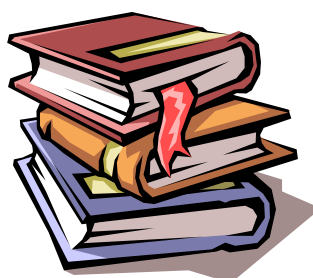


Tailieumontoan.com



Điện thoại (Zalo) 039.373.2038



BỘ ĐỀ
TOÁN VÀO LỚP 10 CÁC TỈNH 2022

(Liệu hệ tài liệu word môn toán SĐT (zalo) : 039.373.2038)



Tài liệu sưu tầm, ngày 27 tháng 5 năm 2022

Tuyển sinh vào **10**

Tỉnh An Giang

Câu 1. (3,0 điểm) Giải phương trình và hệ phương trình

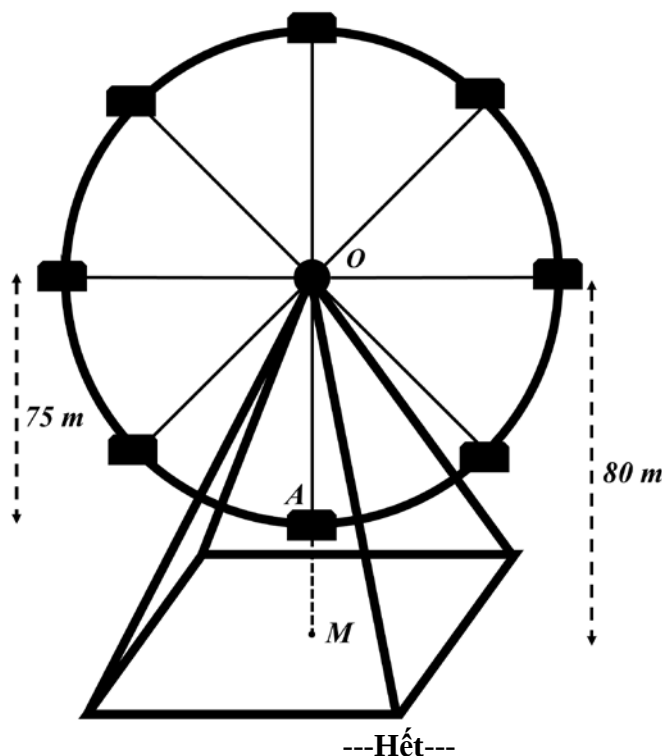
a) $\sqrt{7}(x + \sqrt{7}) - \sqrt{7} = 7.$

b) $x^2 + 6x + 8 = 0.$

c) $\begin{cases} 3x + y = 8 \\ 4x - y = 6 \end{cases}.$

Câu 2. (2,0 điểm) Cho hàm số $y = x - 1$ có đồ thị là (d) .a) Vẽ đồ thị (d) trên mặt phẳng tọa độ.b) Tìm a để (d) tiếp xúc với Parabol $(P): y = ax^2$.**Câu 3. (1,5 điểm)** Cho phương trình bậc hai $x^2 + 2(m + 1)x + 2m + 1 = 0$ (m là tham số).a) Vẽ đồ thị (d) trên mặt phẳng tọa độ.b) Với giá trị nào của m thì phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

$$x_1^2 + x_2^2 = 2.$$

Câu 4. (1,5 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, các đường cao AE, BF và CN cắt nhau tại H ($E \in BC, F \in AC, N \in AB$).a) Chứng minh tứ giác $CEHF$ nội tiếp.b) Kéo dài FE cắt đường tròn đường kính BC tại M . Chứng minh $BM = BN$.c) Biết $AH = BC$. Tính số đo góc A của tam giác ABC .**Câu 5. (1,0 điểm)** Một chiếc đu quay có bán kính 75 m , tâm của vòng quay ở độ cao 80 m so với mặt đất. Thời gian thực hiện mỗi vòng quay là 30 phút. Nếu một người vào cabin ở vị trí thấp nhất của đu quay thì sau 10 phút người đó ở độ cao bao nhiêu mét so với mặt đất (giả sử đu quay quay đều)?

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (3,0 điểm) Giải phương trình và hệ phương trình

a) $\sqrt{7}(x + \sqrt{7}) - \sqrt{7} = 7.$

b) $x^2 + 6x + 8 = 0.$

c) $\begin{cases} 3x + y = 8 \\ 4x - y = 6 \end{cases}.$

Lời giải

a) $\sqrt{7}(x + \sqrt{7}) - \sqrt{7} = 7.$

$$\Leftrightarrow \sqrt{7}x + 7 - \sqrt{7} = 7$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{7}x - \sqrt{7} = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{7}x = \sqrt{7}$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = 1.$

b) $x^2 + 6x + 8 = 0.$

Ta có: $\Delta = 6^2 - 4.8 = 36 - 32 = 4.$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6 + 2}{2} = -2;$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6 - 2}{2} = -4.$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $S = \{-2; 4\}.$

c) $\begin{cases} 3x + y = 8 \\ 4x - y = 6 \end{cases}.$

Ta có: $\begin{cases} 3x + y = 8 \\ 4x - y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 14 \\ 3x + y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 3.2 + y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}.$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y) = (2; 2).$

Câu 2. (2,0 điểm) Cho hàm số $y = x - 1$ có đồ thị là $(d).$

a) Vẽ đồ thị (d) trên mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm a để (d) tiếp xúc với Parabol $(P): y = ax^2.$

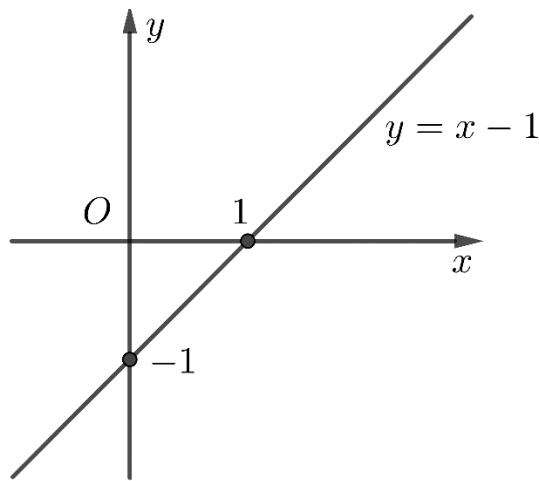
Lời giải

a) Bảng giá trị:

x	0	1
$y = x - 1$	-1	0

$\Rightarrow$ Đường thẳng d đi qua 2 điểm $(0; -1)$ và $(1; 0).$

Đồ thị:



b) Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của phương trình: $ax^2 = x - 1$ ($a \neq 0$).

$$\Leftrightarrow ax^2 - x + 1 = 0 \quad (*)$$

Để d tiếp xúc (P) thì phương trình $(*)$ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \Delta = 0$

$$\Leftrightarrow 1 - 4a = 0 \Leftrightarrow a = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Vậy } a = \frac{1}{4}.$$

Câu 3. (1,5 điểm) Cho phương trình bậc hai $x^2 + 2(m+1)x + 2m+1 = 0$ (m là tham số).

a) Tìm m để phương trình có một nghiệm bằng -3 tìm nghiệm còn lại.

b) Với giá trị nào của m thì phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

$$x_1^2 + x_2^2 = 2.$$

Lời giải

a) Với $x = -3$ thay vào phương trình ta được:

$$(-3)^2 + 2(m+1) \cdot (-3) + 2m+1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 9 - 6m - 6 + 2m + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow -4m + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow -4m = -4$$

$$\Leftrightarrow m = 1$$

Với $m = 1$, thay vào phương trình ta được:

$$x^2 + 2(1+1)x + 2 \cdot 1 + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 3 = 0$$

Ta có: $1 - 4 + 3 = 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = -1$; $x_2 = -3$.

Vậy $m = 1$ và nghiệm còn lại của phương trình là $x = -1$.

$$\text{b) Ta có: } \Delta' = (m+1)^2 - (2m+1) = m^2 + 2m + 1 - 2m - 1 = m^2.$$

Để phương trình có hai nghiệm $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m^2 \geq 0$ (đúng với mọi m).

Khi đó, theo hệ thức Vi – ét, ta có:
$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = -2(m+1) \\ P = x_1 x_2 = 2m+1 \end{cases}.$$

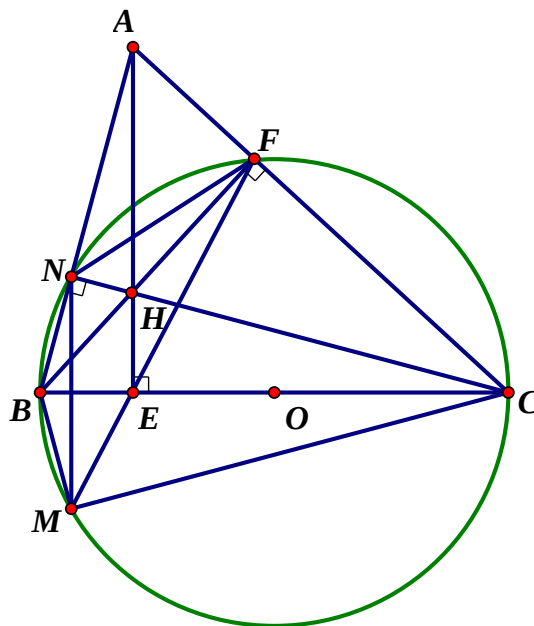
Theo giả thiết:

$$\begin{aligned} x_1^2 + x_2^2 &= 2 \\ \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 &= 2 \\ \Leftrightarrow 4(m+1)^2 - 2(2m+1) - 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow 2(m^2 + 2m + 1) - 2m - 1 - 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow 2m^2 + 4m + 2 - 2m - 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow 2m^2 + 2m &= 0 \\ \Leftrightarrow 2m(m+1) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2m = 0 \\ m+1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -1 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $m = 0, m = 1$.

- Câu 4. (1,5 điểm)** Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, các đường cao AE, BF và CN cắt nhau tại H ($E \in BC, F \in AC, N \in AB$).
- Chứng minh tứ giác $CEHF$ nội tiếp.
 - Kéo dài FE cắt đường tròn đường kính BC tại M . Chứng minh $BM = BN$.
 - Biết $AH = BC$. Tính số đo góc A của tam giác ABC .

Lời giải



- a)** Chứng minh tứ giác $CEHF$ nội tiếp.

Ta có:

$$HF \perp AC(gt) \Rightarrow \widehat{HFC} = 90^\circ$$

$$HE \perp BC(gt) \Rightarrow \widehat{HEC} = 90^\circ$$

Xét tứ giác $CEHF$ có: $\widehat{HFC} + \widehat{HEC} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà hai góc này đối nhau $\Rightarrow CEHF$ là tứ giác nội tiếp.

- b)** Kéo dài FE cắt đường tròn đường kính BC tại M . Chứng minh $BM = BN$.

Ta có:

$$HN \perp AB(gt) \Rightarrow \widehat{ANH} = 90^\circ$$

$$HF \perp AC(gt) \Rightarrow \widehat{AFH} = 90^\circ$$

Xét tứ giác $AFHN$ có: $\widehat{ANH} + \widehat{AFH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà hai góc này đối nhau
 $\Rightarrow AFHN$ là tứ giác nội tiếp.

$$\Rightarrow \widehat{NAH} = \widehat{NFH} \text{ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung } HN \text{)} \quad (1)$$

Tứ giác $HECF$ nội tiếp (cmt)

$$\Rightarrow \widehat{HFE} = \widehat{HCE} \text{ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung } HE \text{)}. \quad (2)$$

$$\text{Ta có: } \widehat{BAE} = \widehat{NCB} \text{ (hai góc cùng phụ với } \widehat{ABC} \text{)} \Rightarrow \widehat{NAH} = \widehat{HCE} \quad (3)$$

Từ (1), (2), (3) suy ra $\widehat{NFH} = \widehat{HFE}$ hay $\widehat{NFB} = \widehat{BFM}$.

Xét (O) có: $\widehat{NFB} = \widehat{BFM}$:

$$\Rightarrow sd\widehat{BN} = sd\widehat{BM} \text{ (hai góc nội tiếp bằng nhau hai cung chắn bằng nhau).}$$

$$\Rightarrow BN = BM \text{ (hai cung chắn bằng nhau hai dây bằng nhau) (đpcm).}$$

c) Biết $AH = BC$. Tính số đo góc A của tam giác ABC .

Xét hai tam giác vuông FAH và FBH ta có:

$$AH = BC \text{ (giả thiết)}$$

$$\widehat{FAH} = \widehat{FBC} \text{ (vì cùng phụ với góc } \widehat{ACE} \text{)}$$

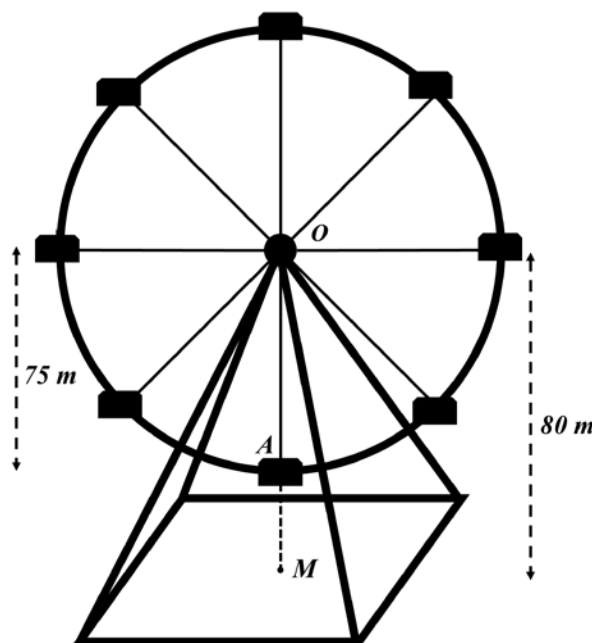
$$\text{Vậy } \triangle FAH = \triangle FBC$$

$$\Rightarrow FA = FB$$

Mặt khác tam giác AFB vuông có $FA = FB$ nên nó vuông cân

$$\text{Vậy } \widehat{BAC} = 45^\circ.$$

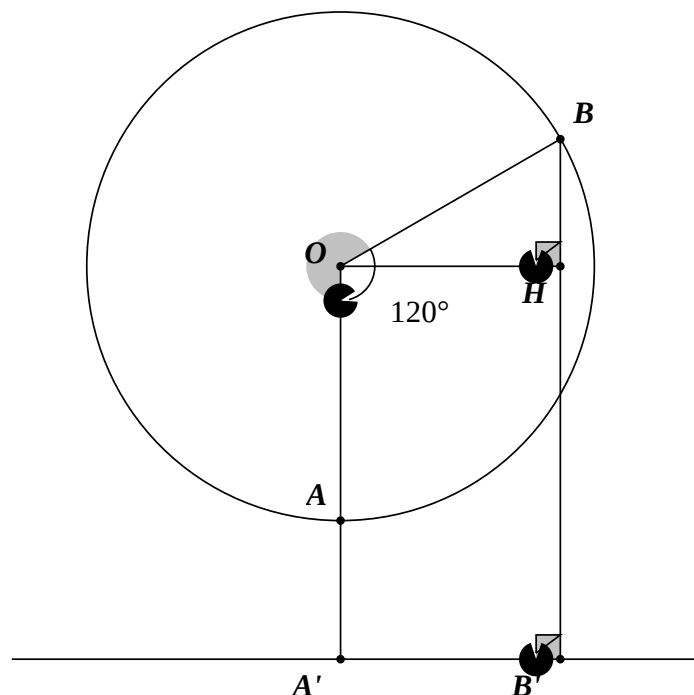
Câu 5. (1,0 điểm) Một chiếc đu quay có bán kính 75 m , tâm của vòng quay ở độ cao 80 m so với mặt đất. Thời gian thực hiện mỗi vòng quay là 30 phút. Nếu một người vào cabin ở vị trí thấp nhất của đu quay thì sau 10 phút người đó ở độ cao bao nhiêu mét so với mặt đất (giả sử đu quay quay đều)?



Lời giải

Gọi vị trí ban đầu của người đó là điểm A .

Vì thời gian thực hiện mỗi vòng của đu quay là 30 phút nên khi đu quay quay đều thì 10 phút người đó đi được $\frac{1}{3}$ vòng tròn và đang ở vị trí điểm B như hình vẽ sau:



Gọi A', B' lần lượt là hình chiếu của A, B trên mặt đất, kẻ $OH \perp BB'$.

Ta có: $\widehat{AOB} = \frac{1}{3} \cdot 360^\circ = 120^\circ, OA' = 80m$.

Vì $OA'B'H$ là hình chữ nhật (tứ giác có 3 góc vuông) nên $HB' = OA' = 80(m)$

Ta có: $\widehat{AOH} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{BOH} = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$

Xét tam giác vuông OBH có: $BH = OB \cdot \sin 30^\circ = 75 \cdot \frac{1}{2} = 37,5(m)$

$\Rightarrow BB' = BH + HB' = 37,5 + 80 = 117,5(m)$.

Vậy sau 10 phút người đó ở độ cao $117,5m$ so với mặt đất.

Câu 1. (2,5 điểm)

- a) Giải phương trình $x^2 + 3x - 4 = 0$.
- b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x - y = 4 \end{cases}$.
- c) Rút gọn biểu thức $A = 3\sqrt{8} + 5\sqrt{9} - 2\sqrt{18}$.

Câu 2. (2,0 điểm)

Cho Parabol $(P): y = 2x^2$ và đường thẳng $(d): y = -2x + m$ (với m là tham số).

- a) Vẽ Parabol (P) .
- b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 - 2x_1x_2 = 1$.

Câu 3. (1,5 điểm)

- a) Một người đi xe máy từ địa điểm A đến địa điểm B trên quãng đường 100 km . Khi từ B về A người đó đã giảm vận tốc 10 km/h so với lúc đi nên thời gian về nhiều hơn thời gian lúc đi là 30 phút. Tính vận tốc của người lúc đi.
- b) Giải phương trình $(x-1)(x+1) - \sqrt{x^2+1} = 0$.

Câu 4. (3,5 điểm)

Từ điểm M nằm bên ngoài đường tròn (O) , kẻ hai tiếp tuyến MA, MB của (O) (A, B là hai tiếp điểm). Một đường thẳng qua M và không đi qua O cắt (O) tại hai điểm C, D (C nằm giữa M, D và A thuộc cung nhỏ CD).

- a) Chứng minh tứ giác $AMBO$ nội tiếp.
- b) Chứng minh $MA^2 = MC.MD$.
- c) Gọi I là giao điểm của AB và MO . Chứng minh tứ giác $CDOI$ nội tiếp.
- d) Kẻ đường thẳng qua D vuông góc với MO cắt (O) tại E khác D . Chứng minh ba điểm C, I, E thẳng hàng.

Câu 5. (0,5 điểm)

Với các số thực x, y, z thỏa mãn $x \geq 1, y \geq 1, z \geq 1$ và $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 15$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + y + z$.

---Hết---

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (2,5 điểm)

- a) Giải phương trình $x^2 + 3x - 4 = 0$.
- b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x - y = 4 \end{cases}$.
- c) Rút gọn biểu thức $A = 3\sqrt{8} + 5\sqrt{9} - 2\sqrt{18}$.

Lời giải

a) $x^2 + 3x - 4 = 0$.

Ta có $a + b + c = 1 + 3 - 4 = 0$ nên phương trình có nghiệm phân biệt $x_1 = 1; x_2 = \frac{c}{a} = -4$

b) $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x - y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 5 \\ 2x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 2 + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (1; -1)$

c) $A = 3\sqrt{8} + 5\sqrt{9} - 2\sqrt{18} = 6\sqrt{2} + 15 - 6\sqrt{2} = 15$.

Câu 2. (2,0 điểm)

Cho Parabol (P): $y = 2x^2$ và đường thẳng (d): $y = -2x + m$ (với m là tham số).

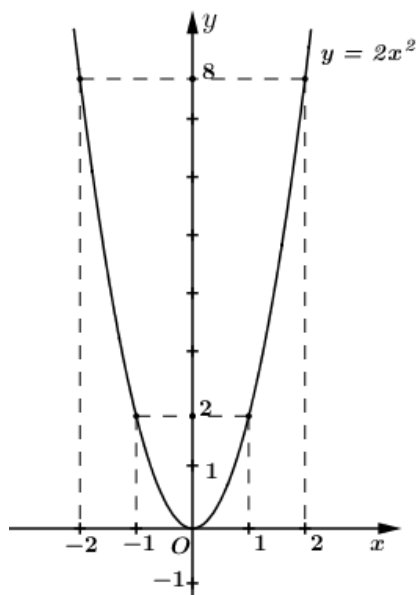
- a) Vẽ Parabol (P).
- b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 - 2x_1x_2 = 1$.

Lời giải

a) Vẽ Parabol (P).

Ta có bảng giá trị sau:

x	-2	-1	0	1	2
$y = 2x^2$	8	2	0	2	8



b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 - 2x_1x_2 = 1$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là:

$$2x^2 = -2x + m \Leftrightarrow 2x^2 + 2x - m = 0 \quad (1)$$

Ta có $\Delta' = 1^2 - 2(-m) = 1 + 2m$

Để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt khi $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 1 + 2m > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{2}$

Với $m > -\frac{1}{2}$ thì (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2

Theo hệ thức Vi-et ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -1 \\ x_1x_2 = \frac{-m}{2} \end{cases}$$

Theo đề bài ta có: $x_1 + x_2 - 2x_1x_2 = 1 \Leftrightarrow -1 - 2\frac{-m}{2} = 1 \Leftrightarrow -1 + m = 1 \Leftrightarrow m = 2$ (TMĐK)

Vậy $m = 2$ thì (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 - 2x_1x_2 = 1$

Câu 3. (1,5 điểm)

a) Một người đi xe máy từ địa điểm A đến địa điểm B trên quãng đường 100 km . Khi từ B về A người đó đã giảm vận tốc 10 km/h so với lúc đi nên thời gian về nhiều hơn thời gian lúc đi là 30 phút. Tính vận tốc của người lúc đi.

b) Giải phương trình $(x-1)(x+1) - \sqrt{x^2+1} = 0$.

Lời giải

a) Đổi 30 phút $= \frac{1}{2}$ giờ

Gọi x (km/h) là vận tốc của người đó lúc đi (ĐK: $x > 10$)

Vận tốc của người đó lúc về là $x - 10$ (km/h)

Thời gian đi từ A đến B là: $\frac{100}{x}$ (h)

Thời gian từ B về đến A là: $\frac{100}{x-10}$ (h)

Theo đề bài ta có phương trình $\frac{100}{x-10} - \frac{100}{x} = \frac{1}{2}$

Biến đổi đưa về phương trình $x^2 - 10x - 2000 = 0$

Giải phương trình ta được $\begin{cases} x_1 = 50 \text{ (nhân)} \\ x_2 = -40 \text{ (loại)} \end{cases}$

Vậy vận tốc của người đó lúc đi là: 50 km/h

b)

$$(x-1)(x+1) - \sqrt{x^2+1} = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 1 - \sqrt{x^2+1} = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 1 - \sqrt{x^2+1} - 2 = 0 \quad (1)$$

Đặt $t = \sqrt{x^2+1}$ ($t \geq 1$), phương trình (1) trở thành

$$t^2 - t - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = -1 (\text{loại}) \\ t_2 = 2 (\text{nhanh}) \end{cases}$$

$$\text{Với } t = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 1} = 2 \Leftrightarrow x^2 + 1 = 4 \Leftrightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{cases}$$

Vậy phương trình có $S = \{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\}$

Câu 4. (3,5 điểm)

Từ điểm M nằm bên ngoài đường tròn (O) , kẻ hai tiếp tuyến MA, MB của (O) (A, B là hai tiếp điểm). Một đường thẳng qua M và không đi qua O cắt (O) tại hai điểm C, D (C nằm giữa M, D và A thuộc cung nhỏ CD).

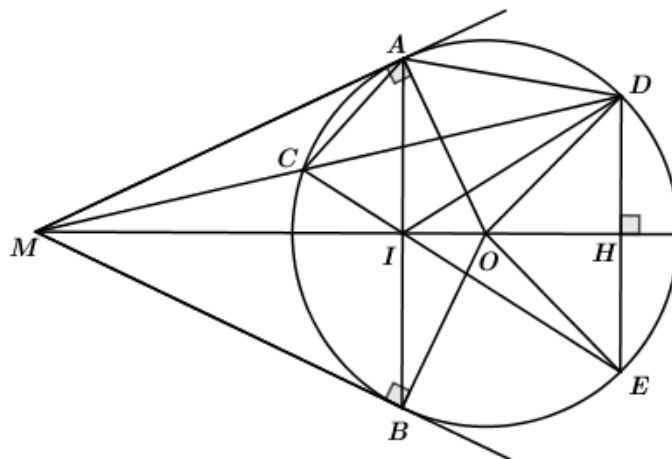
a) Chứng minh tứ giác $AMBO$ nội tiếp.

b) Chứng minh $MA^2 = MC \cdot MD$.

c) Gọi I là giao điểm của AB và MO . Chứng minh tứ giác $CDOI$ nội tiếp.

d) Kẻ đường thẳng qua D vuông góc với MO cắt (O) tại E khác D . Chứng minh ba điểm C, I, E thẳng hàng.

Lời giải



a) Chứng minh tứ giác $AMBO$ nội tiếp.

Ta có MA, MB là hai tiếp tuyến của (O)

Nên $\widehat{MAO} = \widehat{MBO} = 90^\circ \Rightarrow$ tứ giác $AMBO$ có $\widehat{MAO} + \widehat{MBO} = 180^\circ$

Vậy tứ giác $AMBO$ nội tiếp.

b) Chứng minh $MA^2 = MC \cdot MD$.

Xét $\triangle MAC$ và $\triangle MDA$, có

$\widehat{MAC} = \widehat{MDA}$ (cùng chắn $\widehat{AC}$)

$\widehat{AMD}$ góc chung

$\Rightarrow \triangle MAC \sim \triangle MDA (g.g)$

$$\Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{MC}{MA} \Rightarrow MA^2 = MC \cdot MD$$

c) Gọi I là giao điểm của AB và MO . Chứng minh tứ giác $CDOI$ nội tiếp.

$$\text{Ta có } \begin{cases} MA = MB \text{ (tctt)} \\ OA = OB \text{ (= R)} \end{cases}$$

Suy ra OM là đường trung trực AB

$$\Rightarrow OM \perp AB \text{ tại } I$$

Xét $\triangle MAO$ vuông tại A , đường cao AI

$$\Rightarrow MA^2 = MI \cdot DO \text{ (hệ thức lượng)}$$

$$\text{Mà } MA^2 = MC \cdot MD \Rightarrow MI \cdot MO = MC \cdot MD \Rightarrow \frac{MI}{MD} = \frac{MC}{MO}$$

Xét $\triangle MIC$ và $\triangle MDO$, có

$$\frac{MI}{MD} = \frac{MC}{MO} \text{ (cmt)}$$

$\widehat{OMD}$ góc chung

$$\Rightarrow \triangle MIC \sim \triangle MDO \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow \widehat{MIC} = \widehat{MDO} \text{ hay } \widehat{MIC} = \widehat{CDO}$$

$$\text{Xét tứ giác } CDOI \text{ có } \widehat{CDO} + \widehat{CIO} = \widehat{MIC} + \widehat{CIO} = 180^\circ \text{ (kề bù)}$$

Vậy tứ giác $CDOI$ nội tiếp.

d) Kẻ đường thẳng qua D vuông góc với MO cắt (O) tại E khác D . Chứng minh ba điểm C, I, E thẳng hàng.

Gọi H là giao điểm của DE và MO

$$\text{Ta có } OD = OC \text{ (= R)} \Rightarrow \triangle OCD \text{ cân tại } O \Rightarrow \widehat{MDC} = \widehat{OCD}$$

$$\text{Mà } \widehat{MDO} = \widehat{MIC} \text{ (cmt)} \Rightarrow \widehat{MIC} = \widehat{OCD}$$

$$\Rightarrow \widehat{MIC} = \widehat{OID} \text{ hay } \widehat{MIC} = \widehat{HID} \text{ (1)}$$

$$\text{Mặt khác } D \text{ và } E \text{ đối xứng qua } MO \Rightarrow ID = IE \Rightarrow \widehat{HID} = \widehat{HIE} \text{ (2)}$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \widehat{MIC} = \widehat{HIE}$$

$$\text{Ta lại có } \widehat{MIC} + \widehat{CID} + \widehat{DIH} = 180^\circ \text{ (kề bù)}$$

$$\Rightarrow \widehat{HIE} + \widehat{CID} + \widehat{DIH} = 180^\circ$$

Vậy ba điểm C, I, E thẳng hàng.

Câu 5. (0,5 điểm)

Với các số thực x, y, z thỏa mãn $x \geq 1, y \geq 1, z \geq 1$ và $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 15$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + y + z$.

Lời giải

$$\text{Vì } x \geq 1, y \geq 1, z \geq 1$$

$$\text{Đặt } x = a + 1; y = b + 1; z = c + 1 \text{ (} a, b, c \geq 0 \text{)}$$

$$x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 15$$

$$\Leftrightarrow (a+1)^2 + 2(b+1)^2 + 3(c+1)^2 = 15$$

$$\Leftrightarrow a^2 + 2b^2 + 3c^2 + 2(a+2b+3c) = 9$$

$$a^2 + 2b^2 + 3c^2 + 2(a+2b+3c) \leq 3(a^2 + b^2 + c^2) + 6(a+b+c)$$

$$\Rightarrow (a^2 + b^2 + c^2) + 2(a+b+c) \geq 3$$

$$\Rightarrow a+b+c \geq 1$$

$$\text{Mà } P = x + y + z = a + b + c + 3 \Rightarrow P \geq 4$$

$$\text{Dấu đẳng thức xảy ra khi } \begin{cases} a = b = 0 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y = 1 \\ z = 2 \end{cases}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P là 4, khi $x = y = 1; z = 2$

---Hết---

**SỞ GIÁO DỤC, KHOA HỌC
VÀ CÔNG NGHỆ BẠC LIÊU**

**KỶ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2022-2023**

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Gồm 01 trang)

Môn thi: Toán (không chuyên)

Ngày thi : 10/6/2022

Thời gian : 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1. (4 điểm) Rút gọn biểu thức

a) $A = \sqrt{5} + \sqrt{20} + \sqrt{45}$

b) $B = \left(\frac{1}{\sqrt{a}} - \frac{1}{\sqrt{a}+1} \right) (a\sqrt{a} + a)$ (với $a > 0$)

Câu 2. (4 điểm)

a) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$$

b) Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 3x - 2$. Vẽ đồ thị (P) và tìm tọa độ giao điểm của (P) với đường thẳng (d) bằng phép tính

Câu 3. (6 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 5x + m + 2 = 0$ (1) (m là tham số)

a) Giải phương trình khi $m = 2$

b) Tìm điều kiện của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

c) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình (1). Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 - x_1^2 x_2^2 - 4$

Câu 4. (6 điểm)

Trên nửa đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$, lấy điểm C (C khác A và B), từ C kẻ CH vuông góc với AB ($H \in AB$). Gọi D là điểm bất kỳ trên đoạn CH (D khác C và H), đường thẳng AD cắt nửa đường tròn tại điểm thứ hai là E

a) Chứng minh tứ giác $BHDE$ nội tiếp

b) Chứng minh $AD \cdot EC = CD \cdot AC$

c) Khi điểm C di động trên nửa đường tròn (C khác A, B và điểm chính giữa cung AB), xác định vị trí của điểm C sao cho chu vi tam giác COH đạt giá trị lớn nhất

ĐÁP ÁN

Câu 1. (4 điểm) Rút gọn biểu thức

$$a) A = \sqrt{5} + \sqrt{20} + \sqrt{45} = \sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 6\sqrt{5}$$

$$b) B = \left(\frac{1}{\sqrt{a}} - \frac{1}{\sqrt{a}+1} \right) (a\sqrt{a} + a) \text{ (với } a > 0)$$

$$b) B = \left(\frac{1}{\sqrt{a}} - \frac{1}{\sqrt{a}+1} \right) (a\sqrt{a} + a) = \frac{\sqrt{a}+1-\sqrt{a}}{\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)} \cdot a(\sqrt{a}+1) = \sqrt{a}$$

Câu 2. (4 điểm)

$$a) \text{ Giải hệ phương trình } \begin{cases} x+y=3 \\ 3x-y=5 \end{cases}$$

$$\text{Ta có : } \begin{cases} x+y=3 \\ 3x-y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x=8 \\ y=3-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 1)$

b) Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 3x - 2$. Vẽ đồ thị (P) và tìm tọa độ giao điểm của (P) với đường thẳng (d) bằng phép tính

Học sinh tự vẽ (P)

Xét phương trình hoành độ giao điểm (d) và (P) ta có :

$$x^2 = 3x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow y=1 \\ x=2 \Rightarrow y=4 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm (P) và (d) là : $(1; 1), (2; 4)$

Câu 3. (6 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 5x + m + 2 = 0$ (1) (m là tham số)

a) Giải phương trình khi $m = 2$

Thay $m = 2$ vào phương trình (1) ta có : $x^2 - 5x + 4 = 0$

Ta có : $a + b + c = 0$ nên phương trình có hai nghiệm p/b: $\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{c}{a} = 4 \end{cases}$

Vậy khi $m = 2$ thì tập nghiệm phương trình là $S = \{1; 4\}$

b) Tìm điều kiện của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$$\text{Ta có } \Delta = (-5)^2 - 4(m+2) = 17 - 4m$$

Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow 17 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{17}{4}$

c) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình (1). Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 - x_1^2 x_2^2 - 4$

Với mọi m , áp dụng định lý Viet ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 x_2 = m + 2 \end{cases}$

Theo đề bài ta có :

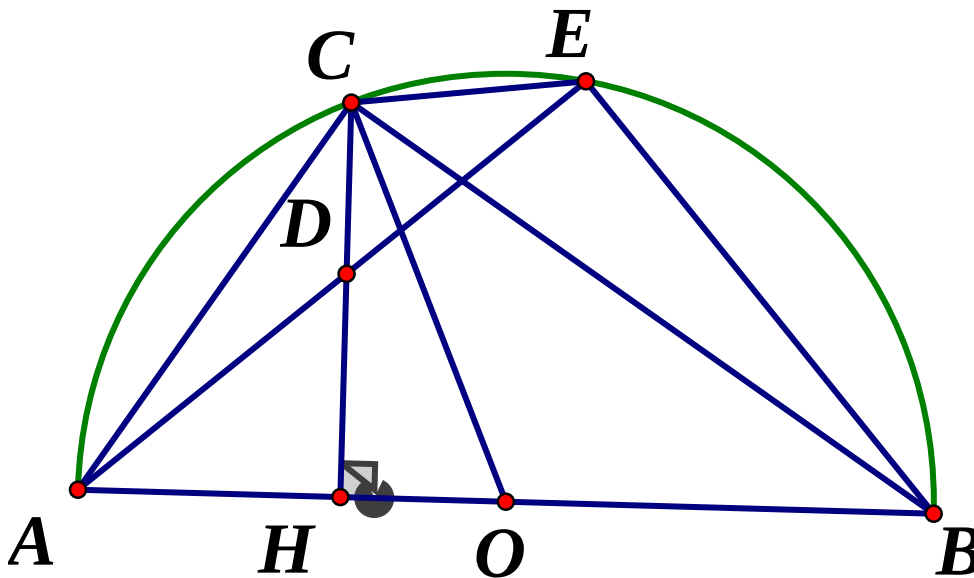
$$\begin{aligned} P &= x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 - x_1^2 x_2^2 - 4 = x_1 x_2 (x_1 + x_2 - x_1 x_2) - 4 \\ &= (m + 2)(5 - m - 2) - 4 = -m^2 + m + 6 - 4 = -m^2 + m + 2 \\ &= -\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4} \leq \frac{9}{4} \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi $m - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$

Vậy $\text{Max } P = \frac{9}{4} \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$

Câu 4. (6 điểm)

Trên nửa đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$, lấy điểm C (C khác A và B), từ C kẻ CH vuông góc với AB ($H \in AB$). Gọi D là điểm bất kỳ trên đoạn CH (D khác C và H), đường thẳng AD cắt nửa đường tròn tại điểm thứ hai là E



b) Chứng minh tứ giác $BHDE$ nội tiếp

Ta có : $\angle BEA = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \angle BED = 90^\circ$

Xét tứ giác $BHDE$ có : $\angle BED + \angle BHD = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$, mà 2 góc này đối nhau

Nên $BHDE$ là tứ giác nội tiếp

c) Chứng minh $AD \cdot EC = CD \cdot AC$

Ta có $\angle ACB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow \angle ABC = \angle ACH$ (cùng phụ với $\angle BCH$)

Mà $\angle AEC = \angle ABC$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung AC)

$$\Rightarrow \angle AEC = \angle ACH = \angle ACD$$

Xét $\triangle ACD$ và $\triangle AEC$ có :

$$\angle CAE \text{ chung}, \angle ACD = \angle AEC \text{ (cmt)} \Rightarrow \triangle ACD \sim \triangle AEC \text{ (g.g)}$$

$$\frac{AD}{AC} = \frac{CD}{EC} \text{ (hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)}$$

$$\text{Vậy } AD \cdot EC = CD \cdot AC \text{ (dfcm)}$$

d) Khi điểm C di động trên nửa đường tròn (C khác A, B và điểm chính giữa cung AB), xác định vị trí của điểm C sao cho chu vi tam giác COH đạt giá trị lớn nhất

$$\text{Chu vi tam giác COH là } P_{COH} = OC + OH + CH$$

Do OC bằng bán kính đường tròn đường kính AB không đổi nên

$$P_{COH} \max \Leftrightarrow (OH + CH)_{\max}$$

Áp dụng BĐT Bunhiacopxki ta có :

$$(OH + CH)^2 \leq 2(OH^2 + CH^2) = 2OC^2 \text{ (Định lý Pytago)}$$

$$\Rightarrow OH + CH \leq OC\sqrt{2}$$

$$\text{Khi đó ta có } P_{COH} = OC + OH + CH \leq OC + OC\sqrt{2} = R(1 + \sqrt{2})$$

Dấu "=" xảy ra khi $OH = CH \Rightarrow \triangle OCH$ vuông cân tại H

$$\Rightarrow \angle COH = 45^\circ \Rightarrow \angle COA = 45^\circ$$

Vậy để chu vi tam giác COH đạt giá trị lớn nhất bằng $R(1 + \sqrt{2})$ thì điểm C nằm trên nửa đường tròn đường kính AB sao cho $\angle COA = 45^\circ$

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BẮC GIANG**

ĐỀ CHÍNH THỨC

**ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2022-2023
MÔN THI: TOÁN**

Ngày thi: 04/06/2022

Thời gian làm bài : 120 phút, không kể giao đề

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm)

Câu 1. Cho phương trình $x^2 + 2x - 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Biểu thức $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2$ có giá trị là :

- A. -6 B. -3 C. 6 D. 3

Câu 2. Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp một đường tròn, $\angle CDB = 30^\circ$. Số đo của $\angle CAB$ bằng :

- A. 90° A. 30° C. 60° D. 150°

Câu 3. Điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{\frac{-2022}{x-3}}$ là :

- A. $x < 3$ B. $x > 3$ C. $x \leq 3$ D. $x \geq 3$

Câu 4. Đường thẳng nào dưới đây song song với đường thẳng $y = -2x + 1$?

- A. $y = 2x - 1$ B. $y = 6 - 2(x + 1)$ C. $y = 1 - 2x$ D. $y = 2x + 1$

Câu 5. Căn bậc hai số học của 9 là :

- A. $\sqrt{3}$ B. -3 C. 3 D. -3; 3

Câu 6. Đường thẳng $y = 2x - 3$ đi qua điểm nào sau đây ?

- A. $N(-1; 1)$ B. $Q(-1; -1)$ C. $M(1; 1)$ D. $P(1; -1)$

Câu 7.

Câu 8. Hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - y = 3 \end{cases}$ có nghiệm là :

- A. $(-2; -1)$ B. $(2; 1)$ C. $(2; -1)$ D. $(-2; 1)$

Câu 9. Phương trình nào sau đây là phương trình bậc hai ?

A. $2x + 3 = 0$ B. $x^3 + 2x - 1 = 0$ C. $x^4 - 2x^2 + 1 = 0$ D. $x^2 - 2x - 3 = 0$

Câu 10. Cho hai đường tròn $(O; 4cm), (O'; 3cm)$ tiếp xúc ngoài. Độ dài đoạn OO' bằng

A. $5cm$ B. $7cm$ C. $1cm$ D. $\sqrt{7}cm$

Câu 11. Khi phương trình $(m+1)x^2 - 2m + 3 = 0$ có một nghiệm là $x = 1$ thì giá trị của tham số m là :

A. $m = 4$ B. $m = -4$ C. $m = -2$ D. $m = 2$

Câu 12. Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 3, BC = 6$. Số đo của $\angle ACB =$

A. 30° B. 90° C. 60° D. 45°

Câu 13. Cho đường tròn (O) bán kính $4cm$. Từ điểm M nằm ngoài (O) , kẻ hai tiếp tuyến MA, MB tới (O) (A, B là các tiếp điểm) sao cho $\angle AMB = 60^\circ$. Diện tích tứ giác $MAOB$ là :

A. $\frac{8\sqrt{3}}{3}cm^2$ B. $16\sqrt{3}cm^2$ C. $8\sqrt{3}cm^2$ D. $\frac{16\sqrt{3}}{3}cm^2$

Câu 14. Cho biểu thức $P = 2\sqrt{x^2 - 4x + 4} + x - 1$ với $x < 2$. Khẳng định nào sau đây là đúng ?

A. $P = 3x - 5$ B. $P = 3$ C. $P = x + 3$ D. $P = 3 - x$

Câu 15. Cho tam giác ABC có $\angle BAC = 30^\circ, BC = 4cm$. Bán kính đường tròn tam giác ABC ngoài bằng :

A. $8cm$ B. $\frac{8\sqrt{3}}{3}cm$ C. $4cm$ D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}cm$

Câu 16. Cho hai hệ phương trình $\begin{cases} ax + y = 2 \\ x + y = b \end{cases}$ và $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x - y = 2 \end{cases}$ tương đương với nhau.

Giá trị của biểu thức $a^2 + b^2$ là

A. 41 B. 53 C. 26 D. 17

Câu 17. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $AC = 6\text{cm}$, $BH = 5\text{cm}$. Diện tích tam giác ABC bằng :

- A. $9\sqrt{3}\text{cm}^2$ B. $18\sqrt{3}\text{cm}^2$ C. $18\sqrt{5}\text{cm}^2$ D. $9\sqrt{5}\text{cm}^2$

Câu 18. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = (m-4)x^2$ ($m \neq 4$) nghịch biến khi $x < 0$

- A. $m < 4$ B. $m > 4$ C. $m < -4$ D. $m > -4$

Câu 19. Tọa độ các giao điểm của đường thẳng $y = -x + 2$ và parabol $y = x^2$ là :

- A. $m < 4$ B. $m > 4$ C. $m < -4$ D. $m > -4$

Câu 20. Cho ba đường thẳng $y = 2x + 1$ (d_1), $y = x + 3$ (d_2) và $y = (m+1)x - 5$, $m \neq -1$. Khi ba đường thẳng đã cho cùng đi qua một điểm thì hệ số góc của đường thẳng (d_3) bằng :

- A. 5 B. 6 C. 3 D. 4

Phần II. TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

b) Rút gọn biểu thức
$$A = \left(\frac{3}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}}{x-2\sqrt{x}} \right) : \frac{x}{\sqrt{x}-2} \begin{pmatrix} x > 0 \\ x \neq 4 \end{pmatrix}$$

Câu 2. (1,0 điểm) Cho phương trình : $x^2 - 2mx - 9 = 0$ (1), m là tham số

a) Giải phương trình (1) khi $m = 4$

b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + 9x_2 = 0$

Câu 3. (1,5 điểm) Ban đầu, khán đài của nhà thi đấu các nội dung thuộc môn Bơi tại SEA Games chứa 1188 ghế được xếp thành các dãy, số lượng ghế ở các dãy bằng nhau. Để phục vụ đông đảo khán giả hơn, khán đài sau đó đã được lắp thêm 2

dây ghế và mỗi dây được lắp thêm 4 ghế. Vì thế, khán đài được tăng thêm 254 ghế. Tìm số dây ghế ban đầu của khán đài.

Câu 4. (2,0 điểm) Cho đường tròn (O) , đường kính AB , bán kính OC vuông góc với AB . Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng BC . Đường thẳng AH cắt OC tại D và cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là K (K khác A)

- Chứng minh tứ giác $ODKB$ nội tiếp một đường tròn
- Tia phân giác của góc COK cắt AK tại M . Chứng minh $\angle CMA = 90^\circ$
- Đường thẳng OM cắt BC tại N , NK cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là P (P khác K). Chứng minh B đối xứng với P qua M

Câu 5. (0,5 điểm) Cho các số a, b thỏa mãn $(1+a)(1-b) \geq \frac{9}{4}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = a^2 + 2b^2 + b$

ĐÁP ÁN

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

1C 2B 3A 4B 5C 6D 7D 8C 9D 10B

11A 12A 13B 14D 15C 16A 17D 18B 19B 20A

PHẦN II. TỰ LUẬN

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} 2x + y = 1 \\ x - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 3 \\ y = x - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; -1)$

b) Rút gọn biểu thức
$$A = \left(\frac{3}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}}{x-2\sqrt{x}} \right) : \frac{x}{\sqrt{x}-2} \left(\begin{matrix} x > 0 \\ x \neq 4 \end{matrix} \right)$$

Với $x > 0, x \neq 4$ ta có :

$$A = \left(\frac{3}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}}{x-2\sqrt{x}} \right) : \frac{x}{\sqrt{x}-2} = \frac{3\sqrt{x}-\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{x}$$

$$= \frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x}} = \frac{2}{x}$$

Vậy $A = \frac{2}{x}$

Câu 2. (1,0 điểm) Cho phương trình : $x^2 - 2mx - 9 = 0(1)$, m là tham số

a) Giải phương trình (1) khi $m = 4$

Với $m = 4$, thay vào phương trình (1) ta được : $x^2 - 8x - 9 = 0$

Ta có : $\Delta' = (-4)^2 + 9 = 25 > 0$

$\Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\begin{cases} x_1 = 4 + \sqrt{25} = 9 \\ x_2 = 4 - \sqrt{25} = -1 \end{cases}$

Vậy với $m = 4$, phương trình có tập nghiệm là $S = \{-1; 9\}$

b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + 9x_2 = 0$

Ta có $\Delta' = (-m)^2 - (-9) = m^2 + 9 > 0, \forall m$

$\Rightarrow$ Phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m

Theo hệ thức Vi-et, ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m(1) \\ x_1 x_2 = -9(2) \end{cases}$

Theo giả thiết ta có $x_1^3 + 9x_2 = 0 \Leftrightarrow x_2 = -\frac{x_1^3}{9}$

Thay vào (2) ta có $x_1 \cdot \frac{-x_1^3}{9} = -9 \Leftrightarrow x_1^4 = 81 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \Rightarrow x_2 = -3 \\ x_1 = -3 \Rightarrow x_2 = 3 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 0$

Thay vào (1) ta có $0 = 2m \Leftrightarrow m = 0$

Vậy $m = 0$

Câu 3. (1,5 điểm) Ban đầu, khán đài của nhà thi đấu các nội dung thuộc môn Bơi tại SEA Games chứa 1188 ghế được xếp thành các dãy, số lượng ghế ở các dãy bằng nhau. Để phục vụ đông đảo khán giả hơn, khán đài sau đó đã được lắp thêm 2 dãy ghế và mỗi dãy được lắp thêm 4 ghế. Vì thế, khán đài được tăng thêm 254 ghế. Tìm số dãy ghế ban đầu của khán đài.

