|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Ngày soạn  15-04-2023 | Dạy | Ngày | ..................../04/2023 |
| Tiết | 3 |
| Lớp | 9D |

**TUẦN 35: ÔN TẬP HK 2 PHẦN HÌNH HỌC**

**A. Mục tiêu:**

- Củng cố, khắc sâu các kiến thức về các bài toán tổng hợp về góc với đường tròn

- Rèn luyện kĩ năng vẽ hình cũng như trình bày chứng minh tứ giác nội tiếp, các bài toán về góc với đường tròn.

- Phát triển năng lực:Giải quyết vấn đề, hợp tác, tính toán

**B. Nội dung**

**1. Kiến thức cơ bản:**

- Các loại góc với đường tròn

- Các dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp

**2. Bài tập**

**TỨ GIÁC NỘI TIẾP**

**Bài 1 (2).** Tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O). Hai đường cao AD và CE cắt nhau tại H. Tia BO cắt (O) tại M, gọi I là giao của BM và DE, K là giao của AC và HM

1. Chứng minh các tứ giác AEDC và CMID nội tiếp
2. Chứng minh OK vuông góc với AC
3. Cho góc AOK = 600. Chứng minh tam giác HBO cân

K

H

I

**O**

A

B

M

D

C

E

.

**Hướng dẫn:**

1. Góc IDB = góc IMC (cùng = góc BAC), suy ra tứ giác CMID nội tiếp
2. Hãy chứng minh tứ giác AMCH là hình bình hành. Suy ra OK vuông góc với AC
3. Theo giả thiết 2OK = OA = OB. Mà OK là đường trung bình của tam giác MBH, nên 2OK = BH. Suy ra đpcm

**Bài 2 (2)**  Cho hai đường tròn (O1) và (O2) cắt nhau tại A và B, tiếp tuyến chung với hai đường tròn gần B hơn, có tiếp điểm thứ tự là E và F. Qua A kẻ cát tuyến song song với EF cắt hai đường tròn (O1) và (O2) thứ tự tại C, D. Đường thẳng CE và DF cắt nhau ở I. Chứng minh:

1. ∆IEF = ∆AEF
2. IA vuông góc với CD
3. Tứ giác IEBF nội tiếp
4. Đường thẳng AB đi qua trung điểm của EF

**Hướng dẫn:**

1. Chứng minh ∆IEF = ∆AEF (g.c.g),
2. Từ a) suy ra IE = AE. Tam giác IEA cân tại E có EF là phân giác góc IEA nên cũng đồng thời là đường cao. Suy ra đpcm
3. Góc IEB + góc IFB = Góc BAC + góc BAD = 1800. từ đó suy ra đpcm
4. Gọi J là giao điểm của AB và EF. Hãy chứng minh JE2 = JB.JA và JF2 = JB.JA, để suy ra đpcm

B

A

C

F

D

E

I

J

**Bài 3 (2)**  Từ điểm M nằm ngoài (O; R) vẽ hai tiếp tuyến MA và MB (A và B là các tiếp điểm), và một cát tuyến MCD (theo thứ tự ấy). Gọi I là trung điểm của CD. Gọi E, F, K lần lượt là giao điểm của đường thẳng AB với các đường thẳng MO, MD, OI

1. Chứng minh R2 = OE.OM = OI.OK
2. Chứng minh năm điểm M, A, B, O, I cùng thuộc một đường tròn
3. Khi cung CAD nhỏ hơn cung CBD. Chứng minh góc DEC = 2.góc DBC

M

B

**O**

K

C

I

A

F

E

D

**Hướng dẫn:**

1. Áp dụng hệ thức lượng với tam giác vuông OAM, kết hợp xét hai tam giác đồng dạng MIO và KEO (g.g), suy ra đpcm
2. Vì các góc MAO, MBO, MIO cùng bằng 900. Suy ra đpcm
3. Chứng minh được ME.MO = MC.MD (= MA2), suy ra hai tam giác MEC và MDO đồng dạng (c.g.c), nên góc MEC = góc MDO. Suy ra tứ giác CEOD nội tiếp. Suy ra đpcm

