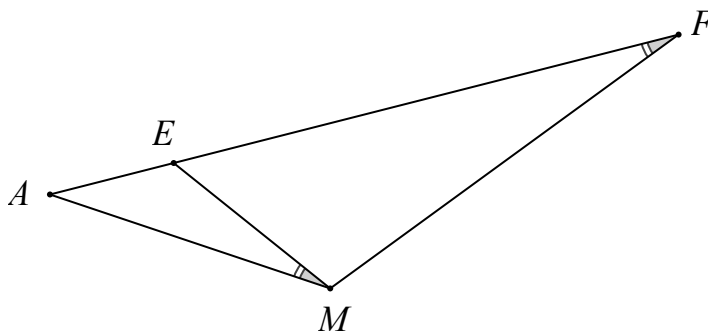
Hình b)

Bài 3.

- Trong Hình a cho biết $\angle HOP = \angle HPE$, $\angle HPO = \angle HEP$, $OH = 12$ cm, $HE = 8$ cm. Tính độ dài đoạn thẳng HP
- Trong Hình b cho biết $\angle AME = \angle AFM$. Chứng minh: $AM^2 = AE \cdot AF$

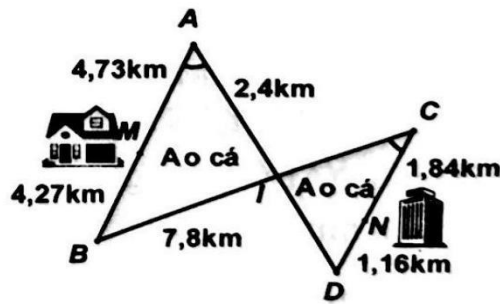


a)



b)

Bài 4. Đường đi và khoảng cách từ nhà anh Thắng (điểm M) đến công ty (điểm N) được thể hiện trong hình bên. Hãy tìm con đường ngắn nhất để đi từ nhà anh Thắng đến công ty.



Bài 5. Chứng minh tam giác ABC và tam giác DEF đồng dạng với nhau và viết tỉ số đồng dạng, nếu biết một trong các trường hợp sau:

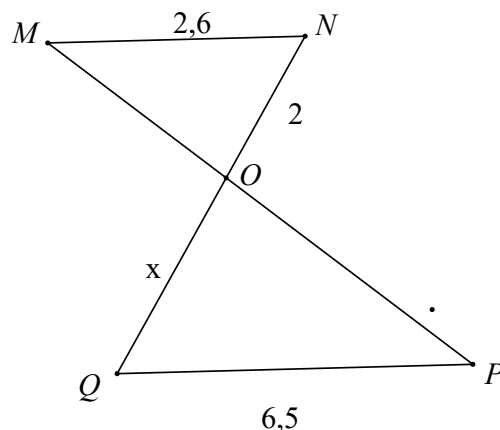
1. $ABC = DEF, ACB = DFE$.
2. $BAC = DEF, ABC = EDF$.
3. $BAC = 60^\circ, ABC = 80^\circ, DEF = 60^\circ, FDE = 80^\circ$.
4. $BAC = 50^\circ, ABC = 70^\circ, DEF = 70^\circ, FDE = 60^\circ$.
5. $BAC = 39^\circ, ABC = 101^\circ, DFE = 40^\circ, FDE = 39^\circ$.
6. $ABC = ACB = 40^\circ, DEF = 100^\circ, DFE = 40^\circ$.
7. $\frac{BAC}{2} = \frac{ABC}{3} = \frac{ACB}{4}, EDF = 60^\circ, DFE = 40^\circ$.
8. $2 \cdot BAC = 3 \cdot ABC = 4 \cdot ACB, \frac{EDF}{3} = \frac{DEF}{4} = \frac{DFE}{6}$.

Bài 6. Cho tam giác ABC, trên cạnh AB lấy điểm D, trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $DE \parallel BC$. Chứng minh: $\triangle ADE$ đồng dạng với $\triangle ABC$ và viết tỉ số đồng dạng.

Bài 7. Cho $\triangle ABC$ có 3 góc nhọn. Ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Chứng minh: tam giác AEB đồng dạng với tam giác AFC. Tính tỉ số đồng dạng với $AB = 8 \text{ cm}; AC = 12 \text{ cm}$.

Bài 8. Cho tam giác ABC, trên tia đối của tia AB lấy điểm D, trên tia đối của tia AC lấy điểm E sao cho $DE \parallel BC$. Chứng minh: tam giác ADE đồng dạng với tam giác ABC và viết tỉ số đồng dạng.

Bài 9. Cho tam giác OPQ có $MN \parallel PQ$. Biết $PQ = 6,5 \text{ cm}; ON = 2 \text{ cm}; MN = 2,6 \text{ cm}$. Tính OQ.



Bài 10. Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho

$$ABD = ACB.$$

1. Chứng minh: $\triangle ABD$ đồng dạng với $\triangle ACB$.
2. Chứng minh: $AB^2 = AD \cdot AC$.

Bài 11. Cho tam giác ABC có $AB > AC$. Trên cạnh AB lấy điểm D sao cho

$$ACD = ABC. \text{ Chứng minh: } AC^2 = AD \cdot AB.$$

Bài 12. Cho tam giác ABC , trên cạnh AB lấy điểm D , trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $ADE = ACB$.

1. Chứng minh: tam giác ADE đồng dạng với tam giác ACB và viết tỉ số đồng dạng.
2. Chứng minh: $AD \cdot AB = AE \cdot AC$.

Bài 13. Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$), ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H .

1. Chứng minh: $\triangle AFH \sim \triangle ADB$.
2. Chứng minh: $AF \cdot AB = AE \cdot AC$.

Bài 14. Cho tam giác ABC , trên tia đối của tia AB lấy điểm D , trên tia đối của tia AC lấy điểm E sao cho $ADE = ACB$.

1. Chứng minh: tam giác ADE đồng dạng với tam giác ACB và viết tỉ số đồng dạng.
2. Chứng minh: $AD \cdot AB = AE \cdot AC$.

C. BÀI TẬP TỰ RÈN

Bài 1. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và ba đường cao AD, BE, CF .

1. Chứng minh: tam giác ABE đồng dạng tam giác ACF và suy ra $AF \cdot AB = AE \cdot AC$
2. Chứng minh: $BF \cdot BA = BD \cdot BC$.
3. Chứng minh: $CD \cdot CB = CE \cdot CA$.

Bài 2. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H .

1. Chứng minh: tam giác AHE đồng dạng tam giác BHD và suy ra $HA \cdot HD = HB \cdot HE$.
2. Chứng minh: $HA \cdot HD = HC \cdot HF$.

Bài 3. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H

1. So sánh: HBD và CAD và chứng minh: $DB \cdot DC = DA \cdot DH$.
2. Chứng minh: $EA \cdot EC = EB \cdot EH$.
3. Chứng minh: $FA \cdot FB = FC \cdot FH$.

Bài 4. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H .

Chứng minh:

1. $AF \cdot AB = AH \cdot AD = AE \cdot AC$.
2. $BF \cdot BA = BH \cdot BE = BD \cdot BC$.

Bài 5. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và ba đường cao AD, BE, CF . Chứng minh:

$$BF \cdot BA + CE \cdot CA = BC^2 \text{ và viết hai hệ thức tương tự.}$$

Bài 6. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H .

Chứng minh: $BH \cdot BE + CH \cdot CF = BC^2$ và viết hai hệ thức tương tự.

Bài 7. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH .

1. Chứng minh: $\triangle ABC \sim \triangle HBA$.
2. Chứng minh: $AH^2 = BH \cdot HC$.
3. Chứng minh: $\triangle HAB \sim \triangle HCA$.
4. Cho $BH = 9 \text{ cm}, HC = 16 \text{ cm}$. Tính HA .

Bài 8. Cho tam giác ABC vuông tại $A, AC = 8 \text{ cm}, BC = 20 \text{ cm}$. Đường trung trực của đoạn BC cắt đường thẳng AC tại D , cắt BC tại I .

1. Chứng minh: $\triangle CAB \sim \triangle CID$.
2. Tính độ dài đoạn CD .

Bài 9. Cho tam giác ABC vuông tại $A (AB < AC)$ và có đường cao $AH (H \text{ thuộc } BC)$.

1. Chứng minh: $\triangle ABH \sim \triangle CBA; \triangle BAH \sim \triangle ACH$.
2. Đường phân giác của ABC cắt AH tại M và cắt AC tại K . Chứng minh: $BA \cdot BM = BH \cdot BK$ và $BA \cdot BK = BC \cdot BM$.

Bài 10. Cho tam giác ABC vuông tại $A (AB < AC)$ có AH là đường cao. K thuộc đoạn HC . Từ K vẽ $KE \perp AC$ tại E . Chứng minh:

1. $AB^2 = BH \cdot BC$.
2. $AH^2 = BH \cdot CH$.
3. $CE \cdot CA = CK \cdot CH$.