Gọi số dây ghế ban đầu của khán đài là x (dây) ($x \in \mathbb{N}^*$)

Số ghế mỗi dây ban đầu là y (ghế) ($y \in \mathbb{N}^*$)

Vì ban đầu, khán đài của Nhà thi đấu các nội dung thuộc môn Bơi tại SEA Games chứa 1188 ghế nên ta có phương trình : $xy = 1188$ (1)

Lúc sau :

Số dây ghế là $x+2$ (dây), số ghế ở mỗi dây là $y+4$ (ghế)

Vì, lúc sau, khán đài được tăng thêm 254 ghế nên ta có phương trình :

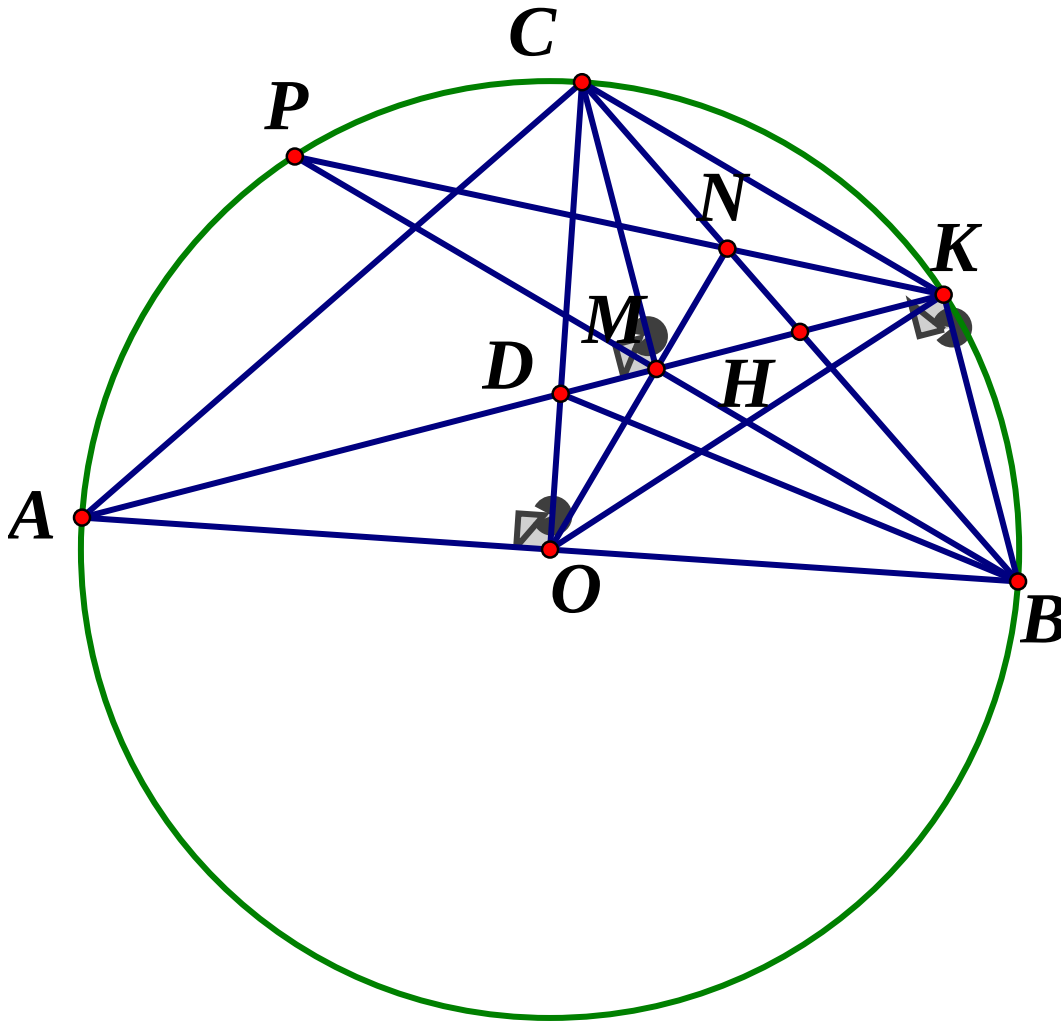
$$(x+2)(y+4) = xy + 254 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình :

$$\begin{aligned} & \begin{cases} xy = 1188 \\ (x+2)(y+4) = xy + 254 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 1188 \\ xy + 4x + 2y + 8 = xy + 254 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 1188 \\ 4x + 2y = 246 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 1188 \\ 2x + y = 123 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 1188 \\ y = 123 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(123 - 2x) = 1188 \\ y = 123 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{99}{2} (ktm) \\ x = 12 (tm) \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy số dây ghế ban đầu của khán đài là 12 dây

Câu 4. (2,0 điểm) Cho đường tròn (O) , đường kính AB , bán kính OC vuông góc với AB . Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng BC . Đường thẳng AH cắt OC tại D và cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là K (K khác A)



a) Chứng minh tứ giác $ODKB$ nội tiếp một đường tròn

Xét (O) có: K thuộc đường tròn nên $\angle AKB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \angle DKB = 90^\circ \Rightarrow \triangle BDK$ vuông tại K
 $\Rightarrow K$ thuộc đường tròn đường kính BD (1)

Ta có $OC \perp AB$ tại O (gt) $\Rightarrow \angle BOC = 90^\circ \Rightarrow \angle BOD = 90^\circ \Rightarrow \triangle OBD$ vuông tại O
 $\Rightarrow O$ thuộc đường tròn đường kính BD (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow O, K$ thuộc đường tròn đường kính BD

Vậy tứ giác $ODKB$ nội tiếp một đường tròn

b) Tia phân giác của góc COK cắt AK tại M . Chứng minh $\angle CMA = 90^\circ$

Xét tam giác COK có $OC = OK \Rightarrow \triangle COK$ cân tại O

$$\Rightarrow \angle OCK = \angle CKO$$

Lại có ON là phân giác của góc COK (gt)

$\Rightarrow ON$ đồng thời là đường trung bình của

Mà $M \in ON \Rightarrow CM = MK$ (tính chất đường trung trực)

$$\Rightarrow \triangle CMK \text{ cân tại } M \Rightarrow \angle MCK = \angle CKM$$

Ta có :

$$\angle OCK = \angle CKO \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \angle OCM + \angle CMK = \angle OKM + \angle MKC$$

$$\Rightarrow \angle OCM = \angle OKM \text{ (do } \angle MCK = \angle CKM \text{ (cmt))}$$

$$\Rightarrow \angle OCM = \angle DKO \text{ (3)}$$

Tứ giác $DKBO$ nội tiếp đường tròn $\Rightarrow \angle DKO = \angle DBO$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung OD) (4)

Từ (3) và (4) suy ra $\angle OCM = \angle DBO$

Tam giác ABD có :

DO là đường cao (do OC vuông góc với AB tại O)

DO là đường trung tuyến (do O là tâm đường tròn đường kính AB nên O là trung điểm của AB)

$$\Rightarrow \triangle ABD \text{ cân tại } D \Rightarrow \angle DAO = \angle DBO \Rightarrow \angle MAO = \angle DBO$$

$$\text{Mà } \angle OCM = \angle DBO \text{ (cmt)} \Rightarrow \angle MAO = \angle OCM$$

Xét tứ giác $AOMC$ có : $\angle MAO = \angle OCM$ mà hai góc này có đỉnh kề nhau cùng chắn cung $AC \Rightarrow AOMC$ là tứ giác nội tiếp

$$\Rightarrow \angle AOC = \angle AMC$$

Mà $\angle AOC = 90^\circ$ (do AB vuông góc với CO tại O)

$$\Rightarrow \angle AMC = 90^\circ \text{ (dpcm)}$$

c) Đường thẳng OM cắt BC tại N , NK cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là P (P khác K). Chứng minh B đối xứng với P qua M

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông AHC có :

$$HM \cdot HA = HC^2 = HB^2 \Rightarrow \frac{HM}{HB} = \frac{HB}{HA}$$

Xét $\triangle HBM$ và $\triangle HAB$ có :

$$\angle AHB \text{ chung, } \frac{HM}{HB} = \frac{HB}{HA} \text{ (cmt)} \Rightarrow \triangle HBM \sim \triangle HAB \text{ (c.g.c)}$$

$\Rightarrow \angle HAB = \angle HBM$ (hai góc tương ứng)

Mà $\angle HAB = \angle KPB$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung KB)

$\Rightarrow \angle KBP = \angle HBM$ hay $\angle NPB = \angle NBP$

$\Rightarrow \triangle NBP$ cân tại N (tam giác có hai góc ở đáy bằng nhau)

$\Rightarrow NB = NP$

Xét $\triangle ONB$ và $\triangle ONP$ có :

$OB = OP (= R)$, ON chung, $NB = NP$ (cmt)

$\Rightarrow \triangle ONB = \triangle ONP$ (c.c.c)

$\Rightarrow \angle NOB = \angle NOP$ (hai góc tương ứng)

$\Rightarrow ON$ là phân giác của $\angle BOP$

$\Rightarrow OM$ là phân giác của $\angle BOP$

Xét tam giác OBP có: $OB = OP = R$, nên $\triangle OBP$ cân tại $O \Rightarrow$ phân giác OM

đồng thời là đường trung tuyến $\Rightarrow M$ là trung điểm của BP

Vậy B đối xứng với P qua M (đpcm)

Câu 5. (0,5 điểm) Cho các số a, b thỏa mãn $(1+a)(1-b) \geq \frac{9}{4}$. Tìm giá trị nhỏ

nhất của biểu thức $P = a^2 + 2b^2 + b$

Sử dụng BĐT $xy \leq \frac{(x+y)^2}{4}$ ta có $(1+a)(1-b) \leq \frac{(a-b+2)^2}{4}$

$\Leftrightarrow \frac{(a-b+2)^2}{4} \geq \frac{9}{4} \Leftrightarrow a-b+2 \geq 3 \Leftrightarrow a \geq b+1$. Thay vào P ta được :

$$P = a^2 + 2b^2 + b \geq (b+1)^2 + 2b^2 + b$$

$\Leftrightarrow P \geq b^2 + 2b + 1 + 2b^2 + b \Leftrightarrow P \geq 3b^2 + 3b + 1$. Ta có:

$$3b^2 + 3b + 1 = 3(b^2 + b) + 1 = 3\left(b^2 + 2b \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) - \frac{3}{4} + 1$$

$$= 3\left(b + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} \geq \frac{1}{4} (\forall b) \Rightarrow P \geq \frac{1}{4}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } \begin{cases} 1+a=1-b \\ a=b+1 \\ b+\frac{1}{2}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy P đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{1}{4}$ khi $a = \frac{1}{2}; b = -\frac{1}{2}$

Câu 1. (1,5 điểm) Rút gọn các biểu thức sau :

a) $A = 3\sqrt{3} - \sqrt{12} + \sqrt{48}$

b) $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} - 1 \right) : \frac{2}{\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

Câu 2. (2,5 điểm)

a) Giải các phương trình sau :

1) $2x + 6 = 0$

2) $2x^4 + 5x^2 - 7 = 0$

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + 3y = 5 \\ 5x - 3y = 7 \end{cases}$$

c) Bạn A dự định mua 2kg quả xoài và 2kg quả vải hết 100 000 đồng. Thực tế, A mua 3kg quả xoài và 1kg quả vải hết 90 000 đồng. Tính giá tiền của 1kg xoài và giá của 1kg quả vải

Câu 3. (1,5 điểm)

a) Vẽ đồ thị các hàm số $y = -x^2$ và $y = x - 2$ trên cùng mặt phẳng tọa độ Oxy

b) Tìm a, b để đường thẳng $(d): y = ax + b$ đi qua điểm $M(2; -3)$ và vuông góc với đường thẳng $y = \frac{1}{2}x + 2023$

Câu 4. (1,5 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2(m+4)x + m^2 + 8m - 9 = 0$ (1) (với m là tham số)

a) Giải phương trình (1) với $m = 0$

b) Tìm các giá trị nguyên của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$x_1; x_2$ thỏa mãn $\frac{x_1^2 + x_2^2 - 48}{x_1 + x_2}$ nguyên

Câu 5. (3,0 điểm) Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB, M là một điểm bất kỳ thuộc nửa đường tròn (M khác A, B). Tiếp tuyến tại M cắt các tiếp tuyến Ax, By của đường tròn (O) lần lượt tại C và D

a) Chứng minh tứ giác ACMO nội tiếp

b) Chứng minh CO vuông góc với OD

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng diện tích hai tam giác ACM, BDM

ĐÁP ÁN

Câu 1. (1,5 điểm) Rút gọn các biểu thức sau :

$$a) A = 3\sqrt{3} - \sqrt{12} + \sqrt{48} = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

$$b) B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} - 1 \right) : \frac{2}{\sqrt{x}+1} \text{ với } x \geq 0, x \neq 1$$

$$\begin{aligned} b) B &= \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} - 1 \right) : \frac{2}{\sqrt{x}+1} \\ &= \frac{x + \sqrt{x} - \sqrt{x} + 1 - x + 1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{2} = \frac{2}{2(\sqrt{x}-1)} = \frac{1}{\sqrt{x}-1} \end{aligned}$$

Câu 2. (2,5 điểm)

d) Giải các phương trình sau :

$$1) 2x + 6 = 0 \Leftrightarrow 2x = -6 \Leftrightarrow x = -3$$

$$2) 2x^4 + 5x^2 - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1 \\ x^2 = -\frac{7}{2} \text{ (ktm)} \end{cases}$$

Vậy $x = \pm 1$

e) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + 3y = 5 \\ 5x - 3y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 3y = 5 \\ 5x - 3y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x = 12 \\ y = \frac{5-x}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 1)$

f) Bạn A dự định mua 2kg quả xoài và 2kg quả vải hết 100 000 đồng. Thực tế, A mua 3kg quả xoài và 1kg quả vải hết 90 000 đồng. Tính giá tiền của 1kg xoài và giá của 1kg quả vải

Gọi giá tiền của 1kg quả xoài là x (đồng)

Giá tiền của 1kg quả vải là y (đồng) ($x > 0, y > 0$)

Bạn A dự định mua 2kg quả xoài và 2kg quả vải hết 100 000 đồng

$$\Rightarrow 2x + 2y = 100\,000 \Leftrightarrow x + y = 50\,000 \quad (1)$$

Thực tế, A mua 3kg quả xoài và 1kg quả vải hết 90 000 đồng

$$\Rightarrow 3x + y = 90\,000 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2) ta có hệ phương trình } \begin{cases} x + y = 50\,000 \\ 3x + y = 90\,000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20\,000 \\ y = 30\,000 \end{cases} \text{ (tm)}$$

Vậy 1kg xoài giá 20 000 đồng và giá 1kg vải giá 30 000 đồng .

Câu 3. (1,5 điểm)

c) Vẽ đồ thị các hàm số $y = -x^2$ và $y = x - 2$ trên cùng mặt phẳng tọa độ Oxy

Học sinh tự vẽ đồ thị (P) và (d)

d) Tìm a, b để đường thẳng (d): $y = ax + b$ đi qua điểm $M(2; -3)$ và vuông góc

với đường thẳng $y = \frac{1}{2}x + 2023$

Vì d vuông góc với đường thẳng $y = \frac{1}{2}x + 2023 \Rightarrow a \cdot \frac{1}{2} = -1 \Leftrightarrow a = -2$

Nên đường thẳng (d) có dạng $y = -2x + b$

Lại có (d) đi qua $M(2; -3) \Rightarrow -3 = -2 \cdot 2 + b \Leftrightarrow b = 1$

Vậy $a = -2, b = 1$

Câu 4. (1,5 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2(m+4)x + m^2 + 8m - 9 = 0$ (1) (với m là tham số)

c) Giải phương trình (1) với $m = 0$

Thay $m = 0$ vào phương trình (1) ta được :

$$x^2 - 2 \cdot 4x - 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 8x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 9 \end{cases}$$

d) Tìm các giá trị nguyên của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân

biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn $\frac{x_1^2 + x_2^2 - 48}{x_1 + x_2}$ nguyên

$$x^2 - 2(m+4)x + m^2 + 8m - 9 = 0 \quad (1)$$

Ta có : $\Delta' = (m+4)^2 - (m^2 + 8m - 9) = 25 > 0$

Do đó phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m

Áp dụng hệ thức Vi-et ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+4) \\ x_1 x_2 = m^2 + 8m - 9 \end{cases}$. Khi đó

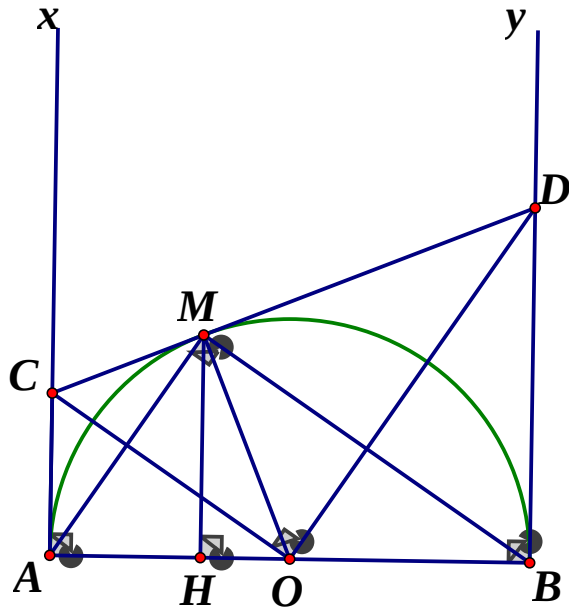
$$\begin{aligned} \frac{x_1^2 + x_2^2 - 48}{x_1 + x_2} &= \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - 48}{x_1 + x_2} = \frac{4(m+4)^2 - 2(m^2 + 8m - 9) - 48}{2(m+4)} \\ &= \frac{4m^2 + 32m + 64 - 2m^2 - 16m + 18 - 48}{2m+8} = \frac{2m^2 + 16m + 34}{2m+8} = \frac{m^2 + 8m + 17}{m+4} \end{aligned}$$

$$= \frac{(m+4)^2 + 1}{m+4} = m+4 + \frac{1}{m+4}$$

$$\text{Đề } \frac{x_1^2 + x_2^2 - 48}{x_1 + x_2} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow m+4 + \frac{1}{m+4} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{1}{m+4} \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow m+4 \in U(1) = \{\pm 1\} \Rightarrow \begin{cases} m = -3 \\ m = -5 \end{cases}$$

Câu 5. (3,0 điểm) Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB , M là một điểm bất kỳ thuộc nửa đường tròn (M khác A, B). Tiếp tuyến tại M cắt các tiếp tuyến Ax, By của đường tròn (O) lần lượt tại C và D



d) Chứng minh tứ giác $ACMO$ nội tiếp

Vì Ax là tiếp tuyến của (O) tại A (gt) $\Rightarrow Ax \perp AB \Rightarrow \angle OAC = 90^\circ$

Vì CD là tiếp tuyến của (O) tại $M \Rightarrow CD \perp OM \Rightarrow \angle OMC = 90^\circ$

Xét tứ giác $ACMO$ có $\angle OAC + \angle OMC = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà hai góc này đối nhau
Nên $ACMO$ là tứ giác nội tiếp

e) Chứng minh CO vuông góc với OD

AC, CD là tiếp tuyến của đường tròn $(O) \Rightarrow OC$ là tia phân giác của $\angle AOM$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow \angle COM = \frac{1}{2} \angle AOM$

BD, CD là tiếp tuyến của đường tròn $(O) \Rightarrow OD$ là tia phân giác của $\angle BOM$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow \angle DOM = \frac{1}{2} \angle BOM$

Ta có $\angle AOM + \angle BOM = 180^\circ$ (hai góc kề bù)

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \angle AOM + \frac{1}{2} \angle BOM = 90^\circ \Rightarrow \angle COM + \angle DOM = 90^\circ \Rightarrow \angle COD = 90^\circ$$

Vậy $CO \perp DO$ (đpcm)

f) Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng diện tích hai tam giác ACM, BDM

Kẻ $MH \perp AB$

Ta có $CA = CM, DB = DM$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Mà $CD = CM + DM$ nên $CD = CA + DB = AC + BD$

Trong tam giác MHO ta có $MH \leq MO = R$

Trong tứ giác $ABDC$ là hình thang vuông nên $CD \geq AB = 2R$

$$\text{Ta có } S_{ABDC} = \frac{(AC + BD) \cdot AB}{2} = \frac{CD \cdot AB}{2} \geq \frac{AB \cdot AB}{2} = 2R^2$$

$$S_{MAB} = \frac{MH \cdot AB}{2} \leq \frac{MO \cdot AB}{2} = R^2$$

$$\Rightarrow S_{ACM} + S_{BDM} = S_{ABDC} - S_{MAB} \geq 2R^2 - R^2 = R^2$$

Dấu bằng xảy ra khi $H \equiv O \Leftrightarrow M$ là điểm nằm chính giữa cung AB

Vậy M nằm chính giữa cung AB thì tổng diện tích tam giác ACM và BDM nhỏ nhất bằng R^2

I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hình vuông có diện tích 36cm^2 . Bán kính của đường tròn ngoại tiếp của hình vuông đó bằng

- A. 3cm B. $3\sqrt{2}\text{cm}$ C. 6cm D. $\sqrt{2}\text{cm}$

Câu 2. Khi $x = -1$, biểu thức $\sqrt{x^2 + 8}$ có giá trị bằng :

- A. 9 B. 3 C. ± 3 D. $\sqrt{7}$

Câu 3. Phương trình $x^2 + x - a = 0$ (a là tham số) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi :

- A. $a < -\frac{1}{4}$ B. $a > \frac{1}{4}$ C. $a > -\frac{1}{4}$ D. $a < \frac{1}{4}$

Câu 4. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = (1 - \sqrt{2})x$ B. $y = -\sqrt{2}x^2$ C. $y = \sqrt{2}x^2$ D. $y = (\sqrt{2} - 1)x$

Câu 5. Cho α là một góc nhọn, có $\tan \alpha = \sqrt{3}$. Giá trị $\cot \alpha$ bằng :

- A. 1 B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C. 2 D. $\sqrt{3}$

Câu 6. Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số $y = mx^2$ đi qua điểm $A(-2; 1)$

- A. $m = -2$ B. $m = -\frac{1}{4}$ C. $m = \frac{1}{4}$ D. $m = \frac{1}{2}$

Câu 7. Tam giác ABC nội tiếp đường tròn $(O; R)$ đường kính BC . Biết $AC = R\sqrt{3}$. Độ lớn của góc ACB bằng

- A. 45° B. 50° C. 30° D. 60°

Câu 8. Hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + y = 0 \end{cases}$ có nghiệm là :

- A. $(x, y) = (0; -3)$ B. $(x, y) = (2; -2)$ C. $(x, y) = (1; -1)$ D. $(x, y) = (2; 1)$

Câu 9.Tất cả các giá trị của x để biểu thức $\sqrt{3-x}$ có nghĩa là :

- A. $x \leq 3$ B. $x < 3$ C. $x > 3$ D. $x \geq 3$

Câu 10.Đường thẳng nào sau đây đi qua điểm $E(0;1)$ và song song với đường thẳng $y = 2x$

- A. $y = -2x + 1$ B. $y = 2x + 2$ C. $y = 2x + 1$ D. $y = x + 1$

Câu 11.Tích hai nghiệm của phương trình $x^2 - 3x - 2 = 0$ bằng

- A. -2 B. -3 C. 3 D. 2

Câu 12.Đường thẳng $(d): y = 4x - 3$ và parabol $(P): y = x^2$ cắt nhau tại hai điểm là

- A. $E(1;1), Q(-3;9)$ B. $M(-1;1), Q(-3;9)$ C. $E(1;1), N(3;9)$ D. $M(-1;1), N(3;9)$

Câu 13.Hai tiếp tuyến tại A và B của đường tròn (O) cắt nhau tại M. Biết $\angle AMB = 70^\circ$. Số đo góc ở tâm đường tròn (O) tạo bởi OA, OB bằng :

- A. 220° B. 55° C. 30° D. 110°

Câu 14.Cho tam giác ABC vuông tại A, có $AB = 2\text{cm}$, $\angle C = 30^\circ$. Diện tích tam giác ABC bằng :

- A. 12cm^2 B. $\sqrt{2}\text{cm}^2$ C. $2\sqrt{3}\text{cm}^2$ D. $\sqrt{3}\text{cm}^2$

Câu 15.Biểu thức $\sqrt[3]{(2-\sqrt{3})^3} + \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$ có giá trị bằng

- A. $4 - 2\sqrt{3}$ B. 4 C. 0 D. $2\sqrt{3}$

Câu 16.Cho hàm số $y = f(x) = (1+m^4)x^2 + 1$ (m là tham số). Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. $f(-1) > f(-5)$ B. $f(2) < f(3)$ C. $f(-4) < f(-2)$ D. $f(1) > f(2)$

Câu 17.Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn $a + b + c - 21 = 2(\sqrt{a-7} + \sqrt{b-8} + \sqrt{c-9})$. Giá trị của biểu thức $S = a + 2b - c$ là

- A. $S = 16$ B. $S = 36$ C. $S = 7$ D. $S = 14$

Câu 18.Số nghiệm của phương trình $x^4 - (\sqrt{3}+1)x^2 + \sqrt{3} = 0$ là

- A. 3 B. 1 C. 4 D. 2

Câu 19. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao $AH = \sqrt{6}cm, BH = 2cm$. Độ dài cạnh BC bằng :

A. $6cm$

B. $10cm$

C. $4cm$

D. $5cm$

Câu 20. Có bao nhiêu giá trị nguyên không nhỏ hơn -10 của tham số m để hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ mx + y = 5 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$ thỏa mãn $x_0 \cdot y_0 > 0$

A. 20

B. 18

C. 21

D. 19

II. PHẦN TỰ LUẬN (6,0 điểm)

Câu 1. (2,0 điểm)

1. Giải phương trình : $x^2 - x - 6 = 0$

2. Rút gọn biểu thức $M = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - 1 \right)$ với $x \geq 0, x \neq 1$

Câu 2. (1,0 điểm)

Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau $15km$. Khi từ B trở về A người đó tăng vận tốc thêm $3km/h$. Vì vậy, thời gian về ít hơn thời gian đi là 15 phút. Tính vận tốc của người đi xe đạp khi đi từ A đến B

Câu 3. (2,0 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$ và dây MN cố định ($MN < 2R$). Kẻ đường kính AB vuông góc với dây MN tại E . Lấy điểm C thuộc dây MN (C khác M, N, E). Đường thẳng BC cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm K (K khác B)

1) Chứng minh $AKCE$ là tứ giác nội tiếp

2) Chứng minh $BM^2 = BK \cdot BC$

3) Gọi I là giao điểm của hai đường thẳng AK, MN ; D là giao điểm của hai đường thẳng AC và BI . Chứng minh điểm C cách đều ba cạnh của tam giác DEK

Câu 4. (1,0 điểm)

1. Chứng minh rằng nếu tất cả các cạnh của một tam giác luôn nhỏ hơn 2 thì diện tích của tam giác đó nhỏ hơn $\sqrt{3}$

2. Cho các số thực a, b, c sao cho phương trình $ax^2 + bx + c + 2022 = 0$ nhận $x = 1$ là nghiệm. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \sqrt{3a^2 - 2ab + 3b^2} + \sqrt{5b^2 - 6bc + 5c^2} + \sqrt{6c^2 - 8ca + 6a^2}$$

ĐÁP ÁN

I. TRẮC NGHIỆM

1B 2B 3C 4A 5B 6C 7C 8C 9A 10C
11A 12C 13D 14C 15A 16B 17A 178C 19D 20D

II. Tự luận

Câu 1. (2,0 điểm)

3. Giải phương trình : $x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2x - 6 = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x+2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-2 \end{cases}$

4. Rút gọn biểu thức $M = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - 1 \right)$ với $x \geq 0, x \neq 1$

$$\begin{aligned} M &= \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - 1 \right) = \frac{\sqrt{x}+1+\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} : \frac{\sqrt{x}-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} \\ &= \frac{2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \cdot (\sqrt{x}-1) = \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} \end{aligned}$$

Câu 2. (1,0 điểm)

Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 15km. Khi từ B trở về A người đó tăng vận tốc thêm 3km/h. Vì vậy, thời gian về ít hơn thời gian đi là 15 phút. Tính vận tốc của người đi xe đạp khi đi từ A đến B

$$15 \text{ phút} = \frac{1}{4} \text{ giờ}$$

Gọi vận tốc lúc đi từ A đến B là $x(km/h)$ ($x > 0$)

Vận tốc lúc về từ B về A là : $x+3(km/h)$

Thời gian đi là : $\frac{15}{x}(h)$, thời gian lúc về : $\frac{15}{x+3}(h)$

Vì thời gian về ít hơn đi là $\frac{1}{4}$ giờ nên ta có phương trình :

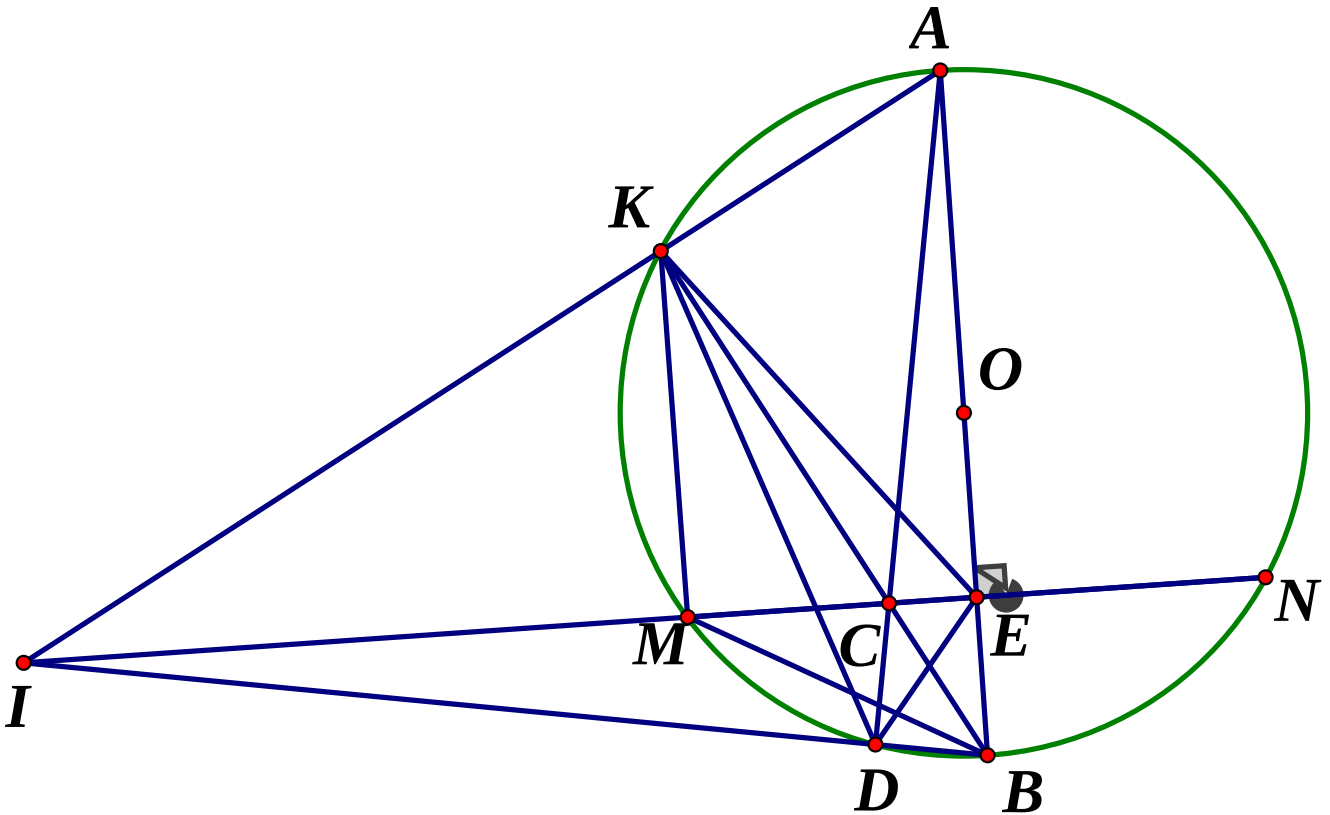
$$\frac{15}{x} - \frac{15}{x+3} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4[15(x+3) - 15x] = 1 \cdot [x(x+3)]$$

$$\Leftrightarrow 180 = x^2 + 3x \Leftrightarrow x^2 + 3x - 180 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12(tm) \\ x = -15(ktm) \end{cases}$$

Vậy vận tốc của người đi xe đạp từ A đến B là $12km/h$

Câu 3. (2,0 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$ và dây MN cố định ($MN < 2R$). Kẻ đường kính AB vuông góc với dây MN tại E . Lấy điểm C thuộc dây MN (C khác M, N, E). Đường thẳng BC cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm K (K khác B)



4) Chứng minh $AKCE$ là tứ giác nội tiếp

Ta có : $\angle AKE = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \angle AKC = 90^\circ$

$AB \perp MN$ tại E nên $\angle AEC = 90^\circ$

Xét tứ giác $AKCE$ có $\angle AKC + \angle AEC = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà hai góc này đối nhau nên $AKCE$ là tứ giác nội tiếp

5) Chứng minh $BM^2 = BK.BC$

Ta có $AB \perp MN$ nên B là điểm chính giữa cung $MN \Rightarrow sd\widehat{BM} = sd\widehat{BN}$

$\Rightarrow \angle BMN = \angle MKB$ (2 góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)

$\Rightarrow \angle BMC = \angle BKM$

Xét $\triangle BCM$ và $\triangle BMK$ có :

$\angle MBK$ chung, $\angle BMC = \angle BKM$ (cmt) $\Rightarrow \triangle BCM \sim \triangle BMK$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{BC}{BM} = \frac{BM}{BK} \Rightarrow BM^2 = BC.BK \text{ (đpcm)}$$

6) Gọi I là giao điểm của hai đường thẳng AK, MN ; D là giao điểm của hai đường thẳng AC và BI . Chứng minh điểm C cách đều ba cạnh của tam giác DEK

Tam giác ABI có $BK \perp AI$ (do $\angle AKB = 90^\circ$), $IE \perp AB$ (do $AB \perp MN$)

$\Rightarrow BK, IE$ là hai đường cao của $\triangle ABI \Rightarrow C$ là trực tâm $\triangle ABI \Rightarrow AD$ là đường cao của tam giác $ABI \Rightarrow AD \perp IB \Rightarrow \angle ADB = 90^\circ$

Mà AB là đường kính của đường tròn $(O) \Rightarrow D \in (O)$

Xét (O) có :

$\angle ADK = \angle ABK$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AK)

$\angle DKB = \angle DAB$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BD)

Tứ giác $AKCE$ nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \angle CKE = \angle CAE$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung CE)

$\Rightarrow \angle BKE = \angle DAB \Rightarrow \angle DKB = \angle DAB$

$\Rightarrow KB$ là tia phân giác của $\angle DKE$

Tứ giác $BDCE$ có : $\angle BDC + \angle CEB = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà hai góc này đối nhau

$\Rightarrow BDCE$ là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow \angle CDE = \angle CBE$ (cùng chắn cung CE) $\Rightarrow \angle ADE = \angle ABK \Rightarrow \angle ADK = \angle ADE$

$\Rightarrow DA$ là tia phân giác của $\angle EDK$

Tam giác DEK có :

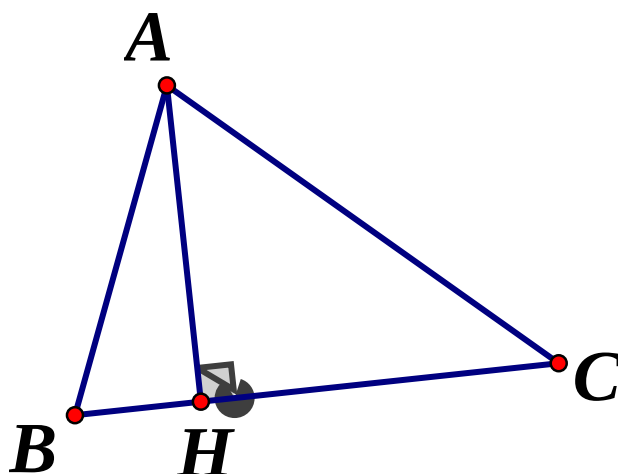
KB là tia phân giác của $\angle DKE$, DA là tia phân giác của $\angle EDK$

Mà C là giao điểm của $KB, DA \Rightarrow C$ là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle DEK$

Vậy C cách đều ba cạnh của tam giác DEK

Câu 4. (1,0 điểm)

3. Chứng minh rằng nếu tất cả các cạnh của một tam giác luôn nhỏ hơn 2 thì diện tích của tam giác đó nhỏ hơn $\sqrt{3}$



Giả sử tam giác ABC có đường cao AH

$$\text{Ta có } AB < 2 \Rightarrow \begin{cases} AH < 2 \\ BH \leq \frac{BC}{2} \leq \frac{2}{2} = 1 \end{cases}$$

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông ABH ta có :

$$AH^2 + BH^2 = AB^2$$

$$\text{Vì } AB < 2 \Rightarrow AB^2 < 4$$

$$\text{Suy ra } AH^2 + BH^2 < 4 \Leftrightarrow AH^2 < 4 - BH^2 < 4 - 1^2 = 3 \Rightarrow AH < \sqrt{3}$$

$$\text{Diện tích tam giác } ABC \text{ là } S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot BC \leq \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3}$$

4. Cho các số thực a, b, c sao cho phương trình $ax^2 + bx + c + 2022 = 0$ nhận $x = 1$ là nghiệm. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \sqrt{3a^2 - 2ab + 3b^2} + \sqrt{5b^2 - 6bc + 5c^2} + \sqrt{6c^2 - 8ca + 6a^2}$$

Phương trình $ax^2 + bx + c + 2022 = 0$ nhận $x = 1$ là nghiệm nên ta có :

$$a + b + c + 2022 = 0 \Leftrightarrow a + b + c = -2022$$

$$P = \sqrt{3a^2 - 2ab + 3b^2} + \sqrt{5b^2 - 6bc + 5c^2} + \sqrt{6c^2 - 8ca + 6a^2}$$

Ta có :

$$\sqrt{3a^2 - 2ab + 3b^2} = \sqrt{(a-b)^2 + 2(a+b)^2} \geq \sqrt{2(a+b)^2} = |a+b| \quad (1)$$

$$\sqrt{5b^2 - 6bc + 5c^2} = \sqrt{(2b-2c)^2 + (b+c)^2} \geq \sqrt{(b+c)^2} = |b+c| \quad (2)$$

$$\sqrt{6c^2 - 8ca + 6a^2} = \sqrt{(c+a)^2 + 5(c-a)^2} \geq \sqrt{(c+a)^2} = |c+a| \quad (3)$$

Cộng vế theo vế của (1),(2),(3) ta được

$$P \geq |a+b| + |b+c| + |c+a| = 2|a+b+c| = 4044$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} a=b=c \\ a+b+c=-2022 \end{cases} \Leftrightarrow a=b=c=-674$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 4044 là $a=b=c=-674$

A. PHẦN TRẮC NGHIỆM (4,0 điểm, từ câu 1 đến câu 20, mỗi câu 0,2 điểm):

Câu 1. Giá trị của biểu thức $\frac{\sqrt{99}}{\sqrt{11}}$ bằng

- A. 3 B. 6 C. 9 D. $\sqrt{3}m$

Câu 2. Cho số thực a . Khẳng định nào dưới đây đúng ?

- A. $\sqrt{a^2} = a^4$. B. $\sqrt{a^2} = a$ C. $\sqrt{a^2} = -a^4$ D. $\sqrt{a^2} = |a|$

Câu 3. Nghiệm của phương trình $\sqrt{9x} = 27$ là

- A. $x = 3$ B. $x = 81$ C. $x = 27$ D. $x = 9$

Câu 4. Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số bậc nhất $y = (m - 6)x + 2022$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

- A. $m \geq 6$ B. $m < 6$ C. $m \leq 6$ D. $m - 8 > 0$

Câu 5. Điều kiện để hai đường thẳng $y = ax + b$ và $y = a'x + b'$ ($a \neq 0, a' \neq 0$) song song là

- A. $a = a'$ và $b = b'$ B. $a = a'$ và $b \neq b'$ C. $a \neq a'$ và $b = b'$ D. $a \neq a'$ và $b \neq b'$

Câu 6. Đường thẳng $y = ax + 7$ đi qua điểm $A(2;3)$ có hệ số góc a bằng

- A. 3 B. -2 C. 5 D. -3

Câu 7. Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ bên ?

- A. $y = \frac{1}{2}x - 1$ B. $y = \frac{1}{2}x$ C. $y = x - 1$ D. $y = x + 2$

Câu 8. Hệ phương trình nào sau đây là hệ phương trình bậc nhất hai ẩn x, y ?

- A. $\begin{cases} x + 3y = 1 \\ x - y = 7 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x + y = 1 \\ x^2 + y = 3 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x + y = 1 \\ x + y^2 = 3 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ x + \frac{2}{y} = 3y \end{cases}$

Câu 9. Cho hàm số $y = 2022x^2$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. Hàm số đồng biến khi $x > 0$ và nghịch biến khi $x < 0$
B. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$
C. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$
D. Hàm số đồng biến khi $x < 0$ và nghịch biến khi $x > 0$

Câu 10. Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị của hàm số $y = (m - 6)x^2$ đi qua điểm $E(1;2)$?

- A. $m = 6$ B. $m = 4$ C. $m = 8$ D. $m = -8$

Câu 11. Tính biệt thức Δ của phương trình bậc hai $x^2 + 6x - 6 = 0$.

- A. $\Delta = 42$ B. $\Delta = 36$ C. $\Delta = 15$ D. $\Delta = 60$

Câu 12. Phương trình bậc hai $7x^2 + 6x - 22 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Khi đó $x_1 + x_2$ bằng

- A. $\frac{22}{7}$ B. $-\frac{22}{7}$ C. $-\frac{6}{7}$ D. $\frac{6}{7}$

Câu 13. Phương trình trùng phương là phương trình có dạng

A. $ax^2 + bx + c = 0$ với a, b, c là các số thực

B. $ax + b = 0$ với a, b là các số thực

C. $ax^4 + bx^2 + c = 0$ với a, b, c là các số thực D. $ax^4 + bx^2 + c = 0$ với a, b, c là các số thực và $a \neq 0$

Câu 14. Cho tam giác ABC vuông cân tại A , $AB = 8$ cm. Độ dài đoạn thẳng BC bằng

A. $8\sqrt{2}$ cm

B. 4 cm

C. $16\sqrt{2}$ cm

D. 128 cm

Câu 15. Trong hình vẽ bên, biết $\widehat{NEM} = \alpha$, $\widehat{NME} = \beta$. Khẳng định nào sau đây không đúng ?

A. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

B. $\sin \alpha = \cos \beta$

C. $\cos \alpha > 1$

D. $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$.

Câu 16. Cho đường tròn tâm O bán kính OA và đường tròn đường kính OA . Vị trí tương đối của hai đường tròn này là

A. nằm ngoài nhau

B. cắt nhau

C. tiếp xúc trong

D. tiếp xúc ngoài

Câu 17. Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn như hình vẽ bên và $\widehat{BDC} = 70^\circ$. Số đo $\widehat{BAC}$ bằng

A. 70°

B. 120°

C. 110°

D. 90°

Câu 18. Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn có số đo bằng

A. 180°

B. 120°

C. 360°

D. 90°

Câu 19. Một hình trụ có bán kính đường tròn đáy $r = 3$ cm, chiều cao $h = 5$ cm. Thể tích hình trụ đó bằng

A. 45 cm^3

B. $15\pi \text{ cm}^3$

C. $45\pi \text{ cm}^3$.

D. $75\pi \text{ cm}^3$

Câu 20. Thể tích của một hình cầu có bán kính $R = 7$ cm bằng

A. $\frac{343}{3}\pi \text{ cm}^3$

B. $\frac{1372}{3}\pi \text{ cm}^3$

C. $343\pi \text{ cm}^3$

D. $196\pi \text{ cm}^3$

B. PHẦN TỰ LUẬN (6,0 điểm, từ câu 21 đến câu 27) :

Câu 21 (1,0 điểm): Giải phương trình: $2x^2 + 4x - 5 = 0$.

Câu 22 (1,0 điểm): Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 7x + y = 6 \end{cases}$$

Câu 23 (0,5 điểm) : Vẽ đồ thị hàm số: $y = x^2$.

Câu 24 (0,5 điểm) : Rút gọn biểu thức: $A = \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} \right)$ với $a, b > 0$

Câu 25 (2,0 điểm): Trên đường tròn (O) đường kính AB , lấy điểm E (khác A và B). Vẽ tiếp tuyến của (O) tại A . Đường thẳng BE cắt tiếp tuyến đó tại M . Từ điểm M kẻ tiếp tuyến với đường tròn (O) tại điểm C (C là tiếp điểm, $C \neq A$). Chứng minh rằng:

a) Tứ giác $AOCM$ là tứ giác nội tiếp.

b) $EA^2 = EM \cdot EB$.

Câu 26 (0,5 điểm): Cho phương trình bậc hai: $x^2 + 2mx + m^2 + 2m + 3 = 0$, với m là tham số. Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa: $x_1^3 + x_2^3 = 108$.

Câu 27 (0,5 điểm): Một người mua hai loại hàng và phải trả tổng cộng 4,35 triệu đồng, kể cả thuế giá trị gia tăng (VAT) với mức 10% đối với loại hàng thứ nhất và 8% đối với loại hàng thứ hai. Nếu thuế VAT là 9% đối với cả hai loại hàng thì người đó phải trả tổng cộng 4,36 triệu đồng. Nếu chưa kể thuế VAT thì người đó phải trả bao nhiêu tiền cho mỗi loại hàng ?

