

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1 (1,5 điểm).

Cho hai biểu thức: $A = \frac{5 - \sqrt{5}}{\sqrt{5} - 1} - \frac{4}{\sqrt{5} + 1}$ và $B = \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{x - 4}{\sqrt{x} + 2}$ (với $x > 0$).

- Rút gọn các biểu thức A và B .
- Tìm các giá trị của x sao cho $B \leq A$.

Bài 2 (1,5 điểm).

1. Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x-1}} + 2(y-3) = -7 \\ \frac{2}{\sqrt{x-1}} + (y-3) = -2. \end{cases}$$

2. Một nhân viên bán hàng sẽ nhận được mức lương cơ bản là 6 triệu đồng mỗi tháng và một khoản tiền bằng 5% doanh số bán hàng của nhân viên đó. Ngoài ra, nếu trong tháng, doanh số bán hàng là 200 triệu đồng hoặc nhiều hơn thì nhân viên bán hàng nhận được thêm tiền thưởng là 500 nghìn đồng. Gọi y (triệu đồng) là thu nhập hàng tháng của nhân viên bán hàng khi doanh số bán hàng của nhân viên đó trong tháng là x (triệu đồng).

- Lập công thức tính y theo x trong trường hợp $x \geq 200$.
- Nếu doanh số bán hàng trong tháng của nhân viên bán hàng là 300 triệu đồng thì thu nhập của nhân viên này trong tháng là bao nhiêu?

Bài 3 (2,5 điểm).

1. Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = (2m - 1)x - m + 2$ (m là tham số).

a) Chứng minh rằng với mọi m đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Gọi $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$ là giao điểm của (d) và (P) . Tìm các giá trị của m để $x_1 y_1 + x_2 y_2 = 0$.

2. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Bác Toàn dự định làm ngôi nhà với diện tích 100 mét vuông. Bác dự tính tiền vật liệu và tiền công thợ theo mỗi mét vuông xây dựng, tổng chi phí là 800 triệu đồng. Nhưng khi thực hiện, giá vật liệu cho mỗi mét vuông tăng thêm 10%, tiền công thợ cho mỗi mét vuông cũng tăng thêm $\frac{1}{6}$ so với giá dự định. Ngoài ra, bác Toàn còn mở rộng diện tích xây dựng thêm 50 mét vuông nữa. Vì thế chi phí làm nhà là 1,326 tỉ đồng. Hỏi thực tế bác Toàn đã phải chi cho mỗi mét vuông bao nhiêu tiền vật liệu và bao nhiêu tiền công thợ?

Bài 4 (0,75 điểm).

Công ty sữa Ông Thọ chuyên sản xuất các hộp sữa hình trụ có thể tích $508,68 \text{ cm}^3$ trong đó chiều cao hộp là 8 cm. Hỏi nếu công ty cần xuất xưởng lô hàng 3500 hộp sữa thì cần tốn bao nhiêu tiền để trang trí vỏ hộp sữa? Biết rằng không trang trí ở đáy và nắp hộp, chi nhí làm vỏ hôn hao bì là 25 đồng/cm². (lấy $\pi \approx 3,14$).

Bài 5. (3,0 điểm).

Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) , ba đường cao của ΔABC là AD, BE, CF cắt nhau tại H . Kẻ đường kính AK của (O) cắt EF tại điểm I . Tia FE cắt (O) tại Q . QK cắt BC tại G .

Chứng minh:

- Tứ giác $BCEF$ và tứ giác $KCEI$ nội tiếp.
- $AQ^2 = AI \cdot AK$ và $AE \cdot AC = AI \cdot AK$
- $AG \perp QH$.

Bài 6 (0,75 điểm).

Cho ba số a, b, c lớn hơn 1 sao cho $a + b + c = abc$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

sau:
$$P = \frac{b-2}{a^2} + \frac{c-2}{b^2} + \frac{a-2}{c^2}.$$

----- Hết -----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.