BÀI 3. CÁC TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG CỦA TAM GIÁC VUÔNG.

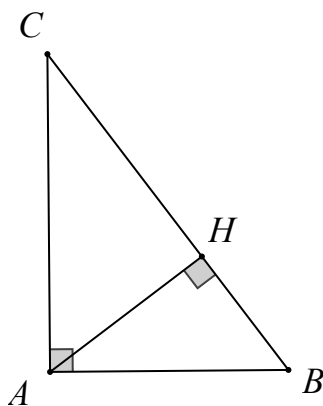
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Định nghĩa:

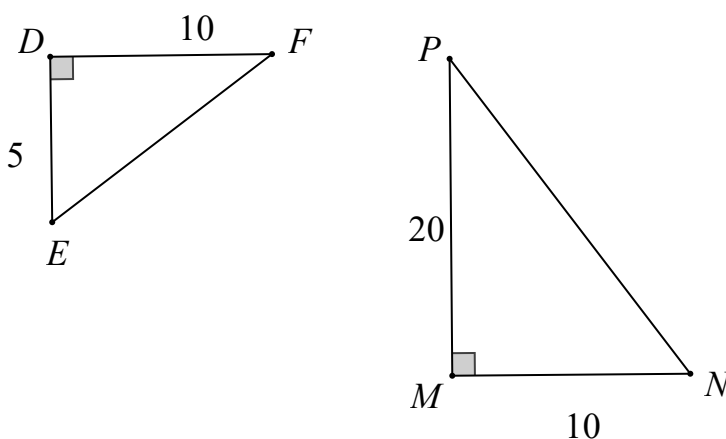
- Nếu tam giác vuông này có một góc nhọn bằng góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng với nhau
- Nếu tam giác vuông này có hai cạnh góc vuông tỉ lệ với hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng với nhau
- Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này tỉ lệ với cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng

Ví dụ 1.

1. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , đường cao AH (Hình a). Chứng minh rằng $\triangle ABC \sim \triangle HBA$
2. Tam giác vuông DEF và tam giác vuông MNP có các kích thước như Hình 2 b có đồng dạng không?



Hình a)



Hình b)

Hướng dẫn giải:

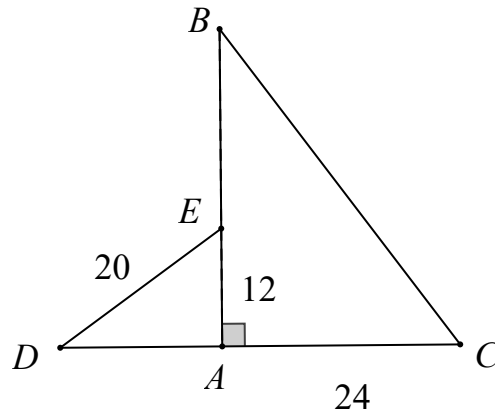
- $\triangle ABC$ vuông tại A và $\triangle HBA$ vuông tại H có \hat{B} chung nên $\triangle ABC \sim \triangle HBA$ (g.g).
- $\triangle DEF$ vuông tại D và $\triangle MNP$ vuông tại M có $\frac{DE}{MN} = \frac{DF}{MP} \left(= \frac{1}{2} \right)$ nên $\triangle DEF \sim \triangle MNP$ (c.g.c).

Ví dụ 2. Cho hai tam giác vuông ABC và ADE có kích thước như hình bên. Chứng minh: $\triangle ABC \sim \triangle ADE$.

Hướng dẫn giải:

Xét $\triangle ABC$ và $\triangle ADE$ có:

$$\frac{AC}{AE} = \frac{24}{12} = 2; \frac{BC}{DE} = \frac{40}{20} = 2 \Rightarrow \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}$$



Vậy $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ (ch-cgv).

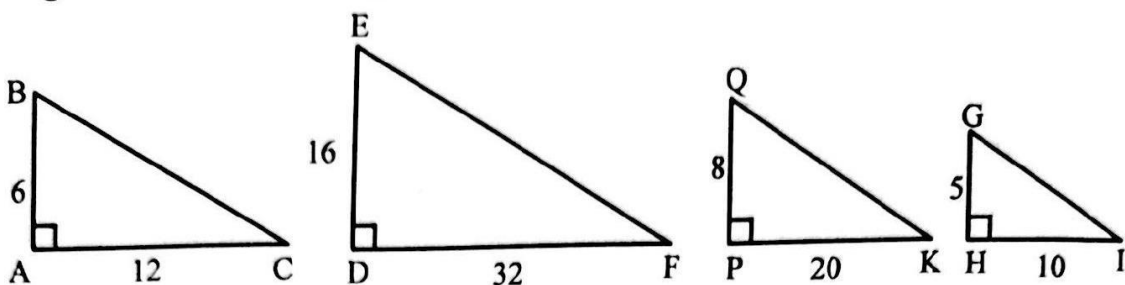
Chú ý:

Tỉ số hai đường cao tương ứng của hai tam giác đồng dạng bằng tỉ số đồng dạng.

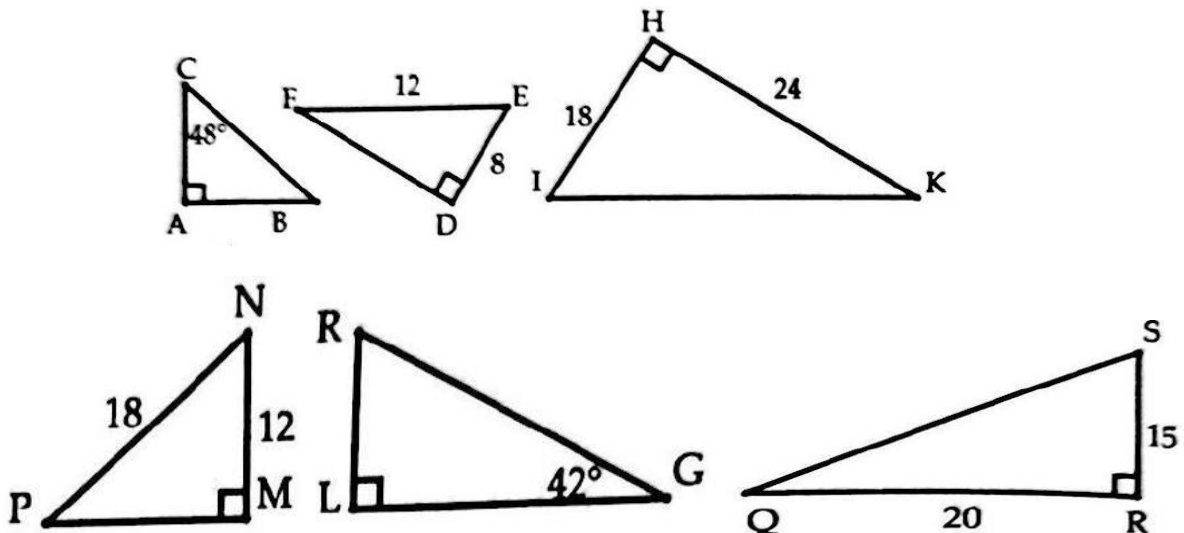
Tỉ số diện tích của tam giác đồng dạng bằng bình phương tỉ số đồng dạng.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1. Trong hình bên dưới, tam giác nào đồng dạng với tam giác ABC ?



Bài 2. Hãy tìm cặp tam giác vuông đồng dạng trong hình bên dưới.



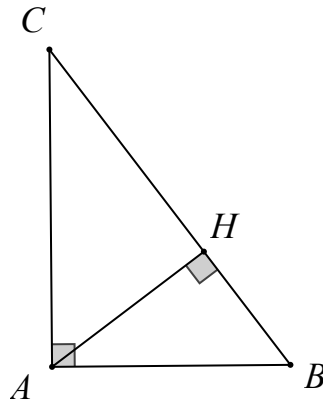
Bài 3. Cho tam giác ABC vuông tại A có AH là đường cao. Chứng minh:

$$AB^2 = BH \cdot BC.$$

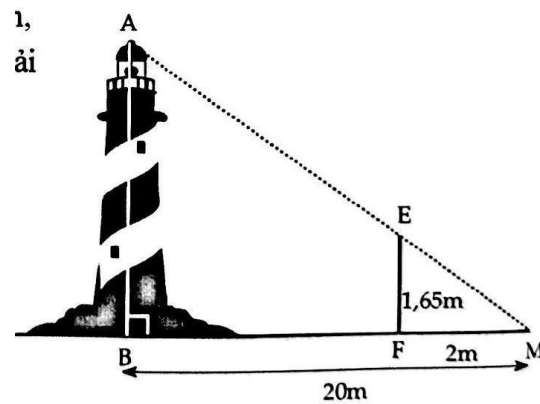
Bài 4. Quan sát hình bên.