HƯỚNG DẪN CHẤM – BIỂU ĐIỂM

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM (4,0 điểm)

1. A	2. D	3. B	4. D	5. B	6. B	7. A	8. A	9. A	10. C
11. D	12. C	13. D	14. A	15. C	16. C	17. A	18. D	19. C	20. B

PHẦN II. TỰ LUẬN (6,0 điểm)

Câu 21 (1,0 điểm)

Giải phương trình $2x^2 + 4x - 5 = 0$

Ta có: $\Delta' = 2^2 - 2(-5) = 14 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$\begin{cases} x = \frac{-2 + \sqrt{14}}{2} \\ x = \frac{-2 - \sqrt{14}}{2} \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{ \frac{-2 \pm \sqrt{14}}{2} \right\}$.

Câu 22 (1,0 điểm)

Giải hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 7x + y = 6 \end{cases}$

Ta có:

$$\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 7x + y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y + 5 \\ 7x + y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y + 5 \\ 7(2y + 5) + y = 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y + 5 \\ 14y + 35 + y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y + 5 \\ 16y = -29 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2, \frac{-29}{15} + 5 = \frac{17}{15} \\ y = \frac{-29}{15} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = \left(\frac{17}{15}; -\frac{29}{15} \right)$.

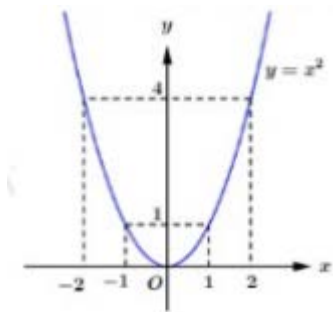
Câu 23 (0,5 điểm)

Vẽ đồ thị hàm số $y = x^2$

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2						
$y = x^2$	4	1	0	1	4						

$\Rightarrow$ Parabol $y = x^2$ là đường cong đi qua các điểm $(-2;4), (-1;1), (0,0), (1;1), (2;4)$.



Câu 24 (0,5 điểm)

Rút gọn biểu thức $A = \frac{1}{\sqrt{a}} \left(\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} \right)$ với $a, b > 0$ và $a \neq b$.

với $a, b > 0$ và $a \neq b$, ta có:

$$A = \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} \right)$$

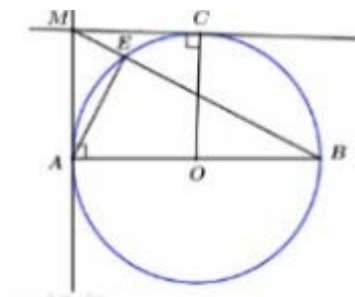
$$A = \frac{1}{\sqrt{a}} \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b} + \sqrt{a} + \sqrt{b}}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})}$$

$$A = \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \frac{2\sqrt{a}}{a - b}$$

$$A = \frac{2}{a - b}$$

Vậy với $a, b > 0$ và $a \neq b$ thì $A = \frac{2}{a - b}$.

Câu 25 (0,5 điểm)



a) Tứ giác $AOCM$ là tứ giác nội tiếp

Vì MA là tiếp tuyến của (O) tại A nên $\widehat{OAM} = 90^\circ$

Vì MC là tiếp tuyến của (O) tại C nên $\widehat{OCM} = 90^\circ$

Tứ giác $AOCM$ có: $\widehat{OAM} + \widehat{OCM} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$
mà hai góc này là hai góc đối đỉnh

$\Rightarrow AOCM$ là tứ giác nội tiếp (dnhb)

b) $EA^2 = EM.EB$

Ta có $\widehat{AEB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow AE \perp EB$ hay $AE \perp BM$.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABM , đường cao AE ta có: $AE^2 = EM.EB$ (đpcm).

Câu 26 (0,5 điểm)

Cho phương trình bậc hai $x^2 + 2mx + m^2 + 2m + 3 = 0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 = 108$.

Ta có: $\Delta' = m^2 - (m^2 + 2m + 3) = -2m - 3$

để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thì $\Delta' > 0 \Leftrightarrow -2m - 3 > 0 \Leftrightarrow 2m < -3 \Leftrightarrow m < -\frac{3}{2}$,

Khi đó áp dụng hệ thức Vi-et, ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2m \\ x_1 x_2 = m^2 + 2m + 3 \end{cases}$$

Theo giả thiết, ta có: $x_1^3 + x_2^3 = 108$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^3 - 3x_1 x_2 (x_1 + x_2) = 108$$

$$\Leftrightarrow (-2m)^3 - 3(m^2 + 2m + 3)(-2m) = 108$$

$$\Leftrightarrow -2m^3 + 12m^2 + 18m - 108 = 0$$

$$\Leftrightarrow (-2m^3 + 18m) + (12m^2 - 108) = 0$$

$$\Leftrightarrow -2(m^2 - 9)(m - 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow -2(m - 3)(m + 3)(m - 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m - 3 = 0 \\ m + 3 = 0 \\ m - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 & (\text{ktm}) \\ m = -3 & (\text{m}) \\ m = 6 & (\text{ktm}) \end{cases}$$

Vậy $m = -3$.

Câu 27 (0,5 điểm)

Gọi số tiền phải trả cho loại hàng thứ nhất (chưa kể thuế VAT) là x (triệu đồng) ($\text{ĐK} : x > 0$)

Gọi số tiền phải trả cho loại hàng thứ hai (chưa kể thuế VAT) là y (triệu đồng) ($\text{ĐK} : y > 0$)

Vì một người mua hai loại hàng và phải trả tổng cộng 4,35, kể cả thuế giá trị gia tăng (VAT) với mức 10% đối với loại hàng thứ nhất và 8% đối với loại hàng thứ hai nên ta có phương trình:

$$1,1x + 1,08y = 4,35 \quad (1).$$

Vì nếu thuế VAT là 9% đối với cả hai loại hàng thì người đó phải trả tổng cộng 4,36 triệu đồng, nên ta có phương trình

$$1,09x + 1,09y = 4,36 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 1,1x + 1,08y = 4,35 \\ 1,09x + 1,09y = 4,36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1,1x + 1,08y = 4,35 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1,1x + 1,08(4 - x) = 4,35 \\ y = 4 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1,1x + 4,32 - 1 \\ y = 4 - x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0,02x = 0,03 \\ y = 4 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1,5(tm) \\ y = 4 - 1,5 = 2,5(tm) \end{cases}$$

Vậy số tiền phải trả cho loại hàng thứ nhất (chưa kể thuế VAT) là 1.5 triệu đồng và số tiền phải trả cho loại hàng thứ hai (chưa kể thuế VAT) là 2.5 triệu đồng.

Câu 1. (2,0 điểm)

a. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

b. Thực hiện phép tính:
$$\left(\sqrt{8 + 2\sqrt{15}} - \sqrt{7 - 2\sqrt{10}} \right) (\sqrt{3} - \sqrt{2})$$

Câu 2. (2,0 điểm) Cho Parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$

a. Lập bảng giá trị và vẽ Parabol (P) .

b. Tìm tọa độ giao điểm của (P) với đường thẳng $\Delta: y = 3x - 4$ bằng phép tính.

Câu 3. (1,5 điểm) Cho phương trình $x^2 - (m + 3)x + 2m + 2 = 0$ với m tham số. Tìm giá trị của tham số m để :

a. Phương trình có nghiệm $x = 3$.

b. Phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + x_2^2 = 13$.

Câu 4. (1,5 điểm) Một người nông dân trồng hoa trên một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 15m. Cuối mỗi vụ thu hoạch, bình quân người đó bán được 20.000 đồng tiền hoa trên mỗi mét vuông đất. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn đó. Biết tổng số tiền bán hoa cuối vụ từ mảnh vườn người đó thu được là 252 triệu đồng.**Câu 5. (3,0 điểm)** Cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn. Các đường cao AK, BE và CF cắt nhau tại H . Gọi I là trung điểm của đoạn AH , N là trung điểm của đoạn BC .

a. Chứng minh bốn điểm A, E, H, F nằm trên cùng một đường tròn.

b. Chứng minh NE là tiếp tuyến của đường tròn đường kính AH .

c. Chứng minh $CI^2 - IE^2 = CK.CB$.

---Hết---

HƯỚNG DẪN GIẢI**Câu 1. (2,0 điểm)**

- a. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - y = -1 \end{cases}$$
- b. Thực hiện phép tính:
$$\left(\sqrt{8 + 2\sqrt{15}} - \sqrt{7 - 2\sqrt{10}} \right) (\sqrt{3} - \sqrt{2})$$

Lời giải

a.
$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y = 6 \\ x - y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x - 2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; 2)$

b.
$$\begin{aligned} & \left(\sqrt{8 + 2\sqrt{15}} - \sqrt{7 - 2\sqrt{10}} \right) (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \\ &= \left(\sqrt{(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2} - \sqrt{(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2} \right) (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \\ &= \left(|\sqrt{5} + \sqrt{3}| - |\sqrt{5} - \sqrt{2}| \right) (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \\ &= (\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{5} + \sqrt{2}) (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \\ &= (\sqrt{3} + \sqrt{2}) (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \\ &= 3 - 2 = 1 \end{aligned}$$

Câu 2. (2,0 điểm) Cho Parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$

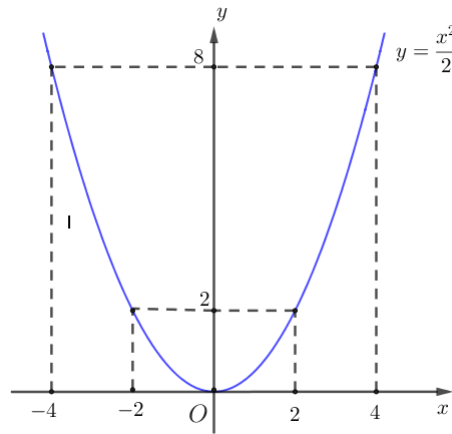
- a. Lập bảng giá trị và vẽ Parabol (P) .
- b. Tìm tọa độ giao điểm của (P) với đường thẳng $\Delta: y = 3x - 4$ bằng phép tính.

Lời giải

a) Bảng giá trị:

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{1}{2}x^2$	8	2	0	2	8

Vẽ Parabol



b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (Δ) :

$$\frac{1}{2}x^2 = 3x - 4 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$\Delta = 36 - 4.1.8 = 4 > 0$$

Do đó phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{6 + \sqrt{4}}{2.1} = 4, \quad x_2 = \frac{6 - \sqrt{4}}{2.1} = 2$$

$$\text{Với } x_1 = 4 \text{ thì } y_1 = 3.4 - 4 = 8$$

$$\text{Với } x_2 = 2 \text{ thì } y_2 = 3.2 - 4 = 2$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (Δ) là (4;8), (2;2)

Câu 3. (1,5 điểm) Cho phương trình $x^2 - (m+3)x + 2m+2 = 0$ với là m tham số. Tìm giá trị của tham số m để :

a. Phương trình có nghiệm $x = 3$.

b. Phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + x_2^2 = 13$.

Lời giải

a. Thay $x = 3$ vào phương trình đã cho , ta được:

$$3^2 - (m+3).3 + 2m + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 9 - 3m - 9 + 2m + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow -m + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = 2$$

Vậy $m = 2$ thì phương trình có nghiệm $x = 3$.

$$\text{b) } x^2 - (m+3)x + 2m+2 = 0$$

$$\Delta = \left[-(m+3) \right]^2 - 4.1.(2m+2) = m^2 + 6m + 9 - 8m - 8 = m^2 - 2m + 1 = (m-1)^2$$

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi $(m-1)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 1$

$$\text{Theo định lý Vi-ét } \begin{cases} x_1 + x_2 = m+3 \\ x_1.x_2 = 2m+2 \end{cases}$$

$$\text{Theo đề bài } x_1^2 + x_2^2 = 13 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1.x_2 = 13$$

$$\text{Hay } (m+3)^2 - 2(2m+2) = 13$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 6m + 9 - 4m - 4 - 13 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 2m - 8 = 0$$

$$\Delta = 2^2 - 4.1.(-8) = 36 > 0$$

Do đó phương trình có hai nghiệm

$$m_1 = \frac{-2 + \sqrt{36}}{2.1} = 2 \quad (\text{nhận})$$

$$m_2 = \frac{-2 - \sqrt{36}}{2.1} = -4 \quad (\text{nhận})$$

Vậy $m \in \{2; -4\}$ thỏa mãn yêu cầu đề bài

Câu 4. (1,5 điểm) Một người nông dân trồng hoa trên một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 15m. Cuối mỗi vụ thu hoạch, bình quân người đó bán được 20.000 đồng tiền hoa trên mỗi mét vuông đất. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn đó. Biết tổng số tiền bán hoa cuối vụ từ mảnh vườn người đó thu được là 252 triệu đồng.

Lời giải

Gọi chiều rộng mảnh vườn là $x(m)$, điều kiện: $x > 0$.

Khi đó, chiều dài mảnh vườn là $x + 15(m)$

Diện tích mảnh vườn là: $252000000 : 20000 = 12600(m^2)$

Theo đề bài, ta có phương trình: $x(x + 15) = 12600 \Leftrightarrow x^2 + 15x - 12600 = 0$

Giải phương trình, ta được: $x_1 = 105$ (nhận); $x_2 = -120$ (loại)

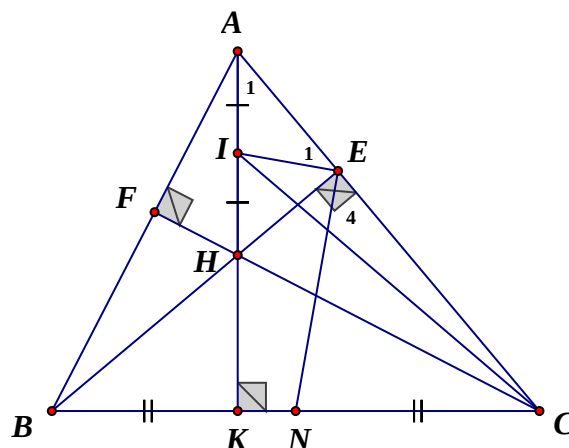
Vậy chiều rộng mảnh vườn là $105m$, chiều dài mảnh vườn là $105 + 15 = 120m$,

Câu 5. (3,0 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn. Các đường cao AK , BE và CF cắt nhau tại H . Gọi I là trung điểm của đoạn AH , N là trung điểm của đoạn BC .

a. Chứng minh bốn điểm A , E , H , F nằm trên cùng một đường tròn.

b. Chứng minh NE là tiếp tuyến của đường tròn đường kính AH .

c. Chứng minh $CI^2 - IE^2 = CK.CB$.



a) Chứng minh bốn điểm A, E, H, F nằm trên cùng một đường tròn.

Ta có $\widehat{AEB} = 90^\circ$ (do BE là đường cao của $\triangle ABC$) hay $\widehat{AEH} = 90^\circ$

$\widehat{AFC} = 90^\circ$ (do CF là đường cao của $\triangle ABC$) hay $\widehat{AFH} = 90^\circ$

Xét tứ giác $AEHF$ có $\widehat{AEH} + \widehat{AFH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Mà $\widehat{AEH}, \widehat{AFH}$ ở vị trí đối nhau

Do đó tứ giác $AEHF$ nội tiếp đường tròn đường kính AH

Suy ra bốn điểm A, E, H, F cùng nằm trên một đường tròn (đpcm)

b) Chứng minh NE là tiếp tuyến của đường tròn đường kính AH ;

Vì I là trung điểm của đoạn thẳng AH nên I là tâm đường tròn đường kính AH

Suy ra $IA = IE$

$\Rightarrow \triangle IAE$ cân tại I

$\Rightarrow \widehat{A_1} = \widehat{E_1}$ (1)

$\triangle EBC$ vuông tại E có EN là đường trung trung tuyến ứng với cạnh huyền BC

$\Rightarrow EN = NC \left(= \frac{BC}{2} \right)$

$\Rightarrow \triangle ENC$ cân tại N

$\Rightarrow \widehat{NCE} = \widehat{E_4}$ (2)

Xét $\triangle AKC$ vuông tại K có $\widehat{KCA} + \widehat{A_1} = 90^\circ$ hay $\widehat{NCE} + \widehat{A_1} = 90^\circ$ (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra $\widehat{E_1} + \widehat{E_4} = 90^\circ$

Lại có $\widehat{E_1} + \widehat{E_4} + \widehat{IEN} = 180^\circ$ (do A, E, C thẳng hàng)

$\Rightarrow 90^\circ + \widehat{IEN} = 180^\circ$

$\Rightarrow \widehat{IEN} = 90^\circ$

Suy ra $EN \perp EI$ tại E

Do đó NE là tiếp tuyến của đường tròn đường kính AH (đpcm)

c) Chứng minh $CI^2 - IE^2 = CK.CB$.

Áp dụng định lý Py – Ta – Go $\triangle CIK$ vuông tại K , ta có: $CI^2 = CK^2 + IK^2$

Lại có $IA = IE = IH$ (cùng bán kính đường tròn tâm I)

$\Rightarrow CI^2 - IE^2 = CK^2 + IK^2 - IE^2$

$$CI^2 - IE^2 = CK^2 + (IK + IE)(IK - IE)$$

$$CI^2 - IE^2 = CK^2 + (IK + IE)(IK - IH) = CK^2 + AK.KH \quad (4)$$

$$\text{Ta lại có } CK.CB = CK(CK + KB) = CK^2 + CK.KB \quad (5)$$

Xét $\triangle KBH$ và $\triangle KAC$ có

$$\widehat{KBH} = \widehat{KAC} \text{ (Cùng phụ với } \widehat{ACB}); \widehat{BKH} = \widehat{AKC} = 90^\circ$$

Do đó $\triangle AHK \sim \triangle ACB$ (g - g)

$$\Rightarrow \frac{KB}{KA} = \frac{KH}{KC} \Rightarrow KA.KH = KB.KC \text{ hay } AK.KH = CK.KB \quad (6)$$

Từ (4), (5) và (6) suy ra $CI^2 - IE^2 = CK.CB$ (đpcm)

♣HẾT♣

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM HỌC 2022 - 2023

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN

Ngày thi: 02/6/2022

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1. (2 điểm)

a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

b) Thực hiện phép tính:
$$\left(\sqrt{8 + 2\sqrt{15}} - \sqrt{7 - 2\sqrt{10}} \right) (\sqrt{3} - \sqrt{2})$$

Câu 2. (2 điểm) Cho Parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$.

a) Lập bảng giá trị và vẽ Parabol (P).

b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) với đường thẳng $\Delta: y = 3x - 4$ bằng phép tính.Câu 3. (1.5 điểm) Cho phương trình $x^2 - (m + 3)x + 2m + 2 = 0$ với m là tham số. Tìm giá trị của tham số m để:a) Phương trình có nghiệm $x = 3$.b) Phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + x_2^2 = 13$.

Câu 4. (1.5 điểm) Một người nông dân trồng hoa trên một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 15m. Cuối mỗi vụ thu hoạch, bình quân người đó bán được 20.000 đồng tiền hoa trên mỗi mét vuông đất. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn đó. Biết tổng số tiền bán hoa cuối vụ từ mảnh vườn người đó thu được là 252 triệu đồng.

Câu 5. (3 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn. Các đường cao AK, BE và CF cắt nhau tại H. Gọi I là trung điểm của đoạn AH, N là trung điểm của đoạn BC.

a) Chứng minh bốn điểm A, E, H, F nằm trên cùng một đường tròn.

b) Chứng minh NE là tiếp tuyến của đường tròn đường kính AH.

c) Chứng minh $CI^2 - IE^2 = CK \cdot CB$.

-----HẾT-----

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không được giải thích gì thêm)

Câu 1. (2,0 điểm)

1. Không dùng máy tính, giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ x - 4y = 6 \end{cases}$.

2. Cho biểu thức: $Q = \left(\frac{\sqrt{x} + 2}{x + 2\sqrt{x} + 1} - \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 1} \right) \cdot \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}}$; $x \geq 0$, $x \neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức Q .

b) Tìm số nguyên x để Q có giá trị nguyên lớn nhất.

Câu 2. (2,0 điểm)

1. Cho phương trình $2x^2 - (m+1)x + m - 1 = 0$. Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm và hiệu hai nghiệm bằng tích của chúng.

2. Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d): y = -x + 4$ và điểm $A(2; 2)$.

a) Chứng minh điểm A thuộc đường thẳng (d) .

b) Tìm a để parabol $(P): y = ax^2$ đi qua điểm A . Với giá trị a tìm được, hãy xác định tọa độ điểm B là giao điểm thứ hai của (d) và (P) .

c) Tính diện tích tam giác OAB .

Câu 3. (1,5 điểm)

Tam giác vuông có cạnh huyền bằng $13cm$, diện tích là $30cm^2$. Tính độ dài các cạnh góc vuông.

Câu 4. (3,5 điểm)

Từ một điểm S nằm ngoài đường tròn (O) , kẻ hai tiếp tuyến SB, SC (với B, C là các tiếp điểm) và một cát tuyến cắt (O) tại D và E (D nằm giữa S và E). Qua B kẻ đường thẳng song song với DE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là A . BC và AC cắt DE lần lượt tại F và I .

a) Chứng minh: $\widehat{SIC} = \widehat{SBC}$.

b) Chứng minh 5 điểm S, B, O, I, C cùng nằm trên một đường tròn.

c) Chứng minh: $FI.FS = FD.FE$

d) Đường thẳng OI cắt đường tròn (O) tại M và N (M thuộc cung nhỏ AB). Đường thẳng NF cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là K . Chứng minh ba điểm S, K, M thẳng hàng.

Câu 5. (1 điểm)

Cho ba số a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác. Chứng minh:

$$\frac{a}{b+c-a} + \frac{b}{a+c-b} + \frac{c}{a+b-c} \geq 3.$$

---Hết---

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (2,0 điểm)

1. Không dùng máy tính, giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x+3y=1 \\ x-4y=6 \end{cases}$.

2. Cho biểu thức: $Q = \left(\frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-2}{x-1} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$; $x \geq 0$, $x \neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức Q .

b) Tìm số nguyên x để Q có giá trị nguyên lớn nhất.

Lời giải

1.

$$\begin{cases} 2x+3y=1 \\ x-4y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3y=1 \\ x=4y+6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(4y+6)+3y=1 \\ x=4y+6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-1 \\ x=4y+6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(2; -1)$.

2.

a) Rút gọn biểu thức Q .

Với $x \geq 0$, $x \neq 1$ ta có

$$Q = \left(\frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-2}{x-1} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$$

$$Q = \left(\frac{\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+1)^2} - \frac{\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$$

$$Q = \left(\frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+1)^2(\sqrt{x}-1)} - \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)^2(\sqrt{x}-1)} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$$

$$Q = \frac{x+\sqrt{x}-2-x+\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+1)^2(\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$$

$$Q = \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+1)^2(\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$$

$$Q = \frac{2}{x-1}$$

Vậy với $x \geq 0$, $x \neq 1$ thì $Q = \frac{2}{x-1}$.

Câu 2. (2,0 điểm)

1. Cho phương trình $2x^2 - (m+1)x + m - 1 = 0$. Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm và hiệu hai nghiệm bằng tích của chúng.

2. Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng (d) : $y = -x + 4$ và điểm $A(2; 2)$.

a) Chứng minh điểm A thuộc đường thẳng (d) .

b) Tìm a để parabol (P) : $y = ax^2$ đi qua điểm A . Với giá trị a tìm được, hãy xác định tọa độ điểm B là giao điểm thứ hai của (d) và (P) .

c) Tính diện tích tam giác OAB .

Lời giải

1.

$$\Delta = [-(m+1)]^2 - 4.2.(m-1)$$

$$\Delta = m^2 + 2m + 1 - 8m + 8$$

$$\Delta = m^2 - 6m + 9$$

$$\Delta = (m-3)^2 \geq 0 \text{ với mọi } m.$$

Do đó phương trình luôn có hai nghiệm.

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình

Theo định lí Vi-ét ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{m+1}{2} \\ x_1 x_2 = \frac{m-1}{2} \end{cases}$$

Theo đề có hiệu hai nghiệm bằng tích của chúng nên $x_1 - x_2 = x_1 x_2$

Do đó ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{m+1}{2} \\ x_1 - x_2 = \frac{m-1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_1 = m \\ x_1 - x_2 = \frac{m-1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{m}{2} \\ x_1 - x_2 = \frac{m-1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{m}{2} \\ x_2 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vì } x_1 x_2 = \frac{m-1}{2} \text{ nên } \frac{m}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{m-1}{2} \Leftrightarrow m = 2m - 2 \Leftrightarrow m = 2.$$

Vậy với $m = 2$ thì phương trình có hai nghiệm và hiệu hai nghiệm bằng tích của chúng.

2.

a) Thay $x = 2$ vào hàm số $y = -x + 4$ ta được

$$y = -2 + 4 = 2$$

Vậy điểm A thuộc đường thẳng (d) .

b) Parabol $(P): y = ax^2$ đi qua điểm $A(2;2)$ nên

$$2 = a.2^2 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } y = \frac{1}{2}x^2.$$

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là

$$\frac{1}{2}x^2 = -x + 4 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \quad (1)$$

$$\Delta = 1^2 - 1.(-8) = 9 > 0$$

Nên phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{9}}{1} = 2$$

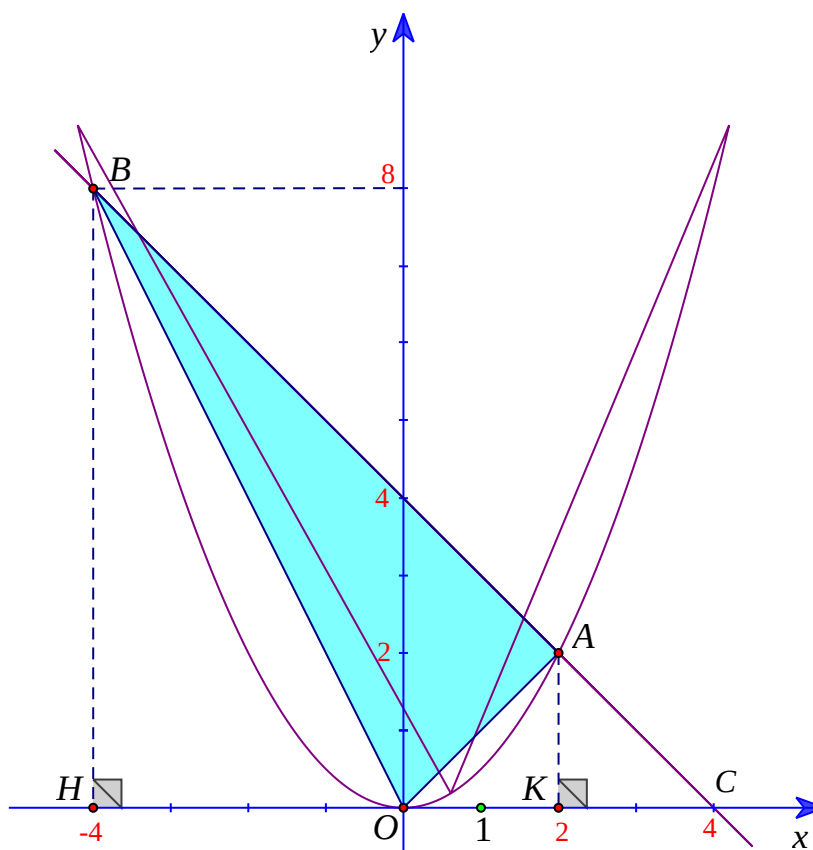
$$x_2 = \frac{-1 - \sqrt{9}}{1} = -4$$

Với $x = x_2 = -4$ thì $y = -(-4) + 4 = 8$, ta được điểm $B(-4;8)$

Vậy giao điểm thứ hai là $B(-4;8)$.

c) Vẽ đồ thị của hai hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ và $y = -x + 4$ trên cùng mặt phẳng tọa độ.

Gọi C là giao điểm của đường thẳng $y = -x + 4$ với Ox . Khi đó $C(4;0)$



$A(2;2)$ nên $AK = 2$, $OC = 4$

$B(-4;8)$ nên $BH = 8$

$$S_{OAB} = S_{OBC} - S_{OAC}$$

$$S_{OAB} = \frac{1}{2} BH \cdot OC - \frac{1}{2} AK \cdot OC$$

$$S_{OAB} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 12 \text{ (đvdt)}$$

Câu 3. (1,5 điểm)

Tam giác vuông có cạnh huyền bằng 13cm , diện tích là 30cm^2 . Tính độ dài các cạnh góc vuông.

Lời giải

Gọi độ dài hai cạnh góc vuông của tam giác là x (cm) và y (cm).

(Điều kiện: $0 < x; y < 13$)

Áp dụng định lý Py-ta-go vào tam giác vuông ta có

$$x^2 + y^2 = 13^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 169$$

Vì diện tích tam giác là 30cm^2 nên ta có phương trình $\frac{1}{2}xy = 30 \Leftrightarrow xy = 60$

Do đó ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 169 \\ xy = 60 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 169 \\ 2xy = 120 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+y)^2 = 289 \\ xy = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=17 \\ xy=60 \end{cases}$$

Do đó x, y là hai nghiệm của phương trình $X^2 - 17X + 60 = 0$ (1)

Giải phương trình (1) ta được

$$X_1 = 12 \text{ (tm)}$$

$$X_2 = 5 \text{ (tm)}$$

Suy ra $x = 5$ (tm)

$$y = 12 \text{ (tm)}$$

Vậy độ dài hai cạnh góc vuông của tam giác là 5 (cm) và 12 (cm)

Câu 4. (3,5 điểm)

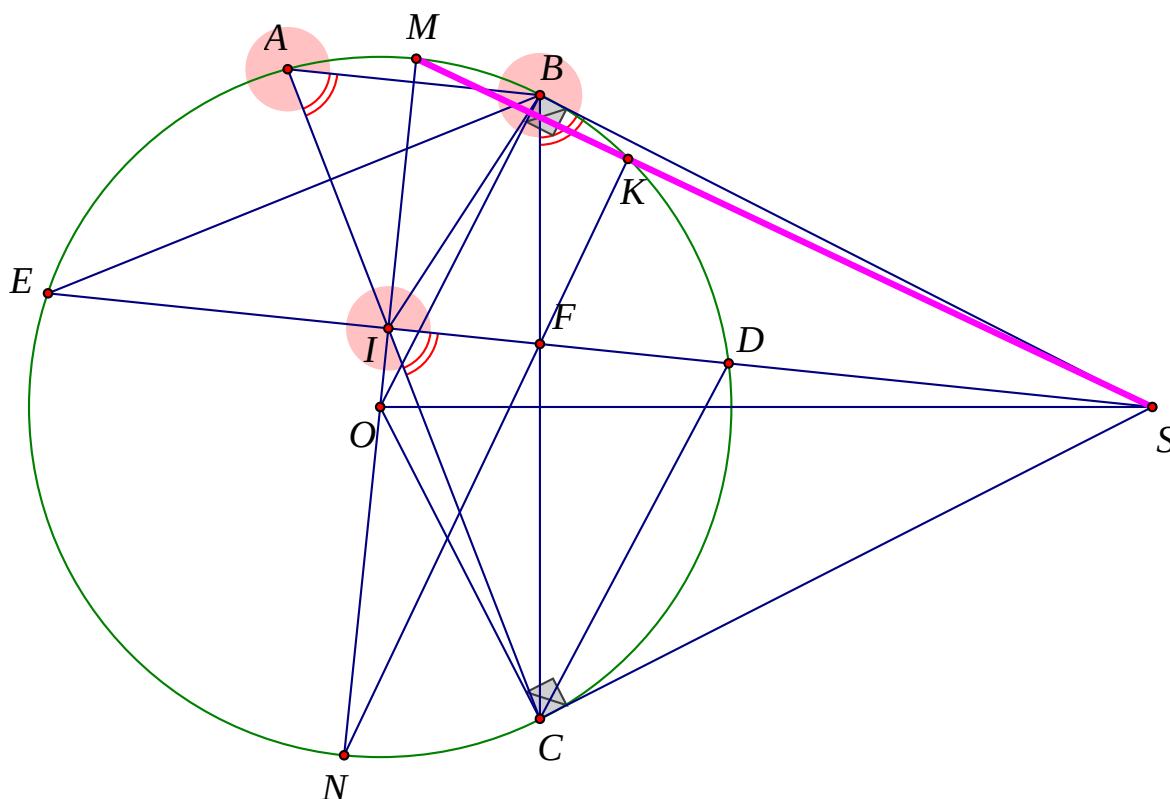
Từ một điểm S nằm ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến SB, SC (với B, C là các tiếp điểm) và một cát tuyến cắt (O) tại D và E (D nằm giữa S và E). Qua B kẻ đường thẳng song song với DE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là A . BC và AC cắt DE lần lượt tại F và I .

a) Chứng minh: $\widehat{SIC} = \widehat{SBC}$.

b) Chứng minh 5 điểm S, B, O, I, C cùng nằm trên một đường tròn.

c) Chứng minh: $FI.FS = FD.FE$

d) Đường thẳng OI cắt đường tròn (O) tại M và N (M thuộc cung nhỏ AB). Đường thẳng NF cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là K . Chứng minh ba điểm S, K, M thẳng hàng.



a)

Ta có $\widehat{SIC} = \widehat{BAC}$ (so le trong, $AB \parallel ED$)

mà $\widehat{SBC} = \widehat{BAC}$ ($= \frac{1}{2} \text{ số đo } \widehat{BC}$)

nên $\widehat{SIC} = \widehat{SBC}$

b)

Xét tứ giác $SBIC$ ta có

$$\widehat{SIC} = \widehat{SBC} \text{ (câu a)}$$

Hai điểm I, B cùng nhìn đoạn SC dưới những góc bằng nhau nên $SBIC$ là tứ giác nội tiếp đường tròn, đường tròn này đi qua ba điểm B, C, S (1)

Xét tứ giác $SBOC$ ta có

$$\widehat{SBO} = \widehat{SCO} = 90^\circ \text{ (gt)}$$

Do đó $SBOC$ là tứ giác nội tiếp đường tròn, đường tròn này đi qua ba điểm B, C, S (2)

Do qua ba điểm không thẳng hàng có một và chỉ một đường tròn nên từ (1) và (2) ta suy ra 5 điểm S, B, O, I, C cùng nằm trên một đường tròn.

c)

* Xét hai tam giác IFC và BFS ta có

$$\widehat{SIC} = \widehat{SBC} \text{ (câu a)}$$

$$\widehat{IFC} = \widehat{SFB} \text{ (đối đỉnh)}$$

Do đó $\triangle IFC \sim \triangle BFS$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{FI}{FB} = \frac{FC}{FS}$$

$$\Rightarrow FI.FS = FB.FC \text{ (3)}$$

* Xét hai tam giác FBE và FDC ta có

$$\widehat{EBF} = \widehat{CDF} \text{ (} \widehat{EBC} = \widehat{CDE} \text{, góc nội tiếp cùng chắn cung } EC \text{)}$$

$$\widehat{BFE} = \widehat{DFC} \text{ (đối đỉnh)}$$

Do đó $\triangle FBE \sim \triangle FDC$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{FB}{FD} = \frac{FE}{FC}$$

$$\Rightarrow FD.FE = FB.FC \text{ (4)}$$

Từ (3) và (4) ta suy ra $FI.FS = FD.FE$

d) Vì 5 điểm S, B, O, I, C cùng nằm trên một đường tròn nên

$$\widehat{SIO} = \widehat{SBO} \text{ (góc nội tiếp cùng chắn cung } SO \text{)}$$

Mà $\widehat{SBO} = 90^\circ$ nên $\widehat{SIO} = 90^\circ$.

Chứng minh tương tự như câu c ta có $FN.FK = FB.FC$

Mà $FI.FS = FB.FC$ (câu c)

nên $FI.FS = FN.FK$

Suy ra tứ giác $NIKS$ nội tiếp

$$\Rightarrow \widehat{SKN} = \widehat{SIN} \text{ (góc nội tiếp cùng chắn cung } SN \text{)}$$

Mà $\widehat{SIN} = \widehat{SIO} = 90^\circ$ nên $\widehat{SKN} = 90^\circ$

$$\Rightarrow NK \perp SK$$

Mặt khác $NK \perp MK$ ($\widehat{MKN} = 90^\circ$, góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Vậy ba điểm S, K, M thẳng hàng.

Câu 5. (1 điểm) Cho ba số a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác. Chứng minh:

$$\frac{a}{b+c-a} + \frac{b}{a+c-b} + \frac{c}{a+b-c} \geq 3.$$

Lời giải

Đặt

$$x = b + c - a$$

$$y = c + a - b$$

$$z = a + b - c$$

Vì ba số a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác nên theo bất đẳng thức tam giác x, y, z là các số dương.

Từ đó suy ra

$$a = \frac{y+z}{2}, b = \frac{x+z}{2}, c = \frac{x+y}{2}$$

Do đó

$$\begin{aligned} \frac{a}{b+c-a} + \frac{b}{a+c-b} + \frac{c}{a+b-c} &= \frac{y+z}{2x} + \frac{x+z}{2y} + \frac{x+y}{2z} \\ &= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right) + \left(\frac{z}{x} + \frac{x}{z} \right) + \left(\frac{y}{z} + \frac{z}{y} \right) \right] \end{aligned}$$

Vì x, y, z là các số dương nên

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2, \frac{z}{x} + \frac{x}{z} \geq 2, \frac{y}{z} + \frac{z}{y} \geq 2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \left[\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right) + \left(\frac{z}{x} + \frac{x}{z} \right) + \left(\frac{y}{z} + \frac{z}{y} \right) \right] \geq 3$$

$$\text{Vậy } \frac{a}{b+c-a} + \frac{b}{a+c-b} + \frac{c}{a+b-c} \geq 3$$

Câu 1. (2,0 điểm)

1. Tính giá trị các biểu thức sau:

$$A = \sqrt{64} + \sqrt{16}$$

$$B = \sqrt{(2 + \sqrt{3})^2} - \sqrt{3}$$

2. Cho biểu thức: $P = \frac{x - 2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} - 2$, với $x \geq 0, x \neq 4$ a) Rút gọn biểu thức P .b) Tính giá trị của biểu thức P tại $x = 49$.**Câu 2. (2,0 điểm)**1. Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = x + 2$ a) Vẽ parabol (P) và đường thẳng (d) trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy .b) Tìm tọa độ giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d) bằng phép tính.2. Không sử dụng máy tính, giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x + y = 9 \\ 4x - y = 5 \end{cases}$$
Câu 3. (2,5 điểm)1. Cho phương trình $x^2 + 2x + m - 5 = 0$ (1) (m là tham số)a) Giải phương trình (1) khi $m = 2$.b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện

$$x_2^2 - 2x_1 + m^2 - 11m + 26 = 0.$$

2. Một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài lớn hơn chiều rộng là $6m$. Tính chiều rộng và chiều dài khu vườn, biết diện tích khu vườn là $280m^2$.**Câu 4. (1,0 điểm)**Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 12cm, \hat{B} = 60^\circ$. Hãy tính $\hat{C}, AB, BC$ và diện tích tam giác ABC .**Câu 5. (2,5 điểm)**Từ điểm S nằm ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến SA, SB (A, B là các tiếp điểm). Kẻ đường kính AC của đường tròn (O) , đường thẳng SC cắt đường tròn (O) tại điểm D (D khác C).a) Chứng minh tứ giác $SAOB$ nội tiếp đường tròn.b) Chứng minh $SA^2 = SC \cdot SD$.c) Kẻ BH vuông góc với AC tại điểm H . Chứng minh đường thẳng SC đi qua trung điểm của đoạn thẳng BH .

---Hết---

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (2,0 điểm)

1. Tính giá trị các biểu thức sau:

$$A = \sqrt{64} + \sqrt{16}$$

$$B = \sqrt{(2 + \sqrt{3})^2} - \sqrt{3}$$

2. Cho biểu thức: $P = \frac{x - 2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} - 2$ với $x \geq 0, x \neq 4$

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tính giá trị của biểu thức P tại $x = 49$.

Lời giải

1. Tính giá trị các biểu thức:

$$A = \sqrt{64} + \sqrt{16} = 8 + 4 = 12$$

$$B = \sqrt{(2 + \sqrt{3})^2} - \sqrt{3}$$

$$= |2 + \sqrt{3}| - \sqrt{3}$$

$$= 2 + \sqrt{3} - \sqrt{3} \quad (\text{do } 2 + \sqrt{3} > 0)$$

$$= 2$$

2. Cho biểu thức: $P = \frac{x - 2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} - 2$ với $x \geq 0, x \neq 4$

a) Rút gọn biểu thức P.

Với $x \geq 0, x \neq 4$

$$P = \frac{x - 2\sqrt{x} - 2(\sqrt{x} - 2)}{\sqrt{x} - 2}$$

$$= \frac{x - 2\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x} - 2}$$

$$= \frac{x - 4\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x} - 2}$$

$$= \frac{(\sqrt{x} - 2)^2}{\sqrt{x} - 2} = \sqrt{x} - 2$$

Cách khác: Với $x \geq 0, x \neq 4$

$$P = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}{\sqrt{x} - 2} - 2$$

$$= \sqrt{x} - 2$$

b) Tính giá trị của biểu thức P tại $x = 49$.Thay $x = 49$ (thỏa mãn điều kiện) vào P sau rút gọn ta được:

$$P = \sqrt{49} - 2 = 7 - 2 = 5$$

Vậy với $x = 49$ thì $P = 5$.

Câu 2. (2,0 điểm)

1. Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = x + 2$

a) Vẽ parabol (P) và đường thẳng (d) trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy .

b) Tìm tọa độ giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d) bằng phép tính.

2. Không sử dụng máy tính, giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x + y = 9 \\ 4x - y = 5 \end{cases}$$

Lời giải

1. Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = x + 2$

a) Vẽ parabol (P) và đường thẳng (d) trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy .

+ Xét parabol $(P): y = x^2$

Hệ số $a = 1 > 0$ nên hàm số đồng biến khi $x > 0$, nghịch biến khi $x < 0$ và có bề lõm hướng lên trên

Bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

$\Rightarrow$ Parabol (P) là đường cong có đỉnh $O(0;0)$, qua các điểm $(1;1), (-1;1), (2;4), (-2;4)$

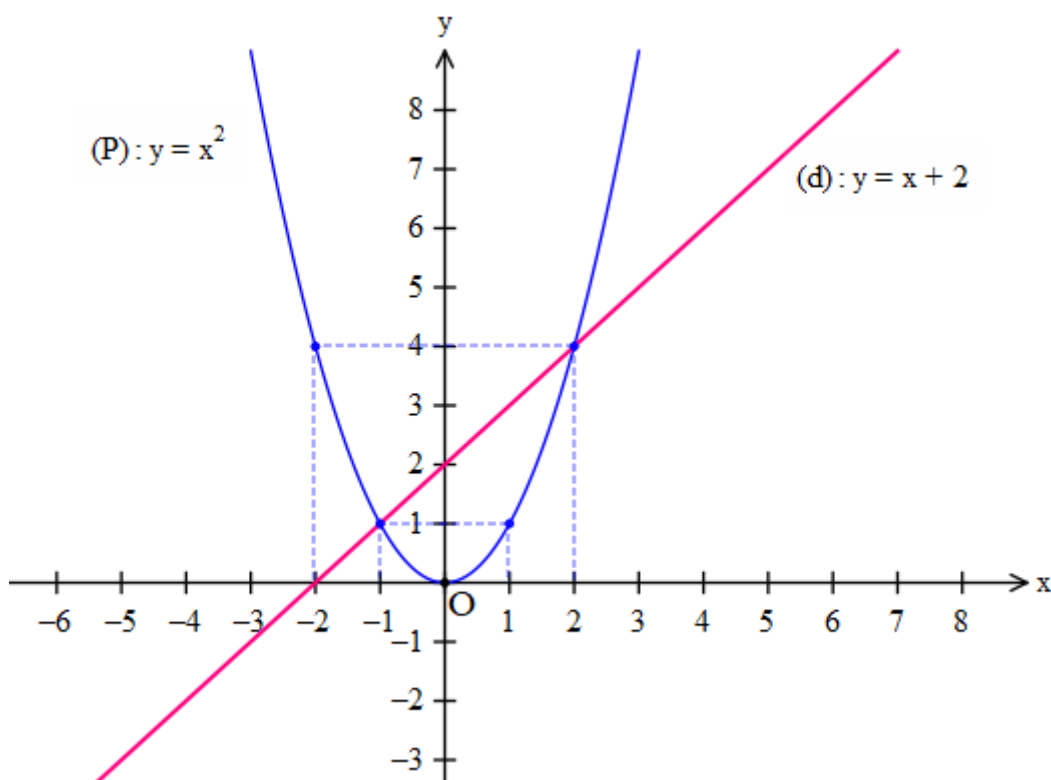
+ Xét đường thẳng $(d): y = x + 2$

Bảng giá trị:

x	0	-2
$y = x + 2$	2	0

$\Rightarrow$ Đường thẳng (d) cắt trục Ox tại điểm $(-2;0)$, cắt trục Oy tại điểm $(0;2)$

Vẽ parabol (P) và đường thẳng (d) trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy .



b) Tìm tọa độ giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d) bằng phép tính.

Phương trình hoành độ giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d) :

$$x^2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$a - b + c = 0 \text{ nên phương trình có hai nghiệm } x_1 = -1, x_2 = -\frac{c}{a} = 2$$

$$+ \text{ Với } x_1 = -1 \rightarrow y_1 = -1 + 2 = 1$$

$$+ \text{ Với } x_2 = 2 \rightarrow y_2 = 2 + 2 = 4$$

Vậy parabol (P) và đường thẳng (d) cắt nhau tại hai điểm $(-1; 1), (2; 4)$.

2. Không sử dụng máy tính, giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x + y = 9 \\ 4x - y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + y = 9 \\ 4x - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 14 \\ 4x - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \cdot 2 - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(2; 3)$.

Câu 3. (2,5 điểm)

1. Cho phương trình $x^2 + 2x + m - 5 = 0$ (1) (m là tham số)

a) Giải phương trình (1) khi $m = 2$.

b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện

$$x_2^2 - 2x_1 + m^2 - 11m + 26 = 0.$$

2. Một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài lớn hơn chiều rộng là $6m$. Tính chiều rộng và chiều dài khu vườn, biết diện tích khu vườn là $280m^2$.

Lời giải

1. Cho phương trình $x^2 + 2x + m - 5 = 0$ (1) (m là tham số)

a) Giải phương trình (1) khi $m = 2$.

Thay $m = 2$ vào phương trình (1) được pt: $x^2 + 2x - 3 = 0$

Do $a + b + c = 0$ nên phương trình có nghiệm $x_1 = 1, x_2 = -\frac{c}{a} = -3$.