**Bài 4 (2)**  Cho hai đường tròn (O1) và (O2) cắt nhau tại P và Q, tiếp tuyến chung với hai đường tròn gần P hơn, có tiếp điểm với (O1) và (O2) thứ tự là A và B. Tiếp tuyến của (O1) tại P cắt (O2) tại điểm thứ hai D khác P. Đường thẳng AP cắt đường thẳng BD tại R. Hãy chứng minh.

1. Góc QAP = góc QPD = góc QBD và bốn điểm A, Q, B, R cùng thuộc một đường tròn
2. Tam giác BPR cân
3. Đường tròn ngoại tiếp tam giác PQR tiếp xúc với PB và RB

Q

P

R

B

D

A

**Hướng dẫn:**

1. Vì góc QAP = góc QBD (= góc QPD) nên bốn điểm A, Q, B, R cùng thuộc một đường tròn
2. Ta có góc BRP = góc BQA (theo a) = góc BQP + góc AQP = góc ABP + góc BAP = góc BPR (góc ngoài của tam giác). Suy ra đpcm
3. Ta có góc BPR = góc ABP + góc BAP = góc PQB + góc BQR (theo a) = góc PQR, suy ra đường tròn ngoại tiếp tam giác PQR tiếp xúc với PB. Tương tự cho RB

**Bài 5 (2)** Cho hình vuông ABCD, điểm M thay đổi trên cạnh BC (M không trùng với B) và điểm N thay đổi trên cạnh CD (N không trùng với D) sao cho góc MAN =450. BD cắt AN và AM tương ứng tại P và Q.

1. Chứng minh tứ giác ABMP nội tiếp
2. Chứng minh năm điểm P, Q, M, C, N cùng nằm trên một đường tròn
3. Chứng minh đường thẳng MN luôn tiếp xúc với (A; AB) khi M và N thay đổi
4. Kí hiệu diện tích của tam giác APQ là S1 và diện tích của tứ giác PQMN là S2. Chứng minh tỉ số  không đổi khi M và N thay đổi.

**Hướng dẫn:**

1. Góc PAM = góc PBM = 450

A

Q

P

C

D

H

M

B

N

1. Từ câu a suy ra góc APM = 1800 – góc ABM = 900. Tương tự góc AQN = 900. Từ đó năm điểm P, Q, M, C, N cùng nằm trên một đường tròn
2. Kẻ AH vuông góc với MN. Góc AMH = góc APQ = góc AMB. Nên ∆AMH = ∆AMB (cạnh huyền – góc nhọn), suy ra AH = AB. Suy ra đpcm
3. Tam giác APQ đồng dạng với tam giác AMN nên SAPQ: SAMN = (AP : AM)2= cos2 (450) = . Từ đó S1 = S2

**Bài 6 (2)** Cho tam giác ABC vuông tại A. Nửa đường tròn đường kính AB cắt BC tại D. Trên cung AD lấy một điểm E. Đường thẳng BE cắt AC tại F

1. Chứng minh tứ giác CDEF nội tiếp
2. Kéo dài DE cắt AC ở K. Tia phân giác góc CKD cắt EF và CD tại M và N. Tia phân giác góc CBF cắt DE và CF tại P và Q. Chứng minh tam giác BEP đồng dạng với tam giác BCQ, và tam giác KPQ cân
3. Tứ giác MPNQ là hình gì? Vì sao?
4. Gọi r, r1, r2 theo thứ tự là bán kính các đường tròn nội tiếp các tam giác ABC, ADB, ADC. Chứng minh r2 = r12 + r22