1. Chứng minh: $\triangle ABC \sim \triangle HBA$.

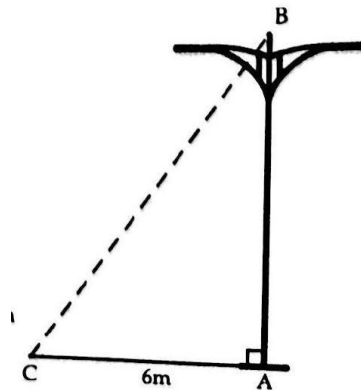
2. Chứng minh: $AB^2 = BH \cdot BC$.
3. Biết $BC = 30$ cm, $BH = 9$ cm. Tính AC .



Bài 5. Trong hình bên, biết $MB = 20$ m, $MF = 2$ m, $EF = 1,65$ m. Tính chiều cao AB của ngọn hải đăng.



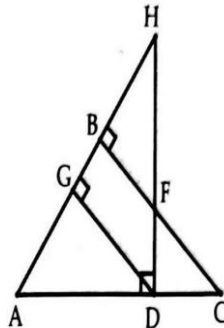
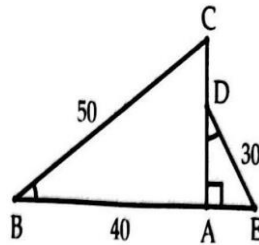
Bài 6. Tính chiều cao của cột đèn trong hình bên:



Bài 7. Trong hình bên, cho biết $\hat{B} = \hat{D}$, $BC = 50$ cm. $AB = 40$ cm. $DE = 30$ cm. Tính CD .

Bài 8. Quan sát hình bên. Chứng minh:

1. $\triangle ADG \sim \triangle FCD$.
2. $\frac{DC}{DH} = \frac{DF}{DA}$.



Bài 9. Một người đo chiều cao của một tòa nhà nhờ một cọc chôn xuống đất, cọc cao 6 m và đặt cách xa tòa nhà 54 m. Sau khi người ấy lui ra xa cách cọc 0,8 m thì thấy đầu cọc và đỉnh tòa nhà cùng nằm trên một đường thẳng. Hỏi tòa nhà cao bao nhiêu mét, biết rằng khoảng cách từ chân đến mắt người ấy là 1,8 m.

Bài 10. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH. Kẻ $HM \perp AB$ tại M.

1. Chứng minh: $\triangle AMH \sim \triangle AHB$.
2. Kẻ $HK \perp AC$ tại K. Chứng minh: $AM \cdot AB = AK \cdot AC$.
3. Chứng minh: $\triangle AKM \sim \triangle ABC$.
4. Cho biết $AB = 18 \text{ cm}, AC = 24 \text{ cm}$. Tính diện tích $\triangle AMK$.

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1. Cho tam giác ABC vuông tại A và tam giác $A'B'C'$ vuông tại A' có

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = k, k > 0.$$

1. Chứng minh: $\frac{AC}{A'C'} = k$.
2. Chứng minh: $\triangle ABC$ đồng dạng với $\triangle A'B'C'$.

Bài 2. Cho tam giác ABC và tam giác $A'B'C'$ là hai tam giác nhọn có các đường cao

lần lượt là AH, $A'H'$. Biết rằng: $\frac{AH}{AB} = \frac{A'H'}{A'B'}$ và $\angle ACB = \angle A'C'B'$.

1. Chứng minh: tam giác ABH đồng dạng với tam giác $A'B'H'$.
2. Chứng minh: tam giác ABC đồng dạng với tam giác $A'B'C'$.

Bài 3. Cho tam giác ABC vuông tại A và tam giác $A'B'C'$ vuông tại A' có các đường

cao lần lượt là AH, $A'H'$. Biết rằng: $\frac{AH}{AB} = \frac{A'H'}{A'B'}$. Chứng minh:

1. $\triangle ABH$ đồng dạng với $\triangle A'B'H'$.
2. $\triangle ABC$ đồng dạng với $\triangle A'B'C'$.

Bài 4. Cho hai tam giác nhọn ABC và $A'B'C'$ có các đường cao lần lượt là AH, $A'H'$.

Biết rằng: $\frac{AH}{A'H'} = \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'}$.

1. Chứng minh: $\triangle ABH$ đồng dạng với $\triangle A'B'H'$ và $\triangle ACH$ đồng dạng với $\triangle A'C'H'$
2. Chứng minh: $\triangle ABC$ đồng dạng với $\triangle A'B'C'$ và $\frac{AH}{A'H'} = \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$.
3. Chứng minh: $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A'B'C'}} = \frac{AB \cdot AC}{A'B' \cdot A'C'}$.

Bài 5. Tam giác ABH vuông tại H có: $AB = 20$ cm, $BH = 12$ cm. Trên tia đối của tia HB lấy điểm C sao cho $AC = \frac{5}{3}AH$. Chứng minh:

1. Tam giác ABH đồng dạng với tam giác CAH
2. $\angle BAC = 90^\circ$

Bài 6. Cho tứ giác $ABCD$ có $\angle BAD = 90^\circ, \angle CBD = 90^\circ, AB = 4$ cm, $BD = 6$ cm, $CD = 9$ cm. Chứng minh:

- 1) $\triangle ABD \sim \triangle BDC$.
- 2) Tứ giác $ABCD$ là hình thang vuông.

Bài 7. Cho $\triangle ABC$ đồng dạng với $\triangle DEF$. Kẻ các đường cao AH và DK .

1. Chứng minh: tam giác ABH đồng dạng với tam giác DEK .
2. Chứng minh: $\frac{AH}{DK} = \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$. Từ đó rút ra nhận xét gì?
3. Chứng minh: $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle DEF}} = \left(\frac{AB}{DE}\right)^2$. Từ đó rút ra nhận xét gì?

Bài 8. Cho $\triangle ABC$ và $\triangle DEF$ có $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF} = k > 0$. Kẻ các đường cao AH và DK .

1. Chứng minh: $\triangle ABC$ đồng dạng với $\triangle DEF$.
2. Chứng minh: $\triangle ABH$ đồng dạng với $\triangle DEK$.
3. Chứng minh: $\frac{AH}{DK} = k$. Từ đó rút ra nhận xét gì?
4. Chứng minh: $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle DEF}} = k^2$. Từ đó rút ra nhận xét gì?

Bài 9. Cho tam giác ABC đồng dạng với tam giác DEF . Kẻ các đường trung tuyến AM và DN . Chứng minh:

1. $\frac{BM}{EN} = \frac{AB}{DE}$.
2. Tam giác ABM đồng dạng với tam giác DEN và $\frac{AM}{DN} = \frac{AB}{ED}$.

Bài 10. Cho $\triangle ABC$ đồng dạng với $\triangle DEF$. Kẻ các đường phân giác trong AI và DK .

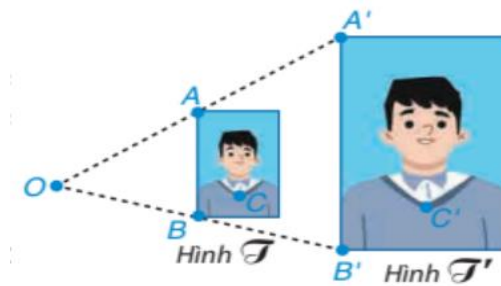
1. Chứng minh: $\triangle ABI$ đồng dạng với $\triangle DEK$.
2. Chứng minh: $\frac{AI}{DK} = \frac{AB}{DE}$.

Bài 4: HAI HÌNH ĐỒNG DẠNG.

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

HÌNH ĐỒNG DẠNG PHỐI CẢNH:

Hình bên là hai bức ảnh chân dung của một cậu bé với kích thước 2×3 (hình T) và 4×6 (hình T') được đặt cạnh nhau theo chiều thẳng đứng. Ta thấy các đường thẳng AA' , BB' nối các điểm tương ứng trên hai bức chân dung cùng đi qua một điểm O.



Dùng thước thẳng, em hãy kiểm tra xem một đường thẳng nối hai điểm tương ứng tùy ý trên hai hình (ví dụ C và C') có đi qua O không?

Ta cũng nói hình b là hình phóng to của a với tỉ số $6 : 3 = 2$, hình a là hình thu nhỏ của hình b với tỉ số $3 : 6 = \frac{1}{2}$

Nhận xét:

- Các cặp hình phóng to – thu nhỏ tương tự như trên được gọi là các hình đồng dạng phối cảnh. Điểm đồng quy O trong mỗi hình được gọi là tâm phối cảnh của các cặp hình. Trong Hình bên, ta nói hình a đồng dạng phối cảnh với hình b theo tỉ số đồng dạng $k = \frac{OA'}{OA} = 2$

$$k = \frac{OA'}{OA} = 2$$

- Trong cặp hình phóng to - thu nhỏ, nếu thay đổi vị trí của một hình đi thì chúng vẫn có hình dạng giống nhau (Hình bên). Khi đó chúng được gọi là hình đồng dạng.