Vậy với $m = 2$ phương trình có tập nghiệm $S = \{1; -3\}$.

b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện

$$x_2^2 - 2x_1 + m^2 - 11m + 26 = 0.$$

$$\text{Ta có: } \Delta' = 1^2 - (m - 5) = 6 - m$$

Phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 khi $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 6 - m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 6 (*)$

Khi đó, theo định lý Viet:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ x_1 x_2 = m - 5 \end{cases}$$

$$x_2 \text{ là nghiệm của (1) nên } x_2^2 + 2x_2 + m - 5 = 0 \rightarrow x_2^2 = -2x_2 - m + 5$$

Do đó:

$$\begin{aligned}
x_2^2 - 2x_1 + m^2 - 11m + 26 &= 0 \\
\Leftrightarrow -2x_2 - m + 5 - 2x_1 + m^2 - 11m + 26 &= 0 \\
\Leftrightarrow -2(x_2 + x_1) + m^2 - 12m + 31 &= 0 \\
\Leftrightarrow -2(-2) + m^2 - 12m + 31 &= 0 \\
\Leftrightarrow m^2 - 12m + 35 &= 0 \\
\Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 \text{ (thỏa mãn (*))} \\ m = 7 \text{ (không thỏa mãn (*))} \end{cases}
\end{aligned}$$

Vậy $m = 5$.

2. Tính chiều rộng và chiều dài khu vườn:

Gọi kích thước chiều rộng khu vườn hình chữ nhật là $x(m)$, $x > 0$

Chiều dài khu vườn có kích thước $x + 6(m)$

Khu vườn có diện tích là $280m^2$ nên ta có phương trình

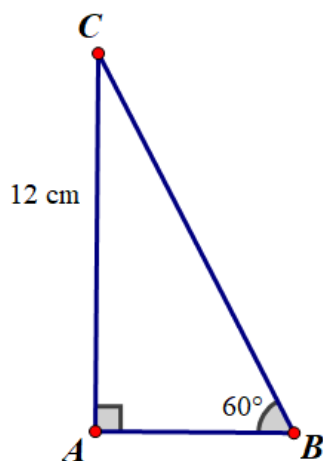
$$\begin{aligned}
x(x + 6) = 280 &\Leftrightarrow x^2 + 6x - 280 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 14 \text{ (th? a)} \\ x = -20 \text{ (ktm)} \end{cases} \\
x(x + 6) = 280 &\Leftrightarrow x^2 + 6x - 280 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 14 \text{ (thỏa mãn } x > 0) \\ x = -20 \text{ (không thỏa mãn } x > 0) \end{cases}
\end{aligned}$$

Vậy khu vườn có chiều rộng là $14m$ và chiều dài là $20m$.

Câu 4. (1,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 12cm$, $\hat{B} = 60^\circ$. Hãy tính $\hat{C}$, AB , BC và diện tích tam giác ABC .

Lời giải



Vì $\triangle ABC$ vuông tại A nên $\hat{A} = 90^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 90^\circ \rightarrow \hat{C} = 90^\circ - \hat{B} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

$$AB = AC \cdot \cot \hat{B} = 12 \cdot \cot 60^\circ = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3} \approx 6,9 (cm)$$

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 = 12^2 + (4\sqrt{3})^2 = 192$$

$$\rightarrow BC = \sqrt{192} = 8\sqrt{3} \approx 13,9 (cm)$$

Diện tích tam giác ABC :

$$S = \frac{1}{2} AB.AC = \frac{1}{2} .4\sqrt{3}.12 = 24\sqrt{3} \approx 41,6 (cm^2)$$

Câu 5. (2,5 điểm)

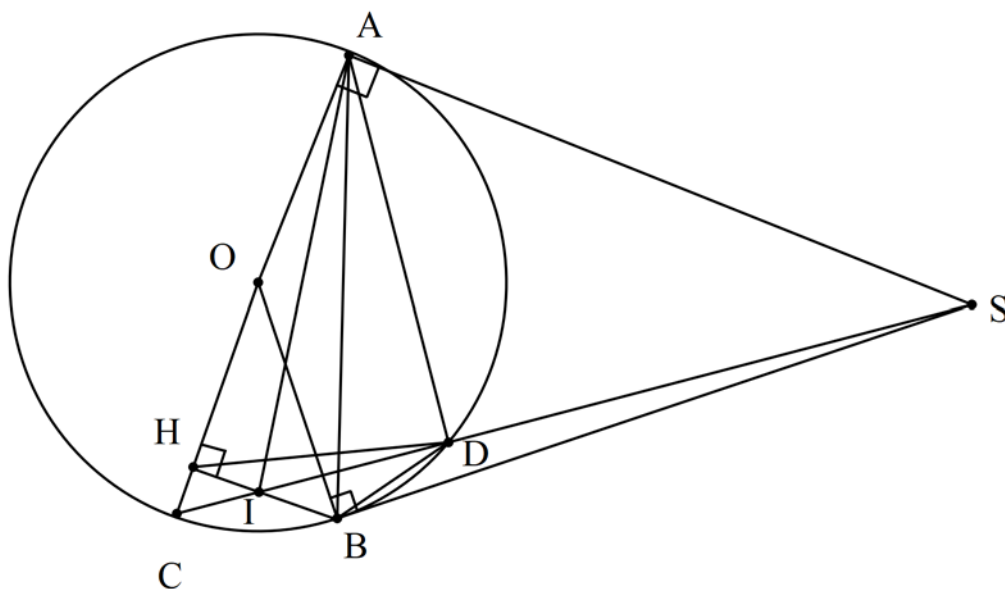
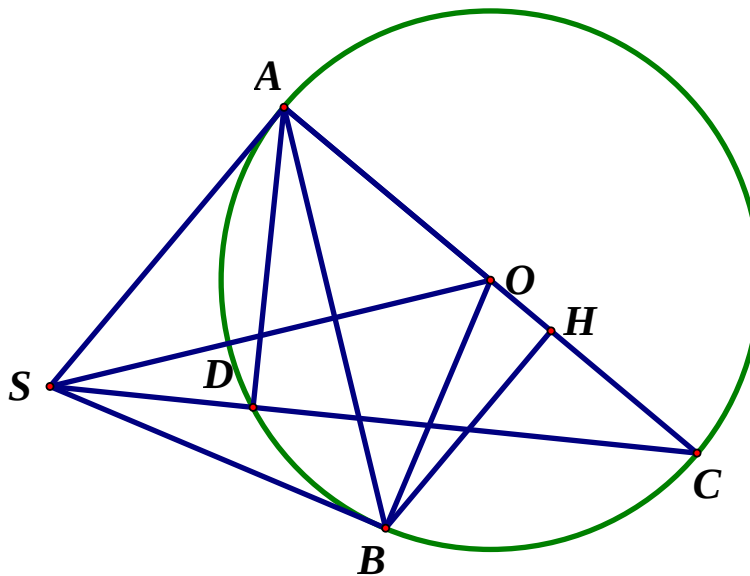
Từ điểm S nằm ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến SA, SB (A, B là các tiếp điểm). Kẻ đường kính AC của đường tròn (O) , đường thẳng SC cắt đường tròn (O) tại điểm D (D khác C).

a) Chứng minh tứ giác $SAOB$ nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh $SA^2 = SC.SD$.

c) Kẻ BH vuông góc với AC tại điểm H . Chứng minh đường thẳng SC đi qua trung điểm của đoạn thẳng BH .

Lời giải



a) Chứng minh tứ giác $SAOB$ nội tiếp đường tròn.

+ SA là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại $A \Rightarrow \widehat{SAO} = 90^\circ$

+ SB là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại $B \Rightarrow \widehat{SBO} = 90^\circ$

Tứ giác $SAOB$ có $\widehat{SAO} + \widehat{SBO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Mà hai góc này ở vị trí đối nhau

$\Rightarrow SAOB$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $SA^2 = SC.SD$.

Xét (O) có: $\widehat{ACD} = \widehat{SAD}$ (góc nội tiếp; góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung $\widehat{AD}$)

$$\Rightarrow \widehat{ACS} = \widehat{SAD}$$

Xét $\triangle SAD$ và $\triangle SCA$ có:

$\widehat{ASC}$ chung

$$\widehat{ACS} = \widehat{SAD} \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle SAD \sim \triangle SCA \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{SA}{SC} = \frac{SD}{SA}$$

$$\Rightarrow SA^2 = SC \cdot SD$$

☞ Kẻ BH vuông góc với AC tại điểm H . Chứng minh đường thẳng SC đi qua trung điểm của đoạn thẳng BH .

SA, SB là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $SA = SB$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Gọi I là giao điểm của SC và BH

$$\text{Ta có: } \begin{cases} BH \perp AC \\ SA \perp AC \end{cases} \Rightarrow BH \parallel AS \Rightarrow \frac{IH}{SA} = \frac{CI}{CS} \text{ (Định lý Ta-lét)}$$

$$\Rightarrow \frac{IH}{IC} = \frac{SA}{SC} = \frac{SB}{SC} \text{ (1)}$$

Ta có: $\widehat{HBC} = \widehat{BAC}$ (cùng phụ với $\widehat{ACB}$)

$$\widehat{BAC} = \widehat{BDC} \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung } \widehat{BC} \text{)}$$

$$\Rightarrow \widehat{HBC} = \widehat{BDC}$$

$$\Rightarrow \widehat{IBC} = \widehat{BDC}$$

Xét $\triangle IBC$ và $\triangle BDC$ có:

$\widehat{BCD}$ chung

$$\widehat{IBC} = \widehat{BDC} \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle IBC \sim \triangle BDC \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{IB}{BD} = \frac{IC}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{IB}{IC} = \frac{BD}{BC} \text{ (2)}$$

Xét (O) có: $\widehat{SBD} = \widehat{SCB}$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung; góc nội tiếp cùng chắn cung $\widehat{BD}$)

Xét $\triangle SBD$ và $\triangle SCB$ có:

$\widehat{BSC}$ chung

$$\widehat{SBD} = \widehat{SCB} \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle SBD \sim \triangle SCB \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{BD}{BC} = \frac{SB}{SC} \text{ (3)}$$

$$\text{Từ (1), (2), (3)} \Rightarrow \frac{IH}{IC} = \frac{IB}{IC} = \frac{SB}{SC}$$

$$\Rightarrow IH = IB \text{ mà } I \in BH \Rightarrow I \text{ là trung điểm của } BH$$

Lại có $I \in SC$

Vậy SC đi qua trung điểm của BH .

Cách 2:

Gọi I là giao điểm của SC và BH

Lấy điểm K đối xứng với điểm A qua điểm $S \rightarrow BS = SA = SK = \frac{1}{2} AK$

Suy ra $\triangle ABK$ vuông tại $B \rightarrow \widehat{ABK} = 90^\circ$

$\widehat{ABC} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\rightarrow \widehat{CBK} = \widehat{ABK} + \widehat{ABC} = 180^\circ$

Suy ra C, B, K thẳng hàng

$BH \perp AC, SA \perp AC \rightarrow BH \parallel SA \rightarrow \frac{IH}{SA} = \frac{IC}{SC} = \frac{IB}{SK}$

Mà $SA = SK$ nên $IH = IB$ do đó I là trung điểm của BH , hay SC qua trung điểm của BH (đpcm)

---Hết---

Câu 1. (2,0 điểm) Giải phương trình và hệ phương trình sau:

1. $x^2 - 4x + 3 = 0$.

2.
$$\begin{cases} 3x - y = 7 \\ 3x + y = 5 \end{cases}$$

Câu 2. (1,5 điểm) Rút gọn các biểu thức sau:

1. $A = (\sqrt{12} - 2\sqrt{7})\sqrt{3} + \sqrt{84}$.

2. $B = \left(\frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} + 1 \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{4}$ với $x \geq 0$.

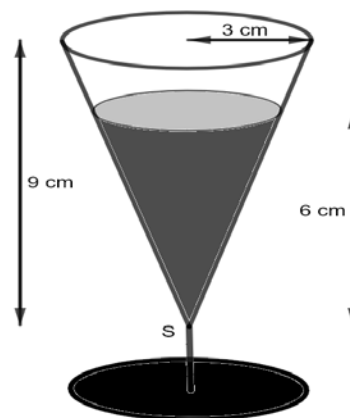
Câu 3. (1,5 điểm) Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị (P) .

1. Vẽ đồ thị (P) trên mặt phẳng tọa độ Oxy .

2. Tìm giá trị của tham số m để đường thẳng $(d): y = 2x + 5m$ cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \cdot x_2^2 - x_1(5m + 3x_2) = 10115$.

Câu 4. (1,0 điểm) Một xe khách và một xe tải xuất phát cùng một lúc từ thành phố A đến thành phố B trên quãng đường dài 180 km . Vận tốc xe khách lớn hơn vận tốc xe tải là 10 km/h nên xe khách đã đến B sớm hơn xe tải 36 phút. Tính vận tốc mỗi xe.

Câu 5. (0,5 điểm) Một cái ly có phía trên dạng hình nón có đỉnh S có bán kính đáy bằng 3 cm , chiều cao bằng 9 cm . Người ta rót nước vào cái ly, biết chiều cao của nước trong ly bằng 6 cm (như hình bên). Tính thể tích của nước có trong ly. (Giả sử độ dày của thành ly không đáng kể, lấy $\pi \approx 3,14$ và kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



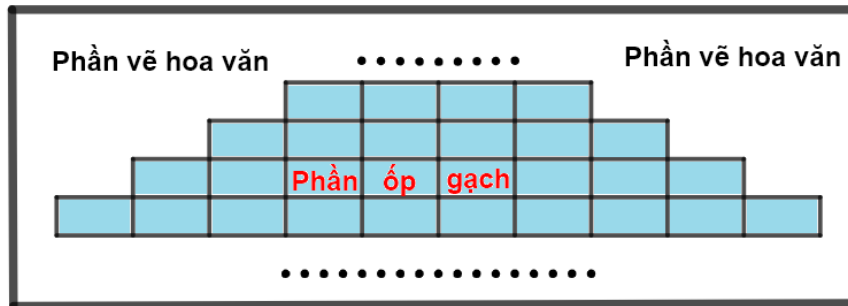
Câu 6. (3,0 điểm) Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn $(O; R)$, có ba đường cao AK, BE và CF cắt nhau tại H .

1. Chứng minh tứ giác $AEHF$ nội tiếp.

2. Hai đường thẳng BE và CF cắt đường tròn (O) lần lượt tại M và N (M khác B ; N khác C). Chứng minh: $MN \parallel EF$.

3. Giả sử hai điểm B, C cố định, điểm A di động trên cung lớn BC của đường tròn (O) (A khác B, C). Tìm vị trí của điểm A sao cho chu vi tam giác KEF đạt giá trị lớn nhất.

- Câu 7. (0,5 điểm)** Ông Bình trang trí một bức tường hình chữ nhật có kích thước $12m \times 3m$ bằng cách ốp gạch và vẽ hoa văn. Ông dùng loại gạch viên hình chữ nhật có kích thước $10cm \times 20cm$ để ốp. Phần gạch được ốp theo cách: Số viên gạch ở hai hàng kề nhau hơn kém nhau 2 viên, biết rằng hàng dưới cùng có 52 viên, hàng trên cùng có 2 viên và giá thành (gồm cả vật tư và công) cho phần ốp gạch là $400.000 \text{ đồng}/m^2$. Giá thành cho phần vẽ hoa văn là $300.000 \text{ đồng}/m^2$. Tính số tiền ông Bình phải trả để trang trí bức tường đó. (Biết rằng khoảng trống giữa các viên gạch là không đáng kể).



Hình minh họa

---Hết---

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (2,0 điểm) Giải phương trình và hệ phương trình sau:

1. $x^2 - 4x + 3 = 0$.

2.
$$\begin{cases} 3x - y = 7 \\ 3x + y = 5 \end{cases}$$

Lời giải

1. Giải phương trình $x^2 - 4x + 3 = 0$:

Do $1 + (-4) + 3 = 0$ nên phương trình có hai nghiệm $x_1 = 1, x_2 = \frac{3}{1} = 3$.

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $S = \{1; 3\}$.

2. Hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x - y = 7 \\ 3x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x = 12 \\ 3x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 - 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho nghiệm $(x; y)$ duy nhất là $(2; -1)$.

Câu 2. (1,5 điểm) Rút gọn các biểu thức sau:

1. $A = (\sqrt{12} - 2\sqrt{7})\sqrt{3} + \sqrt{84}$.

2. $B = \left(\frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} + 1 \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{4}$ với $x \geq 0$.

Lời giải

1.

$$A = (\sqrt{12} - 2\sqrt{7})\sqrt{3} + \sqrt{84}$$

$$A = \sqrt{12 \cdot 3} - 2\sqrt{7 \cdot 3} + \sqrt{2^2 \cdot 21}$$

$$A = \sqrt{36} - 2\sqrt{21} + 2\sqrt{21}$$

$$A = 6 - 2\sqrt{21} + 2\sqrt{21}$$

$$A = 6.$$

2.

$$B = \left(\frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} + 1 \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{4} \text{ với } x \geq 0.$$

$$B = \left(\frac{\sqrt{x} \cdot (\sqrt{x} + 1)}{\sqrt{x} + 1} + 1 \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{4}$$

$$B = (\sqrt{x} + 1) \cdot \frac{4}{\sqrt{x} + 1}$$

$$B = 4.$$

Câu 3. (1,5 điểm) Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị (P) .

1. Vẽ đồ thị (P) trên mặt phẳng tọa độ Oxy.

2. Tìm giá trị của tham số m để đường thẳng $(d): y = 2x + 5m$ cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \cdot x_2^2 - x_1(5m + 3x_2) = 10115$.

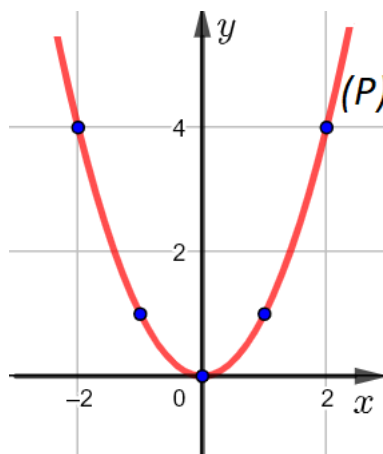
Lời giải

1. Vẽ đồ thị (P) trên mặt phẳng tọa độ Oxy :

Ta có bảng giá trị sau:

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

Đồ thị hàm số $y = x^2$ có dạng như sau:



2. Tìm giá trị của tham số m để đường thẳng $(d): y = 2x + 5m$ cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \cdot x_2^2 - x_1(5m + 3x_2) = 10115$:

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$x^2 = 2x + 5m \Leftrightarrow x^2 - 2x - 5m = 0.$$

Do (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 nên $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 1^2 + 5m > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{5}$.

Khi đó, theo Vi-et ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{-2}{1} = 2 & (1) \\ x_1 x_2 = \frac{-5m}{1} = -5m & (2) \end{cases}.$$

Theo đề bài ta có: $x_1 \cdot x_2^2 - x_1(5m + 3x_2) = 10115$ (3).

Từ (1) $\Rightarrow x_1 = 2 - x_2$. Thay vào (2) và (3), ta có:
$$\begin{cases} (2 - x_2)x_2 = -5m \\ (2 - x_2) \cdot x_2^2 - (2 - x_2)(5m + 3x_2) = 10115 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5m = x_2^2 - 2x_2 \\ (2 - x_2) \cdot x_2^2 - (2 - x_2)(x_2^2 - 2x_2 + 3x_2) = 10115 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m = x_2^2 - 2x_2 \\ (2 - x_2) \cdot x_2^2 - (2 - x_2)(x_2^2 + x_2) = 10115 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5m = x_2^2 - 2x_2 \\ 2x_2^2 - x_2^3 - 2x_2^2 - 2x_2 + x_2^3 + x_2^2 = 10115 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m = x_2^2 - 2x_2 \\ x_2^2 - 2x_2 = 10115 \end{cases}.$$

$$\Rightarrow 5m = 10115 \Leftrightarrow m = 2023 \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy, $m = 2023$.

Câu 4. (1,0 điểm) Một xe khách và một xe tải xuất phát cùng một lúc từ thành phố A đến thành phố B trên quãng đường dài 180 km . Vận tốc xe khách lớn hơn vận tốc xe tải là 10 km/h nên xe khách đã đến B sớm hơn xe tải 36 phút. Tính vận tốc mỗi xe.

Lời giải

Đổi: $36\text{ phút} = \frac{3}{5}\text{ giờ}$.

Gọi vận tốc của xe khách là: $x\text{ (km/h)}$, (điều kiện: $0 < x < 10$).

Vận tốc của xe tải là: $x - 10\text{ (km/h)}$.

Thời gian xe khách đi là: $\frac{180}{x}\text{ (h)}$.

Thời gian xe tải đi là: $\frac{180}{x-10}\text{ (h)}$.

Theo đề bài, ta có phương trình: $\frac{180}{x-10} - \frac{180}{x} = \frac{3}{5}$.

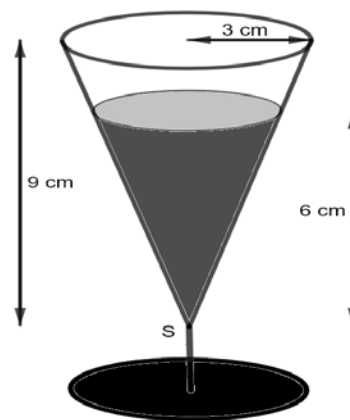
$$\Rightarrow 5.180x - 5.180(x-10) = 3x(x-10) \Leftrightarrow 900x - 900x + 9000 = 3x^2 - 30x.$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 30x - 9000 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 10x - 3000 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -50 \\ x = 60 \end{cases}.$$

Kết hợp điều kiện ta được $x = 60$.

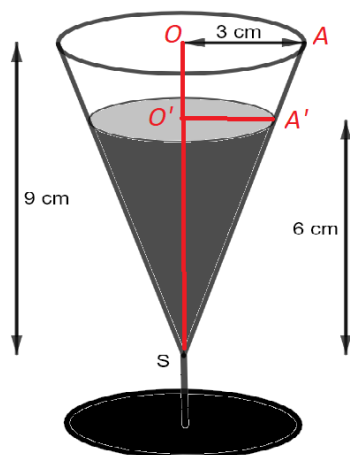
Vậy vận tốc xe khách là 60 km/h và vận tốc xe tải là 50 km/h .

Câu 5. (0,5 điểm) Một cái ly có phía trên dạng hình nón có đỉnh S có bán kính đáy bằng 3 cm , chiều cao bằng 9 cm . Người ta rót nước vào cái ly, biết chiều cao của nước trong ly bằng 6 cm (như hình bên). Tính thể tích của nước có trong ly. (Giả sử độ dày của thành ly không đáng kể, lấy $\pi \approx 3,14$ và kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



Lời giải

Ta gọi các điểm O, O', A, A' như hình vẽ:



Ta có: $O'A' // OA \Rightarrow \frac{O'A'}{OA} = \frac{O'S}{OS} \Leftrightarrow \frac{O'A'}{3} = \frac{6}{9} \Leftrightarrow O'A' = 2 \text{ (cm)}.$

Thể tích nước trong ly bằng thể tích khối nón có bán kính đáy bằng 2 cm , chiều cao bằng 6 cm và bằng:

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot 2^2 \cdot 6 = 8\pi \approx 8.3,14 = 25,12 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

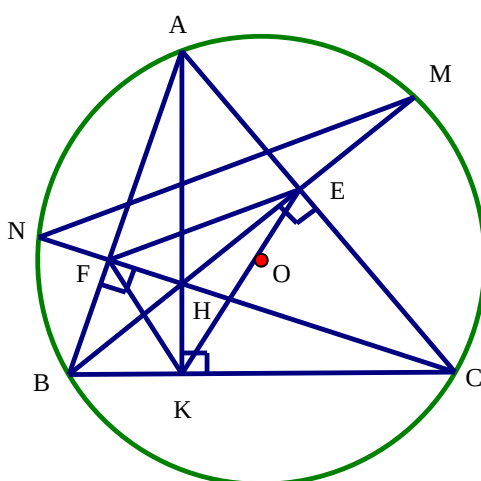
Câu 6. (3,0 điểm) Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn $(O; R)$, có ba đường cao AK, BE và CF cắt nhau tại H .

1. Chứng minh tứ giác $AEHF$ nội tiếp.

2. Hai đường thẳng BE và CF cắt đường tròn (O) lần lượt tại M và N (M khác B ; N khác C). Chứng minh: $MN // EF$.

3. Giả sử hai điểm B, C cố định, điểm A di động trên cung lớn BC của đường tròn (O) (A khác B, C). Tìm vị trí của điểm A sao cho chu vi tam giác KEF đạt giá trị lớn nhất.

Lời giải



1. Chứng minh tứ giác $AEHF$ nội tiếp:

Xét tứ giác $AEHF$, có:
$$\begin{cases} HE \perp AC \text{ (gt)} \Rightarrow \widehat{AEH} = 90^\circ \\ HF \perp AB \text{ (gt)} \Rightarrow \widehat{AFH} = 90^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \widehat{AEH} + \widehat{AFH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ.$$

Vậy tứ giác $AEHF$ nội tiếp đường tròn.

2. Hai đường thẳng BE và CF cắt đường tròn (O) lần lượt tại M và N (M khác B ; N khác C). Chứng minh: $MN \parallel EF$.

$$\text{Xét tứ giác } BCEF, \text{ có: } \begin{cases} BE \perp AC (gt) \Rightarrow \widehat{BEC} = 90^\circ \\ CF \perp AB (gt) \Rightarrow \widehat{BFC} = 90^\circ \end{cases}.$$

Tứ giác $BCEF$ có 2 đỉnh E, F liên tiếp nhau cùng nhìn cạnh BC dưới 1 góc 90° .

$\Rightarrow$ Tứ giác $BCEF$ nội tiếp đường tròn đường kính BC .

$$\Rightarrow \widehat{FEB} = \widehat{BCF} \text{ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung } BF) \text{ hay } \widehat{FEB} = \widehat{BCN}. (1)$$

$$\text{Xét đường tròn } (O) \text{ có: } \widehat{BMN} = \widehat{BCN} \text{ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung } BN). (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2), suy ra } \widehat{BMN} = \widehat{FEB}.$$

Mà 2 góc này ở vị trí đồng vị $\Rightarrow MN \parallel EF$. (điều phải chứng minh).

3. Giả sử hai điểm B, C cố định, điểm A di động trên cung lớn BC của đường tròn (O) (A khác B, C). Tìm vị trí của điểm A sao cho chu vi tam giác KEF đạt giá trị lớn nhất.

Xét đường tròn đường kính BC , có $\widehat{FBE} = \widehat{ECF}$ hay $\widehat{ABM} = \widehat{ACN}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung EF).

$$\Rightarrow \widehat{AM} = \widehat{AN} \Rightarrow AM = AN.$$

Mà $OM = ON = R$ nên OA là đường trung trực của đoạn thẳng MN .

$$\Rightarrow OA \perp MN.$$

Lại có: $MN \parallel EF$ (câu b) $\Rightarrow OA \perp EF$.

Tương tự: $OB \perp FK$; $OC \perp EK$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } S_{\triangle ABC} &= S_{\triangle OEF} + S_{\triangle OFBK} + S_{\triangle OCEK} = \frac{1}{2}OA.EF + \frac{1}{2}OB.FK + \frac{1}{2}OC.EK = \frac{1}{2}R.(EF + FK + EK) \\ &= \frac{1}{2}.R.C_{\triangle KEF} \text{ (trong đó } C_{\triangle KEF} \text{ là chu vi } \triangle KEF). \end{aligned}$$

Khi đó: Chu vi $\triangle KEF$ lớn nhất khi và chỉ khi diện tích $\triangle ABC$ lớn nhất.

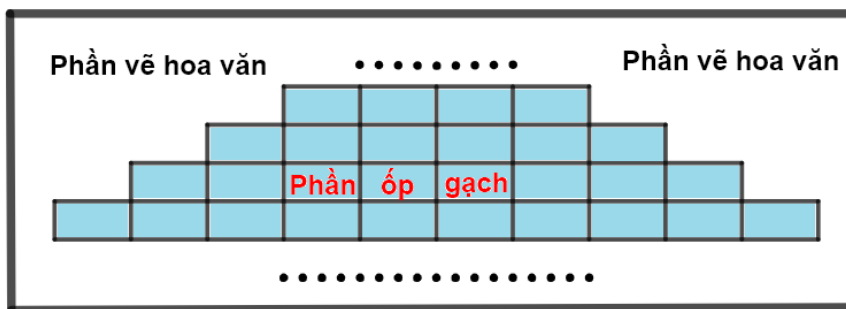
$$\text{Mà } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}.AK.BC.$$

Theo đề bài BC cố định nên $S_{\triangle ABC}$ lớn nhất khi và chỉ khi AK lớn nhất. $\Leftrightarrow A$ là điểm chính giữa cung lớn BC .

Vậy chu vi $\triangle KEF$ lớn nhất khi và chỉ A là điểm chính giữa cung lớn BC .

Câu 7. (0,5 điểm) Ông Bình trang trí một bức tường hình chữ nhật có kích thước $12m \times 3m$ bằng cách ốp gạch và vẽ hoa văn. Ông dùng loại gạch viên hình chữ nhật có kích thước $10cm \times 20cm$ để ốp. Phần gạch được ốp theo cách: Số viên gạch ở hai hàng kề nhau hơn kém nhau 2 viên, biết rằng hàng dưới cùng có 52 viên, hàng trên cùng có 2 viên và giá thành (gồm cả vật tư và công) cho phần ốp gạch là $400.000 \text{ đồng}/m^2$. Giá thành cho phần vẽ hoa văn là $300.000 \text{ đồng}/m^2$.

Tính số tiền ông Bình phải trả để trang trí bức tường đó. (Biết rằng khoảng trống giữa các viên gạch là không đáng kể).



Hình minh họa

Lời giải

Diện tích của bức tường là: $12.3 = 36 (m^2)$.

Diện tích của một viên gạch là: $10.20 = 200 (cm^2) = 0,02 (m^2)$.

Tổng số viên gạch được ốp là: $S = 2 + 4 + 6 + \dots + 52$ (viên).

Số số hạng của dãy tổng trên là: $\frac{52-2}{2} + 1 = 26$ (số).

$$\Rightarrow S = (2 + 52) \cdot \frac{26}{2} = 702 \text{ (viên)}.$$

Diện tích của phần ốp gạch là: $702 \cdot 0,02 = 14,04 (m^2)$.

Diện tích phần vẽ hoa văn là: $36 - 14,04 = 21,96 (m^2)$.

Số tiền ông Bình phải trả để trang trí bức tường đó là:

$$21,96.300\,000 + 14,04.400\,000 = 12\,204\,000 \text{ (đồng)}.$$

---Hết---

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề thi có 02 trang)

Môn thi: Toán (không chuyên)
Ngày thi: 21/6/2022
Thời gian : 120 phút

Bài 1.(1,0 điểm)

- a) Tính giá trị của biểu thức $A = 2\sqrt{40\sqrt{12}} - 2\sqrt{\sqrt{75}} - 3\sqrt{5\sqrt{48}}$
- b) Rút gọn biểu thức $Q = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{x+6\sqrt{x}+9}{9-x} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 9 \end{cases}$

Bài 2.(1,0 điểm)

- a) Giải phương trình : $2x^2 - x - 15 = 0$
- b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{x}{1-x} + \frac{y}{y+1} = 3 \\ \frac{3x}{1-x} - \frac{y}{y+1} = 1 \end{cases}$$

Bài 3.(1,5 điểm) Cho hai đường thẳng $(d_1): y = (m+1)x + 2$ (m là tham số) và

$(d_2): y = -\frac{1}{2}x - \frac{4}{3}$

- a) Tìm m để hai đường thẳng (d_1) và (d_2) cắt nhau
- b) Cho $m = -4$, hãy vẽ hai đường thẳng (d_1) và (d_2) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy và tìm tọa độ giao điểm của chúng

Bài 4. (1,5 điểm) Ngày của Cha hay còn gọi là Father's Day là ngày để con bày tỏ lòng biết ơn và hiếu thảo đối với cha mình. Tương tự như Ngày của Mẹ, ngày của Cha cũng không cố định cụ thể mà được quy ước chọn ngày chủ nhật tuần thứ 3 của tháng 6 hàng năm. Nhân dịp lễ “Ngày của Cha - 19/6/2022”, siêu thị A đã giảm giá 18% cho mỗi đôi giày và 20% cho mỗi chiếc cà vạt. Bạn Duy đã dùng 834 700 đồng để mua một đôi giày và một chiếc cà vạt ở siêu thị A làm quà tặng ba của mình; Duy tính nhầm: cùng ở siêu thị A, cùng số lượng, cùng mẫu mã nhưng nếu mua vào ngày 18/6/2022 (ngày mà siêu thị A không có khuyến mãi giảm giá các mặt hàng) thì chỉ với số tiền tiết kiệm được là 1 025 000 đồng bạn ấy không đủ tiền để mua hai món hàng này. Em hãy cho biết, bạn Duy tính nhầm như vậy có đúng không? Biết rằng, nếu không giảm giá thì tiền mua mỗi đôi giày gấp 11 lần tiền mua mỗi chiếc cà vạt.

Bài 5.(1,5 điểm) Cho phương trình $x^2 + kx + 2 = 0$ (k là tham số)

- a) Tìm k để phương trình có nghiệm kép, tìm nghiệm kép đó
- b) Tìm k để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2 > 23$

Bài 6.(3,5 điểm) Cho điểm A nằm ngoài đường tròn $(O; R)$ (B, C là hai tiếp điểm), tia AO cắt BC tại I . Điểm H thuộc đoạn thẳng BI (H khác B và H khác I). Đường thẳng d vuông góc với OH tại H , d cắt AB, AC lần lượt tại P và Q

- a) Chứng minh tứ giác $OHBP$ nội tiếp đường tròn
- b) Chứng minh rằng $OP = OQ$
- c) Khi H là trung điểm của đoạn thẳng BI , tính độ dài đoạn thẳng BC và diện tích của ΔOPQ theo R

ĐÁP ÁN

Bài 1.(1,0 điểm)

c) **Tính giá trị của biểu thức** $A = 2\sqrt{40\sqrt{12}} - 2\sqrt{\sqrt{75}} - 3\sqrt{5\sqrt{48}}$

$$\begin{aligned} A &= 2\sqrt{40\sqrt{12}} - 2\sqrt{\sqrt{75}} - 3\sqrt{5\sqrt{48}} \\ &= 2\sqrt{40 \cdot 2\sqrt{3}} - 2\sqrt{5\sqrt{3}} - 3\sqrt{5 \cdot 4\sqrt{3}} \\ &= 2 \cdot 4\sqrt{5\sqrt{3}} - 2\sqrt{5\sqrt{3}} - 3 \cdot 2\sqrt{5\sqrt{3}} = -2\sqrt{5\sqrt{3}} \end{aligned}$$

d) **Rút gọn biểu thức** $Q = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{x+6\sqrt{x}+9}{9-x} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} \begin{pmatrix} x \geq 0 \\ x \neq 9 \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned} Q &= \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{x+6\sqrt{x}+9}{9-x} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} \begin{pmatrix} x \geq 0 \\ x \neq 9 \end{pmatrix} \\ &= \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}+3) - x - 6\sqrt{x} - 9 - \sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{3\sqrt{x}-9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{3(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{3}{\sqrt{x}+3} \end{aligned}$$

Bài 2.(1,0 điểm)

c) **Giải phương trình** : $2x^2 - x - 15 = 0$

$$2x^2 - x - 15 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 6x + 5x - 15 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x(x-3) + 5(x-3) = 0 \Leftrightarrow (x-3)(2x+5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-\frac{5}{2} \end{cases}$$

d) **Giải hệ phương trình** $\begin{cases} \frac{x}{1-x} + \frac{y}{y+1} = 3 \\ \frac{3x}{1-x} - \frac{y}{y+1} = 1 \end{cases} \quad (x \neq 1; y \neq -1)$

Đặt $\frac{x}{1-x} = a, \frac{y}{y+1} = b$, phương trình thành :

$$\begin{cases} a+b=3 \\ 3a-b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a=4 \\ b=3-a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{1-x}=1 \\ \frac{y}{y+1}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{2} (tm) \\ y=2 \end{cases}$$

Bài 3.(1,5 điểm) Cho hai đường thẳng $(d_1): y = (m+1)x + 2$ (m là tham số) và

$$(d_2): y = -\frac{1}{2}x - \frac{4}{3}$$

c) **Tìm m để hai đường thẳng (d_1) và (d_2) cắt nhau**

$$\text{Để } (d_1), (d_2) \text{ cắt nhau thì } m+1 \neq -\frac{1}{2} \Leftrightarrow m \neq -\frac{3}{2}$$

d) **Cho $m = -4$, hãy vẽ hai đường thẳng (d_1) và (d_2) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy và tìm tọa độ giao điểm của chúng**

Học sinh tự vẽ đồ thị $(d_1), (d_2)$

Ta có phương trình hoành độ giao điểm $(d_1), (d_2)$:

$$-3x + 2 = -\frac{1}{2}x - \frac{4}{3} \Leftrightarrow x = \frac{4}{3} \Rightarrow y = -2$$

Vậy tọa độ giao điểm của (d_1) và (d_2) là $\left(\frac{4}{3}; -2\right)$

Bài 4. (1,5 điểm) Ngày của Cha hay còn gọi là Father's Day là ngày để con bày tỏ lòng biết ơn và hiếu thảo đối với cha mình. Tương tự như Ngày của Mẹ, ngày của Cha cũng không cố định cụ thể mà được quy ước chọn ngày chủ nhật tuần thứ 3 của tháng 6 hàng năm. Nhân dịp lễ “Ngày của Cha - 19/6/2022”, siêu thị A đã giảm giá 18% cho mỗi đôi giày và 20% cho mỗi chiếc cà vạt. Bạn Duy đã dùng 834 700 đồng để mua một đôi giày và một chiếc cà vạt ở siêu thị A làm quà tặng ba của mình; Duy tính nhầm: cùng ở siêu thị A, cùng số lượng, cùng mẫu mã nhưng nếu mua vào ngày 18/6/2022 (ngày mà siêu thị A không có khuyến mãi giảm giá các mặt hàng) thì chỉ với số tiền tiết kiệm được là 1 025 000 đồng bạn ấy không đủ tiền để mua hai món hàng này. Em hãy cho biết, bạn Duy tính nhầm như vậy có đúng không? Biết rằng, nếu không giảm giá thì tiền mua mỗi đôi giày gấp 11 lần tiền

mua mỗi chiếc cà vạt.

Gọi x, y (đồng) lần lượt là số tiền mua giày, cà vạt chưa giảm giá

Theo bài

Vì siêu thị A đã giảm giá 18% cho mỗi đôi giày và 20% cho mỗi chiếc cà vạt. Bạn Duy đã dùng 834 700 đồng để mua một đôi giày và một chiếc cà vạt nên ta có :

$$0,82x + 0,8y = 834700 \quad (1)$$

Vì nếu không giảm giá thì tiền mua mỗi đôi giày gấp 11 lần tiền nên ta có :

$$x - 11y = 0 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có hệ: } \begin{cases} 0,82x + 0,8y = 834700 \\ x - 11y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 935000 \\ y = 85000 \end{cases} \quad (tm)$$

Số tiền Duy mua không giảm giá : $935000 + 85000 = 1020000$ (đồng)

Vì $1020000 < 1025000$ nên Duy nhầm sai

Bài 5. (1,5 điểm) Cho phương trình $x^2 + kx + 2 = 0$ (k là tham số)

c) Tìm k để phương trình có nghiệm kép, tìm nghiệm kép đó

$$x^2 + kx + 2 = 0 \quad (1)$$

Để phương trình (1) có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow k^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow k = \pm 2\sqrt{2}$$

d) Tìm k để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2 > 23$

Để phương trình có nghiệm

$$\Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow k^2 \geq 8 \Leftrightarrow \begin{cases} k \leq -2\sqrt{2} \\ k \geq 2\sqrt{2} \end{cases} \quad (1)$$

Áp dụng định lý Vi-et ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = -k \\ x_1 x_2 = 2 \end{cases}$. Ta có :

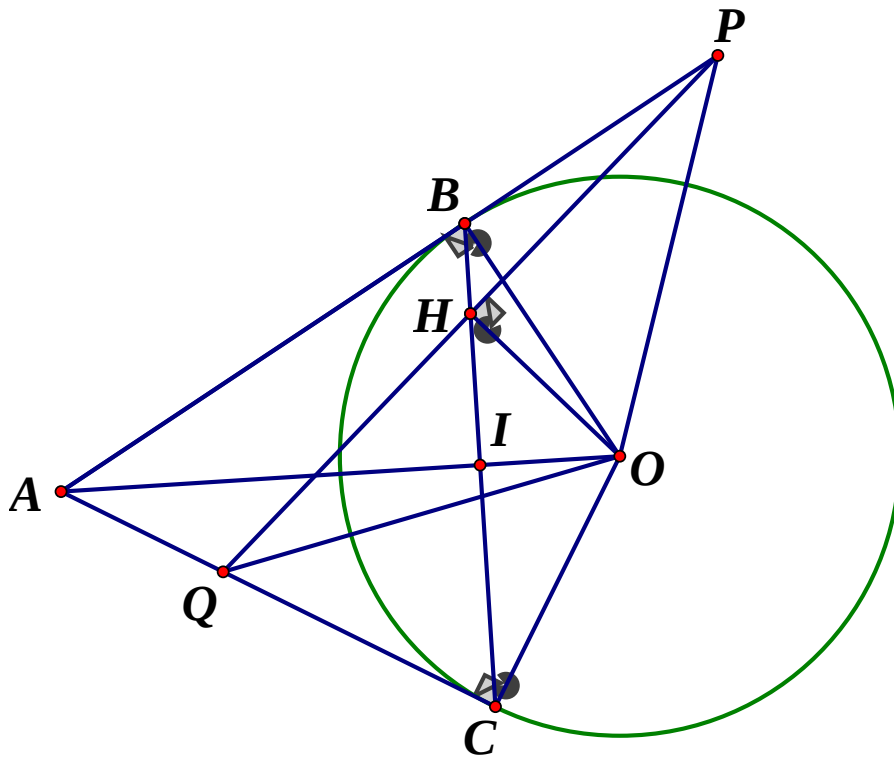
$$\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2 > 23 \Leftrightarrow \frac{x_1^4 + x_2^4}{x_1^2 x_2^2} - 23 > 0 \Leftrightarrow \frac{[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2]^2 - 2(x_1 x_2)^2}{(x_1 x_2)^2} - 23 > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(k^2 - 2.2)^2}{2^2} - 25 > 0 \Leftrightarrow k^4 - 8k^2 + 16 - 100 > 0 \Rightarrow k^4 - 8k^2 - 84 > 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k \geq \sqrt{14} \\ k \leq -\sqrt{14} \end{cases} [2]$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \begin{cases} k \geq \sqrt{14} \\ k \leq -\sqrt{14} \end{cases}$$

Bài 6.(3,5 điểm) Cho điểm A nằm ngoài đường tròn $(O; R)$ (B, C là hai tiếp điểm), tia AO cắt BC tại I . Điểm H thuộc đoạn thẳng BI (H khác B và H khác I). Đường thẳng d vuông góc với OH tại H , d cắt AB, AC lần lượt tại P và Q



d) Chứng minh tứ giác $OHBP$ nội tiếp đường tròn

Ta có : $\angle OHP = \angle OBP = 90^\circ$ (do BP là tiếp tuyến và giả thiết)

Mà B, H là 2 đỉnh liên tiếp cùng nhìn OP dưới 1 góc bằng nhau nên $BPOH$ là tứ giác nội tiếp

e) Chứng minh rằng $OP = OQ$

Ta có $BPOH$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \angle IBO = \angle IDO$ (cùng nhìn HO) (1)

Và $\angle OBI = \angle OCI$ ($\triangle BOC$ cân) (2)

Ta có $\angle QHO + \angle QCO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow QHOC$ là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow \angle OCI = \angle OQH$ (cùng nhìn HO) (3)

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow \angle OPQ = \angle OQP \Rightarrow \triangle POQ$ cân tại $O \Rightarrow OP = OQ$

f) Khi H là trung điểm của đoạn thẳng BI , tính độ dài đoạn thẳng BC và diện tích của $\triangle OPQ$ theo R

$$\sin \angle OAB = \frac{OB}{OA} = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle OAB = 30^\circ \Rightarrow \Delta ABC \text{ đều}$$

$$BC = AB = OA \cdot \cos OAB = R\sqrt{3}; \quad IH = \frac{BI}{2} = \frac{BC}{4} = \frac{R\sqrt{3}}{4}; \quad OI = OB \cdot \cos \angle BOI = R \cdot \cos 60^\circ = \frac{R}{2}$$

$$OH = \sqrt{OI^2 + IH^2} = \sqrt{\frac{R^2}{4} + \frac{3R^2}{16}} = \frac{R\sqrt{7}}{4}$$

$$PH = OH \cdot \tan 60^\circ = \frac{R\sqrt{7}}{4} \cdot \sqrt{3} = \frac{R\sqrt{21}}{4}$$

$$S_{OPQ} = \frac{2PH \cdot OH}{2} = PH \cdot OH = \frac{R\sqrt{21}}{4} \cdot \frac{R\sqrt{7}}{4} = \frac{7R\sqrt{3}}{16} (dvd t)$$

Câu 1. (4,0 điểm)

- a) Thực hiện phép tính: $5\sqrt{9} - \sqrt{36}$.
- b) Hàm số $y = -2x + 3$ đồng biến hay nghịch biến trên $\mathbb{R}$? Tại sao?
- c) Giải phương trình: $2x^2 + 3x - 5 = 0$.
- d) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$

Câu 2. (2,0 điểm) Một ô tô và một xe máy khởi hành cùng một lúc từ thành phố Cao Bằng đến huyện Bảo Lạc, quãng đường dài 135 km. Biết rằng vận tốc của ô tô lớn hơn vận tốc của xe máy 9 km/h và ô tô đến huyện Bảo Lạc trước xe máy 45 phút. Tính vận tốc của mỗi xe.

Câu 3. (1,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A . Biết $AB = 3$ cm, $BC = 3$ cm.

- a) Tính độ dài cạnh AC .
- b) Tính $\sin A$ và $\cos B$?

Câu 4. (2,0 điểm) Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB . Trên nửa đường tròn lấy điểm M không trùng với điểm A sao cho $MA < MB$. Qua M kẻ tiếp tuyến d của nửa đường tròn. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên d và K là hình chiếu vuông góc của M trên AB .

- a) Chứng minh $AHMK$ là tứ giác nội tiếp.
- b) Chứng minh AHK là tam giác cân.

Câu 5. (1,0 điểm) Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + 2m = 0$ (m là tham số)

Giả sử $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình trên. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = x_1^2 + 2(m+1)x_2 + 4x_1x_2.$$

---Hết---

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (3,0 điểm)

- a) Thực hiện phép tính: $5\sqrt{9} - \sqrt{36}$.
- b) Hàm số $y = -2x + 3$ đồng biến hay nghịch biến trên $\mathbb{R}$? Tại sao?
- c) Giải phương trình: $2x^2 + 3x - 5 = 0$.
- d) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$

Lời giải

- a) Thực hiện phép tính: $5\sqrt{9} - \sqrt{36}$.

$$5\sqrt{9} - \sqrt{36} = 5\sqrt{3^2} - \sqrt{6^2} = 5.3 - 6 = 9$$

- b) Hàm số $y = -2x + 3$ đồng biến hay nghịch biến trên $\mathbb{R}$? Tại sao?