M

D

C

B

E

K

F

A

N

P

Q

**Hướng dẫn**

1. Vì góc BED = góc DCF (= góc BAD), suy ra đpcm
2. Tam giác BEP đồng dạng với tam giác BCQ (g. g). Suy ra góc BPE = góc BQC nên góc KPQ = góc KQP nên tam giác KPQ cân
3. Tam giác KPQ cân tại K nên phân giác góc K đồng thời là trung tuyến và đường cao của tam giác KPQ. Có nghĩa là MN là đường trung trực của đoạn PQ. Hoàn toàn tương tự PQ là đường trung trực của MN. Từ đó tứ giác MPNQ là hình thoi
4. Ta chứng minh được các tam giác ABC, DBA, DAC đồng dạng. Áp dụng tính chất tỉ số bán kính đường tròn nội tiếp hai tam giác đồng dạng bằng tỉ số đồng dạng, ta suy ra    đpcm

**Bài 7 (2)** Từ điểm P ở ngoài đường tròn (O) vẽ hai tiếp tuyến PE và PF. Tia PO cắt đường tròn ở A và B (A nằm giữa P và O). Kẻ EH vuông góc với FB. Gọi I là trung điểm EH. Tia BI cắt (O) tại điểm thứ hai M (M khác B), EF cắt AB tại N. Chứng minh

1. NI // FB
2. Tứ giác MEIN nội tiếp và góc EMN = 900
3. Bốn điểm P, M, N, F cùng thuộc một đường tròn
4. AB là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác PEM

B

.

**O**

F

A

I

E

P

N

M

H

**Hướng dẫn:**

1. NI là đường trung bình của tam giác EFH, suy ra đpcm
2. Góc EMI = góc ENI (= góc EFB), suy ra đpcm
3. Góc MFP = góc MBF (1). Mà góc MNP và góc MBF lần lượt phụ với hai góc bằng nhau là góc MNE và góc MIE nên góc MNP = góc MBF (2) . Từ (1) và (2) suy ra đpcm
4. Góc MPN = góc MFE = góc MEP, suy ra đpcm

**Bài 8 (2)** Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O). H là trực tâm của tam giác, M là một điểm trên cung nhỏ BC

1. Xác định vị trí của điểm M để tứ giác BHCM là hình bình hành
2. Gọi N và E lần lượt là điểm đối xứng của M qua AB, AC. Chứng minh các tứ giác AHCE và AHBN nội tiếp và ba điểm N, H, E thẳng hàng
3. Xác đinh vị trí của điểm M để độ dài đoạn NE lớn nhất

**Hướng dẫn:**

1. Để tứ giác BHCM là hình bình hành thì BM phải vuông góc với AB. Ngược lại đúng. Vậy M đối xứng với A qua O
2. Giả sử AH cắt BC tại A1, CH cắt AB tại C1. Khi đó góc AHC = góc A1HC1 (1). Còn góc AEC = góc AMC = góc ABC (2). Do tứ giác A1BC1H nội tiếp nên từ (1) và (2) suy ra tứ giác AHCE nội tiếp. Tương tự với tứ giác AHBN. Từ các kết quả trên ta có góc AHE + góc AHN = góc ACE + góc ABN = góc ACM + góc ABM = 1800. Suy ra ba điểm N, H, E thẳng hàng
3. Chứng minh được tam giác ANE cân tai A (vì AN = AM = AE) và góc ở đỉnh NAE = 2. góc BAC (cố định) nên cạnh đáy NE lớn nhất khi và chỉ khi cạnh bên AN lớn nhất khi và chỉ khi AM lớn nhất khi và chỉ khi M đối xứng với A qua O

**Bài 9 (2)** Cho ba điểm A, B, C cố định và thẳng hàng theo thứ tự đó. Vẽ đường tròn tâm O đi qua B và C. Qua A vẽ các tiếp tuyến AE, AF với (O). Gọi I là trung điểm BC, N là trung điểm của EF

1. Chứng minh AE2 = AF2 = AB.AC
2. Đường thẳng FI cắt đường tròn (O) ở E’. Chứng minh EE’ // AB
3. Chứng minh tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ONI chạy trên một đường thẳng cố định khi đường tròn (O) thay đổi