Hình a Hình b

Ví dụ 1: Trong Hình bên, Hình a là hình phóng to của hình b.

Ví dụ 2: Trong các hình dưới đây, Hình a đồng dạng với Hình c; Hình b đồng dạng với Hình d



Hình a



Hình b



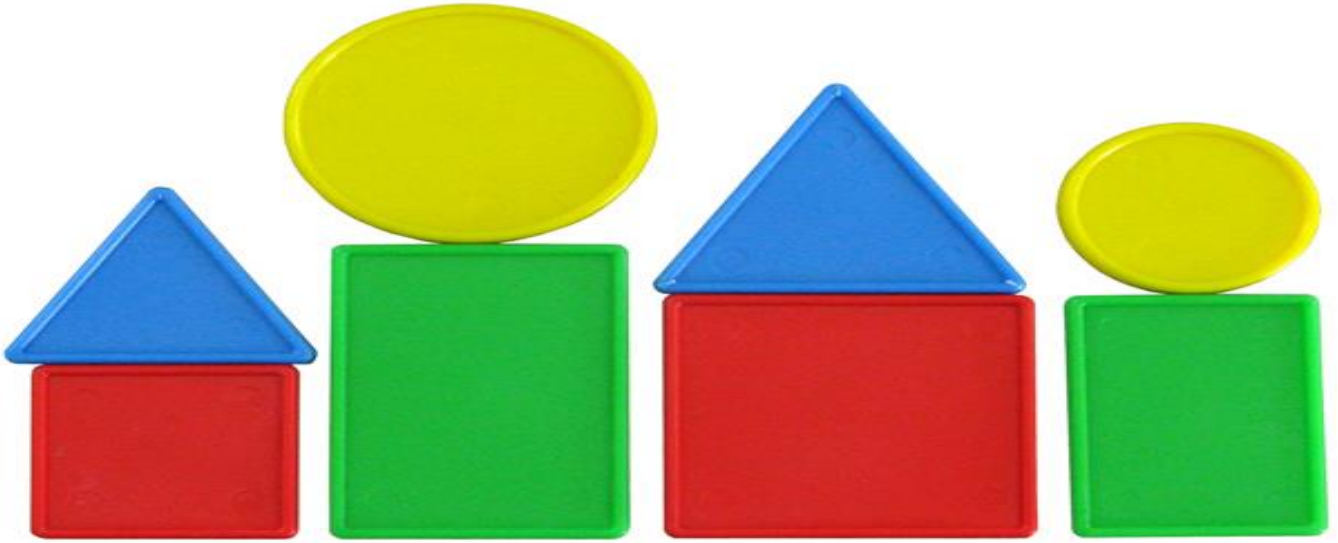
Hình c



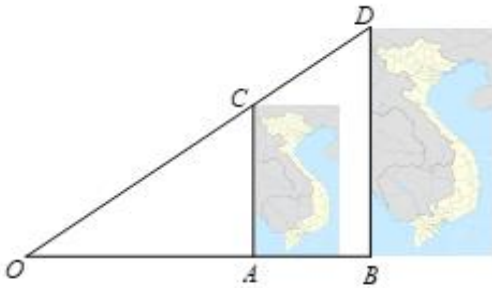
Hình d

HÌNH ĐỒNG DẠNG TRONG TỰ NHIÊN VÀ ĐỜI SỐNG:

- Trong các hình học đơn giản chúng ta đã học những cặp hình dưới đây là cặp hình đồng dạng:



- Những hình đồng dạng phối cảnh thường gặp:



Bản đồ Việt Nam



Máy xúc và máy xúc đồ chơi trẻ em

- Những hình đồng dạng trong thế giới tự nhiên



- Những hình đồng dạng sử dụng trong các công trình kiến trúc và trang trí:



- Những hình đồng dạng trong phối cảnh và thiết kế:

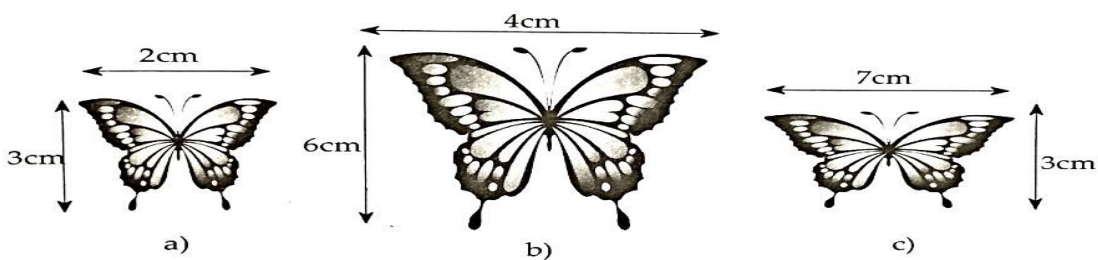


B. BÀI TẬP CƠ BẢN

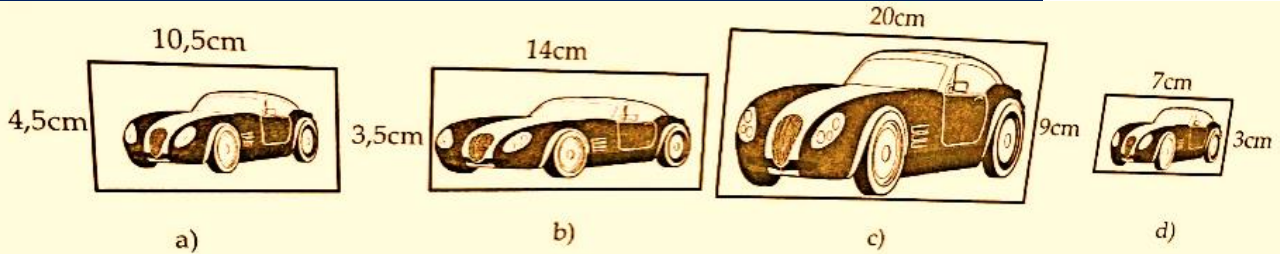
Bài 1: Trong các hình dưới đây, hãy chọn ra các cặp hình đồng dạng



Bài 2: Trong các hình dưới đây, hai hình nào đồng dạng với nhau?



Bài 3: Trong các hình dưới đây, hình nào đồng dạng với hình a.



Bài 4: Trong hình bên, hình b là hình a sau khi phóng to với $k=3$. Nếu kích thước của hình a là 3×7 thì kích thước của Hình b là bao nhiêu?



BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Chọn phương án đúng.

Câu 1. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. Hai tam giác đồng dạng thì bằng nhau.
- B. Hai tam giác bằng nhau thì đồng dạng
- C. Hai tam giác bằng nhau thì không đồng dạng.
- D. Hai tam giác cân thì luôn đồng dạng.

Câu 2. Nếu $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ theo tỉ số $k = 3$ thì $\Delta DEF \sim \Delta ABC$ theo tỉ số:

- A. $\frac{1}{3}$.
- B. $\frac{1}{9}$.
- C. 3.
- D. 9.

Câu 3. Nếu tam giác ABC có $MN \parallel AB$ (với $M \in AC, N \in BC$) thì:

- A. $\Delta CMN \sim \Delta ABC$.
- B. $\Delta CNM \sim \Delta CAB$.
- C. $\Delta CNM \sim \Delta ABC$.
- D. $\Delta MNC \sim \Delta ABC$.

Câu 4. Cho $\Delta ABC \sim \Delta CMN$ với tỉ số đồng dạng $k = \frac{1}{3}$, biết $AB = 18$. Khi đó CM bằng:

- A. 12cm .
- B. 6cm .
- C. 24cm .
- D. 54cm .

Câu 5. Nếu tam giác ABC và tam giác KMN có $\hat{A} = \hat{K}, \hat{B} = \hat{M}$ thì:

- A. $\Delta KMN \sim \Delta ABC$.
- B. $\Delta KMN \sim \Delta CAB$.
- C. $\Delta NMK \sim \Delta ABC$.
- D. $\Delta KMN \sim \Delta ACB$.

Câu 6. Cho $\Delta ABC \sim \Delta DEF$, biết $AB = 12cm, DE = 16cm, DF = 24cm$. Khi đó AC bằng:

- A. 20cm .
- B. 18cm .
- C. 24cm .
- D. 32cm .

Câu 7. Cho $\Delta ABC \sim \Delta HIK$, biết $\hat{A} = 85^\circ, \hat{B} = 25^\circ$. Khi đó số đo \hat{K} bằng:

- A. 85° .
- B. 50° .
- C. 40° .
- D. 70° .

Câu 8. Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$), có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại I.