Ta có: $a = -2 < 0$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

- c) Giải phương trình: $2x^2 + 3x - 5 = 0$.

Ta có: $a + b + c = 2 + 3 - 5 = 0$ nên phương trình có hai nghiệm là: $x_1 = 1; x_2 = -\frac{5}{2}$.

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = 1; x_2 = -\frac{5}{2}$.

- d) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$.

$$\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 4y = 8 \\ 2x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5y = 5 \\ 2x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ 2x - 1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất: $(x; y) = (2; -1)$.

- Câu 2. (2,0 điểm) Một ô tô và một xe máy khởi hành cùng một lúc từ thành phố Cao Bằng đến huyện Bảo Lạc, quãng đường dài 135 km. Biết rằng vận tốc của ô tô lớn hơn vận tốc của xe máy 9 km/h và ô tô đến huyện Bảo Lạc trước xe máy 45 phút. Tính vận tốc của mỗi xe.

Lời giải

Gọi vận tốc của xe máy là x (km/h) (điều kiện: $x > 0$).

Khi đó vận tốc của ô tô là: $x + 9$ (km/h).

Thời gian Xe máy đi từ Cao Bằng đến Bảo Lạc là: $\frac{135}{x}$ (giờ).

Thời gian Ô tô đi từ Cao Bằng đến Bảo Lạc là: $\frac{135}{x+9}$ (giờ).

Vì Ô tô đến Bảo lạc trước xe máy 45 phút = $\frac{3}{4}$ giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{135}{x} - \frac{135}{x+9} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow 135.4(x+9) - 135.4x = 3x(x+9)$$

$$\Leftrightarrow 540(x+9) - 540x = 3x^2 + 27x$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 27x - 4860 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 9x - 1620 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 36)(x + 45) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 36 \text{ (tm)} \\ x = -45 \text{ (ktm)} \end{cases}$$

Vận tốc của xe máy là 36(km/h); vận tốc của ô tô là 45(km/h).

Câu 3. (1,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A . Biết $AB = 3 \text{ cm}$, $BC = 5 \text{ cm}$.

a) Tính độ dài cạnh AC .

b) Tính $\sin A$ và $\cos B$?

Lời giải

a) Tính độ dài cạnh AC .

Tam giác ABC vuông tại A , Áp dụng định lí Pitago, ta có:

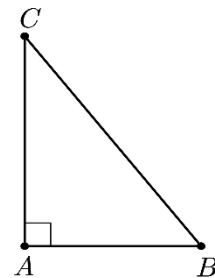
$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$\Rightarrow AC^2 = BC^2 - AB^2$$

$$\Rightarrow AC^2 = 5^2 - 3^2$$

$$\Rightarrow AC^2 = 16$$

$$\Rightarrow AC = 4 \text{ (cm)}.$$



b) Tính $\sin A$ và $\cos B$?

Tam giác ABC vuông tại A , Áp dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông, ta có:

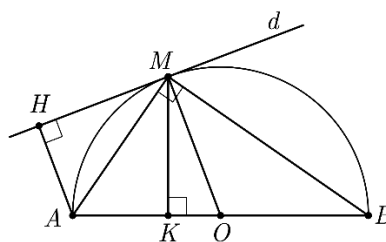
$$\sin A = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5}; \cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5}.$$

Câu 4. (2,0 điểm) Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB . Trên nửa đường tròn lấy điểm M không trùng với điểm A sao cho $MA < MB$. Qua M kẻ tiếp tuyến d của nửa đường tròn. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên d và K là hình chiếu vuông góc của M trên AB .

a) Chứng minh $AHMK$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh AHK là tam giác cân.

Lời giải



a/ Vì H là hình chiếu vuông góc của A trên $d \Rightarrow AH \perp d \Rightarrow AH \perp HM \Rightarrow \widehat{AHM} = 90^\circ$.

K là hình chiếu vuông góc của M trên $AB \Rightarrow \widehat{AKM} = 90^\circ$

Xét tứ giác $AHMK$ có: $\widehat{AHM} + \widehat{AKM} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà hai góc này đối nhau $\Rightarrow AHMK$ là tứ giác nội tiếp (dnhb).

b/ Chứng minh AHK là tam giác cân.

Xét (O) có: $\widehat{ABM} = \widehat{AMH}$ (góc nội tiếp; góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung AM).

Ta có: $\widehat{AMK} = \widehat{ABM}$ (hai góc cùng phụ với $\widehat{BMK}$)

Suy ra $\widehat{AMH} = \widehat{AMK} = \widehat{ABM}$

Xét $\triangle AMH$ và $\triangle AMK$ có:

AM chung

$$\left. \begin{aligned} \widehat{AHM} = \widehat{AKM} = 90^\circ \\ \widehat{AMH} = \widehat{AMK} \text{ (cmt) } \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta AMH = \Delta AMK \text{ (ch - cn)} \Rightarrow AH = AK \text{ (hai cạnh tương ứng)} \\ \Rightarrow \Delta AHK \text{ cân tại } A.$$

Câu 5. (1,0 điểm) Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + 2m = 0$ (m là tham số)

Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình trên. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = x_1^2 + 2(m+1)x_2 + 4x_1x_2.$$

Lời giải

Ta có: $\Delta' = (m+1)^2 - 2m = m^2 + 2m + 1 - 2m = m^2 + 1 > 0, \forall m$ suy ra Phương trình luôn có hai nghiệm x_1, x_2 .

Theo hệ thức Vi - ét, ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1x_2 = 2m \end{cases}$$

Vì x_1 là nghiệm của phương trình nên ta có:

$$x_1^2 - 2(m+1)x_1 + 2m = 0 \Leftrightarrow x_1^2 = 2(m+1)x_1 - 2m$$

Theo đề bài: $P = x_1^2 + 2(m+1)x_2 + 4x_1x_2$

$$= 2(m+1)x_1 - 2m + 2(m+1)x_2 + 4x_1x_2$$

$$= 2(m+1)(x_1 + x_2) - 2m + 4x_1x_2$$

$$= 2(m+1) \cdot 2(m+1) - 2m + 4 \cdot 2m$$

$$= 4(m+1)^2 + 6m = 4(m^2 + 2m + 1) + 6m$$

$$= 4m^2 + 14m + 4$$

$$= (2m)^2 + 2 \cdot 2m \cdot \frac{7}{2} + \frac{49}{4} - \frac{49}{4} + 4 = \left(2m + \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{33}{4}.$$

Vì $\left(2m + \frac{7}{2}\right)^2 \geq 0, \forall m \Rightarrow P \geq \frac{-33}{4}.$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $2m + \frac{7}{2} = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{7}{4} \text{ (tm)}.$

Vậy GTNN của P là $-\frac{33}{4}$ khi $m = -\frac{7}{4}.$

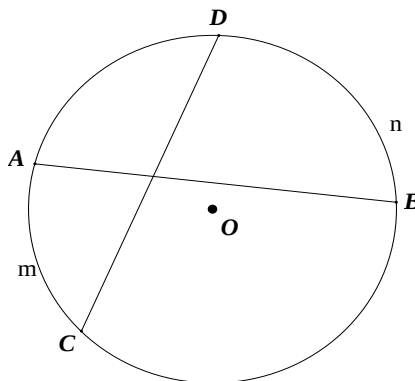
Tuyển sinh vào 10

tỉnh Cần Thơ

Câu 14 hình D

I. Trắc nghiệm (4 điểm)

Câu 1. Cho đường tròn (O) có hai dây AB và CD cắt nhau tại I (như hình vẽ bên dưới), biết $\widehat{AmC} = 50^\circ$, $\widehat{BnD} = 80^\circ$. Số đo của $\widehat{AIC}$ bằng :

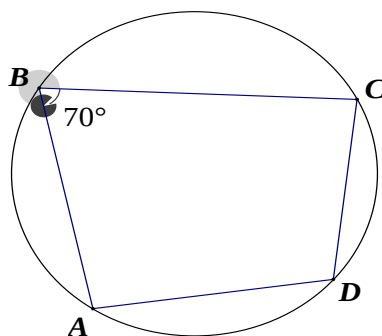


- A. 30° .
- B. 65° .
- C. 130° .
- D. 15° .

Câu 2. Hàm số nào sau đây là hàm số bậc nhất ?

- A. $y = -\frac{1}{x}$.
- B. $y = -3\sqrt{x}$.
- C. $y = -3x + 1$.
- D. $y = -x^2 - 2$.

Câu 3. Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn và $\widehat{ABC} = 70^\circ$. Số đo $\widehat{ADC}$ bằng :



- A. 140° .
- B. 20° .
- C. 70° .
- D. 110° .

Câu 4. Phương trình nào dưới đây là phương trình bậc hai một ẩn ?

- A. $5x^2 - 9x + 4 = 0$.
- B. $x^4 - 9x^2 + 7 = 0$.
- C. $x^3 - 3x - 1 = 0$.
- D. $3x - 5 = 0$.

Câu 5. Tập nghiệm của phương trình $x^2 - 7x + 12 = 0$

- A. $\{-3; 4\}$.
- B. $\{-4; -3\}$.
- C. $\{-4; 3\}$.
- D. $\{3; 4\}$.

Câu 6. Giá trị của biểu thức $2\sqrt{9} - \sqrt[3]{64} + \sqrt{3 \cdot 12}$ bằng

- A. 8.
- B. -4.
- C. -8.
- D. 4.

Câu 7. Diện tích của hình tròn có bán kính 12 cm là :

- A. $1728\pi \text{ cm}^2$.
- B. $36\pi \text{ cm}^2$.
- C. $144\pi \text{ cm}^2$.
- D. $12\pi \text{ cm}^2$.

Câu 8. Diện tích của mặt cầu có bán kính 11cm là :

- A.** $121\pi \text{ cm}^2$. **B.** $88\pi \text{ cm}^2$. **C.** $1331\pi \text{ cm}^2$. **D.** $484\pi \text{ cm}^2$.

Câu 9. Hàm số nào dưới đây là hàm số bậc hai ?

- A.** $y = 4\sqrt{x}$. **B.** $y = \frac{5}{x}$. **C.** $y = \frac{3}{4}x^2$. **D.** $y = 3x + 2$.

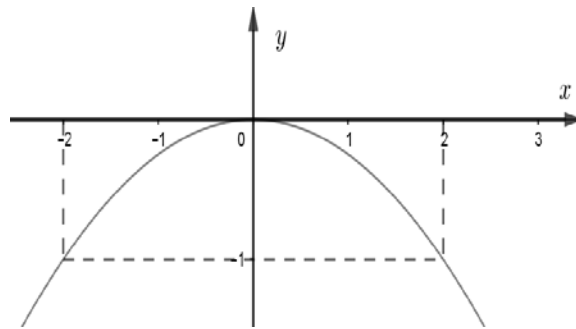
Câu 10. Điều kiện của x để biểu thức $\sqrt{3x-6}$ có nghĩa là

- A.** $x < 2$. **B.** $x > 2$. **C.** $x \leq 2$. **D.** $x \geq 2$.

Câu 11. Cặp số $(2, -3)$ là nghiệm của của hệ phương trình nào dưới đây ?

- A.** $\begin{cases} x - y = 5 \\ x + 4y = -10 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 5x - 4y = -2 \end{cases}$
- C.** $\begin{cases} x - 3y = 7 \\ 2x - 3y = 5 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} 3x + 7y = 5 \\ 4x + 5y = -2 \end{cases}$

Câu 12. Cho hàm số $y = ax^2$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới

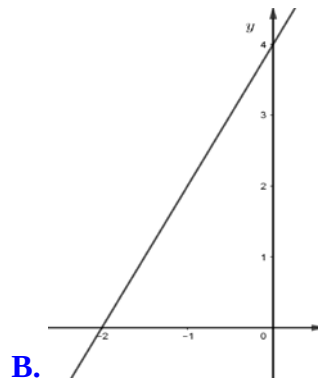
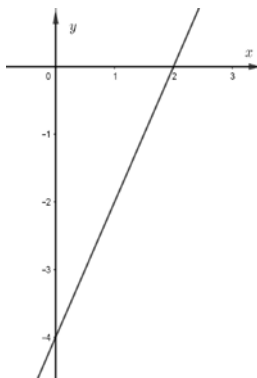


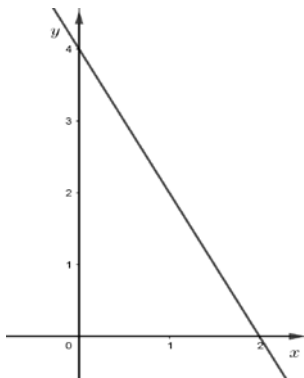
- A.** $y = -x^2$. **B.** $y = x^2$. **C.** $y = -\frac{1}{4}x^2$. **D.** $y = \frac{1}{4}x^2$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\begin{cases} 2x + 5y = 11 \\ x - y = -5 \end{cases}$ là

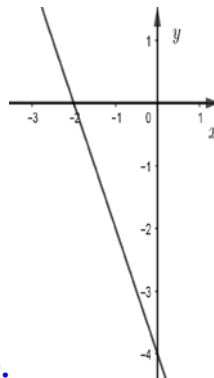
- A.** $(-3; -2)$. **B.** $(-2; 3)$ **C.** $(2; -3)$. **D.** $(3; -2)$.

Câu 14. Hàm số $y = -2x + 4$ có đồ thị là hình vẽ nào dưới đây ?





C.



D.

Câu 15. Cho hàm số $y = ax + 3$ có đồ thị đi qua điểm $A(-2; -1)$. Giá trị hệ số a bằng ?

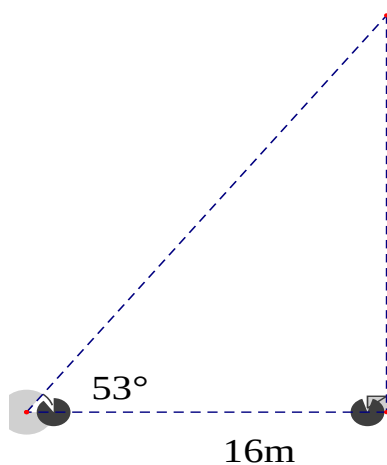
A. 2.

B. -1.

C. 1.

D. -2.

Câu 16. Một tòa tháp có bóng trên mặt đất dài $16m$, biết rằng góc tạo bởi tia nắng mặt trời với mặt đất là 53° (minh họa như hình vẽ bên dưới). Chiều cao của tòa tháp (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai) bằng



A. 21,23m.

B. 12,06.

C. 12,78m.

D. 20,03m.

Câu 17. Tọa độ giao điểm của đường thẳng $(d): y = 5x - 4$ và parabol $(P): y = x^2$ là

A. $(-1; 1)$ và $(-4; 16)$.B. $(1; 1)$ và $(4; 16)$.C. $(-1; 1)$ và $(4; 16)$.D. $(1; 1)$ và $(-4; 16)$.

Câu 18. Thể tích hình nón có đường kính của đường tròn đáy bằng $14cm$ và độ dài đường cao bằng $9cm$ là :

A. $588\pi \text{ cm}^3$.B. $441\pi \text{ cm}^3$.C. $63\pi \text{ cm}^3$.D. $147\pi \text{ cm}^3$.

Câu 19. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 7x + 6 = 0$. Giá trị biểu thức $x_1 + x_2 + x_1x_2$ bằng

A. -13.

B. 13.

C. -1.

D. 1.

Câu 20. Hai bạn Lam và Trân đến nhà sách mua bút lông viết bảng và bút bi. Số tiền mà Lam phải trả khi mua 1 hộp bút lông và 4 hộp bút bi là 318 000 đồng. Giá tiền của một hộp bút lông và một hộp bút bi lần lượt là

A. 150 000 đồng và 32 000 đồng.

B. 142 000 đồng và 44 000 đồng.

C. 44 000 đồng và 142 000 đồng.

D. 178 000 đồng và 35 000 đồng.

II. Tự luận (6 điểm)

Câu 1. (1,0 điểm) Giải phương trình và hệ phương trình sau :

a) $2x^2 - 3x - 2 = 0$

b)
$$\begin{cases} 3x - y = 11 \\ x + 3y = -3 \end{cases}$$

Câu 2. (1,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức $P = \frac{1}{3 - 2\sqrt{2}} - \frac{4\sqrt{2} - 4}{2 - \sqrt{2}}$

b) Vẽ đồ thị hàm số $y = x^2$

Câu 3. (1,5 điểm)

a) Anh Thuận đến cửa hàng điện máy mua 1 máy lạnh và một máy giặt để sử dụng trong gia đình. Khi đến mua hàng thì giá tiền của 1 máy lạnh tăng thêm 15% và giá tiền của 1 máy giặt giảm bớt 20% so với giá niêm yết. Vì vậy, anh Thuận thanh toán tổng cộng 19 400 000 đồng khi mua hai món hàng trên. Biết rằng theo giá niêm yết của cửa hàng, tổng giá tiền 2 máy lạnh nhiều hơn tổng giá tiền của 3 máy giặt là 3 000 000 đồng. Hỏi giá tiền niêm yết của 1 máy lạnh và 1 máy giặt là bao nhiêu?

b) Tìm giá trị của tham số m sao cho phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - 2m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = x_1 + x_2 + 8$

Câu 3. (2,5 điểm) Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm K nằm ngoài đường tròn. Từ điểm K vẽ các tiếp

tuyến KA, KB với A, B là các tiếp điểm; qua K vẽ đường thẳng cắt đường tròn (O) tại hai điểm E và D sao cho $KD < KE$, A và O nằm khác phía so với đường thẳng EK .

a) Chứng minh tứ giác $KAOB$ nội tiếp và OK vuông góc với AB .

b) Gọi H là giao điểm của OK và AB . Chứng minh $KD \cdot KE = KH \cdot KO$.

c) Vẽ đường kính AI của đường tròn (O) , các tia ID và IE cắt tia KO lần lượt tại M và N .

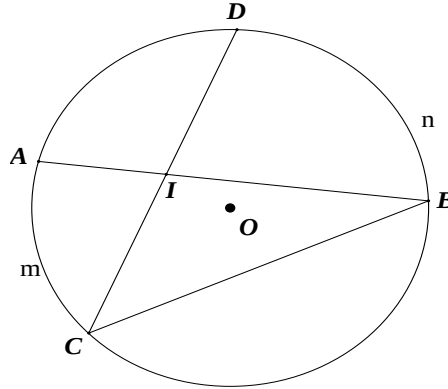
Chứng minh $\widehat{DHE} = \widehat{DOE}$ và $OM = ON$

---Hết---

LỜI GIẢI

I. Trắc nghiệm (7 điểm)

Câu 1. Cho đường tròn (O) có hai dây AB và CD cắt nhau tại I (như hình vẽ bên dưới), biết $\widehat{AmC} = 50^\circ$, $\widehat{BnD} = 80^\circ$. Số đo của $\widehat{AIC}$ bằng :

A. 30° .**B. 65° .**C. 130° .D. 15° .**Lời giải**

Ta có : $\widehat{AIC}$ là góc có đỉnh bên trong đường tròn nên

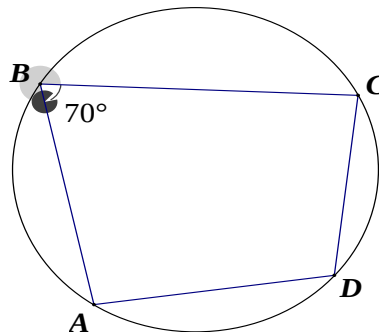
$$\widehat{AIC} = \frac{\widehat{AmC} + \widehat{BnD}}{2} = \frac{50^\circ + 80^\circ}{2} = 65^\circ.$$

Câu 2. Hàm số nào sau đây là hàm số bậc nhất ?

A. $y = -\frac{1}{x}$.B. $y = -3\sqrt{x}$.**C. $y = -3x + 1$.**D. $y = -x^2 - 2$.**Lời giải**

Hàm số bậc nhất một ẩn có dạng $y = ax + b$ nên ta chọn câu C

Câu 3. Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn và $\widehat{ABC} = 70^\circ$. Số đo $\widehat{ADC}$ bằng :

A. 140° .B. 20° .C. 70° .**D. 110° .****Lời giải**

Vì tứ giác ABCD nội tiếp (hình trên) nên $\widehat{ABC} + \widehat{ADC} = 180^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{ADC} = 180^\circ - \widehat{ABC} = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

Câu 4. Phương trình nào dưới đây là phương trình bậc hai một ẩn ?

A. $5x^2 - 9x + 4 = 0$.

B. $x^4 - 9x^2 + 7 = 0$.

C. $x^3 - 3x - 1 = 0$.

D. $3x - 5 = 0$.

Lời giải

Hàm số bậc nhất một ẩn có dạng $y = ax^2 + bx + c$ nên ta chọn câu A

Câu 5. Tập nghiệm của phương trình $x^2 - 7x + 12 = 0$

A. $\{-3; 4\}$.

B. $\{-4; -3\}$.

C. $\{-4; 3\}$.

D. $\{3; 4\}$.

Lời giải

Giải phương trình $x^2 - 7x + 12 = 0$

Xét $\Delta = b^2 - 4ac = 1$, Vậy theo công thức nghiệm ta có : $\begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = 4 \end{cases}$

Câu 6. Giá trị của biểu thức $2\sqrt{9} - \sqrt[3]{64} + \sqrt{3 \cdot 12}$ bằng

A. 8.

B. -4.

C. -8.

D. 4.

Lời giải

Thực hiện biến đổi $2\sqrt{9} - \sqrt[3]{64} + \sqrt{3 \cdot 12} = 2 \cdot 3 - 4 + 6 = 8$

Câu 7. Diện tích của hình tròn có bán kính 12 cm là :

A. $1728\pi \text{ cm}^2$.

B. $36\pi \text{ cm}^2$.

C. $144\pi \text{ cm}^2$.

D. $12\pi \text{ cm}^2$.

Lời giải

Diện tích đường tròn là : $S = \pi R^2 = \pi 12^2 = 144\pi \text{ cm}^2$

Câu 8. Diện tích của mặt cầu có bán kính 11cm là :

A. $121\pi \text{ cm}^2$.

B. $88\pi \text{ cm}^2$.

C. $1331\pi \text{ cm}^2$.

D. $484\pi \text{ cm}^2$.

Lời giải

Diện tích mặt cầu là : $S = 4\pi R^2 = 4\pi 11^2 = 484\pi \text{ cm}^2$

Câu 9. Hàm số nào dưới đây là hàm số bậc hai ?

A. $y = 4\sqrt{x}$.

B. $y = \frac{5}{x}$.

C. $y = \frac{3}{4}x^2$.

D. $y = 3x + 2$.

Lời giải

Hàm số bậc hai có dạng $y = ax^2 + bx + c$

Câu 10. Điều kiện của x để biểu thức $\sqrt{3x - 6}$ có nghĩa là

A. $x < 2$.

B. $x > 2$.

C. $x \leq 2$.

D. $x \geq 2$.

Lời giải

Điều kiện để biểu thức có nghĩa là $3x - 6 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$

Câu 11. Cặp số $(2, -3)$ là nghiệm của của hệ phương trình nào dưới đây ?

A. $\begin{cases} x - y = 5 \\ x + 4y = -10 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 5x - 4y = -2 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x - 3y = 7 \\ 2x - 3y = 5 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} 3x + 7y = 5 \\ 4x + 5y = -2 \end{cases}$.

Lời giải

Có hai cách để xác định đáp án :

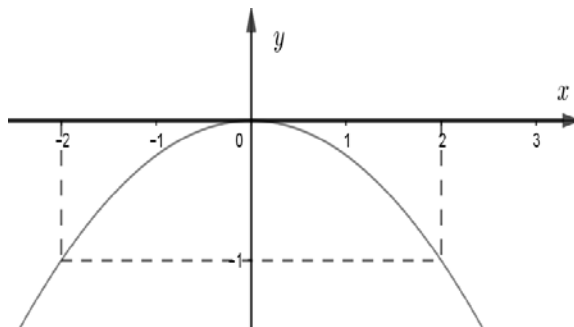
Cách 1 : Tiến hành giải từng đáp án , ta có $(2; -3)$ là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x - y = 5 \\ x + 4y = -10 \end{cases}$$

Cách 2 : Thay $x = 2, y = -3$ vào các đáp án và chọn đáp án thỏa mãn ta thấy hệ phương trình

$$\begin{cases} x - y = 5 \\ x + 4y = -10 \end{cases} \text{ thỏa mãn yêu cầu}$$

Câu 12. Cho hàm số $y = ax^2$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



A. $y = -x^2$.

B. $y = x^2$.

C. $y = -\frac{1}{4}x^2$.

D. $y = \frac{1}{4}x^2$.

Lời giải

Ta thấy đồ thị hàm số $y = ax^2$ (*) đi qua 2 điểm $(-2; -1)$ và $(2; -1)$ thay vào (*) ta có :

$$4a = -1 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{4}$$

Vậy đồ thị hàm số có dạng $y = -\frac{1}{4}x^2$

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\begin{cases} 2x + 5y = 11 \\ x - y = -5 \end{cases}$ là

A. $(-3; -2)$.

B. $(-2; 3)$

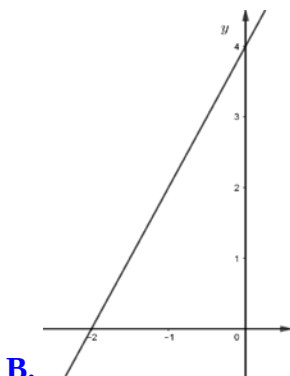
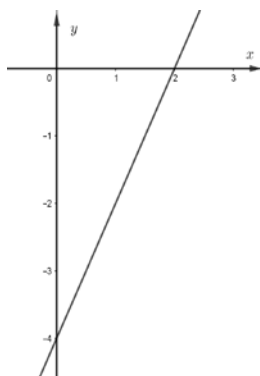
C. $(2; -3)$.

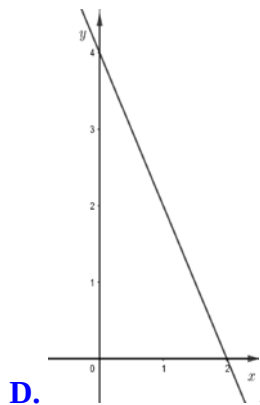
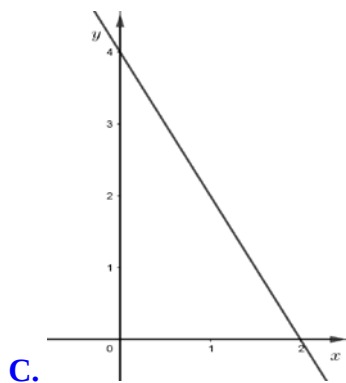
D. $(3; -2)$.

Lời giải

$$\text{Thực hiện giải hệ phương trình : } \begin{cases} 2x + 5y = 11 \\ x - y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(-5 + y) + 5y = 11 \\ x = -5 + y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases}$$

Câu 14. Hàm số $y = -2x + 4$ có đồ thị là hình vẽ nào dưới đây ?





Lời giải

Ta chọn 2 điểm $A(0; y)$ và $B(x; 0) \in y = -2x + 4$ (*)

Thay $A(0; y)$ vào (*) ta có : $y = 0 \cdot (-2) + 4 = 4$ vậy điểm $A(0; 4)$

Thay $B(x; 0)$ vào (*) ta có : $-2x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ vậy điểm $B(2; 0)$

Câu 15. Cho hàm số $y = ax + 3$ có đồ thị đi qua điểm $A(-2; -1)$. Giá trị hệ số a bằng ?

A. 2.

B. -1.

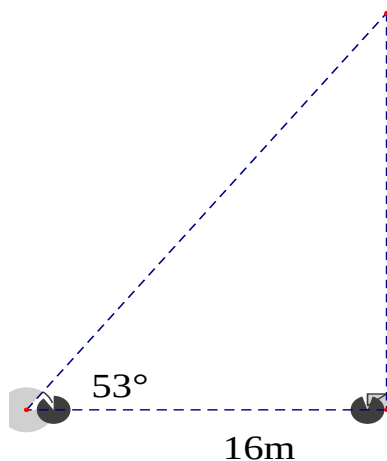
C. 1.

D. -2.

Lời giải

Do hàm số $y = ax + 3$ đi qua điểm $A(-2; -1)$ nên ta có : $-1 = -2a + 3 \Leftrightarrow a = 2$

Câu 16. Một tòa tháp có bóng trên mặt đất dài 16m, biết rằng góc tạo bởi tia nắng mặt trời với mặt đất là 35° (minh họa như hình vẽ bên dưới). Chiều cao của tòa tháp (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai) bằng



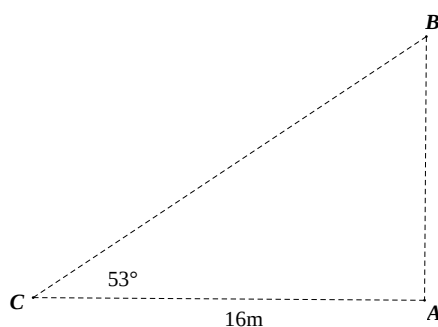
A. 21,33m.

B. 12,06.

C. 12,78m.

D. 20,03m.

Lời giải



Gọi AB là chiều cao cần tìm của tòa tháp. Có $AB = AC \tan 53 = 16 \cdot \tan 53 \approx 21,23$

Câu 17. Tọa độ giao điểm của đường thẳng $(d): y = 5x - 4$ và parabol $(P): y = x^2$ là

A. $(-1;1)$ và $(-4;16)$.

B. $(1;1)$ và $(4;16)$.

C. $(-1;1)$ và $(4;16)$.

D. $(1;1)$ và $(-4;16)$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm (d) và (P) là: $5x - 4 = x^2 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 1 \end{cases}$

* Thay $x = 1$ vào $(P): y = x^2 \Rightarrow y = 1$

* Thay $x = 4$ vào $(P): y = x^2 \Rightarrow y = 4^2 = 16$

Câu 18. Thể tích hình nón có đường kính của đường tròn đáy bằng 14cm và độ dài đường cao bằng 9cm là :

A. $588\pi \text{ cm}^3$.

B. $441\pi \text{ cm}^3$.

C. $63\pi \text{ cm}^3$

D. $147\pi \text{ cm}^3$.

Lời giải

Xét đường tròn đáy có: $d = 14 \Rightarrow R = \frac{14}{2} = 7$

Ta có thể tích hình nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h = \frac{1}{3}\pi \cdot 7^2 \cdot 9 = 147\pi \text{ cm}^3$

Câu 19. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 7x + 6 = 0$. Giá trị biểu thức $x_1 + x_2 + x_1x_2$ bằng

A. -13 .

B. 13 .

C. -1 .

D. 1 .

Lời giải

Cách 1 : Thực hiện giải phương trình $x^2 - 7x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 6 \\ x_2 = 1 \end{cases}$

Gọi $A = x_1 + x_2 + x_1x_2 = 6 + 1 + 6 \cdot 1 = 13$

Cách 2 : Xét $\Delta = 7^2 - 4 \cdot 6 = 25 > 0$

Lập biểu thức Viet : $\begin{cases} x_1 + x_2 = S = -\frac{b}{a} = 7 \\ x_1x_2 = P = \frac{c}{a} = 6 \end{cases}$

$A = x_1 + x_2 + x_1x_2 = S + P = 7 + 6 = 13$

Câu 20. Hai bạn Lam và Trân đến nhà sách mua bút lông viết bảng và bút bi. Số tiền mà Lam phải trả khi mua 1 hộp bút lông và 4 hộp bút bi là 318000 đồng. Giá tiền của một hộp bút lông và một hộp bút bi lần lượt là

A. 150 000 đồng và 32 000 đồng.

B. 142 000 đồng và 44 000 đồng.

C. 44 000 đồng và 142 000 đồng.

D. 178 000 đồng và 35 000 đồng.

Lời giải

Gọi x là giá tiền mua một hộp bút lông và y là giá tiền mua hộp bút bi, theo đề bài ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + 4y = 318000 \\ 3x + 2y = 514000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 142000 \\ y = 44000 \end{cases}$$

II. Tự luận (3 điểm)

Câu 1. (1,0 điểm) Giải phương trình và hệ phương trình sau :

a) $2x^2 - 3x - 2 = 0$

b) $\begin{cases} 3x - y = 11 \\ x + 3y = -3 \end{cases}$

Lời giải

a) $2x^2 - 3x - 2 = 0$

Ta có : $\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4(-2)(2) = 25 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3 + \sqrt{25}}{2 \cdot 2} = 2 \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3 - \sqrt{25}}{2 \cdot 2} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{ -\frac{1}{2}; 2 \right\}$

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x - y = 11 \\ x + 3y = -3 \end{cases}$

Cách 1 :

$$\begin{cases} 3x - y = 11 \\ x + 3y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 11 \\ x + 3(3x - 11) = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$$

Cách 2 :

$$\begin{cases} 3x - y = 11 \\ x + 3y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y = 11 & (1) \\ 3x + 9y = -9 & (2) \end{cases}$$

Lấy (1) - (2) ta có : $-10y = 20 \Leftrightarrow y = -2$, thay vào (1) ta có $3x + 2 = 11 \Leftrightarrow x = 3$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là $(x; y) = (3; -2)$

Câu 2. (1,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức $P = \frac{1}{3 - 2\sqrt{2}} - \frac{4\sqrt{2} - 4}{2 - \sqrt{2}}$

b) Vẽ đồ thị hàm số $y = x^2$

Lời giải

a) $P = \frac{1}{3 - 2\sqrt{2}} - \frac{4\sqrt{2} - 4}{2 - \sqrt{2}}$

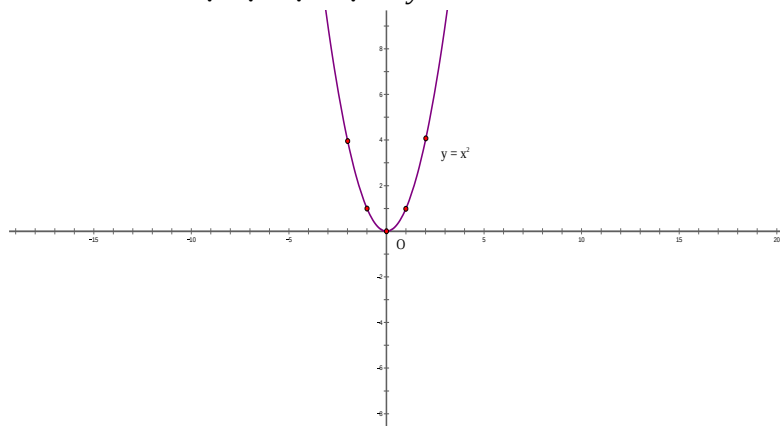
$$P = \frac{1}{3-2\sqrt{2}} - \frac{4\sqrt{2}-4}{2-\sqrt{2}} = \frac{3+2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})} - \frac{4(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}$$

$$= \frac{3+2\sqrt{2}}{9-8} - 2\sqrt{2} = 3+2\sqrt{2}-2\sqrt{2} = 3$$

b) Để vẽ đồ thị hàm số $y = x^2$ ta cần lập bảng giá trị :

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

Tiến hành vẽ các điểm trên lên hệ trục tọa độ Oxy.



Câu 3. (1,5 điểm)

a) Anh Thuận đến cửa hàng điện máy mua 1 máy lạnh và một máy giặt để sử dụng trong gia đình. Khi đến mua hàng thì giá tiền của 1 máy lạnh tăng thêm 15% và giá tiền của 1 máy giặt giảm bớt 20% so với giá niêm yết. Vì vậy, anh Thuận thanh toán tổng cộng 19 400 000 đồng khi mua hai món hàng trên. Biết rằng theo giá niêm yết của cửa hàng, tổng giá tiền 2 máy lạnh nhiều hơn tổng giá tiền của 3 máy giặt là 3 000 000 đồng. Hỏi giá tiền niêm yết của 1 máy lạnh và 1 máy giặt là bao nhiêu?

b) Tìm giá trị của tham số m sao cho phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - 2m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = x_1 + x_2 + 8$

Lời giải

Gọi giá niêm yết của máy lạnh là x (đồng) ($x > 0$)

Giá niêm yết của máy giặt là y (đồng) ($y > 0$)

Giá tiền của máy lạnh khi tăng thêm 15% so với giá niêm yết là : $x + x.15\% = 1,15x$ (đồng)

Giá tiền của máy giặt khi giảm bớt 20% so với giá niêm yết là : $y - y.20\% = 0,8y$ (đồng)

Anh Thuận thanh toán tổng cộng 19 400 000 đồng khi mua hai món hàng trên nên ta có :

$$1,15x + 0,8y = 19400000 \quad (1)$$

Tổng giá tiền 2 máy lạnh nhiều hơn tổng giá tiền của 3 máy giặt là 3 000 000 đồng nên ta có :

$$2x - 3y = 3000000 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} 1,15x + 0,8y = 19400000 \\ 2x - 3y = 3000000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12000000 \\ y = 7000000 \end{cases}$$

Vậy giá niêm yết của máy lạnh là 12 000 000 (đồng) và của máy giặt là 7 000 000 (đồng)

b) $x^2 - 2mx + m^2 - 2m + 2 = 0$

Ta có : $\Delta' = m^2 - m^2 + 2m - 2 = 2m - 2$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 2m - 2 > 0 \Leftrightarrow m > 1$

Theo hệ thức Viet ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = m^2 - 2m + 2 \end{cases}$

Theo giả thuyết ta có :

$$x_1^2 + x_2^2 = x_1 + x_2 + 8 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = x_1 + x_2 + 8$$

Thay vào ta có :

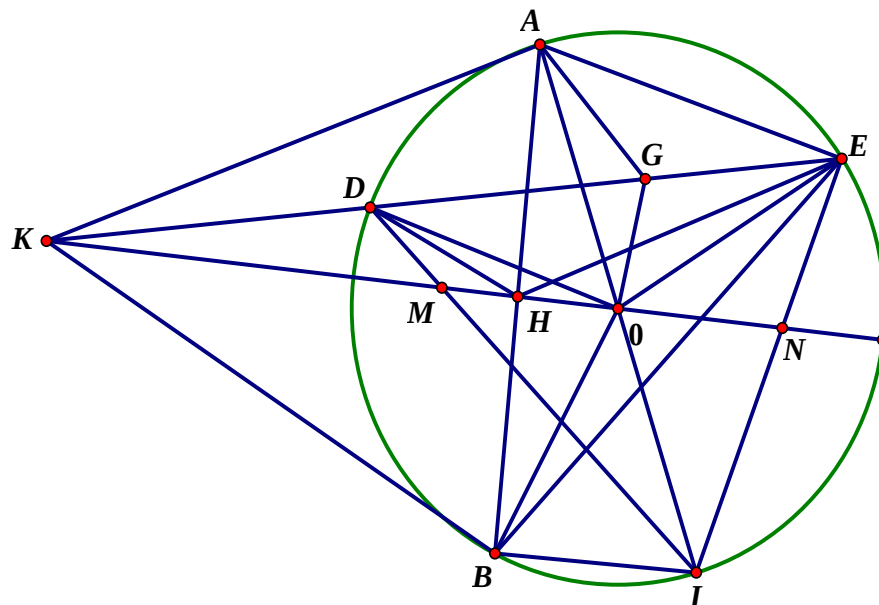
$$\begin{aligned} (2m)^2 - 2.(m^2 - 2m + 2) &= 2m + 8 \\ \Leftrightarrow 4m^2 - 2m^2 + 4m - 4 - 2m - 8 &= 0 \\ \Leftrightarrow 2m^2 + 2m - 12 &= 0 \quad (*) \\ \Leftrightarrow m^2 + m - 6 &= 0 \end{aligned}$$

Ta có $\Delta_m = 1 - 4(-6) = 25 > 0$ nên phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt $\begin{cases} m_1 = 2 \\ m_2 = -3(l) \end{cases}$

Vậy $m = 2$ thỏa yêu cầu đề bài

- Câu 3. (2,5 điểm)** Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm K nằm ngoài đường tròn. Từ điểm K vẽ các tiếp tuyến KA, KB với A, B là các tiếp điểm; qua K vẽ đường thẳng cắt đường tròn (O) tại hai điểm E và D sao cho $KD < KE$, A và O nằm khác phía so với đường thẳng EK .
- a) Chứng minh tứ giác $KAOB$ nội tiếp và OK vuông góc với AB .
- b) Gọi H là giao điểm của OK và AB . Chứng minh $KD \cdot KE = KH \cdot KO$.
- c) Vẽ đường kính AI của đường tròn (O) , các tia ID và IE cắt tia KO lần lượt tại M và N .
Chứng minh $\widehat{DHE} = \widehat{DOE}$ và $OM = ON$.

Lời giải



a) Xét tứ giác $KAOB$ có :

KA là tiếp tuyến của $(O; R)$ tại $A \Rightarrow \widehat{OAK} = 90^\circ$

KB là tiếp tuyến của $(O; R)$ tại $B \Rightarrow \widehat{OBK} = 90^\circ$

Ta có : $\widehat{OAK} + \widehat{OBK} = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $KAOB$ là tứ giác nội tiếp

Có KA, KB là hai tiếp tuyến (O) nên $KA = KB$ do đó K thuộc đường trung trực của AB .

Mà $OA = OB = R$ nên do đó O thuộc đường trung trực của AB .

Vậy OK là đường trung trực của AB nên OK vuông góc với AB .

b) Do H là giao điểm của OK và AB (gt) nên OK vuông góc với AB

Tam giác AOK vuông tại A có :

$$AK^2 = KO.KH \text{ (hệ thức lượng tròn tam giác vuông) (1)}$$

Xét $(O; R)$ có $\widehat{AED} = \widehat{KAD}$ (góc nội tiếp, góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung $\widehat{AD}$)

$$\Rightarrow \widehat{AEK} = \widehat{KAD}$$

Xét $\triangle AEK$ và $\triangle DAK$ có :

$\widehat{AKE}$ chung

$$\widehat{AEK} = \widehat{KAD} \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle AEK \sim \triangle DAK \text{ (g-g)}$$

$$\Rightarrow \frac{AK}{DK} = \frac{KE}{AK}$$

$$\Rightarrow AK^2 = KD.KE \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow KD.KE = KH.KO$$

c) Chứng minh $\widehat{DHE} = \widehat{DOE}$

$$\text{Có } KD.KE = KH.KO \Rightarrow \frac{KD}{KO} = \frac{KH}{KE}$$

Xét $\triangle KDH$ và $\triangle KOE$ có :

$\widehat{EKO}$ chung

$$\frac{KD}{KO} = \frac{KH}{KE} \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle KDH \sim \triangle KOE \Rightarrow \widehat{KHD} = \widehat{KEO}$$

Xét tứ giác $DHOE$ có : $\widehat{KHD} = \widehat{KEO}$ mà cả hai góc cùng bù $\widehat{DHO}$

$$\Rightarrow \widehat{DHOE} \text{ là tứ giác nội tiếp}$$

$$\Rightarrow \widehat{DHE} = \widehat{DOE} \text{ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung DE)}$$

Chứng minh $OM = ON$.

Vì B thuộc đường tròn $(O; R)$ nên $\widehat{ABI} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$\Rightarrow AB \perp BI$$

Ta có $\begin{cases} KN \perp AB \\ BI \perp AB \end{cases} \Rightarrow KN \parallel BI$ (quan hệ từ vuông góc đến song song)

$\Rightarrow \widehat{NMI} = \widehat{BID}$ (2 góc so le trong)

Xét $(O; R)$ có $\widehat{DIB} = \widehat{BED}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung DE)

Nên $\widehat{BED} = \widehat{NMI}$.

Mà $\widehat{DBE} = \widehat{DIE}$ (cùng chắn $\widehat{DE}$) hay $\widehat{DBE} = \widehat{MIN}$.

Xét $\triangle EBD$ và $\triangle MIN$ có :

$$\begin{cases} \widehat{BED} = \widehat{NMI} \text{ (cmt)} \\ \widehat{DBE} = \widehat{MIN} \text{ (cmt)} \end{cases} \Rightarrow \triangle EBD \sim \triangle MIN (g.g)$$

$$\text{Nên } \frac{DE}{MN} = \frac{DB}{NI} \quad (*)$$

Kẻ OG vuông góc DE $\Rightarrow \widehat{DGO} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{KGO} = 90^\circ$

Mặt khác ta có G là trung điểm DE (quan hệ giữa đường kính và dây cung) $\Rightarrow DE = 2GD$

Xét tứ giác KGOB có $\widehat{KGO} + \widehat{KBO} = 180^\circ$ mà 2 góc này đối nhau nên tứ giác KGOB nội tiếp

$\Rightarrow \widehat{KGB} = \widehat{KOB}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung KB)

Ta có KA, KB là tiếp tuyến của đường tròn $(O; R) \Rightarrow OK$ là tia phân giác $\widehat{AOB}$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow \widehat{AOK} = \widehat{KOB}$

Do đó $\widehat{AOK} = \widehat{KGB}$.

Ta lại có $\widehat{AOK} = \widehat{NOI}$ (đối đỉnh)

Do đó, $\widehat{KGB} = \widehat{NOI}$ hay $\widehat{DGB} = \widehat{NOI}$

Ta có : $\triangle EBD \sim \triangle MIN$ (cmt) $\Rightarrow \widehat{EDB} = \widehat{MNI}$ hay $\widehat{GDB} = \widehat{ONI}$

Xét $\triangle DGB$ và $\triangle NOI$ có :

$$\begin{cases} \widehat{DGB} = \widehat{NOI} \\ \widehat{GDB} = \widehat{ONI} \end{cases} \Rightarrow \triangle DGB \sim \triangle NOI (g.g)$$

$$\Rightarrow \frac{BD}{IN} = \frac{GD}{ON} \quad (**)$$

Từ (*), (**) ta có $\frac{DE}{MN} = \frac{GD}{ON}$

$$\frac{2GD}{MN} = \frac{GD}{ON}$$
$$\Rightarrow MN = 2ON$$

Mà M, N, O thẳng hàng nên O là trung điểm $MN \Rightarrow ON = OM$.