**Hướng dẫn:**

1. Dễ chứng minh
2. Tứ giác AOIF nội tiếp ( vì góc AFO = góc AIO = 900). Nên suy ra góc 2AIF = 2góc AOF = góc EOF = 2góc EE’F. Suy ra EE’ // AB
3. Gọi K là giao điểm của BC và EF. Sử dụng các cặp tam giác đồng dạng sẽ chứng minh được AK.AI = AN.AO = AE2 = AB.AC, mà AI, AB, AC cố định nên AK cố đinh, suy ra điểm K cố định. Từ đó tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ONI hay tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác ONKI chạy trên chạy trên đường trung trực của đoạn KI (cố định)

**Bài 10 (2)** Cho đường tròn tâm O. Từ điểm M bên ngoài đường tròn vẽ các tiếp tuyến MC, MD với (O) (C, D là các tiếp điểm). Vẽ cát tuyến MAB không đi qua tâm O (A nằm giữa M và B. Tia phân giác của góc ACB cắt AB tại E

1. Chứng minh MC = ME
2. Chứng minh DE là phân giác của góc ADB
3. Gọi I là trung điểm của đoạn AB. Chứng minh năm điểm O, I, C, M, D cùng nằm trên một đường tròn
4. Chứng minh IM là phân giác của góc CID

**Hướng dẫn:**

1. góc MEC = góc EBC + góc BCE = góc ACM + góc ECA = góc ECM. Suy ra đpcm
2. Theo câu a, ta suy ra ME = MD, nên góc MED = góc MDE. Tức là góc MBD + góc BDE = góc MDA + góc ADE (1). Nhưng góc MBD = góc MDA (2). Từ (1) và (2) suy ra góc BDE = góc ADE, suy ra đpcm
3. Dễ chứng minh
4. Theo câu c) tứ giác CIDM nội tiếp, lại chú ý rằng MC = MD, nên suy ra đpcm

**Bài 11 (2)** Từ điểm A bên ngoài đường tròn (O), vẽ các tiếp tuyến AB và AC (B và C là các tiếp điểm) và cát tuyến ADE. Đường thẳng đi qua D và vuông góc với BO cắt BC, BE thứ tự ở H và K. Gọi M là trung điểm của DE

1. Chứng minh năm điểm A, B, O, M, C cùng thuộc một đường tròn
2. Chứng minh góc KDM = góc BCM
3. Chứng minh DH = HK

**Hướng dẫn:**

1. Dễ chứng minh
2. Góc KDM = góc BCM (vì cùng bằng góc BAM)
3. Từ câu b), suy ra tứ giác HDCM nội tiếp. Từ đó góc HMD = góc HCD = góc BED, suy ra HM // BE (1). Lại có DM = ME (2) nên DH = HK

**Bài 12 (2)** Cho tam giác đều ABC, điểm M thuộc cạnh BC. Gọi D và E là đối xứng của M lần lượt qua AB và AC. Vẽ hình bình hành DMEI.

1. Tính góc DME
2. Chứng minh bốn điểm D, A, E, I cùng thuộc một đường tròn
3. Chứng minh AI // BC

**Hướng dẫn:**

1. Dễ tính được góc DME = 1200
2. Tính được góc DAE = 1200 và góc DIE = 1200. Suy ra đpcm
3. Tính được góc IAC = góc IAE + góc EAC = góc IDE + góc EAC = góc DEM + góc KAM = góc HKM + góc KAM = góc HAM + góc KAM = góc BAC = 600 = góc ACB. Suy ra đpcm

**3. Củng cố**:

- Cho HS nhắc lại các kiến thức trọng tâm, các dạng bài tập cơ bản đã ôn luyện

**4. Hướng dẫn về nhà:**

- Học kỹ lại bài trên lớp.

- Ôn tập kỹ lại các khái niệm đã học , xem lại các bài tập đã chữa .