Biết $AB = 16\text{cm}$, $CD = 40\text{cm}$. Khi đó $\triangle AIB \sim \triangle CID$ với tỉ số là:

- A. $k = \frac{2}{3}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 9. Cho tam giác ABC có M, N lần lượt nằm trên cạnh AB, AC sao cho $MN \parallel BC$.

Biết $AM = 16\text{cm}$, $AN = 20\text{cm}$, $NC = 15\text{cm}$. Khi đó độ dài AB bằng:

- A. 28cm . B. 26cm . C. 24cm . D. 22cm .

Câu 10. Cho tam giác ABC có $AB = 3\text{cm}$, $AC = 4\text{cm}$, $BC = 5\text{cm}$ và tam giác DEF có $DE = 6\text{cm}$, $DF = 8\text{cm}$, $EF = 10\text{cm}$. Cách viết nào sau đây đúng quy ước về định:

- A. $\triangle ABC \sim \triangle FED$. B. $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.
C. $\triangle CAB \sim \triangle DEF$. D. $\triangle BCA \sim \triangle EDF$.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

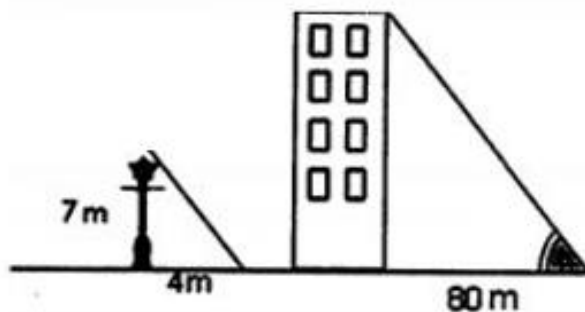
Bài 1: Trong hình bên, cho biết $\widehat{ABD} = \widehat{ACD}$, $AC = 18\text{cm}$, $AD = 18\text{cm}$.

- 1) Chứng minh: $\triangle ABD \sim \triangle ACB$
- 2) Tính độ dài cạnh AB.

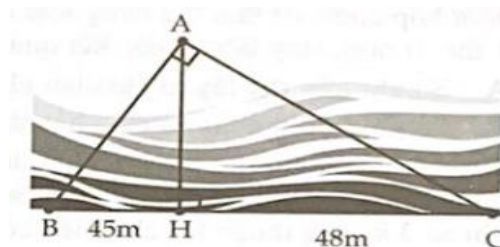
Bài 2:

- 1) Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$), biết $\widehat{ADB} = \widehat{DCB}$ (Hình a). Chứng minh $BD^2 = AB \cdot CD$
- 2) Cho hình thang EFGH ($EF \parallel GH$), $\widehat{HEF} = \widehat{HFG}$, $EF = 18\text{cm}$, $GH = 32\text{cm}$ (Hình b).
Tính độ dài x của HF.

Bài 3: Bóng của một căn nhà trên mặt đất có độ dài 80m. Cùng thời điểm đó, một cột sắt cao 7m cắm vuông góc với mặt đất có bóng dài 4m (Hình bên). Tính chiều cao ngôi nhà.



Bài 4: Người ta đo khoảng cách giữa hai điểm A và H ở hai bờ một dòng sông (Hình bên). Cho biết $BH = 45\text{m}$, $CH = 80\text{m}$. Tính khoảng cách DC.



Bài 5: Cho ABC nhọn có hai đường cao BE, CF cắt nhau tại H.

- 1) Chứng minh $\triangle AEB \sim \triangle AFC$.
- 2) Chứng minh: $\frac{HE}{HC} = \frac{HF}{HB}$.
- 3) Chứng minh: $\triangle FHE \sim \triangle BHC$.

Bài 6: Cho tam giác ABC nhọn có hai đường cao BD và CK cắt nhau tại H.

1) Chứng minh: $\triangle ADK \sim \triangle ABC$.

2) Phân giác của góc BAC cắt DK và DC lần lượt tại I và J. Chứng minh: $\frac{ID}{IK} =$

$$\frac{JB}{JC}$$

Bài 7: Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$). Kẻ đường cao AH (H thuộc BC).

1) Chứng minh: $\triangle ABH \sim \triangle CBA$, suy ra $AB^2 = BH.HC$.

2) Vẽ $HE \perp AB$ tại E, $HF \perp AC$ tại F. Chứng minh: $AB.AE = AC.AF$.

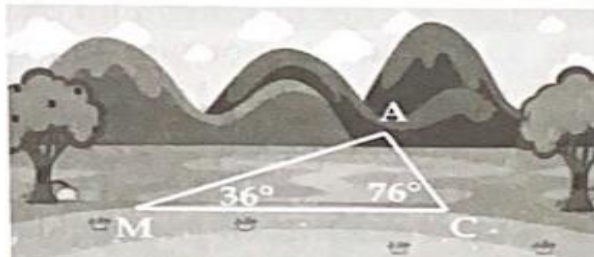
3) Chứng minh: $\triangle AEF \sim \triangle ACB$.

4) Qua A vẽ đường thẳng song song với BC cắt đường thẳng HF tại I. Vẽ $IN \perp BC$ tại N. Chứng minh: $\triangle HFN \sim \triangle HCI$.

Bài 8: Quan sát hình bên. Vẽ vào tờ giấy DEF với $FE = 8\text{cm}$, $\hat{E} = 76^\circ$, $\hat{F} = 36^\circ$.

1) Chứng minh: $\triangle DEF \sim \triangle ACM$.

2) Dùng thước đo chiều dài cạnh FD của DEF. Tính khoảng cách giữa điểm A và điểm C ở hai bờ sông trong hình bên.



CHƯƠNG 9 MỘT SỐ YẾU TỐ XÁC SUẤT

Bài 1: MÔ TẢ XÁC SUẤT BẰNG TỈ SỐ

Một hộp có 1 quả bóng vàng và 5 quả bóng xanh có kích thước và khối lượng như nhau. Lâm lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp. Theo em, khả năng Lâm lấy được bóng xanh bằng mấy lần khả năng lấy được bóng vàng?

I. KẾT QUẢ THUẬN LỢI:

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Một hộp chứa 10 tấm thẻ cứng loại được đánh số lần lượt từ 3 đến 12. Chọn ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp. Hãy liệt kê các kết quả làm cho mỗi biến cố sau xảy ra:

A: "Số ghi trên thẻ lấy ra chia hết cho 3".

B: "Số ghi trên thẻ lấy ra chia hết cho 6"

Ta thấy nếu lấy được thẻ ghi số 3 thì biến cố A xảy ra nhiều biến cố B không xảy ra. Khi đó ta nói kết quả lấy được thẻ ghi số 3 là thuận lợi cho biến cố A và kết quả lấy được thẻ ghi số 3 không thuận lợi cho biến cố B.

Trong một phép thử, mỗi kết quả làm cho một biến có xảy ra được gọi là một kết quả thuận lợi cho biến cố đó.

♦ **Ví dụ 1:** Một hộp chứa 10 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 3 đến 12.

Chọn ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp. Xét các biến cố sau:

C: "Số ghi trên thẻ là số nguyên tố";

D: "Số ghi trên thẻ là số lẻ".

Hãy nêu các kết quả thuận lợi cho mỗi biến cố C và D.

Hướng dẫn giải:

Các kết quả thuận lợi cho biến cố C là lấy được thẻ ghi số 3; 5; 7; 11

Các kết quả thuận lợi cho biến cố D là lấy được thẻ ghi số 3; 5; 7; 9; 11.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1: Một hộp chứa 12 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 11 đến 22. Chọn ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp. Xét các biến cố sau:

A: "Số ghi trên thẻ là số nguyên tố";

B: "Số ghi trên thẻ là số chẵn".

Hãy nêu các kết quả thuận lợi cho mỗi biến cố A và B.

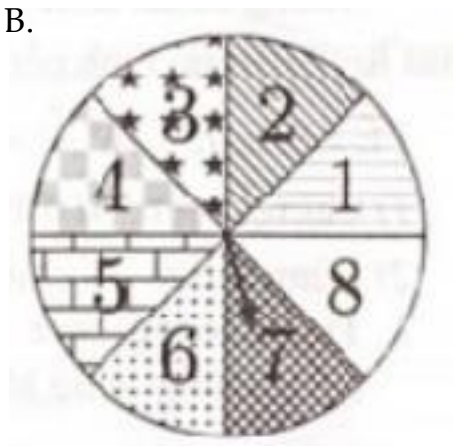
Bài 2: Trên bàn có một tấm bìa hình tròn được chia thành 8 hình quạt bằng nhau và được đánh số từ 1 đến 8 như hình bên. Xoay tim bìa quanh tâm hình tròn và xem khi tấm bìa dừng lại mũi tên chỉ vào ô ghi số nào. Xét các biến cố sau:

A. "Mũi tên chỉ vào 6 ghi số chẵn";

B. "Mũi tên chỉ vào ô ghi số chia hết cho 4";

C. "Mũi tên chỉ vào ô ghi số nhỏ hơn 3".

Hãy nêu các kết quả thuận lợi cho mỗi biến cố trên.