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ ĐÀ NẴNG**

**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM HỌC 2022-2023
MÔN THI: TOÁN**

Thời gian : 120 phút (không tính thời gian giao đề)

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1. (2,0 điểm)

a) Tính $A = \sqrt{9} + \sqrt{16} + 2\sqrt{2} - \sqrt{8}$

b) Rút gọn biểu thức $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{x+1}{x-1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

Bài 2. (1,5 điểm)

Cho hai hàm số $y = -x^2$ và $y = 2x - 3$

a) Vẽ đồ thị của các hàm số này trên cùng một mặt phẳng tọa độ

b) Tìm tọa độ các giao điểm A, B của hai đồ thị đó. Tính diện tích tam giác OAB , với O là gốc tọa độ và đơn vị trên các trục là xentimet

Bài 3. (1,5 điểm)

a) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x - 3y = 5 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$$

b) Một người dự định đi xe máy từ A đến B với vận tốc không đổi. Nhưng sau khi đi được 2 giờ thì xe bị hỏng phải dừng lại 20 phút để sửa chữa. Do đó, để kịp đến B đúng thời gian dự định, người đó phải tăng vận tốc thêm 8km/h . Tính vận tốc ban đầu của xe máy. Biết rằng quãng đường AB dài 160km

Bài 4. (1,5 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x - m^2 - 3 = 0(*)$, với m là tham số

a) Giải phương trình $(*)$ khi $m = 0$

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt

x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + x_2 - 6)^2 (x_2 - 2x_1) = (x_1 x_2 + 7)^2 (x_1 - 2x_2)$

Bài 5. (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và $AB < AC$. Vẽ các đường cao AD, BE, CF của tam giác đó. Gọi H là giao điểm của các đường cao vừa vẽ

a) Chứng minh rằng các tứ giác $AEHF$ và $BFEC$ nội tiếp

b) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AH, BC . Chứng minh rằng $FM \cdot FC = FN \cdot FA$

c) Gọi P, Q lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ M, N đến đường thẳng DF . Chứng minh rằng đường tròn đường kính PQ đi qua giao điểm của FE, MN

ĐÁP ÁN

Bài 1. (2,0 điểm)

c) **Tính** $A = \sqrt{9} + \sqrt{16} + 2\sqrt{2} - \sqrt{8} = 3 + 4 + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 7$ $A = \sqrt{9} + \sqrt{16} + 2\sqrt{2} - \sqrt{8}$

d) **Rút gọn biểu thức** $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{x+1}{x-1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

$$B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{x+1}{x-1} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1) + \sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} : \frac{x+1}{x-1}$$
$$= \frac{x - \sqrt{x} + \sqrt{x} + 1}{x-1} \cdot \frac{x-1}{x+1} = \frac{x+1}{x+1} = 1$$

Bài 2. (1,5 điểm)

Cho hai hàm số $y = -x^2$ và $y = 2x - 3$

c) **Vẽ đồ thị của các hàm số này trên cùng một mặt phẳng tọa độ**

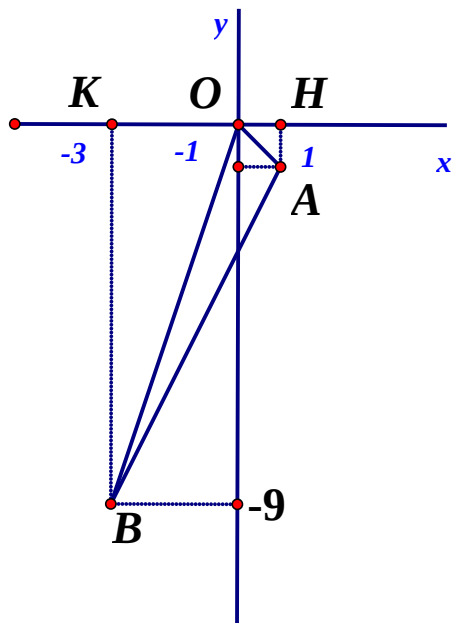
Học sinh tự vẽ đồ thị

d) **Tìm tọa độ các giao điểm A, B của hai đồ thị đó. Tính diện tích tam giác OAB, với O là gốc tọa độ và đơn vị trên các trục là xentimet**

Xét phương trình hoành độ giao điểm :

$$-x^2 = 2x - 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = -1 \\ x = -3 \Rightarrow y = -9 \end{cases} \Rightarrow A(1; -1), B(-3; -9)$$

Ta có hình vẽ sau :



Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B trên trục Ox. Ta có :

$$S_{ABKH} = \frac{(AH + BK) \cdot HK}{2} = \frac{(1+9) \cdot 4}{2} = 20 (cm^2)$$

$$S_{OAH} = \frac{1}{2} OH \cdot BK = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{2} (cm^2)$$

$$S_{OBK} = \frac{1}{2} OK \cdot BK = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 9 = \frac{27}{2} (cm^2)$$

$$\text{Vậy } S_{OAB} = S_{ABKH} - S_{OAH} - S_{OBK} = 20 - \frac{1}{2} - \frac{27}{2} = 6 (cm^2)$$

Bài 3. (1,5 điểm)

c) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x-3y=5 \\ 2x+3y=1 \end{cases}$

$$\text{Ta có : } \begin{cases} x-3y=5 \\ 2x+3y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x=6 \\ y=\frac{1-2x}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y) = (2; -1)$

d) Một người dự định đi xe máy từ A đến B với vận tốc không đổi. Nhưng sau khi đi được 2 giờ thì xe bị hỏng phải dừng lại 20 phút để sửa chữa. Do đó, để kịp đến B đúng thời gian dự định, người đó phải tăng vận tốc thêm 8 km/h . Tính vận tốc ban đầu của xe máy. Biết rằng quãng đường AB dài 160 km

$$20' = \frac{1}{3}h$$

Gọi vận tốc ban đầu của xe máy là $x(\text{km/h}) (x > 0)$

Vận tốc lúc sau là $x+8(\text{km/h})$

Thời gian xe máy dự định đi hết quãng đường AB là $\frac{160}{x}$ (giờ)

Quãng đường xe đi được sau 2 giờ là $2x(\text{km})$

Thời gian xe đi với vận tốc $x+8(\text{km/h})$ là $\frac{160-2x}{x+8}$

Do xe máy đến B đúng thời gian quy định nên ta có phương trình :

$$\frac{160}{x} = 2 + \frac{1}{3} + \frac{160-2x}{x+8} \Leftrightarrow \frac{160x+1280-160x+2x^2}{x^2+8x} = \frac{7}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1280+2x^2}{x^2+8x} = \frac{7}{3} \Leftrightarrow 6x^2+3840=7x^2+56x$$

$$\Leftrightarrow x^2+56x-3840=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=40(\text{tm}) \\ x=-96(\text{ktm}) \end{cases}$$

Vậy vận tốc ban đầu của xe máy là $40(\text{km/h})$

Bài 4. (1,5 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x - m^2 - 3 = 0(*)$, với m là tham số

c) Giải phương trình (*) khi $m=0$

Thay $m=0$ vào phương trình (*) ta có : $x^2 - 2x - 3 = 0$

Phương trình có dạng $a-b+c=0$ nên có hai nghiệm phân biệt $\begin{cases} x=-1 \\ x=3 \end{cases}$

Vậy khi $m=0$ thì $S = \{-1; 3\}$

d) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình (*) có hai nghiệm phân

biệt x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + x_2 - 6)^2 (x_2 - 2x_1) = (x_1 x_2 + 7)^2 (x_1 - 2x_2)$

Ta có :

$$\Delta' = (m+1)^2 - (-m^2 - 3) = 2(m^2 + m + 2) = 2\left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{2} > 0 \text{ (với mọi } m)$$

Vậy phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

Theo hệ thức Vi-et ta có :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \Leftrightarrow x_2 = 2m+2 - x_1 \\ x_1 x_2 = -m^2 - 3 \end{cases} \text{ . Theo giả thiết :}$$

$$(x_1 + x_2 - 6)^2 (x_2 - 2x_1) = (x_1 x_2 + 7)^2 (x_1 - 2x_2)$$

$$\Leftrightarrow (2m-4)^2 (x_2 - 2x_1) = (-m^2 + 4)^2 (x_1 - 2x_2)$$

$$\Leftrightarrow 4(m-2)^2 (x_2 - 2x_1) = (m-2)^2 (m+2)^2 (x_1 - 2x_2)$$

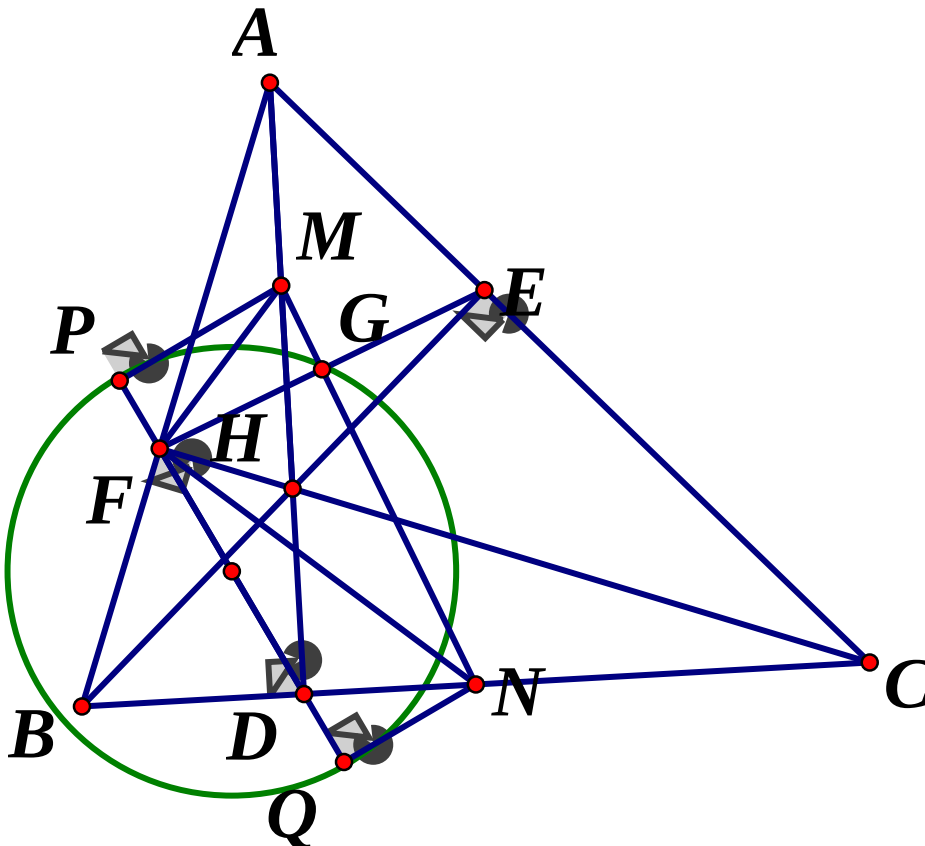
$$\Leftrightarrow (m-2)^2 [4(x_2 - 2x_1) - (m+2)^2 (x_1 - 2x_2)] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ 4(x_2 - 2x_1) - (m+2)^2 (x_1 - 2x_2) = 0 \text{ (PTVN)} \end{cases}$$

Vậy $m = 2$

Bài 5. (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và $AB < AC$. Vẽ các đường cao AD, BE, CF của tam giác đó. Gọi H là giao điểm của các đường cao vừa vẽ



d) Chứng minh rằng các tứ giác AEHF và BFEC nội tiếp

Ta có $\angle AFH = 90^\circ$ (do $CF \perp AB$); $\angle AEH = 90^\circ$ ($BE \perp AC$)

Suy ra $\angle AFH + \angle AEH = 180^\circ$ mà hai góc này đối nhau nên AEHF là tứ giác nội tiếp

e) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AH, BC. Chứng minh rằng

$$FM \cdot FC = FN \cdot FA$$

Tam giác BFC vuông tại F ta có: FN là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền BC

$$\Rightarrow FN = \frac{BC}{2} \quad (1)$$

Tam giác BEC vuông tại E ta có EN là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền BC

$$\Rightarrow EN = \frac{1}{2} BC \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $FN = EN$ (*)

$\triangle AHF$ vuông tại F có FM là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền AH

$$\Rightarrow FM = \frac{1}{2} AH \quad (3)$$

$\triangle AEH$ vuông tại E có EM là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền AH $\Rightarrow EM = \frac{1}{2} AH$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra $FM = ME$ (**)

Từ (*) và (**) ta có MN là đường trung trực EF

Gọi G là giao điểm của MN, EF

Tam giác FME có MG là đường cao đồng thời là đường trung tuyến

$$\Rightarrow \triangle FME \text{ cân tại M có MG là phân giác} \Rightarrow \angle FMG = \frac{1}{2} \angle FME \quad (5)$$

Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác FAEH có :

$$\angle FAE = \frac{1}{2} \angle FME \text{ (góc nội tiếp bằng nửa góc ở tâm chắn cung EF)} \quad (6)$$

Từ (5) và (6) suy ra $\angle FAE = \angle FMG$ hay $\angle FAC = \angle FMN$

Ta có $FM = MH \left(= \frac{1}{2} AH \right) \Rightarrow \triangle FMH$ cân tại M

$\Rightarrow \angle MFH = \angle MHF = \angle DHC$ (vì $\angle MHF = \angle DHC$ là hai góc đối đỉnh)

Ta có : $FN = NC \left(= \frac{1}{2} BC \right) \Rightarrow \triangle FNC$ cân tại N $\Rightarrow \angle NFC = \angle NCF$

Mà $\angle DHC + \angle NCF = 90^\circ$ ($\triangle DHN$ vuông tại D)

Suy ra $\angle MFH + \angle NFC = \angle MFN = 90^\circ$

Xét $\triangle FMN$ và $\triangle FAC$ có:

$$\angle MFN = \angle AFC = 90^\circ, \angle FAC = \angle FMN \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle FMN \sim \triangle FAC \Rightarrow \frac{FM}{FN} = \frac{FA}{FC} \Rightarrow FM \cdot FC = FN \cdot FA \text{ (đpcm)}$$

f) Gọi P, Q lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ M, N đến đường thẳng DF . Chứng minh rằng đường tròn đường kính PQ đi qua giao điểm của FE, MN

Vì $MN \perp EF$ tại G nên $\angle MGF = 90^\circ$

Ta có $MP \perp PQ$ tại P nên $\angle MPF = 90^\circ$

Tứ giác $MPFG$ có : $\angle MGF + \angle MPF = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà hai góc này đối nhau
 $\Rightarrow MPFG$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \angle MGP = \angle MFP$ (cùng nhìn cạnh MP)

Vì $MN \perp EF$ tại $G \Rightarrow \angle FGN = 90^\circ$

Ta có $NQ \perp PQ$ tại $Q \Rightarrow \angle NQF = 90^\circ$

Tứ giác $NQFG$ có :

$\angle FGN + \angle NQF = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà hai góc này đối nhau nên $NQFG$ là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow \angle QGN = \angle QFN$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung QN)

$\Rightarrow \angle MGP + \angle QGN = \angle MFP + \angle QFN$

Mà $\angle MFN = 90^\circ \Rightarrow \angle MFP + \angle QFN = 90^\circ$

$\Rightarrow \angle MGP + \angle QGN = 90^\circ \Rightarrow \angle PGQ = 90^\circ$

Đường tròn đường kính PQ có $\angle PGQ = 90^\circ \Rightarrow G \in$ đường tròn đường kính PQ .

Câu 1. (2,0 điểm)

- 1) Tính giá trị của biểu thức $A = \sqrt{9} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$
- 2) Giải phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$
- 3) Cho hàm số $y = 2x + 3m - 1$ với m là tham số. Tính giá trị của tham số m để đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $B(1; 4)$

Câu 2. (1,5 điểm) Cho biểu thức $P = \left(\frac{-16}{x - 4\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 4} \right) : (\sqrt{x} + 4)$ với $x > 0, x \neq 16$

- 1) Rút gọn biểu thức P
- 2) Tìm tất cả các giá trị của x để $P > \frac{1}{5}$

Câu 3. (2,0 điểm)

- 1) Cho Parabol $y = x^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng $(d): y = 2x + m - 2$ với m là tham số. Tìm giá trị của tham số m để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt
- 2) Bạn An đến cửa hàng sách mua 1 cuốn sách tham khảo Toán và 1 cuốn sách tham khảo Ngữ văn để ôn thi tuyển sinh vào lớp 10 trung học phổ thông năm học 2022-2023. Khi đến mua hàng thì giá tiền của cuốn sách Toán cần mua giảm 20% và cuốn sách ngữ văn cần mua tăng lên 15% so với giá niêm yết của cửa hàng. Vì vậy, bạn An thanh toán tổng cộng 233 000 đồng khi mua hai cuốn sách trên. Biết rằng theo giá niêm yết, tổng giá tiền của 2 cuốn sách Ngữ văn nhiều hơn tổng giá tiền của 3 cuốn sách Toán là 10 000 đồng (hai cuốn sách ngữ văn giống nhau, ba cuốn sách Toán giống nhau). Hỏi giá niêm yết của cuốn sách tham khảo Toán và cuốn sách tham khảo Ngữ văn là bao nhiêu?

Câu 4. (3,5 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và nội tiếp đường tròn $(O; R)$.

Hai đường cao BM, CN của tam giác ABC cắt nhau tại H

- 1) Chứng minh tứ giác $AMHN$ nội tiếp
- 2) Đường thẳng AH cắt BC tại D và cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm thứ hai tại P .

Chứng minh BC là tia phân giác của $\angle MBP$

- 3) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AMHN$. Chứng minh IM là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BCM
- 4) Gọi F là giao điểm của IM và AB . Chứng minh $FM^2 = FN \cdot FB$

Câu 5. (1,0 điểm) Cho ba số dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 12$. Chứng minh rằng

$$\frac{a}{b^2 + 16} + \frac{b}{c^2 + 16} + \frac{c}{a^2 + 16} \geq \frac{3}{8}$$

ĐÁP ÁN

Câu 1. (2,0 điểm)

4) Tính giá trị của biểu thức $A = \sqrt{9} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$

$$A = \sqrt{9} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = 3 + \sqrt{36} = 3 + 6 = 9$$

5) Giải phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 2x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-1) - 2(x-1) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$$

6) Cho hàm số $y = 2x + 3m - 1$ với m là tham số. Tính giá trị của tham số m để đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $B(1; 4)$

$$\text{Đồ thị hàm số } y = 2x + 3m - 1 \text{ đi qua điểm } B(1; 4) \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 4 = 2 \cdot 1 + 3m - 1 \Leftrightarrow m = 1$$

Vậy $m = 1$

Câu 2. (1,5 điểm) Cho biểu thức $P = \left(\frac{-16}{x-4\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-4} \right) : (\sqrt{x}+4)$ với $x > 0, x \neq 16$

3) Rút gọn biểu thức P

$$P = \left(\frac{-16}{x-4\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-4} \right) : (\sqrt{x}+4) = \frac{-16+x}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-4)(\sqrt{x}+4)} = \frac{x-16}{\sqrt{x} \cdot (x-16)} = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

4) Tìm tất cả các giá trị của x để $P > \frac{1}{5}$

$$\text{Để } P > \frac{1}{5} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x}} > \frac{1}{5} \Leftrightarrow \sqrt{x} < 5 \Leftrightarrow x < 25$$

$$\text{Kết hợp với điều kiện suy ra } 0 < x < 25, x \neq 16 \Leftrightarrow P > \frac{1}{5}$$

Câu 3. (2,0 điểm)

3) Cho Parabol $y = x^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng (d): $y = 2x + m - 2$ với m là tham số. Tìm giá trị của tham số m để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) ta có :

$$x^2 = 2x + m - 2 \Leftrightarrow x^2 - 2x - m + 2 = 0$$

$$\text{Ta có } \Delta' = (-1)^2 - (-m+2) = m-1$$

Để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt thì

$$\Delta' > 0 \Leftrightarrow m-1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$$

Vậy $m > 1$ thì thỏa đề

$$\left. \begin{array}{l} BM \perp AC \Rightarrow \angle AMH = 90^\circ \\ CN \perp AB \Rightarrow \angle ANH = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \angle AMH + \angle ANH = 180^\circ$$

Mà 2 góc này đối nhau nên $AMHN$ là tứ giác nội tiếp

6) Đường thẳng AH cắt BC tại D và cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm thứ hai

tại P. Chứng minh BC là tia phân giác của $\angle MBP$

$\angle CBP = \angle CAP$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung CP)

$\angle CAP = \angle CAD = \angle MBC$ (cùng phụ với $\angle ACB$)

$\Rightarrow \angle CBP = \angle MBC \Rightarrow BC$ là tia phân giác của $\angle MBP$ (đpcm)

7) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AMHN$. Chứng minh IM là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BCM

Tứ giác $AMHN$ nội tiếp đường tròn đường kính AH (cmt)

Gọi I là trung điểm của $AH \Rightarrow I$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AMHN$

Gọi E là trung điểm của BC . Vì $\triangle BCM$ vuông tại M nên E là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCM . Ta có :

$IM = IH \Rightarrow \triangle IMH$ cân tại $I \Rightarrow \angle IMH = \angle IHM$

Mà $\angle IHM = \angle BHD$ (đối đỉnh) $\Rightarrow \angle IMH = \angle BHD$

$EM = EB \Rightarrow \triangle EMB$ cân tại $E \Rightarrow \angle EMB = \angle EBM$

$\Rightarrow \angle IME = \angle IHM + \angle EMB = \angle BHD + \angle EBM = 90^\circ$

$\Rightarrow IM \perp ME$ tại M , mà ME là bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle BCM$

Vậy IM là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle BCM$

8) Gọi F là giao điểm của IM và AB . Chứng minh $FM^2 = FN.FB$

Tứ giác $AMHN$ nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \angle ANM = \angle AHM$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AM)

Mà $\angle IMH = \angle IHM$ (cmt) hay $\angle IMH = \angle AHM$

Suy ra $\angle ANM = \angle IMH$ hay $\angle FNM = \angle FMB$

Xét $\triangle FNM$ và $\triangle FMB$ ta có :

$\angle FNM = \angle FMB$ (gt); $\angle NFM$ chung

$\Rightarrow \triangle FNM \sim \triangle FMB$ (g.g) $\Rightarrow \frac{FN}{FM} = \frac{FM}{FB} \Rightarrow FN.FB = FM^2$ (đpcm)

Câu 5. (1,0 điểm) Cho ba số dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 12$. Chứng minh rằng

$$\frac{a}{b^2 + 16} + \frac{b}{c^2 + 16} + \frac{c}{a^2 + 16} \geq \frac{3}{8}$$

Đặt $A = \frac{a}{b^2 + 16} + \frac{b}{c^2 + 16} + \frac{c}{a^2 + 16}$. Ta có:

$$\begin{aligned}
A &= \frac{1}{16} \cdot \left(\frac{16a}{b^2+16} + \frac{16b}{c^2+16} + \frac{16c}{a^2+16} \right) \\
&= \frac{1}{16} \left[\frac{a(b^2+16)-ab^2}{b^2+16} + \frac{b(c^2+16)-bc^2}{c^2+16} + \frac{c(a^2+16)-ca^2}{a^2+16} \right] \\
&= \frac{1}{16} \cdot \left(a - \frac{ab^2}{b^2+16} + b - \frac{bc^2}{c^2+16} + c - \frac{ca^2}{a^2+16} \right) \\
&= \frac{1}{16} (a+b+c) - \frac{1}{16} \left(\frac{ab^2}{b^2+16} + \frac{bc^2}{c^2+16} + \frac{ca^2}{a^2+16} \right) \\
&= \frac{1}{16} \cdot 12 - \frac{1}{16} \left(\frac{ab^2}{b^2+16} + \frac{bc^2}{c^2+16} + \frac{ca^2}{a^2+16} \right)
\end{aligned}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô si ta có:

$$b^2+16 \geq 2\sqrt{16b^2} = 8b, \text{ cmtt : } c^2+16 \geq 8c; \quad a^2+16 \geq 8a$$

$$\Rightarrow A \geq \frac{3}{4} - \frac{1}{16} \cdot \left(\frac{ab^2}{b^2+16} + \frac{bc^2}{c^2+16} + \frac{ca^2}{a^2+16} \right)$$

$$A \geq \frac{3}{4} - \frac{1}{64} \cdot \left(\frac{ab^2}{2b} + \frac{bc^2}{2c} + \frac{ca^2}{2a} \right) \Rightarrow A \geq \frac{3}{4} - \frac{1}{64} \cdot \frac{(a+b+c)^2}{6}$$

$$\Rightarrow A \geq \frac{3}{4} - \frac{1}{64} \cdot \frac{12^2}{6} \Rightarrow A \geq \frac{3}{8} \text{ (đpcm)}$$

Đấu bằng xảy ra khi $a = b = c = 4$

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐẮC NÔNG**

**KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2022-2023**

Môn thi: Toán (Đề chung)

(Đề thi gồm 01 trang)

Thời gian : 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1. (2 điểm)

a) Tính giá trị biểu thức $A = \sqrt{8} - 2\sqrt{2} + \sqrt{18}$

b) Rút gọn biểu thức $P = \frac{x^2 - 4}{x - 2} + \frac{x^2 - x}{x - 1} (x \neq 2; x \neq 1)$

Bài 2. (2 điểm)

a) Vẽ đồ thị của hàm số $(P): y = 2x^2$

b) Giải phương trình bậc hai : $x^2 - 3x + 2 = 0$

Bài 3. (2 điểm)

a) Giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn :
$$\begin{cases} 2x + y = 9 \\ 3x - y = 6 \end{cases}$$

b) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình :

Thành phố Gia Nghĩa lên kế hoạch xét nghiệm Covid-19 cho 1000 người trong một thời gian quy định. Nhờ cải tiến phương pháp nên mỗi giờ xét nghiệm được thêm 50 người. Vì thế, việc xét nghiệm hoàn thành sớm hơn kế hoạch 1 giờ. Hỏi theo kế hoạch mỗi giờ thành phố Gia Nghĩa xét nghiệm được bao nhiêu người

Bài 4. (3 điểm)

Cho nửa đường tròn đường kính AD . Lấy điểm B thuộc nửa đường tròn (B khác A và D), trên cung BD lấy điểm C (C khác B và D). Hai dây AC, BD cắt nhau tại điểm E . Kẻ đoạn thẳng EF vuông góc với AD ($F \in AD$)

a) Chứng minh tứ giác $ABEF$ nội tiếp

b) Chứng minh $AE.AC = AF.AD$

c) Chứng minh E là tâm đường tròn nội tiếp tam giác BFC

Bài 5. (1 điểm)

Cho $P = \frac{4x^{4044} + 9x^{2022} + 6}{x^{2022} + 2}$. Tính giá trị của x để biểu thức P đạt giá trị nhỏ nhất

ĐÁP ÁN

Bài 1. (2 điểm)

c) Tính giá trị biểu thức $A = \sqrt{8} - 2\sqrt{2} + \sqrt{18} = 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

d) Rút gọn biểu thức $P = \frac{x^2 - 4}{x - 2} + \frac{x^2 - x}{x - 1} (x \neq 2; x \neq 1)$

$$\begin{aligned} P &= \frac{x^2 - 4}{x - 2} + \frac{x^2 - x}{x - 1} (x \neq 2; x \neq 1) \\ &= \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} + \frac{x(x - 1)}{x - 1} = x + 2 + x = 2x + 2 \end{aligned}$$

Bài 2. (2 điểm)

c) Vẽ đồ thị của hàm số (P): $y = 2x^2$

Học sinh tự vẽ (P)

d) Giải phương trình bậc hai : $x^2 - 3x + 2 = 0$

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 2x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - 1) - 2(x - 1) = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bài 3. (2 điểm)

c) Giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn : $\begin{cases} 2x + y = 9 \\ 3x - y = 6 \end{cases}$

$$\text{Ta có : } \begin{cases} 2x + y = 9 \\ 3x - y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 15 \\ y = 3x - 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (3; 3)$

d) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình :

Thành phố Gia Nghĩa lên kế hoạch xét nghiệm Covid-19 cho 1000 người trong một thời gian quy định. Nhờ cải tiến phương pháp nên mỗi giờ xét nghiệm được thêm 50 người. Vì thế, việc xét nghiệm hoàn thành sớm hơn kế hoạch 1 giờ. Hỏi theo kế hoạch mỗi giờ thành phố Gia Nghĩa xét nghiệm được bao nhiêu người

Gọi số người được xét nghiệm mỗi giờ theo kế hoạch : x (người) ($x \in \mathbb{N}^*$)

Khi đó, trên thực tế mỗi giờ xét nghiệm được $x + 50$ (người)

Theo kế hoạch, thời gian xét nghiệm xong là $\frac{1000}{x}$ (giờ)

Trên thực tế, thời gian xét nghiệm xong: $\frac{1000}{x + 50}$ (giờ)

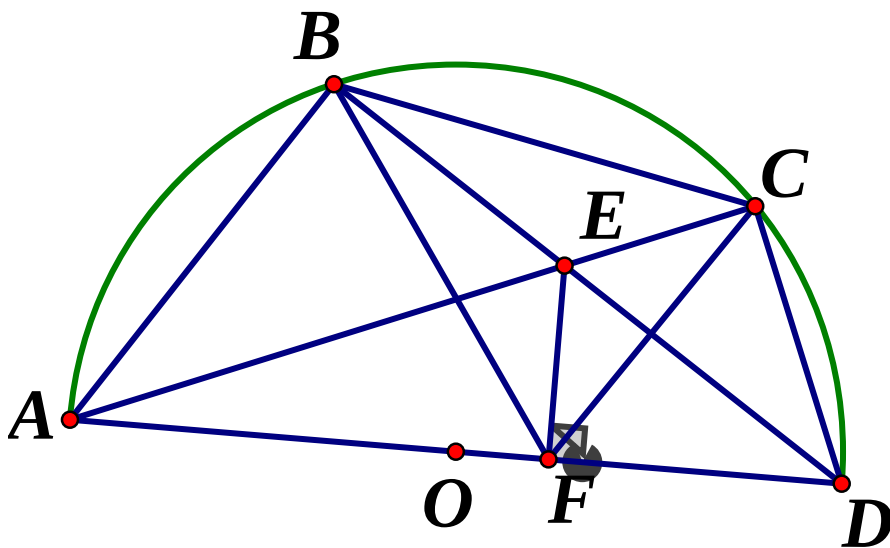
Do hoàn thành sớm hơn kế hoạch 1 ngày nên ta có phương trình

$$\frac{1000}{x} - \frac{1000}{x+50} = 1 \Leftrightarrow x^2 + 50x - 50000 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 200(tm) \\ x = -250(ktm) \end{cases}$$

Vậy theo kế hoạch, mỗi giờ thành phố Gia Nghĩa xét nghiệm được 200 người

Bài 4. (3 điểm)

Cho nửa đường tròn đường kính AD . Lấy điểm B thuộc nửa đường tròn (B khác A và D), trên cung BD lấy điểm C (C khác B và D). Hai dây AC, BD cắt nhau tại điểm E . Kẻ đoạn thẳng EF vuông góc với AD ($F \in AD$)



d) Chứng minh tứ giác $ABEF$ nội tiếp

$B \in (O) \Rightarrow \angle ABD = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \angle ABE = 90^\circ$
 $EF \perp AD(gt) \Rightarrow \angle AFE = 90^\circ$

Xét tứ giác $ABEF$ có $\angle ABE + \angle AFE = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà 2 góc này đối nhau
 $\Rightarrow ABEF$ là tứ giác nội tiếp

e) Chứng minh $AE.AC = AF.AD$

$C \in (O) \Rightarrow \angle ACD = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Xét $\triangle AFE$ và $\triangle ACD$ có :

$\angle CAD$ chung, $\angle AFE = \angle ACD = 90^\circ$

$$\Rightarrow \triangle AFE \sim \triangle ACD(g.g) \Rightarrow \frac{AF}{AC} = \frac{AE}{AD} \Rightarrow AC.AE = AF.AD(dfcm)$$

f) Chứng minh E là tâm đường tròn nội tiếp tam giác BFC

*Ta chứng minh FE là phân giác của $\angle BFC$

Xét (O): $\angle BAC = \angle BDC$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung BC) $\Rightarrow \angle BAE = \angle EDC$ (1)

Tứ giác $ABEF$ nội tiếp (cmt) nên $\angle BAE = \angle BFE$ (cùng chắn cung BE) (2)

Tứ giác $CDFE$ có $\angle ECD + \angle EFD = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà hai góc này đối nhau

Nên $CDFE$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \angle EFC = \angle EDC$ (cùng chắn cung EC) (3)

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow \angle BFE = \angle EFC \Rightarrow FE$ là phân giác của $\angle BFC$

***Chứng minh CE là phân giác của góc BCF**

Xét (O) có $\angle ACB = \angle ADB$ (cùng chắn cung AB) $\Rightarrow \angle ECB = \angle EDF$

Tứ giác $CDFE$ nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \angle ECF = \angle EDF$ (cùng chắn cung EF)

Suy ra $\angle ECB = \angle ECF \Rightarrow CE$ là phân giác $\angle BCF$

$\triangle BCF$ có FE, CE là hai đường phân giác cắt nhau tại E

Nên E là tâm đường tròn nội tiếp tam giác BCF (đpcm)

Bài 5. (1 điểm)

Cho $P = \frac{4x^{4044} + 9x^{2022} + 6}{x^{2022} + 2}$. Tính giá trị của x để biểu thức P đạt giá trị nhỏ nhất

Đặt $t = x^{2022}$ ($t \geq 0$) ta có :

$$P = \frac{4t^2 + 9t + 6}{t + 2} = \frac{4(t+2)^2 - 7(t+2) + 4}{t+2} = 4(t+2) + \frac{4}{t+2} - 7 = 3(t+2) + (t+2) + \frac{4}{t+2} - 7$$

$$\stackrel{BDT \text{ Cosi}}{\geq} 3(t+2) + 2\sqrt{(t+2) \cdot \frac{4}{t+2}} - 7 = 3 \cdot 2 + 2 \cdot 2 - 7 = 3$$

Đấu bằng xảy ra khi $t+2 = \frac{4}{t+2} \Leftrightarrow t=0 \Rightarrow x=0$

Vậy $\min P = 3 \Leftrightarrow x = 0$

Câu 1. (3,0 điểm)

1. Tính giá trị của biểu thức $A = 2022 + \sqrt{9} - \sqrt{4}$.
2. Giải phương trình: $x^2 + 7x + 12 = 0$.
3. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x - y = -7 \\ 3x + y = 17 \end{cases}$.

Câu 2. (1,5 điểm) Cho biểu thức: $B = \left(\frac{5}{\sqrt{x}-3} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} \right) \cdot \frac{x}{\sqrt{x}+2}$ với $x \geq 0; x \neq 9$.

1. Rút gọn biểu thức B .
2. Tìm x để $B > 1$.

Câu 3. (2,0 điểm)

1. Theo kế hoạch, một tổ công nhân dự định phải may 120 kiện khẩu trang để phục vụ công tác phòng chống dịch Covid – 19. Nhưng khi thực hiện nhờ cải tiến kỹ thuật nên mỗi ngày tổ đã làm tăng thêm 5 kiện so với dự định. Do đó tổ đã hoàn thành công việc sớm hơn dự định 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày tổ phải làm bao nhiêu kiện khẩu trang?
2. Cho phương trình $x^2 - 4x + m - 5 = 0$ (m là tham số). Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn $(x_1 - 1)(x_2^2 - 3x_2 + m - 6) = -3$.

Câu 4. (2,5 điểm) Cho đường tròn (O) và điểm P nằm ngoài (O) . Kẻ hai tiếp tuyến PM, PN với đường tròn (O) (M, N là các tiếp điểm). Một đường thẳng d đi qua P cắt đường tròn (O) tại hai điểm B, C ($PB < PC, d$ không đi qua tâm O).

1. Chứng minh tứ giác $PMON$ nội tiếp.
2. Chứng minh $PN^2 = PB \cdot PC$. Tính độ dài đoạn BC khi $PB = 4cm, PN = 6cm$.
3. Gọi I là trung điểm của BC . Đường thẳng NI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai T . Chứng minh $MT \parallel BC$.

Câu 5. (1,0 điểm)

1. Cho $f(x) = x^2 - 6x + 12$. Giải phương trình $f(f(f(f(x)))) = 65539$.
2. Cho tam giác ABC vuông tại A với các đường phân giác trong BM và CN . Chứng minh bất đẳng thức $\frac{(MC + MA)(NB + NA)}{MA \cdot NA} \geq 3 + 2\sqrt{2}$.

---Hết---

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (3,0 điểm)

1. Tính giá trị của biểu thức $A = 2022 + \sqrt{9} - \sqrt{4}$.
2. Giải phương trình: $x^2 + 7x + 12 = 0$.
3. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x - y = -7 \\ 3x + y = 17 \end{cases}$.

Lời giải

$$1. A = 2022 + \sqrt{9} - \sqrt{4} = 2022 + 3 - 2 = 2023$$

$$2. x^2 + 7x + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 3x + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x+4) + 3(x+4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+4)(x+3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+4=0 \\ x+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-4 \\ x=-3 \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{-4; -3\}$.

$$3. \begin{cases} 2x - y = -7 \\ 3x + y = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ 2x - y = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2 \cdot 2 - y = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 11 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 11)$.

Câu 2. (1,5 điểm) Cho biểu thức: $B = \left(\frac{5}{\sqrt{x}-3} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} \right) \cdot \frac{x}{\sqrt{x}+2}$ với $x \geq 0; x \neq 9$.

1. Rút gọn biểu thức B .
2. Tìm x để $B > 1$.

Lời giải

1. Với $x \geq 0; x \neq 9$ ta có:

$$B = \left(\frac{5}{\sqrt{x}-3} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} \right) \cdot \frac{x}{\sqrt{x}+2}$$

$$B = \left(\frac{5(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} + \frac{\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \right) \cdot \frac{x}{\sqrt{x}+2}$$

$$B = \frac{5\sqrt{x}+15+\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \cdot \frac{x}{\sqrt{x}+2}$$

$$B = \frac{6\sqrt{x}+12}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \cdot \frac{x}{\sqrt{x}+2}$$

$$B = \frac{6(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \cdot \frac{x}{\sqrt{x}+2}$$

$$B = \frac{6x}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$$

Vậy với $x \geq 0; x \neq 9$ thì biểu thức $B = \frac{6x}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$.

2. Với $x \geq 0; x \neq 9$, để $B > 1 \Leftrightarrow \frac{6x}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} > 1$

$$\Leftrightarrow \frac{6x}{x-9} - 1 > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{6x-x+9}{x-9} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{5x+9}{x-9} > 0$$

$$\Leftrightarrow 5x+9 \text{ và } x-9 \text{ cùng dấu.}$$

Mà với $x \geq 0; x \neq 9 \Rightarrow 5x \geq 0 \Rightarrow 5x+9 > 0$. Do đó: $x-9 > 0 \Leftrightarrow x > 9$.

Kết hợp với điều kiện suy ra: $x > 9$.

Vậy với $x > 9$ thì $B > 1$.

Câu 3. (2,0 điểm)

1. Theo kế hoạch, một tổ công nhân dự định phải may 120 kiện khẩu trang để phục vụ công tác phòng chống dịch Covid – 19. Nhưng khi thực hiện nhờ cải tiến kỹ thuật nên mỗi ngày tổ đã làm tăng thêm 5 kiện so với dự định. Do đó tổ đã hoàn thành công việc sớm hơn dự định 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày tổ phải làm bao nhiêu kiện khẩu trang?

2. Cho phương trình $x^2 - 4x + m - 5 = 0$ (m là tham số). Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn $(x_1 - 1)(x_2^2 - 3x_2 + m - 6) = -3$.

Lời giải

1. Gọi số kiện khẩu trang mỗi ngày mà tổ dự định phải làm là x (kiện khẩu trang, $x \in \mathbb{N}^*$)

Khi đó: thời gian hoàn thành 120 kiện khẩu trang theo dự định là $\frac{120}{x}$ (ngày)

Số kiện khẩu trang làm thực tế mỗi ngày là $x + 5$ (kiện)

Thời gian hoàn thành 120 kiện khẩu trang thực tế là $\frac{120}{x+5}$ (ngày).

Vì tổ hoàn thành sớm hơn 2 ngày so với dự kiến nên ta có phương trình:

$$\frac{120}{x} - \frac{120}{x+5} = 2 \Leftrightarrow \frac{120(x+5)}{x(x+5)} - \frac{120x}{x(x+5)} = \frac{2x(x+5)}{x(x+5)}$$

$$\Rightarrow 120x + 600 - 120x = 2x^2 + 10x$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 10x - 600 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 5x - 300 = 0$$

$$\text{Tính được } \Delta = 1225 > 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 15 \text{ (tm)} \\ x_2 = -20 \text{ (ko tm)} \end{cases}.$$

Vậy theo kế hoạch mỗi tổ phải làm 15 kiện khẩu trang mỗi ngày.

2. Ta có: $\Delta' = 9 - m$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m < 9$.

$$\text{Theo hệ thức Vi-et ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 \cdot x_2 = m - 5 \end{cases}$$

Vì x_2 là nghiệm của phương trình nên :

$$x_2^2 - 4x_2 + m - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow x_2^2 - 3x_2 - x_2 + m - 6 + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x_2^2 - 3x_2 + m - 6 = x_2 - 1$$

$$\text{Mà } (x_1 - 1)(x_2^2 - 3x_2 + m - 6) = -3$$

$$\Leftrightarrow (x_1 - 1)(x_2 - 1) = -3$$

$$\Leftrightarrow x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 = -3$$

$$\Leftrightarrow m - 5 - 4 + 1 + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow m - 5 = 0 \Leftrightarrow m = 5 \text{ (tm)}$$

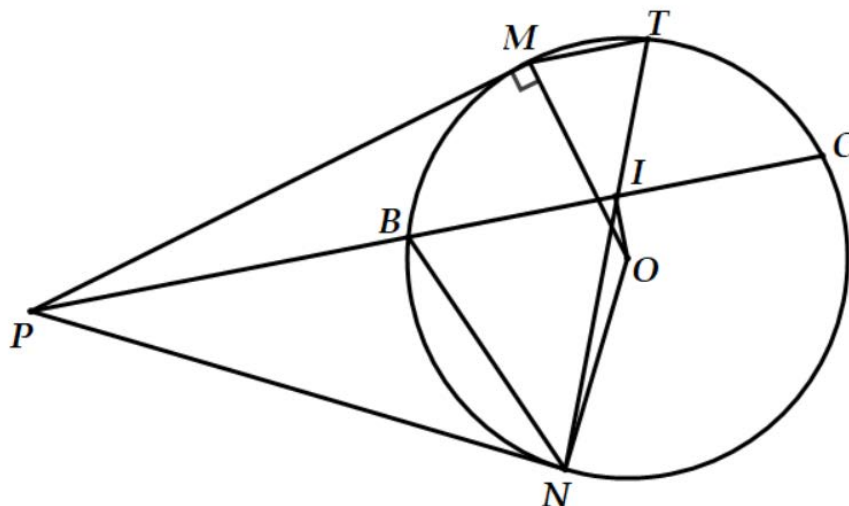
Vậy với $m = 5$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn

$$(x_1 - 1)(x_2^2 - 3x_2 + m - 6) = -3.$$

Câu 4. (2,5 điểm) Cho đường tròn (O) và điểm P nằm ngoài (O) . Kẻ hai tiếp tuyến PM, PN với đường tròn (O) (M, N là các tiếp điểm). Một đường thẳng d đi qua P cắt đường tròn (O) tại hai điểm B, C ($PB < PC, d$ không đi qua tâm O).

1. Chứng minh tứ giác $PMON$ nội tiếp.
2. Chứng minh $PN^2 = PB \cdot PC$. Tính độ dài đoạn BC khi $PB = 4\text{cm}, PN = 6\text{cm}$.
3. Gọi I là trung điểm của BC . Đường thẳng NI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai T . Chứng minh $MT \parallel BC$.

Lời giải



1. Chứng minh tứ giác $PMON$ nội tiếp

Vì PM, PN là các tiếp tuyến của (O) lần lượt tại M, N nên $\widehat{OMP} = \widehat{ONP} = 90^\circ$

Xét tứ giác $PMON$ có $\widehat{OMP} + \widehat{ONP} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$, mà hai góc này ở vị trí đối diện nhau nên tứ giác $PMON$ nội tiếp.

2. Chứng minh $PN^2 = PB \cdot PC$. Tính độ dài đoạn thẳng BC khi $PB = 4cm, PN = 6cm$.

Xét $\triangle PNB$ & $\triangle PCN$ có:

$\widehat{PNB} = \widehat{PCN}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung BN)

$\widehat{NPC}$ là góc chung

$\Rightarrow \triangle PNB \sim \triangle PCN$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{PB}{PN} = \frac{PN}{PC} \Rightarrow PN^2 = PB \cdot PC$$

Thay $PB = 4cm, PN = 6cm$ ta có: $6^2 = 4 \cdot PC \Rightarrow PC = 9(cm)$

Vậy $BC = PC - PB = 9 - 4 = 5cm$.

3) Gọi I là trung điểm của BC . Đường thẳng NI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai T .

Chứng minh $MT \parallel BC$.

Vì I là trung điểm của BC (gt) nên $OI \perp BC$ tại I (quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây)

$\Rightarrow \widehat{OIP} = \widehat{OMP} = 90^\circ$, mà hai góc này ở vị trí kề nhau cùng nhìn cạnh OP nên tứ giác $OIMP$ nội tiếp.

Lại có tứ giác $OMPN$ nội tiếp (câu a) suy ra 5 điểm O, I, M, P, N cùng thuộc 1 đường tròn.

$\Rightarrow \widehat{NIP} = \widehat{NMP}$ (cùng chắn cung NP)

Mà $\widehat{NMP} = \widehat{NTM}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung MN)

$\Rightarrow \widehat{NIP} = \widehat{NTM}$

Hai góc này ở vị trí đồng vị nên $MT \parallel BC$ (đpcm).

Câu 5. (1,0 điểm)

1. Cho $f(x) = x^2 - 6x + 12$. Giải phương trình $f(f(f(f(x)))) = 65539$.
2. Cho tam giác ABC vuông tại A với các đường phân giác trong BM và CN . Chứng minh bất đẳng thức $\frac{(MC + MA)(NB + NA)}{MA \cdot NA} \geq 3 + 2\sqrt{2}$.

Lời giải

1. Ta có: $f(x) = x^2 - 6x + 12$

$$\Leftrightarrow f(x) = x^2 - 6x + 9 + 3$$

$$\Leftrightarrow f(x) = (x - 3)^2 + 3$$

$$\Leftrightarrow f(x) - 3 = (x - 3)^2$$

$$\text{Khi đó: } f(f(x)) = (f(x) - 3)^2 + 3 = (x - 3)^4 + 3 \Rightarrow f(f(x)) - 3 = (x - 3)^4$$

$$f(f(f(x))) = [f(f(x)) - 3]^2 + 3 = (x - 3)^8 + 3 \Rightarrow f(f(f(x))) - 3 = (x - 3)^8$$

$$\Rightarrow f(f(f(f(x)))) = (x - 3)^{16} + 3.$$

$$\text{Do đó: } f(f(f(f(x)))) = 65539$$

$$\Leftrightarrow (x - 3)^{16} + 3 = 65539$$

$$\Leftrightarrow (x - 3)^{16} = 65536$$

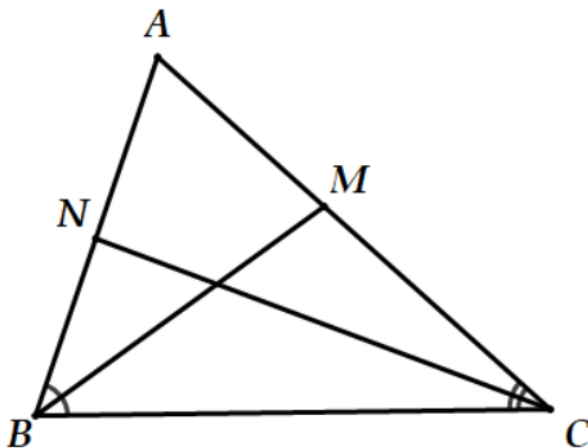
$$\Leftrightarrow (x - 3)^{16} = 2^{16}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 3 = 2 \\ x - 3 = -2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{1; 5\}$.