II. MÔ TẢ XÁC SUẤT BẰNG TỈ SỐ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Gieo một con xúc xắc 6 mặt cân đối và đồng chất. Gọi A là biến cố gieo được mặt có số chấm chia hết cho 3. Tính xác suất của biến cố A.

Trong phép thử trên, ta thấy:

- Có 6 kết quả có thể xảy ra.

- Vì con xúc xắc là cân đối và đồng chất nên 6 kết quả có cùng xác suất xảy ra

là $\frac{1}{6}$

Khi gieo được mặt 3 chấm hoặc 6 chấm thì biến cố A xảy ra nên xác suất của

biến cố A là $P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Khi tất cả các kết quả của một trò chơi hay phép thử nghiệm đều có khả năng xảy ra bằng nhau thì xác suất xảy ra của biến cố A là tỉ số giữa số kết quả thuận lợi cho A và tổng số kết quả có thể xảy ra của phép thử, tức là

$$P(A) = \frac{\text{Số kết quả thuận lợi}}{\text{Tổng số kết quả có thể xảy ra}}$$

Để phân biệt với xác suất thực nghiệm, xác suất P(A) xác định ở công thức trên còn được gọi là xác suất lí thuyết của biến cố A.

Ví dụ 2: Gieo một con xúc xắc 6 mặt cân đối và đồng chất. Tính xác suất của các biến cố sau:

A: "Gieo được mặt có số chẵn là số chẵn";

B: "Gieo được mặt có nhiều hơn 3 chấm".

Hướng dẫn giải:

Vì xúc xắc cân đối và đồng chất nên 6 kết quả của phép thử có khả năng xảy ra bằng nhau. Biến cố A xảy ra khi gieo được mặt có 2; 4 hoặc 6 chấm nên có 3 kết quả thuận lợi cho A. Xác suất của biến cố A là :

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Biến cố B xảy ra khi gieo được mặt có 4, 5 hoặc 6 chấm nên có 3 kết quả thuận lợi cho B.

Xác suất của biến cố B là:

$$P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Chú ý: A và B là hai biến cố khác nhau nhưng có xác suất xảy ra bằng nhau. Ta nói A và B là hai biến cố đồng khả năng.

Ví dụ 3: Tỉ lệ thành viên nam của một câu lạc bộ thiện nguyện "Ấm tình yêu thương" là 75%. Tổng số thành viên của câu lạc bộ là 40 người.

a) Gặp ngẫu nhiên 1 thành viên của câu lạc bộ, tính xác suất thành viên đó là nam.

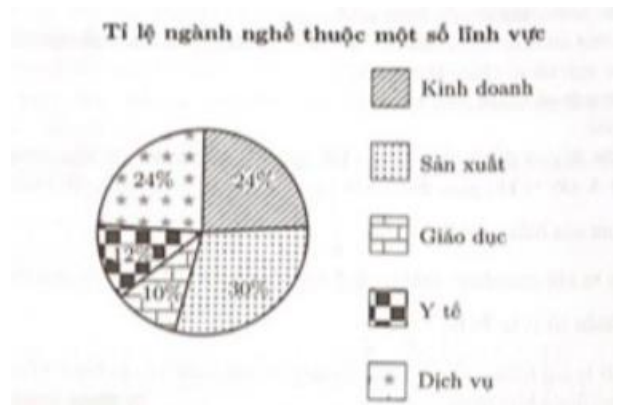
b) Em có nhận xét gì về tỉ lệ thành viên nam và xác suất trên?

Hướng dẫn giải:

Ta thấy khả năng gặp mỗi thành viên của câu lạc bộ là như nhau.

a) Số thành viên nam của câu lạc bộ là: $75\% \cdot 40 = 30$ (người)

Xác suất gặp được thành viên nam là: $\frac{30}{40} = \frac{3}{4}$



b) Tỷ lệ thành viên nam của câu lạc bộ là: $75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$, do đó tỷ lệ thành viên nam của câu lạc bộ đúng bằng xác suất gặp ngẫu nhiên một thành viên nam của câu lạc bộ đó.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1: Một hộp có 1 quả bóng vàng và 5 quả bóng xanh có kích thước và khối lượng như nhau. Lâm lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp. Theo em, khả năng Lâm lấy được bóng xanh bằng mấy lần khả năng lấy được bóng vàng?

Bài 2: Gieo một con xúc xắc 6 mặt cân đối và đồng chất. Tính xác suất của các biến cố sau:

A: "Gieo được mặt có số chấm là số nguyên tố".

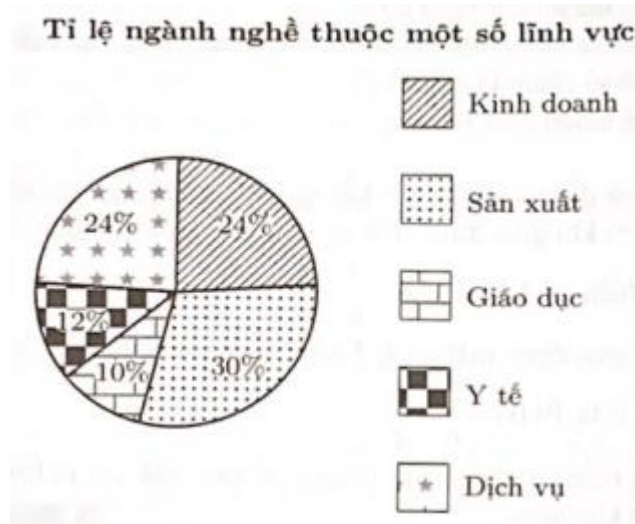
B: "Gieo được mặt có nhiều hơn 4 chấm".

Bài 3: Tỷ lệ thành viên nữ của một câu lạc bộ giao tiếp tiếng Anh là 60%. Tổng số thành viên của câu lạc bộ là 35 người.

1) Gặp ngẫu nhiên 1 thành viên của câu lạc bộ, tính xác suất thành viên đó là nữ

2) Em có nhận xét gì về tỷ lệ thành viên nữ và xác suất trên?

Bài 4: Một khu phố có 200 người lao động, mỗi người làm việc ở một trong năm lĩnh vực là Kinh doanh, Sản xuất, Giáo dục, Y tế và Dịch vụ. Biểu đồ trong hình bên thống kê tỷ lệ người lao động thuộc mỗi lĩnh vực nghề nghiệp. Gặp ngẫu nhiên một người lao động của khu phố.



1) Tính xác suất người đó có công việc thuộc lĩnh vực Giáo dục.

2) Tính xác suất người đó có công việc không thuộc lĩnh vực Y tế hay Dịch vụ.

Bài 5: Trong hộp có 5 quả bóng có kích thước và khối lượng giống nhau và được đánh số lần lượt là 5; 8; 10; 13; 16. Lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp. Tính xác suất của các biến cố:

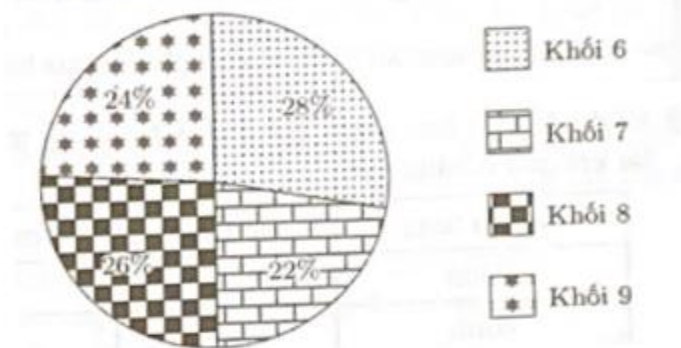
- A: "Số ghi trên quả bóng là số lẻ".
- B: "Số ghi trên quả bóng chia hết cho 3".
- C: "Số ghi trên quả bóng lớn hơn 4".

Bài 6: Một hộp chứa 3 viên bi xanh, 4 viên bi đỏ và 5 viên bi vàng có kích thước và khối lượng giống nhau. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp. Tính xác suất của các biến cố:

- A: "Viên bi lấy ra có màu xanh".
- B: "Viên bi lấy ra không có màu đỏ".

Bài 7: Trong hộp có 10 tấm thẻ cùng loại, trên mỗi thẻ có ghi một số tự nhiên. Lấy ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp. Biết rằng xác suất lấy được thẻ ghi số chẵn gấp 4 lần xác suất lấy được thẻ ghi số lẻ. Hỏi trong hộp có bao nhiêu thẻ ghi số lẻ?