2.



Xét $\triangle ABC$ có BM, CN là các đường phân giác, theo tính chất đường phân giác ta có:

$$\frac{MC}{MA} = \frac{BC}{AB}; \frac{NB}{NA} = \frac{BC}{AC} \quad (1)$$

Áp dụng định lí Py – ta – go vào $\triangle ABC$ vuông tại A ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2$. (2)

Từ (1) và (2) ta có:

$$\begin{aligned} \frac{(MC + MA)(NB + NA)}{MA \cdot NA} &= \frac{MC + MA}{MA} \cdot \frac{NB + NA}{NA} \\ &= \left(\frac{MC}{MA} + 1 \right) \left(\frac{NB}{NA} + 1 \right) \\ &= \left(\frac{BC}{AB} + 1 \right) \left(\frac{BC}{AC} + 1 \right) \\ &= \frac{BC^2}{AB \cdot AC} + \frac{BC}{AB} + \frac{BC}{AC} + 1 \\ &= \frac{AB^2 + AC^2}{AB \cdot AC} + BC \cdot \left(\frac{1}{AB} + \frac{1}{AC} \right) + 1 \\ &= 1 + \frac{AB^2 + AC^2}{AB \cdot AC} + \sqrt{AB^2 + AC^2} \cdot \left(\frac{1}{AB} + \frac{1}{AC} \right) \\ &\geq 1 + \frac{2 \cdot AB \cdot AC}{AB \cdot AC} + \sqrt{2 \cdot AB \cdot AC} \cdot 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{AB} \cdot \frac{1}{AC}} \quad (\text{bất đẳng thức Cau – chy}) \\ &= 1 + 2 + 2\sqrt{2} = 3 + 2\sqrt{2} \quad (\text{đpcm}). \end{aligned}$$

Câu 1. (2,0 điểm)

- 1) Giải phương trình $x^2 + 5x - 14 = 0$
- 2) Giải hệ phương trình $x^4 + 8x^2 - 9 = 0$
- 3) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$

Câu 2. (1,0 điểm)

Rút gọn biểu thức $M = \left[\sqrt{(3-\sqrt{5})^2} + \frac{8}{\sqrt{5}-1} \right] : (\sqrt{5}+1)$

Câu 3. (2,25 điểm)

- 1) Vẽ đồ thị hàm số $(P): y = \frac{1}{2}x^2$
- 2) Tìm tọa độ giao điểm của parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x - 2$ bằng phép tính
- 3) Cho phương trình $x^2 + (m+2)x - 4 = 0$ (m là tham số thực). Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = 8$

Câu 4. (1,5 điểm)

- 1) Một đội xe được giao nhiệm vụ vận chuyển 150 tấn hàng tiếp tế đến một khu vực có người đang bị cách ly do dịch Covid-19. Theo kế hoạch phải hoàn thành trong một thời gian nhất định và biết rằng số tấn hàng mỗi ngày đội xe đó chở là như nhau. Vì tình hình cấp bách nên mỗi ngày đội xe đó đã chở nhiều hơn kế hoạch ban đầu là 5 tấn hàng, do đó đội xe đã hoàn thành nhiệm vụ được giao sớm hơn 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch ban đầu, đội xe phải hoàn thành trong bao nhiêu ngày
- 2) Tính diện tích xung quanh của một hình trụ có bán kính đáy $2cm$ và chiều cao gấp 3 lần bán kính đáy

Câu 5. (3,25 điểm)

Từ điểm M nằm ngoài đường tròn $(O; R)$, kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (A và B là hai tiếp điểm)

- 1) Chứng minh tứ giác $MAOB$ nội tiếp
- 2) Vẽ tia Mx nằm giữa hai tia MA và MO . Tia Mx cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm C và điểm D (điểm C nằm giữa hai điểm M và D). Chứng minh hai tam giác MAC và

MDA đồng dạng, rồi từ đó suy ra $\frac{MC}{MD} = \left(\frac{AC}{AD} \right)^2$

- 3) Gọi H là giao điểm của OM và AB . Kẻ DK vuông góc với AB tại K , OP vuông góc với CD tại P , OQ vuông góc với HD tại Q . Chứng minh tứ giác $HKPQ$ là hình thang cân

ĐÁP ÁN

Câu 1. (2,0 điểm)

4) Giải phương trình $x^2 + 5x - 14 = 0$

$$x^2 + 5x - 14 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 7x - 2x - 14 = 0 \Leftrightarrow x(x+7) - 2(x+7) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+7)(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -7 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = \{-7; 2\}$$

5) Giải hệ phương trình $x^4 + 8x^2 - 9 = 0$

$$x^4 + 8x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow x^4 - x^2 + 9x^2 - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2(x^2 - 1) + 9(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 1)(x^2 + 9) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 (\text{do } x^2 + 9 > 0) \Rightarrow x = \pm 1$$

$$\text{Vậy } S = \{\pm 1\}$$

6) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ x + 2y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 6y = 14 \\ 3x + 6y = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 35 \\ y = \frac{7-x}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(x; y) = (5; 1)$

Câu 2. (1,0 điểm)

$$\text{Rút gọn biểu thức } M = \left[\sqrt{(3-\sqrt{5})^2} + \frac{8}{\sqrt{5}-1} \right] : (\sqrt{5}+1)$$

$$M = \left[\sqrt{(3-\sqrt{5})^2} + \frac{8}{\sqrt{5}-1} \right] : (\sqrt{5}+1) = \left(3-\sqrt{5} + \frac{8(\sqrt{5}+1)}{5-1} \right) : (\sqrt{5}+1)$$

$$= (3-\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 2) : (\sqrt{5}+1) = (5+\sqrt{5}) : (\sqrt{5}+1) = \sqrt{5}$$

Câu 3. (2,25 điểm)

4) Vẽ đồ thị hàm số $(P): y = \frac{1}{2}x^2$

Học sinh tự vẽ đồ thị (P)

5) Tìm tọa độ giao điểm của parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x - 2$

bằng phép tính

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):

$$\frac{1}{2}x^2 = 2x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow y = 2$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là $(2; 2)$

6) Cho phương trình $x^2 + (m+2)x - 4 = 0$ (m là tham số thực). Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = 8$

Ta có $\Delta = (m+2)^2 - 4 \cdot (-4) = (m+2)^2 + 16 > 0 (\forall m)$ nên phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

Áp dụng hệ thức Vi-et ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = -m-2 \\ x_1 x_2 = -4 \end{cases}$. Theo giả thiết :

$$x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = 8 \Leftrightarrow x_1 x_2 (x_1 + x_2) = 8$$

$$\Leftrightarrow 4(m+2) = 8 \Leftrightarrow 4m + 8 = 8 \Leftrightarrow m = 0$$

Vậy $m = 0$

Câu 4. (1,5 điểm)

3) Một đội xe được giao nhiệm vụ vận chuyển 150 tấn hàng tiếp tế đến một khu vực có người đang bị cách ly do dịch Covid-19. Theo kế hoạch phải hoàn thành trong một thời gian nhất định và biết rằng số tấn hàng mỗi ngày đội xe đó chở là như nhau. Vì tình hình cấp bách nên mỗi ngày đội xe đó đã chở nhiều hơn kế hoạch ban đầu là 5 tấn hàng, do đó đội xe đã hoàn thành nhiệm vụ được giao sớm hơn 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch ban đầu, đội xe phải hoàn thành trong bao nhiêu ngày

Gọi x là số tấn hàng đội xe phải vận chuyển theo dự định ($0 < x < 150$)

Số hàng vận chuyển theo thực tế : $x+5$ (tấn hàng)

Thời gian theo kế hoạch đội xe hoàn thành nhiệm vụ : $\frac{150}{x}$ (ngày)

Thời gian trên thực tế đội xe đã hoàn thành nhiệm vụ : $\frac{150}{x+5}$ (ngày)

Vì hoàn thành sớm 1 ngày nên ta có phương trình

$$\frac{150}{x} - \frac{150}{x+5} = 1 \Rightarrow 150x + 750 - 150x = x^2 + 5x$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 5x - 750 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 25(\text{tmdk}) \\ x = -30(\text{ktmdk}) \end{cases}$$

Vậy theo kế hoạch, đội phải xong nhiệm vụ trong $\frac{150}{25} = 6$ ngày

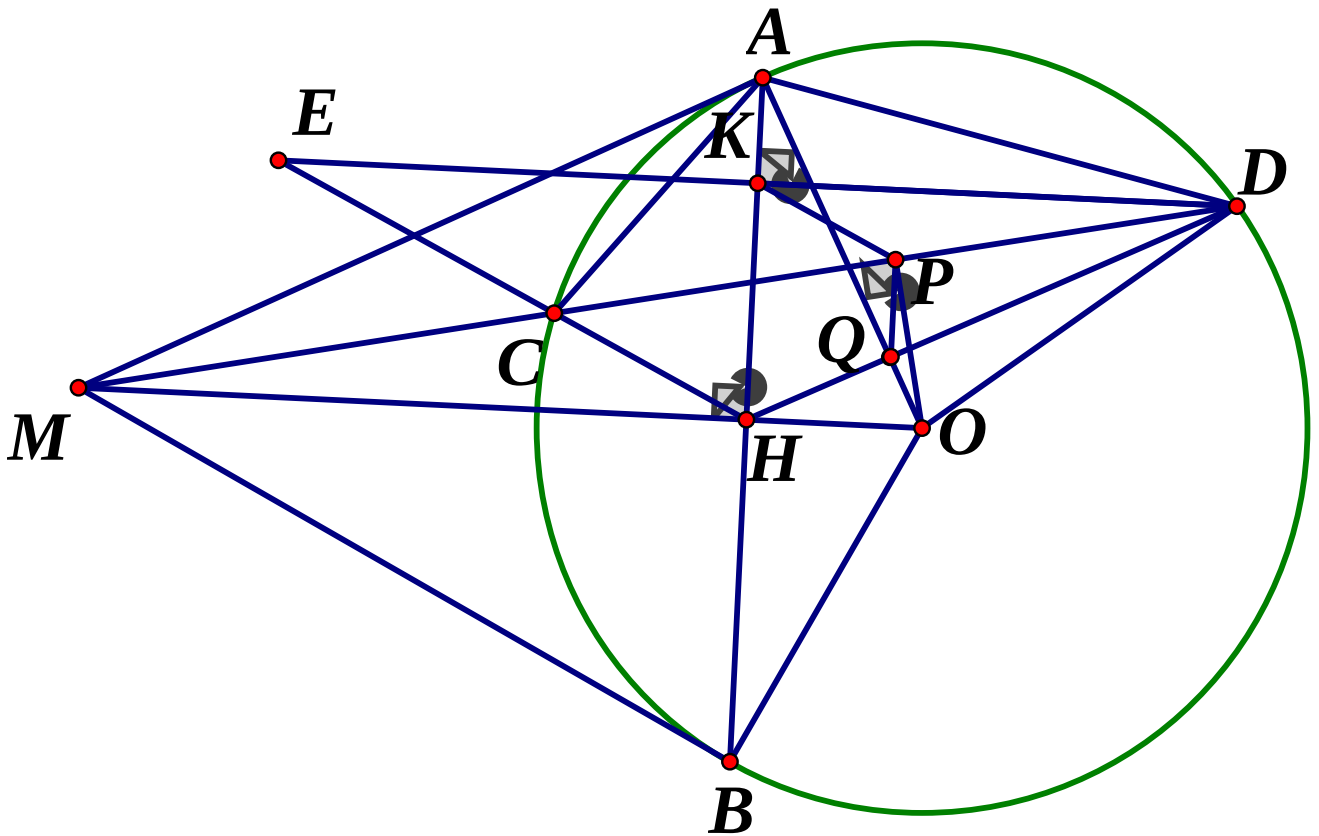
4) Tính diện tích xung quanh của một hình trụ có bán kính đáy 2cm và chiều cao gấp 3 lần bán kính đáy

Chiều cao của hình trụ : $2 \cdot 3 = 6(\text{cm})$

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \cdot 2 \cdot 6 = 24\pi (\text{cm}^2)$

Câu 5. (3,25 điểm)

Từ điểm M nằm ngoài đường tròn $(O; R)$, kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (A và B là hai tiếp điểm)



4) Chứng minh tứ giác $MAOB$ nội tiếp

MA, MB lần lượt là hai tiếp tuyến của (O) nên $\angle MAO = \angle MBO = 90^\circ$ (tính chất tiếp tuyến)

$\Rightarrow$ Tứ giác $MAOB$ có $\angle OAM + \angle OBM = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà hai góc này đối nhau

$\Rightarrow MAOB$ là tứ giác nội tiếp

5) Vẽ tia Mx nằm giữa hai tia MA và MO . Tia Mx cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm C và điểm D (điểm C nằm giữa hai điểm M và D). Chứng minh hai tam giác

MAC và MDA đồng dạng, rồi từ đó suy ra $\frac{MC}{MD} = \left(\frac{AC}{AD}\right)^2$

Xét (O) có $\angle ADC = \angle MAC$ (cùng chắn cung AC)

$\Rightarrow \angle MAC = \angle ADM$. Xét $\triangle MAC$ và $\triangle MDA$ có :

$\angle AMD$ chung, $\angle MAC = \angle ADM$ (cmt) $\Rightarrow \triangle MAC \sim \triangle MDA$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{MC}{MA} \Rightarrow MC \cdot MD = MA^2 \Rightarrow \frac{MC}{MD} = \frac{MA^2}{MD^2} = \left(\frac{MA}{MD}\right)^2$$

$$\text{Mặt khác, } \triangle MAC \sim \triangle MDA \text{ (cmt)} \Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{AC}{AD}$$

$$\text{Suy ra } \frac{MC}{MD} = \left(\frac{AC}{AD}\right)^2 \text{ (dpcm)}$$

6) Gọi H là giao điểm của OM và AB. Kẻ DK vuông góc với AB tại K, OP vuông góc với CD tại P, OQ vuông góc với HD tại Q. Chứng minh tứ giác HKPQ là hình thang cân

Ta có :

$OA = OB (= R)$ nên O thuộc trung trực của AB

$MA = MB$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) nên M thuộc trung trực của AB

$\Rightarrow OM$ là trung trực AB $\Rightarrow OM \perp AB$ tại H

Xét $\triangle OAM$ vuông tại A, đường cao AH có : $OA^2 = OH \cdot OM$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

$$\text{Mà } OA = OD \Rightarrow OD^2 = OH \cdot OM \Rightarrow \frac{OH}{OD} = \frac{OD}{OM}$$

Xét $\triangle ODH$ và $\triangle OMD$ có: $\angle DOM$ chung, $\frac{OH}{OD} = \frac{OD}{OM}$ (cmt) $\Rightarrow \triangle ODH \sim \triangle OMD$ (c.g.c)

$\Rightarrow \angle OHD = \angle ODM$ (2 góc tương ứng) (1)

$\Rightarrow 90^\circ - \angle OHD = 90^\circ - \angle ODM \Rightarrow \angle AHD = \angle DOP$ (1)

Xét tứ giác ODPQ có $\angle OPD = \angle OQD = 90^\circ$ (gt), mà 2 góc này cùng có đỉnh liên tiếp nhìn OD $\Rightarrow ODPQ$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \angle DOP = \angle DQP$ (cùng nhìn DP) (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \angle AHD = \angle DQP$ mà hai góc này ở vị trí đồng vị nên $PQ \parallel HK$

$\Rightarrow HKPQ$ là hình thang

Ta có $MC \cdot MD = MA^2$ (cmt); $MH \cdot MO = MA^2$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông OAM)

$$\Rightarrow MC \cdot MD = MH \cdot MO \Rightarrow \frac{MC}{MH} = \frac{MO}{MD}$$

Xét $\triangle MCH$ và $\triangle MOD$ có : $\angle OMD$ chung; $\frac{MC}{MH} = \frac{MD}{MO}$ (cmt)

$\Rightarrow \triangle MCH \sim \triangle MOD$ (c.g.c) $\Rightarrow \angle MHC = \angle ODM$ (hai góc tương ứng) (3)

Từ (1), (3) $\Rightarrow \angle MHC = \angle OHD \Rightarrow 90^\circ - \angle MHC = 90^\circ - \angle OHD \Rightarrow \angle AHC = \angle AHD$ (4)

$\Rightarrow HA$ là phân giác của $\angle CHD$

Tam giác HDE có HK là đường cao đồng thời là phân giác $\Rightarrow \triangle HDE$ cân tại E

$\Rightarrow HK$ đồng thời là đường trung tuyến $\Rightarrow K$ là trung điểm của DE

Mà P là trung điểm của DC (do $OP \perp CD$ – đường kính dây cung)

$\Rightarrow KP$ là đường trung bình $\triangle DCE$

$\Rightarrow KP \parallel CE$ hay $KP \parallel HC \Rightarrow \angle PKH = \angle AHC$ (5)

Từ (4) và (5) $\Rightarrow \angle AHD = \angle PKH$

Vậy $HKPQ$ là hình thang cân

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
GIA LAI
ĐỀ CHÍNH THỨC**
(Đề thi có 01 trang)

**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 CHUYÊN
NĂM HỌC 2022-2023
Môn : TOÁN (không chuyên)**
Thời gian : 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Không sử dụng máy tính cầm tay, giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + 3y = 1 \\ 2x - y = 9 \end{cases}$$

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình : $x^2 - 4x - 7 = 0$

Tính giá trị của biểu thức $T = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} - 2$

Câu 2. (2,0 điểm)

a) Xác định a để parabol $(P): y = (2a + 1)x^2$ đi qua điểm $M(2; -1)$

b) Cho parabol $(C): y = x^2$ và đường thẳng $(\Delta): y = 2mx - 4m + 5$ (m là tham số). Tìm m để (Δ) cắt (C) tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương

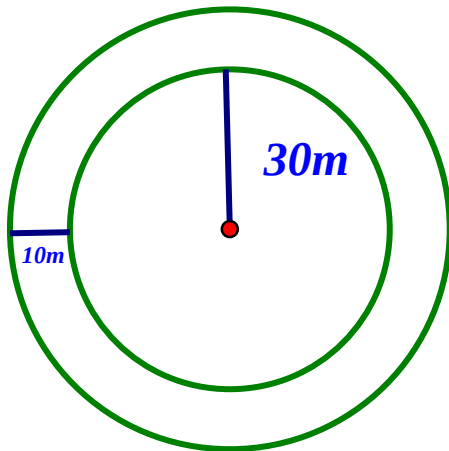
Câu 3. (2,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức $P = \frac{x}{\sqrt{x} + 1} + \sqrt{x} \left(\frac{1}{\sqrt{x} + 1} + \frac{1}{\sqrt{x} + 2} \right) + \frac{2}{\sqrt{x} + 2} \quad (x \geq 0)$

b) Một tam giác vuông có độ dài hai cạnh góc vuông hơn kém nhau $7cm$, độ dài cạnh huyền bằng $17cm$. Tính độ dài hai cạnh góc vuông

Câu 4. (2,0 điểm)

a) Theo dự án công trình nông thôn mới, đoạn đường Nguyễn Viết Xuân cần được đầu tư để là $500m$ cống thoát nước có dạng hình trụ. Nhà nước hỗ trợ 80% tổng kinh phí, phần còn lại là đóng góp của người dân sinh sống trên đoạn đường đó. Biết mỗi chiếc cống có chiều dài $1m$, bán kính trong bằng $30cm$, độ dày bằng $10cm$ (như hình dưới). Biết giá thành để hoàn thiện $1m^3$ bê tông là 900.000 đồng, tính số tiền người dân phải trả thêm để làm cống ở đoạn đường trên (làm tròn đến hàng triệu đồng)?



b) Giải phương trình $\sqrt[3]{4x - 12} + \sqrt{6 - x} - 3 = 0$

Câu 5. (2,0 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$, lấy điểm M nằm bên ngoài đường tròn sao cho $OM = 2R$. Qua M vẽ hai tiếp tuyến MA, MB (A, B là hai tiếp điểm) và cát tuyến không đi qua tâm O cắt đường tròn tại C và D (C nằm giữa M và D)

a) Chứng minh tứ giác $MAOB$ nội tiếp một đường tròn

b) Chứng minh $\triangle DAM \sim \triangle ACM$

c) Kẻ $AH \perp OM$, chứng minh $AH = \frac{1}{2} \sqrt{DM \cdot CM}$

ĐÁP ÁN

Câu 1. (2,0 điểm)

c) Không sử dụng máy tính cầm tay, giải hệ phương trình $\begin{cases} x+3y=1 \\ 2x-y=9 \end{cases}$

$$\text{Ta có : } \begin{cases} x+3y=1 \\ 2x-y=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3y=1 \\ 6x-3y=27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x=28 \\ y=2x-9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(4; -1)$

d) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình : $x^2 - 4x - 7 = 0$

$$\text{Tính giá trị của biểu thức } T = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} - 2$$

Phương trình có $ac = -7 < 0$ nên luôn có 2 nghiệm phân biệt

Áp dụng hệ thức Vi-et ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 x_2 = -7 \end{cases}$. Khi đó ta có :

$$\begin{aligned} T &= \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} - 2 = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 x_2} - 2 = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2}{x_1 x_2} - 2 \\ &= \frac{4^2 - 2(-7)}{-7} - 2 = \frac{-44}{7} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } T = -\frac{44}{7}$$

Câu 2. (2,0 điểm)

c) Xác định a để parabol $(P): y = (2a+1)x^2$ đi qua điểm $M(2; -1)$

Parabol $(P): y = (2a+1)x^2$ đi qua điểm $M(2; -1)$ thì thay $x=2, y=-1$ vào $y = (2a+1)x^2$

$$\text{ta có : } -1 = (2a+1).4 \Leftrightarrow 2a+1 = \frac{-1}{4} \Leftrightarrow a = -\frac{5}{8}$$

d) Cho parabol $(C): y = x^2$ và đường thẳng $(\Delta): y = 2mx - 4m + 5$ (m là tham số).

Tìm m để (Δ) cắt (C) tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (Δ) và (C) là :

$$x^2 = 2mx - 4m + 5 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 4m - 5 = 0 (*)$$

Để (Δ) cắt (C) tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương thì phương trình $(*)$ có hai nghiệm dương phân biệt :

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4m + 5 > 0 \\ 2m > 0 \\ 4m - 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m > \frac{5}{4} \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{5}{4} \left(m^2 - 4m + 5 = (m-2)^2 + 1 > 0 \forall m \right)$$

$$\text{Vậy } m > \frac{5}{4}$$

Câu 3. (2,0 điểm)

c) Rút gọn biểu thức $P = \frac{x}{\sqrt{x+1}} + \sqrt{x} \left(\frac{1}{\sqrt{x+1}} + \frac{1}{\sqrt{x+2}} \right) + \frac{2}{\sqrt{x+2}} (x \geq 0)$

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{x}{\sqrt{x}+1} + \sqrt{x} \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} \right) + \frac{2}{\sqrt{x}+2} \quad (x \geq 0) \\
 &= \frac{x(\sqrt{x}+2) + \sqrt{x}(\sqrt{x}+2 + \sqrt{x}+1) + 2(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+2)} \\
 &= \frac{x\sqrt{x} + 2x + x + 2\sqrt{x} + x + \sqrt{x} + 2\sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+2)} = \frac{x\sqrt{x} + 4x + 5\sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+2)} \\
 &= \frac{x\sqrt{x} + x + 3x + 3\sqrt{x} + 2\sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+2)} = \frac{x(\sqrt{x}+1) + 3\sqrt{x}(\sqrt{x}+1) + 2(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+2)} \\
 &= \frac{(x+3\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}+1)}{x+3\sqrt{x}+2} = \sqrt{x}+1
 \end{aligned}$$

d) Một tam giác vuông có độ dài hai cạnh góc vuông hơn kém nhau 7cm, độ dài cạnh huyền bằng 17cm. Tính độ dài hai cạnh góc vuông

Gọi độ dài cạnh thứ nhất của tam giác vuông là $x(cm)$ ($x > 0$)

Khi đó độ dài cạnh thứ hai của tam giác vuông $x+7(cm)$

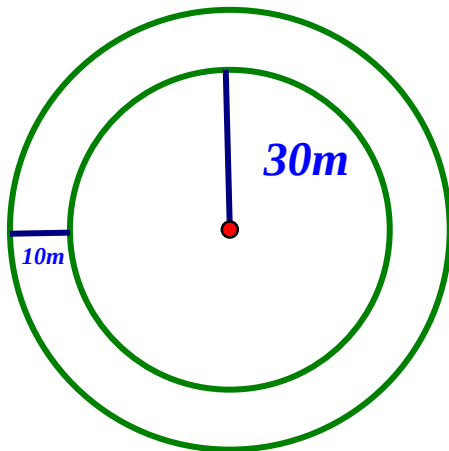
Áp dụng định lý Pytago ta có phương trình :

$$x^2 + (x+7)^2 = 17^2 \Leftrightarrow x^2 + 7x - 120 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8(tm) \\ x = -15(ktm) \end{cases}$$

Vậy độ dài cạnh thứ nhất của tam giác vuông là 8cm, độ dài cạnh thứ hai là 15cm

Câu 4.(2,0 điểm)

c) Theo dự án công trình nông thôn mới, đoạn đường Nguyễn Viết Xuân cần được đầu tư để là 500m cống thoát nước có dạng hình trụ. Nhà nước hỗ trợ 80% tổng kinh phí, phần còn lại là đóng góp của người dân sinh sống trên đoạn đường đó. Biết mỗi chiếc cống có chiều dài 1m, bán kính trong bằng 30cm, độ dày bằng 10cm (như hình dưới). Biết giá thành để hoàn thiện $1m^3$ bê tông là 900.000 đồng, tính số tiền người dân phải trả thêm để làm cống ở đoạn đường trên (làm tròn đến hàng triệu đồng)?



Thể tích phần bê tông để làm 1 chiếc cống :

$$V = \pi \cdot 0,4^2 \cdot 1 - \pi \cdot 0,3^2 \cdot 1 = 0,07\pi (m^3)$$

Giá thành để hoàn thiện 1 chiếc cống : $0,07\pi \cdot 900\,000 \approx 197920$ (đồng)

Để làm 500m cống thoát nước , mỗi chiếc cống có chiều dài 1m thì cần 500 chiếc cống

Nên giá thành để hoàn thiện đoạn đường : $197\,920 \cdot 500 = 98\,960\,000$ (đồng)

Số tiền người dân phải trả thêm là : $98\,960\,000 \cdot 20\% = 19\,792\,000 \approx 20$ (triệu đồng)

d) Giải phương trình $\sqrt[3]{4x-12} + \sqrt{6-x} - 3 = 0$

ĐKXD: $6-x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 6$

Đặt $\begin{cases} u = \sqrt[3]{4x-12} \\ v = \sqrt{6-x} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u^3 = 4x-12 \\ v^2 = 6-x \end{cases} \Rightarrow u^3 + 4v = 12$. Ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} u+v-3=0 \\ u^3+4v^2=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v=3-u \\ u^3+4(3-u)^2=12(*) \end{cases}$$

$$(*) \Leftrightarrow u^3 + 4u^2 - 24u + 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u=2 \\ u^2+6u-12=0 \end{cases}$$

$$+) u=2 \Rightarrow v=1 \Rightarrow \sqrt{6-x}=1 \Leftrightarrow x=5(tm)$$

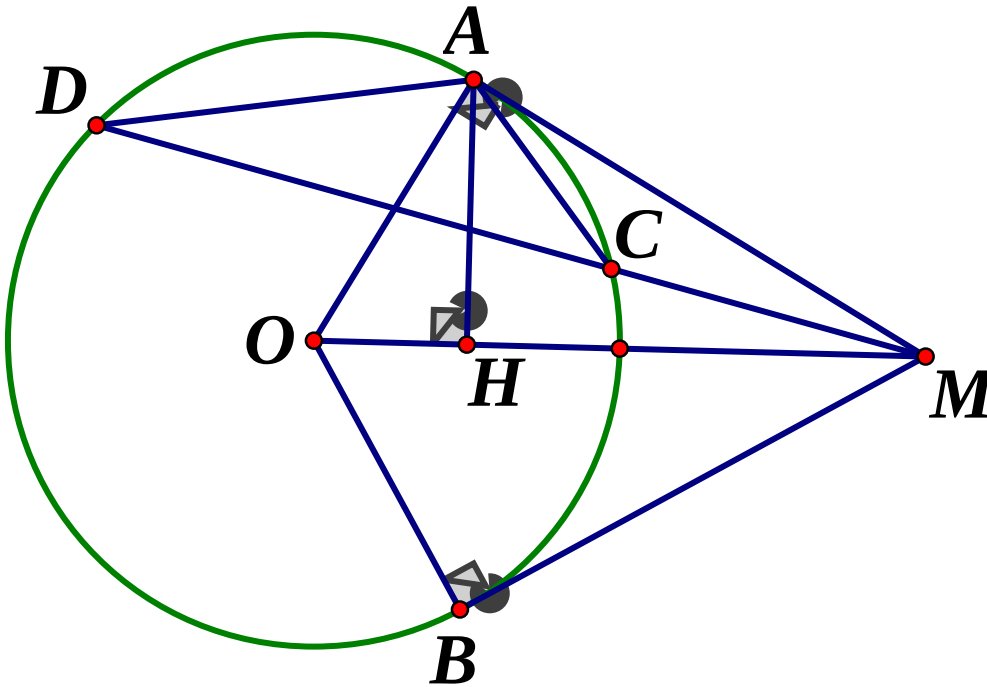
$$+) u^2+6u-12=0 \Rightarrow \begin{cases} u=-3+\sqrt{21} \Rightarrow v=6-\sqrt{21}(tm) \\ u=-3-\sqrt{21} \Rightarrow v=6+\sqrt{21}(tm) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{6-x}=6-\sqrt{21} \\ \sqrt{6-x}=6+\sqrt{21} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-51+12\sqrt{21} \\ x=-51-12\sqrt{21} \end{cases} (tm)$$

$$Vay \quad S = \{5; -51 \pm 12\sqrt{21}\}$$

Câu 5. (2,0 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$, lấy điểm M nằm bên ngoài đường tròn sao cho $OM = 2R$. Qua M vẽ hai tiếp tuyến MA, MB (A, B là hai tiếp điểm) và cát tuyến không đi qua tâm O cắt đường tròn tại C và D (C nằm giữa M và D)



d) Chứng minh tứ giác $MAOB$ nội tiếp một đường tròn

MA là tiếp tuyến của đường tròn $(O) \Rightarrow \angle OAM = 90^\circ$ (tính chất tiếp tuyến của đtròn)

MB là tiếp tuyến của đường tròn $(O) \Rightarrow \angle OBM = 90^\circ$ (tính chất tiếp tuyến)

Tứ giác $MAOB$ có $\angle OAM + \angle OBM = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà hai góc đối nhau

$\Rightarrow MAOB$ là tứ giác nội tiếp

e) Chứng minh $\triangle DAM \sim \triangle ACM$

Xét (O) có :

$\angle ADC = \angle MAC$ (góc nội tiếp và tiếp tuyến dây cung cùng chắn cung AC)

$\Rightarrow \angle ADM = \angle MAC$

Xét $\triangle DAM$ và $\triangle ACM$ có :

$\angle AMD$ chung, $\angle ADM = \angle MAC$ (cmt) $\Rightarrow \triangle DMA \sim \triangle ACM$ (g.g)

f) Kẻ $AH \perp OM$, chứng minh $AH = \frac{1}{2} \sqrt{DM \cdot CM}$

$$\triangle DMA \sim \triangle ACM \text{ (cmt)} \Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{MC}{MA} \Rightarrow MA^2 = MC \cdot MD \quad (1)$$

$\triangle OAM$ vuông tại A , theo định lý Pytago, ta có :

$$OM^2 = OA^2 + AM^2 \Leftrightarrow AM^2 = OM^2 - OA^2 = 3R^2$$

$\triangle OAM$ vuông tại A , đường cao AH , ta có :

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{AM^2} \Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{R^2} + \frac{1}{3R^2} = \frac{4}{3R^2}$$

$$\Leftrightarrow AH^2 = \frac{3R^2}{4} = \frac{AM^2}{4} \Rightarrow AM^2 = 4AH^2 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow 4AH^2 = MC.MD \Rightarrow AH = \frac{1}{2}\sqrt{DM.CM} \text{ (dpcm)}$$

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu I. (2,0 điểm)

1. Rút gọn biểu thức $A = \frac{1}{\sqrt{5}-2} + \sqrt{6+2\sqrt{5}} - \sqrt{20}$

2. Cho biểu thức $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{x-9} \right) \cdot \frac{2\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1}$ (với $x \geq 0, x \neq 1, x \neq 9$)

Rút gọn biểu thức B và tìm giá trị của x để $B = 3$

Câu II. (2,0 điểm)

1. Giải phương trình $x^2 - 6x - 7 = 0$

2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2(x+1) + y = 5 \\ x(x+2) + 2y = 2 + x^2 \end{cases}$$

Câu III. (2,0 điểm)

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol (P) có phương trình $y = 4x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình $y = 2x + b$ (với b là tham số). Xác định b để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại điểm có hoành độ bằng -1

2. Cho phương trình $x^2 + 2(m+1)x + m^2 - m - 5 = 0$ (với m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 - 2(m+1)x_2 + m^2 - m - 5 = 16$

Câu IV. (3,5 điểm) Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính AB , lấy điểm M bất kỳ trên đường tròn ($M \neq A, M \neq B$). Qua điểm H thuộc đoạn OB (H khác O và B) kẻ đường thẳng d vuông góc với AB , đường thẳng d cắt các đoạn thẳng MA, MB lần lượt tại các điểm D, C

- 1) Chứng minh bốn điểm A, M, C, H cùng thuộc một đường tròn
- 2) Tia AC cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm E . Chứng minh ba điểm D, E, B thẳng hàng
- 3) Tiếp tuyến của đường tròn $(O; R)$ tại điểm M cắt đường thẳng d tại điểm I . Chứng minh IE là tiếp tuyến của đường tròn $(O; R)$
- 4) Khi điểm M di động trên đường tròn $(O; R)$. Chứng minh đường thẳng ME luôn đi qua điểm cố định

Câu V. (0,5 điểm) Cho ba số dương x, y, z thỏa mãn $x + y \leq z$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (x^2 + y^2 + z^2) \left(\frac{2}{x^2} + \frac{2}{y^2} + \frac{2}{z^2} \right)$

ĐÁP ÁN

Câu I. (2,0 điểm)

1. Rút gọn biểu thức $A = \frac{1}{\sqrt{5}-2} + \sqrt{6+2\sqrt{5}} - \sqrt{20}$

$$A = \frac{1}{\sqrt{5}-2} + \sqrt{6+2\sqrt{5}} - \sqrt{20} = \frac{\sqrt{5}+2}{5-4} + \sqrt{(\sqrt{5}+1)^2} - \sqrt{4 \cdot 5}$$
$$= \sqrt{5} + 2 + \sqrt{5} + 1 - 2\sqrt{5} = 3$$

2. Cho biểu thức $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{x-9} \right) \cdot \frac{2\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1}$ (với $x \geq 0, x \neq 1, x \neq 9$)

Rút gọn biểu thức B và tìm giá trị của x để $B = 3$

$$B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{x-9} \right) \cdot \frac{2\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1} = \frac{\sqrt{x}-3+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} \cdot \frac{2(\sqrt{x}+3)}{\sqrt{x}-1}$$
$$= \frac{3(\sqrt{x}-1) \cdot 2}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-1)} = \frac{6}{\sqrt{x}-3}$$

$$B = 3 \Rightarrow \frac{6}{\sqrt{x}-3} = 3 \Leftrightarrow \sqrt{x}-3 = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 5 \Rightarrow x = 25(tm)$$

Câu II. (2,0 điểm)

1. Giải phương trình $x^2 - 6x - 7 = 0$

Có $a - b + c = 1 + 6 - 7 = 0$ nên phương trình có 2 nghiệm $x_1 = -1; x_2 = 7$

2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2(x+1) + y = 5 \\ x(x+2) + 2y = 2 + x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(x+1) + y = 5 \\ x(x+2) + 2y = 2 + x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2 + y = 5 \\ x^2 + 2x + 2y = 2 + x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 3 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; -1)$

Câu III. (2,0 điểm)

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol (P) có phương trình $y = 4x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình $y = 2x + b$ (với b là tham số). Xác định b để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại điểm có hoành độ bằng -1

Thay $x = -1$ vào $(P): y = 4x^2$ ta được $y = 4 \cdot (-1)^2 = 4$

Thay $x = -1, y = 4$ vào $(d): y = 2x + b$ ta được :

$$4 = 2(-1) + b \Leftrightarrow b = 6$$

Vậy $b = 6$ thì đường thẳng (d) cắt parabon (P) tại điểm có hoành độ bằng -1

2. Cho phương trình $x^2 + 2(m+1)x + m^2 - m - 5 = 0$ (với m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

$$x_1^2 - 2(m+1)x_2 + m^2 - m - 5 = 16$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\Delta' > 0$

$$\Leftrightarrow (m+1)^2 - m^2 + m + 5 > 0 \Leftrightarrow 3m + 6 > 0 \Leftrightarrow m > -2(*)$$

Vì x_1 là 1 nghiệm của phương trình đã cho nên

$$x_1^2 + 2(m+1)x_1 + m^2 - m - 5 = 0$$

Kết hợp với giả thiết ta được $2(m+1)x_1 + 2(m+1)x_2 = -16$

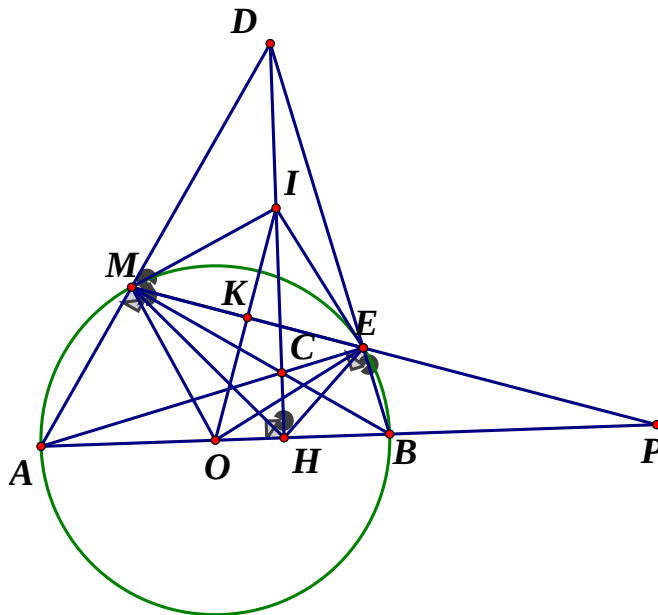
$$\Leftrightarrow 2(m+1)(x_1 + x_2) = -16$$

$$\Leftrightarrow 2(m+1)[-2(m+1)] = -16$$

$$\Leftrightarrow 4(m+1)^2 = 16 \Leftrightarrow (m+1)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1(tm) \\ m = -3(ktm(*)) \end{cases}$$

Vậy $m = 1$

Câu IV. (3,5 điểm) Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính AB , lấy điểm M bất kỳ trên đường tròn ($M \neq A, M \neq B$). Qua điểm H thuộc đoạn OB (H khác O và B) kẻ đường thẳng d vuông góc với AB , đường thẳng d cắt các đoạn thẳng MA, MB lần lượt tại các điểm D, C



1) Chứng minh bốn điểm A, M, C, H cùng thuộc một đường tròn

Ta có $\angle AMB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) hay $\angle AMC = 90^\circ$

Lại có $CH \perp AB$ tại H (giả thiết) $\Rightarrow \angle AHC = 90^\circ$

Xét tứ giác $AMCH$ có $\angle AMC + \angle AHC = 180^\circ \Rightarrow AMCH$ là tứ giác nội tiếp

Vậy bốn điểm A, M, C, H cùng thuộc một đường tròn

2) Tia AC cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm E . Chứng minh ba điểm D, E, B thẳng hàng

Có $\angle AEB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow AE \perp EB$ (1)

Xét $\triangle ABD$ có $BM \perp AD$ (vì $\angle AMB = 90^\circ$) và $DH \perp AB$ (giả thiết)

Mà DH cắt BM tại C suy ra C là trực tâm của $\triangle ABD$

$\Rightarrow AC \perp DB$ hay $AE \perp DB$ (2)

Từ (1), (2) suy ra $EB \equiv DB$. vậy D, E, B thẳng hàng

3) Tiếp tuyến của đường tròn $(O; R)$ tại điểm M cắt đường thẳng d tại điểm

I. Chứng minh IE là tiếp tuyến của đường tròn $(O; R)$

Tứ giác $MIHO$ có $\angle OMI + \angle OHI = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ suy ra tứ giác $MIHO$ nội tiếp đường tròn đường kính OI (1)

Tứ giác $AMCH$ nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \angle CMH = \angle CAH$

Trong $(O; R)$ có $\angle EMB = \angle EAB$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung EB)

$\Rightarrow \angle CMH = \angle EMC \Rightarrow \angle HME = 2\angle BME$

Lại có $\angle HOE = 2\angle BAE$ (cung chắn cung EB) $\Rightarrow \angle HOE = \angle HME$

$\Rightarrow$ tứ giác $MEHO$ nội tiếp (2)

Từ (1), (2), suy ra 5 điểm I, M, O, H, E cùng thuộc đường tròn đường kính OI

$\Rightarrow \angle IEO = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow IE \perp OE$. Vậy IE là tiếp tuyến của đường tròn $(O; R)$

4) Khi điểm M di động trên đường tròn $(O; R)$. Chứng minh đường thẳng

ME luôn đi qua điểm cố định

Gọi K là giao điểm của OI và $ME \Rightarrow OI \perp ME$ tại K (tính chất hai tiếp tuyến)

Tam giác OMI vuông tại M và $MK \perp OI \Rightarrow OM^2 = OK.OI = R^2$

Gọi P là giao điểm của AB và ME

$$\triangle OKP \sim \triangle OHI \Rightarrow \frac{OK}{OH} = \frac{OP}{OI} \Rightarrow OK.OI = OH.OP$$

$$\Rightarrow OH.OP = R^2 \Rightarrow OP = \frac{R^2}{OH}$$

Mà các điểm O, H cố định và R không đổi nên điểm P cố định
Vậy đường thẳng ME luôn đi qua điểm cố định

Câu V. (0,5 điểm) Cho ba số dương x, y, z thỏa mãn $x + y \leq z$. Tìm giá trị nhỏ

nhất của biểu thức $P = (x^2 + y^2 + z^2) \left(\frac{2}{x^2} + \frac{2}{y^2} + \frac{2}{z^2} \right)$

$$\frac{P}{2} = (x^2 + y^2 + z^2) \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} \right) = 3 + \left(\frac{x^2}{z^2} + \frac{y^2}{z^2} \right) + z^2 \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \right) + \left(\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} \right)$$

Áp dụng bất đẳng thức Co-si ta có :

$$\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} \geq 2\sqrt{\frac{x^2}{y^2} \cdot \frac{y^2}{x^2}} = 2, \text{ dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow x = y$$

$$\Rightarrow \frac{P}{2} \geq 5 + \left(\frac{x^2}{z^2} + \frac{z^2}{16x^2} \right) + \left(\frac{y^2}{z^2} + \frac{z^2}{16y^2} \right) + \frac{15z^2}{16} \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \right)$$

Áp dụng BĐT Co-si ta có :

$$\frac{x^2}{z^2} + \frac{z^2}{16x^2} \geq 2\sqrt{\frac{x^2}{z^2} \cdot \frac{z^2}{16x^2}} = \frac{1}{2}. \text{ Dấu "=" xảy ra khi } 2x = z$$

$$\frac{y^2}{z^2} + \frac{z^2}{16y^2} \geq 2\sqrt{\frac{y^2}{z^2} \cdot \frac{z^2}{16y^2}} = \frac{1}{2}. \text{ Dấu "=" xảy ra khi } 2y = z$$

$$\text{Lại có } \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \geq \frac{2}{xy} \geq \frac{2}{\left(\frac{x+y}{2}\right)^2} = \frac{8}{(x+y)^2}, \text{ dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow x = y$$

$$\text{Suy ra } \frac{15z^2}{16} \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \right) \geq \frac{15z^2}{16} \cdot \frac{8}{(x+y)^2} = \frac{15}{2} \left(\frac{z}{x+y} \right)^2 \geq \frac{15}{2}$$

(vì $x + y \leq z$), dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x + y = z$

$$\frac{P}{2} \geq 5 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{15}{2} \Leftrightarrow P \geq 27. \text{ Đẳng thức xảy ra khi } x = y = \frac{z}{2}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng 27 khi $x = y = \frac{z}{2}$

Câu I. (2,0 điểm)

- 1) Giải phương trình $2x^2 - 4x + 4 = x + 1$
- 2) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x(y+2) - y(x+1) = 4 \\ 3x + y = 11 \end{cases}$$

Câu II. (1,5 điểm) Cho biểu thức $P = \frac{a+6\sqrt{a}+9}{\sqrt{a}+3} + \frac{a-9}{\sqrt{a}-3}$ (với $a \geq 0, a \neq 9$)

- 1) Rút gọn biểu thức P
- 2) Tính giá trị của biểu thức P khi $a = 19 - 6\sqrt{10}$

Câu III. (1,5 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P) có phương trình $y = x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình $y = 2mx + 3 - 2m$ (với m là tham số)

- 1) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm A(2;1)
- 2) Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B.

Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ các điểm A, B. Tìm m để x_1, x_2 là độ dài hai cạnh của một hình chữ nhật có độ dài đường chéo bằng $\sqrt{14}$

Câu IV. (1,0 điểm) Lớp 9A giao cho An đi mua bánh và kẹo để tổ chức liên hoan. An mua tất cả 15 hộp bánh và 5 túi kẹo với số tiền phải trả là 850 nghìn đồng. Biết rằng, giá mỗi hộp bánh là như nhau, giá mỗi túi kẹo là như nhau và giá mỗi hộp bánh hơn giá mỗi túi kẹo là 10 nghìn đồng. Tính giá tiền để mua một hộp bánh và giá tiền để mua một túi kẹo

Câu V. (3,5 điểm) Cho đường tròn tâm O có đường kính $AB = 2R$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng OA và E là điểm thuộc đường tròn tâm O (E không trùng với A và B). Gọi Ax và By là các tiếp tuyến tại A và B của đường tròn (O) (Ax, By cùng thuộc một nửa mặt phẳng có bờ là AB có chứa điểm E). Qua điểm E kẻ đường thẳng d vuông góc với EI cắt Ax và By lần lượt tại M và N

- 1) Chứng minh tứ giác AMEI nội tiếp
- 2) Chứng minh $\angle ENI = \angle EBI$ và $AE \cdot IN = BE \cdot IM$
- 3) Gọi P là giao điểm của AE và MI; Q là giao điểm của BE và NI. Chứng minh hai đường thẳng PQ và BN vuông góc với nhau
- 4) Gọi F là điểm chính giữa của cung AB không chứa điểm E của đường tròn (O). Tính diện tích $\triangle OMN$ theo R khi ba điểm E, I, F thẳng hàng.