Tỉ lệ phần trăm học sinh mỗi khối của trường



Bài 8: Một trường trung học cơ sở có 600 học sinh. Tỉ lệ phần trăm học sinh mỗi khối lớp được cho ở biểu đồ trong hình bên. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong trường để đi phỏng vấn. Biết rằng mọi học sinh của trường đều có khả năng được lựa chọn như nhau.

- 1) Tính xác suất của biến cố "Học sinh được chọn thuộc khối 9".
- 2) Tính xác suất của biến cố "Học sinh được chọn không thuộc khối 6".

Bài 2. XÁC SUẤT LÝ THUYẾT VÀ XÁC SUẤT THỰC NGHIỆM

- Trước khi Linh tung một đồng xu cân đối và đồng chất 100 lần, Tâm dự đoán sẽ có trên 70 lần xuất hiện mặt sấp còn Thành lại dự đoán sẽ có ít hơn 70 lần xuất hiện mặt sấp. Theo em, bạn nào có khả năng đoán đúng cao hơn? Vì sao

- Một hộp kín chứa 3 quả bóng xanh và 2 quả bóng đỏ có cùng kích thước và khối lượng. An lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp, xem màu rồi trả lại hộp.

- a) Tính tỉ số mô tả xác suất lý thuyết của biến cố "An lấy được bóng xanh"
- b) Sau khi lặp lại phép thử đó 100 lần, An ghi lại số lần mình lấy được bóng xanh sau 20; 40; 60; 80 và 100 lần lấy bóng như sau:

Số lần lấy bóng	20	40	60	80	100
Số lần lấy được bóng xanh	9	20	32	46	59

Tính các xác suất thực nghiệm của sự kiện "An lấy được bóng xanh" sau: 20; 40; 60; 80 và 100 lần thử.

Ta thấy:

- xác suất thực nghiệm phụ thuộc vào kết quả của dãy phép thử và chỉ được xác định sau khi đã thực hiện dãy phép thử.
- Xác suất lí thuyết có thể xác định trước khi thực hiện phép thử.
- xác suất thực nghiệm và xác suất lí thuyết của cùng một sự kiện hay biến cố có nhất thiết là bằng nhau. Tuy nhiên, khi thực hiện càng nhiều lần phép thử, xác suất thực nghiệm càng gần xác suất lí thuyết.

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Gọi $P(A)$ là xác suất xuất hiện biến cố A khi thực hiện một phép thử.

Gọi $n(A)$ là số lần xuất hiện biến cố A khi thực hiện phép thử đó n lần.

Xác suất thực nghiệm của biến cố A là tỉ số $\frac{n(A)}{n}$

Khi n càng lớn, xác suất thực nghiệm của biến cố A càng gần $P(A)$.

Ví dụ 1: Mỗi bạn Tuấn, Bình và Khoa tung một đồng xu cân đối và đồng chất 20 lần và ghi lại kết quả ở bảng sau:

Người tung	Số lần xuất hiện mặt sấp	Số lần xuất hiện mặt ngửa
Tuấn	9	11
Bình	12	8
Khoa	7	13

Gọi A là biến cố "xuất hiện mặt sấp".

- Tính các xác suất thực nghiệm của biến cố A sau 20 lần tung của từng bạn.
- Tính xác suất thực nghiệm của biến cố A sau 60 lần tung của cả 3 bạn.
- Tính xác suất lí thuyết của biến cố A khi tung đồng xu. So sánh xác suất này với các xác suất thực nghiệm vừa tính, em có nhận xét gì?

Hướng dẫn giải

a) Xác suất thực nghiệm của biến cố A sau 20 lần tung của Tuấn là $\frac{9}{20} = 0,45$

Xác suất thực nghiệm của biến cố A sau 20 lần tung của Bình là $\frac{12}{20} = 0,6$

Xác suất thực nghiệm của biến cố A sau 20 lần tung của Khoa là $\frac{7}{20} = 0,35$

b) Xác suất thực nghiệm của biến cố A sau 60 lần tung của cả ba bạn là:

$$\frac{9+12+7}{60} = \frac{28}{60} = \frac{7}{15} \approx 0,47$$

c) Do đồng xu cân đối và đồng chất nên xác suất của biến cố A là

$$P(A) = \frac{1}{2} = 0,5$$

– Xác suất thực nghiệm của biến cố A có thể lớn hơn hoặc nhỏ hơn xác suất lí thuyết.

– Khi số lần thực hiện phép thử lớn (60 lần) thì xác suất thực nghiệm của biến cố A là 0,47 gần bằng xác suất lí thuyết là 0,5.

Ví dụ 2: Ở một trang trại nuôi vịt, người ta nhận thấy xác suất một quả trứng vịt có cân nặng trên 70g là 0,52. Hãy ước lượng xem trong một lô 2500 quả trứng vịt của trang trại có khoảng bao nhiêu quả trứng có cân nặng trên 70g.

Hướng dẫn giải

Gọi N là số quả trứng vịt có cân nặng trên 70g trong lô 2500 quả trứng.

Xác suất thực nghiệm để một quả trứng vịt có cân nặng trên 70g là $\frac{N}{2500}$.

Do số quả trứng vịt trong lô là lớn nên $\frac{N}{2500} \approx 0,52$, tức là $N \approx 2500 \cdot 0,52 = 1300$.

Vậy có khoảng 1300 quả trứng vịt trong lô trứng trên có cân nặng trên 70g.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1: Trước khi Linh tung một đồng xu cân đối và đồng chất 100 lần, Tâm dự đoán sẽ có trên 70 lần xuất hiện mặt sấp còn Thành lại dự đoán sẽ có ít hơn 70 lần xuất hiện mặt sấp. Theo em, bạn nào có khả năng đoán đúng cao hơn? Vì sao?

Bài 2: Một hộp chứa một số quả bóng xanh và đỏ. Lan lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp, xem màu rồi trả bóng lại hộp. Lặp lại phép thử đó 200 lần, Lan thấy có 62 lần lấy được bóng xanh và 138 lần lấy được bóng màu đỏ.

1) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố “Lấy được bóng xanh” sau 200 lần thử.

2) Biết số bóng xanh trong hộp là 20, hãy ước lượng số lượng bóng đỏ trong hộp.

Bài 3: Xác suất nảy mầm của một loại hạt giống là 0,8. Người ta đem gieo 1000 hạt đồng đó. Hãy ước lượng xem có khoảng bao nhiêu hạt trong số đó sẽ nảy mầm.



Bài 4: Phong gieo một con xúc xắc 120 lần và thống kê lại kết quả các lần gieo ở bảng sau:

Mặt	1 chấm	2 chấm	3 chấm	4 chấm	5 chấm	6 chấm
Số lần xuất hiện	20	24	10	6	18	42

Hãy tính xác suất thực nghiệm của biến cố “Gieo được mặt có số chấm là số

chấn" sau 120 lần thử trên.

Bài 5: Ở một sân bay người ta nhận thấy với mỗi chuyến bay, xác suất tất cả mọi người mua vé đều có mặt để lên máy bay là 0,9. Trong một ngày sân bay đó có 120 lượt máy bay cất cánh. Hãy ước lượng số chuyến bay trong ngày hôm đó có người mua vé nhưng không lên máy bay.

Bài 6: Ở một trang trại nuôi gà, người ta nhận thấy xác suất một quả trứng gà có cân nặng trên 42g là 0,4. Hãy ước lượng xem trong một lô 2000 quả trứng gà của trang trại có khoảng bao nhiêu quả trứng có cân nặng trên 42g.

Bài 7: Ở một trang trại nuôi chim cú, người ta nhận thấy xác suất một quả trứng cú có cân nặng dưới 9g là 0,45. Hãy ước lượng xem trong một lô 3000 quả trứng cú của trang trại có khoảng bao nhiêu quả trứng có cân nặng dưới 9g.

Bài 8: Mỗi bạn Trọng, Nhân và Thắng tung một đồng xu cân đối và đồng chất 40 lần và ghi lại kết quả ở bảng sau:

Người tung	Số lần xuất hiện mặt sấp	Số lần xuất hiện mặt ngửa
Trọng	13	27
Nhân	25	15
Thắng	28	12

Gọi E là biến cố "xuất hiện mặt ngửa".

- 1) Tính các xác suất thực nghiệm của biến cố E sau 40 lần tung của từng bạn.
- 2) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố E sau 120 lần tung của cả 3 bạn.
- 3) Tính xác suất lí thuyết của biến cố E khi tung đồng xu. So sánh xác suất này với các xác suất thực nghiệm vừa tính em có nhận xét gì?

Bài 9: Mỗi bạn Hoa, Thanh và Liễu tung một đồng xu cân đối và đồng chất 100 lần và ghi lại kết quả ở bảng sau:

Người tung	Số lần xuất hiện mặt sấp	Số lần xuất hiện mặt ngửa
Hoa	55	45
Thanh	38	62
Liễu	52	48

Gọi F là biến cố "xuất hiện mặt ngửa".

- 1) Tính các xác suất thực nghiệm của biến cố F sau 100 lần tung của từng bạn.
- 2) Tính các xác suất thực nghiệm của biến cố F sau 300 lần tung của 3 bạn.
- 3) Tính các xác suất lí thuyết của biến cố F khi tung đồng xu. So sánh xác suất này với các xác suất thực nghiệm vừa tính em có nhận xét gì?

Bài 10: Một hộp chứa các viên bi màu trắng và màu đen có kích thước và khối lượng như nhau. Mai lấy ra ngẫu nhiên một viên bi từ hộp, xem màu rồi trả lại hộp. Lặp lại thử nghiệm đó 80 lần, Mai thấy 24 lần lấy được viên bi màu trắng.

- 1) Hãy tính xác suất thực nghiệm của biến cố lấy được viên bi màu đen sau 80 lần thử.
- 2) Biết tổng số bi trong hộp là 10, hãy ước lượng trong hộp có khoảng bao nhiêu viên bi màu trắng.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG**CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM**

Chọn phương án đúng

Câu 1. Một hộp chứa 15 tấm thẻ cùng loại được đánh từ 11 đến 25. Minh lấy ra ngẫu nhiên một thẻ từ hộp. Xác suất để thẻ chọn ra ghi số chia hết cho 3 là:

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{5}$

Câu 2. Một hộp chứa 12 tấm thẻ cùng loại được đánh từ số 8 đến 19. Minh lấy ra ngẫu nhiên một thẻ từ hộp. Xác suất để thẻ chọn ra ghi số chia hết cho 3 là:

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{6}$

Câu 3: Một hộp chứa 10 tấm thẻ cùng loại được đánh từ 4 đến 13. An lấy ra ngẫu nhiên một thẻ từ hộp. Xác suất để thẻ chọn ra ghi số nguyên tố là:

- A. 0,2 B. 0,3 C. 0,4 D. 0,5

Câu 4. Một hộp chứa thẻ màu xanh và thẻ màu đỏ có kích thước và khối lượng như nhau. Hải lấy ra ngẫu nhiên một thẻ từ hộp, xem màu rồi trả lại hộp. Lặp lại thí nghiệm đó 50 lần, Hải thấy có 14 lần lấy được thẻ màu xanh. Xác suất thực nghiệm của biến cố “ Lấy được thẻ màu đỏ” là:

- A. 0,14 B. 0,28 C. 0,72 D. 0,86

Câu 5. Tỷ lệ học sinh bị cận thị ở một trường trung học cơ sở là 18%. Gặp ngẫu nhiên một học sinh ở trường, xác suất học sinh đó bị cận thị là:

- A. 0,18 B. 0,82 C. 0,92 D. 0,5

Câu 6. Bình gieo 3 con xúc sắc cân đối và đồng chất. Xác suất của biến cố “ Tích số chấm xuất hiện trên ba con xúc sắc bằng 28” là:

- A. 0 B. $\frac{1}{18}$ C. $\frac{1}{36}$ D. $\frac{1}{12}$

Câu 7. Mạnh gieo một con xúc sắc cân đối 1000 lần. Số lần xuất hiện mặt 6 chấm trong 1000 lần gieo đó có khả năng lớn nhất thuộc tập hợp nào dưới đây?

- A. 0; 1; ...; 100 B. 101; 102; ...; 200
C. 201; 202; ...; 300 D. 301; 302; ...; 400

Câu 8. Lớp 8/1 gồm 38 học sinh trong đó có 20 bạn nam. Có 6 bạn nữ tham gia câu lạc bộ thể thao và 8 bạn nam không tham gia câu lạc bộ thể thao. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp. Xác suất để học sinh đó là một bạn nam có thể tham gia câu lạc bộ thể thao là:

A. $\frac{7}{20}$

B. $\frac{6}{19}$

C. $\frac{9}{23}$

D. $\frac{8}{21}$

Câu 9. Lớp 8/2 gồm 38 bạn trong lớp đó có 18 bạn nữ. Có 6 bạn nữ tham gia câu lạc bộ thể thao và 8 bạn nam không tham gia câu lạc bộ thể thao. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp. Xác suất để học sinh đó là một bạn không tham gia câu lạc bộ thể thao là:

A. $\frac{11}{20}$

B. $\frac{10}{19}$

C. $\frac{13}{21}$

D. $\frac{12}{19}$

Câu 10: Một túi đựng các quả cầu giống hệt nhau, chỉ khác màu, trong đó có 27 quả màu đỏ, 35 quả màu tím, 7 quả màu vàng, 11 quả màu trắng và 15 quả màu đen. Lấy ngẫu nhiên 1 quả trong túi. Xác suất lấy được quả cầu màu tím là:

A. $\frac{33}{95}$

B. $\frac{34}{95}$

C. $\frac{7}{19}$

D. $\frac{19}{35}$

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1. Tính xác suất thực nghiệm của biến cố “ Mặt xuất hiện của đồng xu là mặt ngửa” trong mỗi trường hợp sau:

- 1) Tung một đồng xu 50 lần liên tiếp, có 28 lần xuất hiện mặt ngửa.
- 2) Tung một đồng xu 30 lần liên tiếp, có 14 lần xuất hiện mặt sấp.

Bài 2 : Trong một hộp có 10 tấm thẻ giống nhau được đánh số 11 ; 12 ; ... ; 20. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ trong hộp. Tính xác suất của các biến cố sau :

- 1) A : “Rút được tấm thẻ ghi số là số nhỏ hơn 15”.
- 2) B : “Rút được tấm thẻ ghi số là bội của 3”.
- 3) C : “Rút được tấm thẻ ghi số nguyên tố”.

Bài 3 : Một hộp chứa 6 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt là 2; 3; 5; 8; 13; 21. Lấy ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp. Tính xác suất của các biến cố:

- A: “Số ghi trên thẻ là số lẻ”.
- B : “Số ghi trên thẻ là số nguyên tố”.
- C : “Số ghi trên thẻ là số chính phương”.

Bài 4 : Một túi đựng 1 viên bi xanh, 1 viên bi đỏ, 1 viên bi trắng và 1 viên bi vàng có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 2 viên bi từ túi. Tính xác suất của các biến cố :

- A: “Trong hai viên bi lấy ra có 1 viên màu đỏ”.
- B : “Hai viên bi lấy ra đều không có màu trắng”.

Bài 5 : Một cơ quan quản lí đã thống kê được số lượt khách đến tham quan di tích X trong năm qua như sau :

Tháng	1 ; 2	3 ; 4	5 ; 6	7 ; 8	9 ; 10	11 ; 12
Số lượt khách	139	188	145	120	118	112

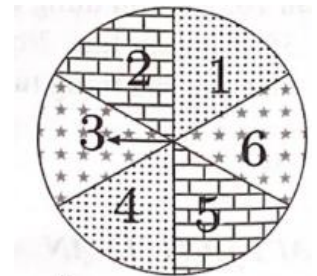
- 1) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố E : “Khách đến tham quan di tích trong tháng 7 và tháng 8”.
- 2) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố F : “Khách đến tham quan di tích trong thời gian từ tháng 7 đến tháng 12”.
- 3) Giả sử năm tới có 1145 lượt khách đến tham quan di tích. Hãy dự đoán xem :
 - Có bao nhiêu lượt khách đến tham quan di tích trong tháng 7 và tháng 8.
 - Có bao nhiêu lượt khách đến tham quan di tích trong thời gian từ tháng 7 đến tháng 12.

Bài 6 : Khuê tung hai đồng xu giống nhau 100 lần và ghi lại kết quả ở bảng sau :

Kết quả	Hai đồng sấp	Một đồng sấp, một đồng ngửa	Hai đồng ngửa
Số lần	16	44	40

Tính xác suất thực nghiệm của biến cố : “Hai đồng xu đều xuất hiện mặt sấp sau 100 lần tung”.

Bài 7 : Một tấm bìa hình tròn được chia thành 6 phần bằng nhau như hình bên. Bạn Bình quay mũi tên và quan sát xem khi dừng lại mũi tên chỉ vào ô số mấy. Thủy ghi lại kết quả sau 120 lần thí nghiệm ở bảng sau :



Ô số	1	2	3	4	5	6
Số lần	15	9	16	23	32	25

- 1) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố : “Mũi tên chỉ vào ô có dấu chấm”.
- 2) Theo em dự đoán, xác suất mũi tên chỉ vào mỗi ô có bằng nhau hay không ?
- 3) Một người nhận định rằng xác suất mũi tên chỉ vào các ô hình viên gạch bằng xác suất mũi tên chỉ vào các ô có dấu chấm và bằng xác suất mũi tên chỉ vào các ô hình ngôi sao. Theo em, kết quả thực nghiệm của bạn Bình có phù hợp với nhận định đó không ?