Câu VI. (0,5 điểm) Cho 2 số a, b thỏa mãn $a + b \geq 1$ và $a > 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \frac{20a^2 + b}{4a} + 4b^2$

ĐÁP ÁN

Câu I. (2,0 điểm)

3) Giải phương trình $2x^2 - 4x + 4 = x + 1$

Ta có $2x^2 - 4x + 4 = x + 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 3 = 0$

Vì $a + b + c = 2 - 5 + 3 = 0$ nên phương trình có hai nghiệm $\begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{c}{a} = \frac{3}{2} \end{cases}$

4) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x(y+2) - y(x+1) = 4 \\ 3x + y = 11 \end{cases}$

Ta có :

$$\begin{cases} x(y+2) - y(x+1) = 4 \\ 3x + y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy + 2x - xy - y = 4 \\ 3x + y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 4 \\ 3x + y = 11 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 15 \\ y = 11 - 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y) = (3; 2)$

Câu II. (1,5 điểm) Cho biểu thức $P = \frac{a + 6\sqrt{a} + 9}{\sqrt{a} + 3} + \frac{a - 9}{\sqrt{a} - 3}$ (với $a \geq 0, a \neq 9$)

3) Rút gọn biểu thức P

$$P = \frac{a + 6\sqrt{a} + 9}{\sqrt{a} + 3} + \frac{a - 9}{\sqrt{a} - 3} = \frac{(\sqrt{a} + 3)^2}{\sqrt{a} + 3} + \frac{(\sqrt{a} - 3)(\sqrt{a} + 3)}{\sqrt{a} - 3} \\ = \sqrt{a} + 3 + \sqrt{a} + 3 = 2\sqrt{a} + 6$$

4) Tính giá trị của biểu thức P khi $a = 19 - 6\sqrt{10}$

$$a = 19 - 6\sqrt{10} \Rightarrow \sqrt{a} = \sqrt{19 - 6\sqrt{10}} = \sqrt{(\sqrt{10} - 3)^2} = \sqrt{10} - 3$$

$$\Rightarrow P = 2\sqrt{a} + 6 = 2(\sqrt{10} - 3) + 6 = 2\sqrt{10} - 6 + 6 = 2\sqrt{10}$$

Câu III. (1,5 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P) có phương trình $y = x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình $y = 2mx + 3 - 2m$ (với m là tham số)

3) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm A(2;1)

Thay $x = 2, y = 1$ vào phương trình đường thẳng (d) ta có :

$$1 = 2m \cdot 2 + 3 - 2m \Leftrightarrow 2m = -2 \Leftrightarrow m = -1$$

Vậy $m = -1$ thì thỏa đề

4) Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt

A, B. Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ các điểm A, B. Tìm m để x_1, x_2 là độ dài hai cạnh của một hình chữ nhật có độ dài đường chéo bằng $\sqrt{14}$

Ta có phương trình hoành độ giao điểm (d) và (P):

$$x^2 = 2mx + 3 - 2m \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 2m - 3 = 0 (*)$$

Ta có : $\Delta' = m^2 - 2m + 3 = (m-1)^2 + 2 > 0$ (với mọi m)

Nên phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt

$\Rightarrow (d)$ luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B

Gọi x_1, x_2 là hoành độ các điểm A, B $\Rightarrow x_1, x_2$ là hai nghiệm phân biệt của phương trình (*)

Lại có x_1, x_2 là độ dài hai cạnh của một hình chữ nhật nên (*) có hai nghiệm phân biệt dương:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m > 0 \\ 2m - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{3}{2}$$

Áp dụng hệ thức Vi-et ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = 2m - 3 \end{cases}$

Vì x_1, x_2 là độ dài hai cạnh của một hình chữ nhật có đường chéo bằng $\sqrt{14}$ nên áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông ta có :

$$x_1^2 + x_2^2 = 14 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 14$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 2(2m - 3) = 14 \Leftrightarrow 2m^2 + 2m - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1(ktm) \\ m = 2(tm) \end{cases}$$

Vậy $m = 2$

Câu IV. (1,0 điểm) Lớp 9A giao cho An đi mua bánh và kẹo để tổ chức liên hoan. An mua tất cả 15 hộp bánh và 5 túi kẹo với số tiền phải trả là 850 nghìn đồng. Biết rằng, giá mỗi hộp bánh là như nhau, giá mỗi túi kẹo là như nhau và giá mỗi hộp bánh hơn giá mỗi túi kẹo là 10 nghìn đồng. Tính giá tiền để mua một hộp bánh và giá tiền để mua một túi kẹo

Gọi giá tiền 1 hộp bánh là x (nghìn đồng) ($x > 0$)

Giá tiền 1 túi kẹo là y (nghìn đồng) ($y > 0$)

An mua tất cả 15 hộp bánh và 5 túi kẹo với số tiền phải trả là 850 nghìn đồng.

$$15x + 5y = 850 (1)$$

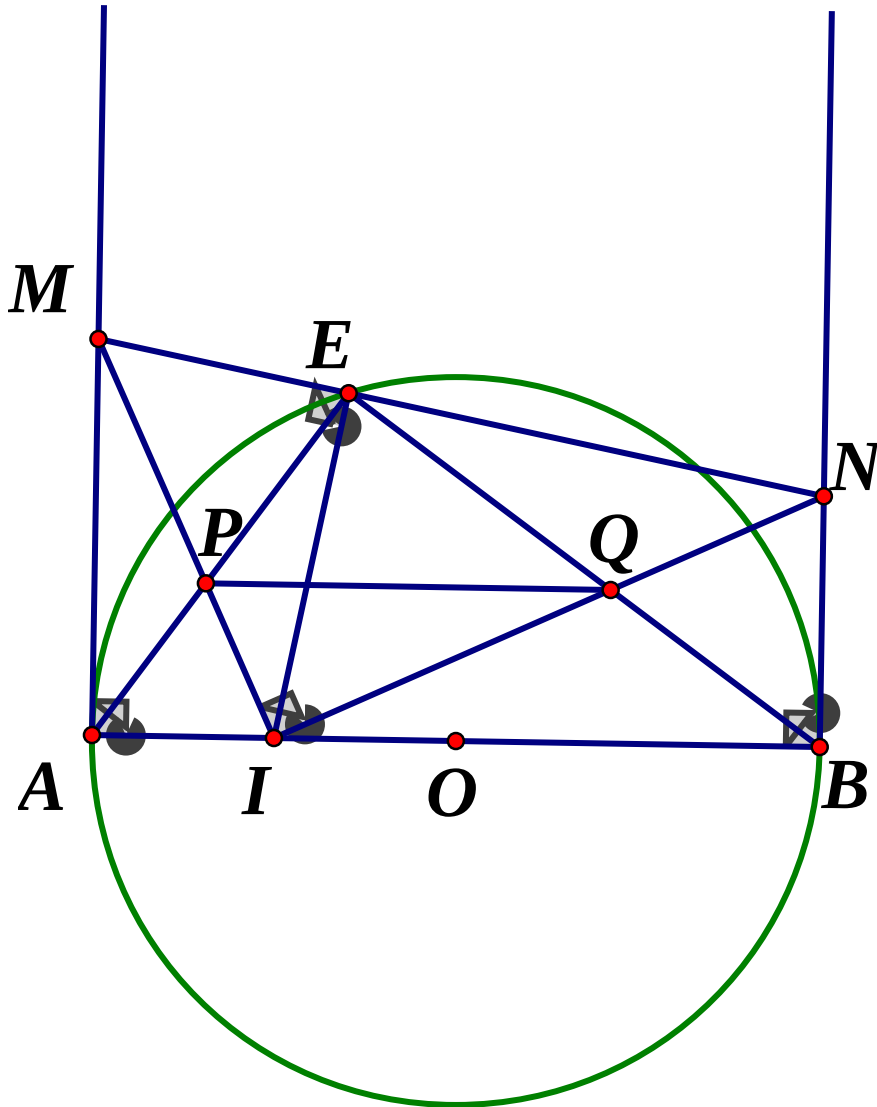
Vì giá mỗi túi kẹo là như nhau và giá mỗi hộp bánh hơn giá mỗi túi kẹo là 10 nghìn đồng nên ta có phương trình $x - y = 10 (2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} 15x + 5y = 850 \\ x - y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15x + 5y = 850 \\ 5x - 5y = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 20x = 900 \\ y = x - 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 45 \\ y = 35 \end{cases} (tmdk)$$

Vậy giá tiền 1 hộp bánh và 1 túi kẹo lần lượt là 45000 đồng và 35000 đồng.

Câu V. (3,5 điểm) Cho đường tròn tâm O có đường kính $AB = 2R$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng OA và E là điểm thuộc đường tròn tâm O (E không trùng với A và B). Gọi A_x và B_y là các tiếp tuyến tại A và B của đường tròn (O) (A_x, B_y cùng thuộc một nửa mặt phẳng có bờ là AB có chứa điểm E). Qua điểm E kẻ đường thẳng d vuông góc với EI cắt A_x và B_y lần lượt tại M và N



5) Chứng minh tứ giác $AMEI$ nội tiếp

AM là tiếp tuyến của $(O) \Rightarrow \angle MAI = 90^\circ$

$IE \perp MN$ tại E nên $\angle MEI = 90^\circ$

Tứ giác $AMEI$ có $\angle MAI + \angle MEI = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà hai góc này đối nhau
 $\Rightarrow AMEI$ là tứ giác nội tiếp

6) Chứng minh $\angle ENI = \angle EBI$ và $AE \cdot IN = BE \cdot IM$

* $\angle ENI = \angle EBI$

BN là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $\angle IBN = 90^\circ$

$$IE \perp MN \text{ tại } E \Rightarrow \angle INE = 90^\circ$$

Tứ giác $BNEI$ có $\angle IBN + \angle INE = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà 2 góc này đối nhau nên $BNEI$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \angle ENI = \angle EBI$ (cùng chắn cung IE)

$$* AE \cdot IN = BE \cdot IM$$

Tứ giác $AMEI$ nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \angle EMI = \angle EAI$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung EI)

Xét $\triangle MIN$ và $\triangle AEB$ có :

$$\begin{cases} \angle MNI = \angle EBA \\ \angle NMI = \angle EAB \end{cases} \Rightarrow \triangle MIN \sim \triangle AEB (g.g) \Rightarrow \frac{IM}{AE} = \frac{IN}{BE} \Rightarrow AE \cdot IN = IM \cdot BE (dpcm)$$

7) Gọi P là giao điểm của AE và MI ; Q là giao điểm của BE và NI . Chứng minh hai đường thẳng PQ và BN vuông góc với nhau

E thuộc đường tròn tâm O đường kính $AB \Rightarrow \angle AEB = 90^\circ$

$$\Rightarrow \triangle MIN \sim \triangle AEB (cmt) \Rightarrow \angle MIN = \angle AEB = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle PIQ = \angle PEQ = 90^\circ$$

Tứ giác $PEQI$ có $\angle PIQ + \angle PEQ = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà 2 góc này đối nhau nên $PEQI$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \angle AEI = \angle PQI$ (cùng chắn cung PI)

Tứ giác $AMEI$ nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \angle AEI = \angle AMI$ (cùng chắn cung AI)

Suy ra $\angle PQI = \angle AMI$ (1). Ta lại có :

$\triangle AIM$ vuông tại A nên $\angle AMI + \angle MIA = 90^\circ$

$\angle AIM + \angle MIN + \angle NIB = 180^\circ$ (tổng các góc kề bù)

$$\Rightarrow \angle AIM + \angle NIB = 90^\circ \Rightarrow \angle AMI = \angle NIB (2)$$

Từ (1) và (2), suy ra $\angle PQI = \angle NIB$, mà hai góc này ở vị trí so le trong

Nên $PQ \parallel IN \Rightarrow PQ \parallel AB$

Mà $AB \perp BN$ (do BN là tiếp tuyến của (O)) $\Rightarrow PQ \perp BN$

8) Gọi F là điểm chính giữa của cung AB không chứa điểm E của đường tròn (O) . Tính diện tích $\triangle OMN$ theo R khi ba điểm E, I, F thẳng hàng.

Khi ba điểm E, I, F thẳng hàng thì $I \equiv O$ và E là điểm chính giữa của cung AB (cung có chứa điểm E)

Mặt khác, suy ra được $OE \perp MN$

Xét (O) có: E là điểm chính giữa cung AB nên $AE = BE$, suy ra $\triangle AEB$ cân tại E

Lại có O là trung điểm của AB (do O là tâm đường tròn đường kính AB)

Nên EO là đường trung tuyến của $\triangle AEB$, đồng thời là đường cao của $\triangle AEB$

$$\Rightarrow EO \perp AB \Rightarrow EF \perp AB \text{ (do } E, O, F \text{ thẳng hàng)}. \text{ Ta có :}$$

$$AM \parallel BN (\perp AB), MN \parallel AB (\perp OE) \Rightarrow ABNM \text{ là hình bình hành}$$

$$\Rightarrow AB = MN \text{ (tính chất hình bình hành)} \Rightarrow MN = 2R \text{ (do } AB = 2R)$$

$$\text{Diện tích tam giác } OMN \text{ là : } S = \frac{1}{2} OE \cdot MN = \frac{1}{2} \cdot R \cdot 2R = R^2 \text{ (đơn vị diện tích)}$$

Câu VI. (0,5 điểm) Cho 2 số a, b thỏa mãn $a + b \geq 1$ và $a > 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \frac{20a^2 + b}{4a} + 4b^2$

Ta có :

$$\begin{aligned} T &= \frac{20a^2 + b}{4a} + 4b^2 = \frac{20a^2}{4a} + \frac{b}{4a} + 4b^2 = 5a + \frac{b}{4a} + 4b^2 \\ &= 4a + a - \frac{1}{4} + \left(\frac{b}{4a} + \frac{1}{4} \right) + 4b^2 = 4a + a - \frac{1}{4} + \frac{a+b}{4a} + 4b^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Vì } a + b \geq 1 \text{ nên } T &\geq 4a + a - \frac{1}{4} + \frac{1}{4a} + 4b^2 = \left(a + \frac{1}{4a} \right) + \left(4b^2 - 4b + 4 - \frac{1}{a} \right) \\ &= \left(a + \frac{1}{4a} \right) + \left[(2b)^2 - 2 \cdot 2b + 1 + \frac{11}{4} \right] = \left(a + \frac{1}{4a} \right) + (2b - 1)^2 + \frac{11}{4} \end{aligned}$$

$$\text{Vì } a > 0 \Rightarrow 4a > 0$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho 2 số không âm a và $\frac{1}{4a}$ ta có :

$$a + \frac{1}{4a} \geq 2\sqrt{a \cdot \frac{1}{4a}} = 1$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra} \Leftrightarrow a = \frac{1}{4a} \Leftrightarrow 4a^2 = 1 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2} \text{ (do } a > 0)$$

$$\text{Mặt khác } (2b - 1)^2 \geq 0 \text{ với mọi } b, \text{ Dấu bằng xảy ra} \Leftrightarrow 2b - 1 = 0 \Leftrightarrow b = \frac{1}{2} \Rightarrow T \geq \frac{15}{4}$$

$$\text{Vậy } \min T = \frac{15}{4} \Leftrightarrow a = b = \frac{1}{2}$$

**ĐỀ THI TUYỂN SINH
VÀO TRƯỜNG TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CHUYÊN NĂM 2022**
Môn thi : TOÁN

(Dùng cho mọi thí sinh vào trường chuyên)
Thời gian làm bài : 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1. (1,5 điểm) Cho $A = \left(\frac{x + \sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x} - 2} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} + \frac{1}{\sqrt{x} + 2} \right) : \frac{1}{x - 1} \quad (x \geq 0; x \neq 1)$

- a) Rút gọn A
b) Tìm các số nguyên x sao cho $\frac{1}{A}$ là số nguyên dương

Bài 2. (2,5 điểm)

- a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , hãy viết phương trình đường thẳng $(d): y = ax + b$ biết đường thẳng (d) đi qua điểm $A(2;1)$ và song song với đường thẳng $y = -3x + 1$
b) Một cửa hàng kinh doanh điện máy sau khi nhập về chiếc tivi, đã bán chiếc tivi đó; cửa hàng thu được tiền lãi là 10% của giá nhập về. Giả sử cửa hàng tiếp tục nâng giá bán chiếc tivi đó thêm 5% của giá đã bán, nhưng bớt cho khách hàng 245000 đồng, khi đó cửa hàng sẽ thu được tiền lãi là 12% của giá nhập về. Tìm giá tiền khi nhập về của chiếc tivi đó.

Bài 3. (3,0 điểm)

Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O) , điểm D thuộc cung nhỏ $\widehat{AB}$ (D khác A và B). Các tiếp tuyến với đường tròn (O) tại B và C cắt AD theo thứ tự tại E và G . Gọi I là giao điểm của CE và BG

- a) Chứng minh rằng $\triangle EBC \sim \triangle BCG$
b) Tính số đo góc BIC . Từ đó, hãy chứng minh tứ giác $BIDE$ nội tiếp
c) Gọi K là giao điểm của DI và BC . Chứng minh rằng $BK^2 = KI \cdot KD$

Bài 4. (3,0 điểm)

- a) Tìm các số thực x sao cho $a = x + \sqrt{2}$ và $b = x^3 + 5\sqrt{2}$ đồng thời là hai số hữu tỉ
b) Biết rằng :

Phương trình bậc hai $x^2 + a_1x + b_1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt là x_0 và x_1 ;

Phương trình bậc hai $x^2 + a_2x + b_2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt là x_0 và x_2 ;

.....

Phương trình bậc hai $x^2 + a_{2022}x + b_{2022} = 0$ có hai nghiệm phân biệt là x_0 và x_{2022} .

Chứng minh rằng số thực $\alpha = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{2022}}{2022}$ là nghiệm của phương trình bậc hai :

$$x^2 + \left(\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_{2022}}{2022} \right)x + \left(\frac{b_1 + b_2 + \dots + b_{2022}}{2022} \right) = 0$$

ĐÁP ÁN

Bài 1. (1,5 điểm) Cho $A = \left(\frac{x + \sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x} - 2} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} + \frac{1}{\sqrt{x} + 2} \right) : \frac{1}{x - 1} \quad (x \geq 0; x \neq 1)$

a) Rút gọn A

ĐKXĐ : $x \geq 0, x \neq 1$. Ta có :

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{x + \sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x} - 2} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} + \frac{1}{\sqrt{x} + 2} \right) : \frac{1}{x - 1} \\ &= \frac{x + \sqrt{x} + 1 + \sqrt{x} + 2 + \sqrt{x} - 1}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 1)} \cdot (x - 1) = \frac{x + 3\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 2} (\sqrt{x} - 1) \\ &= (\sqrt{x} + 1)^2 \end{aligned}$$

b) Tìm các số nguyên x sao cho $\frac{1}{A}$ là số nguyên dương

$$\text{Ta có } \sqrt{x} + 1 \geq 1 \Rightarrow (\sqrt{x} + 1)^2 \geq 1 > 0 \Rightarrow 0 < \frac{1}{A} \leq 1$$

$$\text{Mà } \frac{1}{A} \text{ nguyên dương, nên } \frac{1}{A} = 1 \Leftrightarrow x = 0$$

Vậy $x = 0$

Bài 2. (2,5 điểm)

a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, hãy viết phương trình đường thẳng (d): $y = ax + b$ biết đường thẳng (d) đi qua điểm A(2;1) và song song với đường thẳng

$$y = -3x + 1$$

Ta có đường thẳng d đi qua điểm A(2;-1) nên ta có $2a + b = -1$

Mặt khác (d) song song với $y = -3x + 1$ nên :

$$\begin{cases} a = -3 \\ b \neq 1 \\ 2a + b = -1 \end{cases} \Rightarrow a = -3, b = 5$$

Vậy phương trình đường thẳng d là $y = -3x + 5$

b) Một cửa hàng kinh doanh điện máy sau khi nhập về chiếc tivi, đã bán chiếc tivi đó; cửa hàng thu được tiền lãi là 10% của giá nhập về. Giả sử cửa hàng tiếp tục nâng giá bán chiếc tivi đó thêm 5% của giá đã bán, nhưng bớt cho khách hàng 245000 đồng, khi đó cửa hàng sẽ thu được tiền lãi là 12% của giá nhập về. Tìm giá tiền khi nhập về của chiếc tivi đó.

Gọi giá nhập về của chiếc tivi là x (đồng). Theo đề cửa hàng thu lãi $\frac{x}{10}$, tức là giá

đã bán là $x + \frac{x}{10}$. Nếu cửa hàng tiếp tục nâng giá bán chiếc tivi đó thêm 5% giá đã

bán và bớt cho khách hàng 245 000 đồng, khi đó giá bán ra là

$$x + \frac{x}{10} + \frac{5}{100} \left(x + \frac{x}{10} \right) - 245000$$

Theo đề khi đó cửa hàng thu lãi là 12% của giá nhập về, kéo theo :

$$x + \frac{x}{10} + \frac{5}{100} \left(x + \frac{x}{10} \right) - 245000 = x + \frac{12}{100} x$$

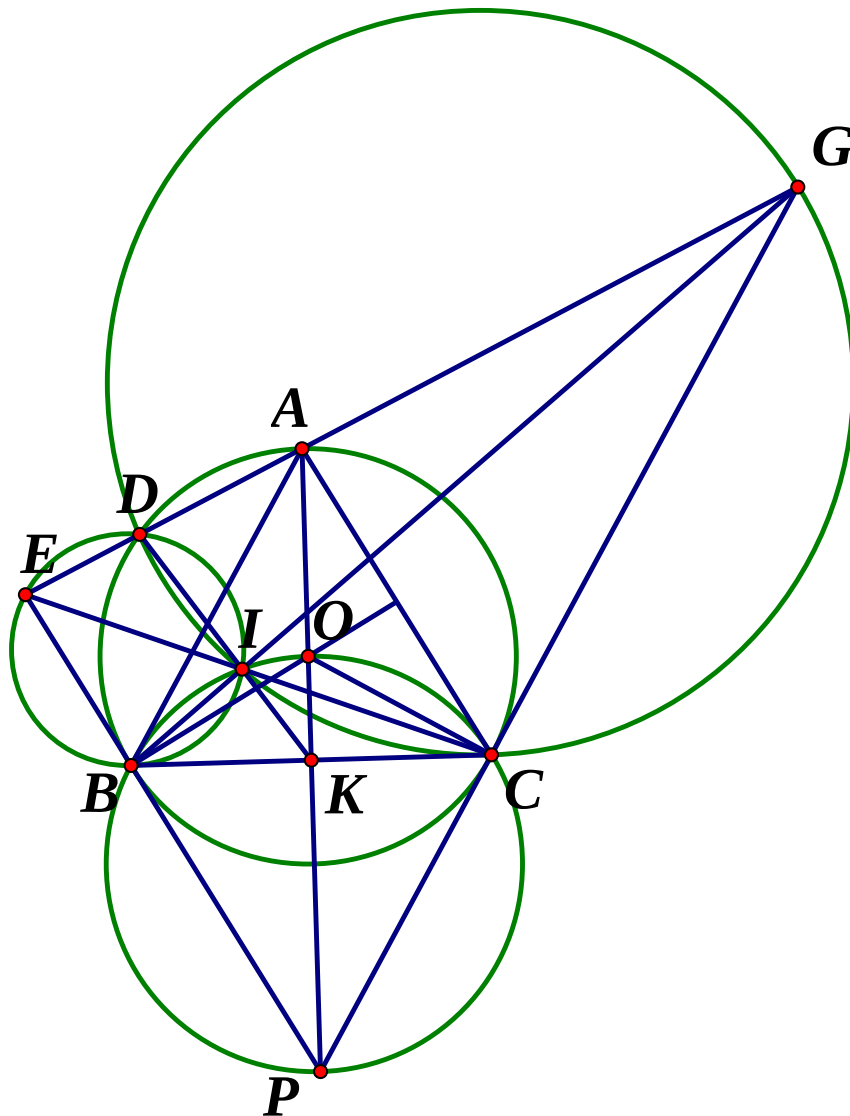
Từ đó dễ tính được $x = 7\,000\,000$

Vậy giá nhập về của chiếc ti vi đó là 7 triệu đồng.

Bài 3. (3,0 điểm)

Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O) , điểm D thuộc cung nhỏ $\widehat{AB}$ (D khác A và B). Các tiếp tuyến với đường tròn (O) tại B và C cắt AD theo thứ tự tại E và G .

Gọi I là giao điểm của CE và BG



a) Chứng minh rằng $\triangle EBC \sim \triangle BCG$

Gọi tiếp tuyến tại B, C của (O) cắt nhau tại P .

$$\angle EBC = 180^\circ - \angle PBC = 180^\circ - \angle PCB = \angle GCB$$

Gọi đường tròn ngoại tiếp tam giác DEB cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác GCD tại I' khác D . Ta có :

$$\angle DI'B = 180^\circ - \angle DEB \text{ và } \angle DI'C = 180^\circ - \angle DGC$$

$$\text{Chú ý rằng } \angle BPC = 180^\circ - \angle BOC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

Do đó $\angle BI'C = 120^\circ$. Lại có :

$$\angle BDE = \angle EI'B = 60^\circ \text{ (do tứ giác } DACB \text{ nội tiếp và } EDI'B \text{ nội tiếp) dẫn đến :}$$

$$E, I', C \text{ thẳng hàng. Tương tự } G, I', B \text{ thẳng hàng, dẫn đến } I \equiv I'$$

Do đó thu được $\angle BIC = \angle EBC = \angle GBC$ dẫn đến các tam giác $EBC; BIC$ và BCG đồng dạng với nhau.

b) Tính số đo góc BIC . Từ đó, hãy chứng minh tứ giác $BIDE$ nội tiếp

Từ câu a) ta đã chỉ ra $\angle BIC = 120^\circ$ và $BIDE$ nội tiếp

c) Gọi K là giao điểm của DI và BC . Chứng minh rằng $BK^2 = KI.KD$

Ta có : $\angle CIB = \angle KIB = \angle BEI = \angle IDB$ dẫn đến tam giác KIB đồng dạng với tam giác KBD

$$\Rightarrow \frac{KI}{KB} = \frac{KB}{KD} \Rightarrow BK^2 = KI.KD$$

Bài 4. (3,0 điểm)

a) Tìm các số thực x sao cho $a = x + \sqrt{2}$ và $b = x^3 + 5\sqrt{2}$ đồng thời là hai số hữu tỉ
Đặt $a = x + \sqrt{2} \in \mathbb{Q}$. Khi đó, ta có :

$$x^3 + 5\sqrt{2} = (a - \sqrt{2})^3 + 5\sqrt{2}$$

$$= a^3 - 3a^2\sqrt{2} + 3a.2 - 2\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = a^3 + 6a + 3\sqrt{2}(1 - a^2)$$

Vì $a \in \mathbb{Q}$ nên ta suy ra $a^3 + 6a \in \mathbb{Q}$. Suy ra

$$3\sqrt{2}(1 - a^2) = (x^3 + 5\sqrt{2}) - (a^3 + 6a) \in \mathbb{Q}$$

Mặt khác, vì $1 - a^2$ cũng là số hữu tỉ nên số $3\sqrt{2}(1 - a^2)$ chỉ có thể là số hữu tỉ khi nó bằng 0. Nói cách khác, a phải là số thỏa mãn $3\sqrt{2}(1 - a^2) = 0 \Leftrightarrow a = \pm 1$

$$\text{Như vậy ta có : } x = a - \sqrt{2} \in \{-1 - \sqrt{2}; 1 - \sqrt{2}\}$$

b) Biết rằng :

Phương trình bậc hai $x^2 + a_1x + b_1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt là x_0 và x_1 ;

Phương trình bậc hai $x^2 + a_2x + b_2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt là x_0 và x_2 ;

.....

Phương trình bậc hai $x^2 + a_{2022}x + b_{2022} = 0$ có hai nghiệm phân biệt là x_0 và x_{2022} .

Chứng minh rằng số thực $\alpha = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{2022}}{2022}$ là nghiệm của phương trình bậc

hai :

$$x^2 + \left(\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_{2022}}{2022} \right) x + \left(\frac{b_1 + b_2 + \dots + b_{2022}}{2022} \right) = 0$$

Trước hết, ta có thể dự đoán x_0 là nghiệm của phương trình (*). Thật vậy, ta có :

$$\begin{aligned} & 2022 \left(x_0^2 + \left(\frac{a_1 + \dots + a_{2022}}{2022} \right) x_0 + \frac{b_1 + \dots + b_{2022}}{2022} \right) \\ &= 2022x_0^2 + (a_1 + \dots + a_{2022})x_0 + (b_1 + \dots + b_{2022}) \\ &= (x_0^2 + a_1x_0 + b_1) + \dots + (x_0^2 + a_{2022}x_0 + b_{2022}) = 0 \end{aligned}$$

Do đó, để chứng minh α là nghiệm của phương trình (*), ta chỉ cần sử dụng định lý Vi-et đảo. Nói cách khác, ta chỉ cần chứng minh :

$$\begin{cases} x_0 + \alpha = -\frac{a_1 + \dots + a_{2022}}{2022} \\ x_0\alpha = \frac{b_1 + \dots + b_{2022}}{2022} \end{cases} \quad (1)$$

Bây giờ, áp dụng định lý Viet cho các phương trình đề bài, ta có :

$$\begin{cases} x_0 + x_i = -a_i \\ x_0x_i = b_i, i = 1, \dots, 2022 \end{cases} \quad (2)$$

Cộng theo vế từ các hệ phương trình (2), ta suy ra hệ phương trình (1) là đúng. Bài toán được chứng minh.

Câu I. (4 điểm)

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 6(xy+5)+x^3y+5x^2=42 \\ x^3+5x^2y+6x+30y=42 \end{cases}$$

2) Giải phương trình :
$$\left(\sqrt[3]{x+6}+\sqrt[3]{3-x}\right)\left(2+3\sqrt[3]{(x+6)(3-x)}\right)=24$$

Câu II. (2 điểm)

1) Tìm tất cả các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn đẳng thức :

$$25y^2 + 354x + 60 = 36x^2 + 305y + (5y - 6x)^{2022}$$

2) Trên bàn có 8 hộp rỗng (trong các hộp không có viên bi nào). Người ta thực hiện các lần thêm bi vào các hộp theo quy tắc sau : mỗi lần ta chọn ra 4 hộp bất kỳ và bỏ vào hộp 1 viên, một hộp 2 viên, hai hộp còn lại mỗi hộp 3 viên. Hỏi số lần thêm bi ít nhất có thể để nhận được số bi ở 8 hộp trên là số tự nhiên liên tiếp ?

Câu III. (3 điểm)

Cho hình chữ nhật $ABCD$ ($AB < AD$) nội tiếp đường tròn (O) . Trên cạnh AD lấy hai điểm E và F (E, F không trùng với A, D) sao cho E nằm giữa A và F , đồng thời

$$\angle ABE + \angle DCF = \frac{1}{2} \angle BOC$$

1) Chứng minh rằng BE và CF cắt nhau tại một điểm nằm trên đường tròn (O)

2) Đường thẳng qua O song song với BC cắt BE, CF theo thứ tự tại M, N . Chứng minh rằng $\angle DAM + \angle ADN + \frac{1}{2} \angle AOD = 180^\circ$

3) Dựng hình chữ nhật $MNPQ$ sao cho NQ song song với BD , đồng thời MP song song với AC . Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $MNPQ$ tiếp xúc với đường tròn (O)

Câu IV. (1 điểm)

Cho a, b, c là những số thực dương. Chứng minh rằng :

$$\frac{2a}{a+b} + \frac{a+b}{a+c} + \frac{6a+2c}{3b+c} + \frac{4a+3b+c}{b+c} \geq \frac{32a}{2a+b+c}$$

ĐÁP ÁN

Câu I. (4 điểm)

3) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 6(xy+5)+x^3y+5x^2=42 \\ x^3+5x^2y+6x+30y=42 \end{cases}$$

Trừ vế với vế của 2 phương trình ta được :

$$(x^2y-x^2)+(6xy-6x)-(5x^2y-5x^2)-(30x-30)=0$$

$$\text{Tương đương với } (y-1)(x-5)(x^2+6)=0$$

Từ đây suy ra $y=1$ hoặc $x=5$

$$\text{Với } y=1 \Rightarrow x=1, \text{ với } x=5 \text{ thì } y=\frac{-113}{155}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y)$ là $(1;1), \left(5; \frac{-113}{155}\right)$

4) Giải phương trình :

$$\left(\sqrt[3]{x+6}+\sqrt[3]{3-x}\right)\left(2+3\sqrt[3]{(x+6)(3-x)}\right)=24$$

Đặt $\sqrt[3]{x+6}=a, \sqrt[3]{3-x}=b$. Khi đó, ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} (a+b)(2+3ab)=24 \\ a^2+b^2=9 \end{cases} \text{ . Cộng hai phương trình lại ta suy ra}$$

$$(a+b)^2+2(a+b)-33=0 \Leftrightarrow (a+b-3)\left[(a+b)^2+3(a+b)+11\right]=0$$

Lưu ý $(a+b)^2+3(a+b)+11>0$ nên ta phải có $a+b=3$, kéo theo $ab=2$.

Giải ta tìm được $\begin{cases} (a,b)=(1,2) \\ (a,b)=(2,1) \end{cases}$. Xét hai trường hợp:

$$+) a=1, b=2 \Rightarrow x=-5$$

$$+) a=2, b=1 \Rightarrow x=2$$

$$\text{Vậy } S=\{2;-5\}$$

Câu II. (2 điểm)

3) Tìm tất cả các cặp số nguyên (x,y) thỏa mãn đẳng thức :

$$25y^2+354x+60=36x^2+305y+(5y-6x)^{2022}$$

Phương trình đã cho có thể viết lại dưới dạng

$$(5y - 6x - 1)(5y + 6x - 60) = (5y - 6x)^{2022}$$

Rõ ràng $(5y - 6x - 1, 5y - 6x) = 1$ nên $(5y - 6x - 1, (5y - 6x)^{2022}) = 1$, từ đó ta phải có

$5y - 6x - 1 = \pm 1$. Xét hai trường hợp

+) Nếu $5y - 6x - 1 = 1$ thì $5y + 6x - 60 \equiv 2^{2022}$. Cộng lại, ta có :

$10y \equiv 2^{2022} + 62$. Tuy nhiên $2^{2022} = (2^4)^{505} \cdot 2^2 = 16^{505} \cdot 4$ có tận cùng là 4 nên $2^{2022} + 62$ có

tận cùng là 8 không chia hết cho 10. Trường hợp này vô nghiệm

+) Nếu $5y - 6x - 1 = -1$ thì $5y + 6x - 60 \equiv 0$. Từ đây tìm được $y = 6, x = 5$

Vậy phương trình đã cho có đúng một nghiệm là $(5; 6)$

4) Trên bàn có 8 hộp rỗng (trong các hộp không có viên bi nào). Người ta thực hiện các lần thêm bi vào các hộp theo quy tắc sau : mỗi lần ta chọn ra 4 hộp bất kỳ và bỏ vào hộp 1 viên, một hộp 2 viên, hai hộp còn lại mỗi hộp 3 viên. Hỏi số lần thêm bi ít nhất có thể để nhận được số bi ở 8 hộp trên là số tự nhiên liên tiếp ?

Gọi số lần thêm ít nhất là n thì các hộp bi tương ứng là $a, a+1, a+2, \dots, a+7$

Mỗi lần thêm tất cả là 9 bi nên ta có :

$$a + (a+1) + (a+2) + (a+7) = 9n \Leftrightarrow 8a + 28 = 9n$$

Suy ra $4(2n+7)$ chia hết cho 9, kéo theo $2a+7$ chia hết cho 9.

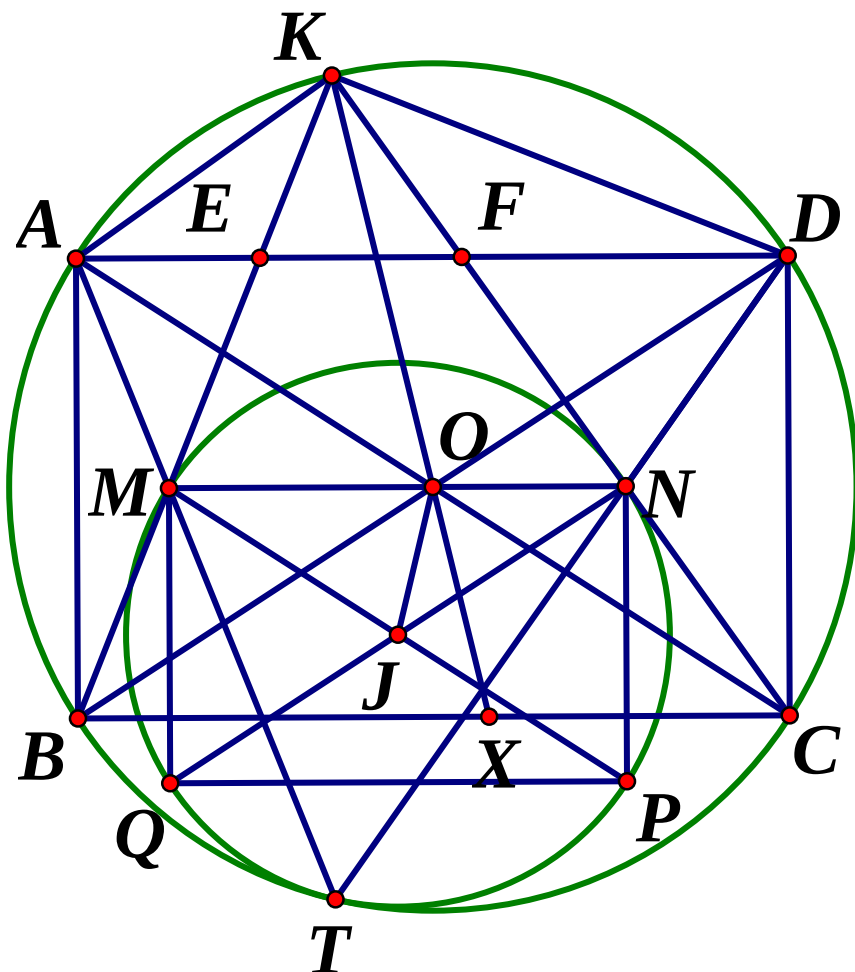
Từ đó ta phải có $2a+7 \geq 9 \Rightarrow n \geq 4$. Ta chứng minh $n=4$ thỏa mãn

Gọi các hộp tương ứng là 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 và thực hiện thêm bi ở các lần như sau :

- Lần 1: 1, 2, 0, 0, 0, 0, 3, 3
- Lần 2: 0, 0, 1, 0, 2, 3, 0, 3
- Lần 3: 0, 0, 2, 1, 3, 0, 3, 0
- Lần 4: 0, 0, 0, 3, 0, 3, 1, 2

Câu III. (3 điểm)

Cho hình chữ nhật $ABCD$ ($AB < AD$) nội tiếp đường tròn (O) . Trên cạnh AD lấy hai điểm E và F (E, F không trùng với A, D) sao cho E nằm giữa A và F , đồng thời $\angle ABE + \angle DCF = \frac{1}{2} \angle BOC$



1) Chứng minh rằng BE và CF cắt nhau tại một điểm nằm trên đường tròn (O)

Đặt $BE \cap CF = K$

Gọi H là hình chiếu của K trên AD .

Đề ý rằng $KH \parallel AB$ và $KH \parallel CD$ nên ta có :

$$\angle BKC = \angle BKH + \angle CKH = \angle ABE + \angle DCF = \frac{1}{2} \angle BOC. \text{ Từ đó suy ra } K \in (O)$$

2) Đường thẳng qua O song song với BC cắt BE, CF theo thứ tự tại M, N .

Chứng minh rằng $\angle DAM + \angle ADN + \frac{1}{2} \angle AOD = 180^\circ$

Trước hết để ý rằng $\angle KMO = \angle KBC = \angle KAC = \angle KAO$ ta tìm được tứ giác $KAMO$ là tứ giác nội tiếp

Chúng minh tương tự, ta cũng có $KDNO$ là tứ giác nội tiếp. Đặt $AM \cap DN = T$

Khi đó ta có $\angle TAC = \angle MAO = \angle MKO = \angle BKC - \angle NKO = \angle BDC - \angle NDO = \angle TDC$

Từ đó suy ra $T \in (O)$. Vì vậy,

$$\angle DAM + \angle ADN + \frac{1}{2} \angle AOD = 180^\circ - \angle ATD + \frac{1}{2} \angle AOD = 180^\circ$$

3) Dựng hình chữ nhật $MNPQ$ sao cho NQ song song với BD , đồng thời MP song song với AC . Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $MNPQ$ tiếp xúc với đường tròn (O)

Gọi $MP \cap NQ = J$. Để ý rằng $\angle JMN = \angle OCB = \angle OBC = \angle JNM$ nên $JM = JN$.

Như vậy, ta quy về chứng minh đường tròn $(J; JM)$ tiếp xúc với (O) . Thật vậy, ta cần chứng minh $JM + OJ = R$ với R là bán kính của (O)

Đặt $KO \cap BC = X$. Khi đó ta có $\frac{OM}{ON} = \frac{XB}{XC}$. Ta thấy

$\triangle JMN \sim \triangle OBC$. Do đó, ta được :

$$\frac{KO}{KX} = \frac{OM}{BX} = \frac{MN}{BC} = \frac{JO}{OX} = \frac{JM}{OB} = \frac{JM}{OK} = \frac{JM + JO}{OK + OX} = \frac{JM + JO}{KX}$$

Suy ra , $JM + JO = OK = R$. Như vậy $(MNPQ) \equiv (J, JM)$ tiếp xúc trong với (O)

Câu IV. (1 điểm)

Cho a, b, c là những số thực dương. Chứng minh rằng :

$$\frac{2a}{a+b} + \frac{a+b}{a+c} + \frac{6a+2c}{3b+c} + \frac{4a+3b+c}{b+c} \geq \frac{32a}{2a+b+c}$$

Ta viết lại vế trái dưới dạng :

$$\begin{aligned} P &= \frac{2a}{a+b} + \left(\frac{2a}{a+c} + \frac{b+c}{a+c} - 1 \right) + \left[\frac{2(a+c)}{3b+c} + \frac{4a}{3b+c} \right] + \left(\frac{4a}{b+c} + \frac{3b+c}{2(b+c)} + \frac{3b+c}{2(b+c)} \right) \\ &= \frac{2a}{a+b} + \frac{2a}{a+c} + \frac{4a}{3b+c} + \frac{4a}{b+c} + \frac{3b+c}{2(b+c)} + \left(\frac{b+c}{a+c} + \frac{2(a+c)}{3b+c} + \frac{3b+c}{2(b+c)} \right) - 1 \end{aligned}$$

Áp dụng bất đẳng thức AM – GM thì $\frac{b+c}{a+c} + \frac{2(a+c)}{3b+c} + \frac{3b+c}{2(b+c)} \geq 3$ nên :

$$P \geq \frac{2a}{a+b} + \frac{2a}{a+c} + \frac{4a}{3b+c} + \frac{4a}{b+c} + \frac{3b+c}{2(b+c)} + 2. \text{ Chú ý rằng :}$$

$$\frac{2a}{a+b} + \frac{2a}{a+c} \geq \frac{8a}{2a+b+c} \cdot \frac{4a}{3b+c} + \frac{3b+c}{2(b+c)} \geq 2\sqrt{\frac{2a}{b+c}} \text{ và } \frac{4a}{b+c} + 2 \geq 4\sqrt{\frac{2a}{b+c}} \text{ nên :}$$

$$P \geq \frac{8a}{2a+b+c} + 6\sqrt{\frac{2a}{b+c}} = \frac{8a}{2a+b+c} + \frac{12a}{\sqrt{2a(b+c)}} \geq \frac{8a}{2a+b+c} + \frac{24a}{2a+b+c} = \frac{32a}{2a+b+c}$$

Điều phải chứng minh

Bài I. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \frac{x+4}{x-4} - \frac{2}{\sqrt{x}-2}$ với $x \geq 0, x \neq 4$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$

3) Tìm số nguyên dương x lớn nhất thỏa mãn $A - B < \frac{3}{2}$

Bài II. (2,0 điểm)

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :

Một ô tô và một xe máy cùng khởi hành từ địa điểm A và đi đến địa điểm B . Do vận tốc của ô tô lớn hơn vận tốc của xe máy là 20km/h nên ô tô đến B sớm hơn xe máy 30 phút. Biết quãng đường AB dài 60km , tính vận tốc của mỗi xe (Giả định rằng vận tốc mỗi xe là không đổi trên toàn bộ quãng đường AB)

2) Quả bóng đá thường được sử dụng trong các trận thi đấu dành cho trẻ em từ 6 tuổi đến 8 tuổi có dạng một hình cầu với bán kính bằng $9,5\text{cm}$. Tính diện tích bề mặt của quả bóng đó (lấy $\pi \approx 3,14$).

Bài III. (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x + \frac{12}{y+2} = 5 \\ 3x - \frac{4}{y+2} = 2 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x + m^2$

a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt

b) Tìm tất cả các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ

$$x_1, x_2 \text{ thỏa mãn } (x_1 + 1)(x_2 + 1) = -3$$

Bài IV. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông cân tại đỉnh A . Gọi E là một điểm bất kỳ trên tia CA sao cho điểm A nằm giữa hai điểm C và E . Gọi M và H lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ điểm A đến các đường thẳng BC và BE

a) Chứng minh tứ giác $AMBH$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh $BC \cdot BM = BH \cdot BE$ và HM là tia phân giác của góc AHB

c) Lấy điểm N sao cho M là trung điểm của đoạn thẳng AN . Gọi K là giao điểm của hai đường thẳng EN, AB . Chứng minh ba điểm H, K, M là ba điểm thẳng hàng

Bài V. (0,5 điểm)

Với các số thực không âm x và y thỏa mãn $x^2 + y^2 = 4$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + 2y$

ĐÁP ÁN

Bài I. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \frac{x+4}{x-4} - \frac{2}{\sqrt{x}-2}$ với $x \geq 0, x \neq 4$

4) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$

$$\text{Khi } x=9(\text{tmdk}) \Rightarrow A = \frac{3\sqrt{9}}{\sqrt{9}+2} = \frac{9}{5}$$

5) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$

$$B = \frac{x+4}{x-4} - \frac{2}{\sqrt{x}-2} = \frac{x+4-2(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{x-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$$

6) Tìm số nguyên dương x lớn nhất thỏa mãn $A-B < \frac{3}{2}$

$$A-B = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$$

$$A-B < \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{3}{2} < 0 \Leftrightarrow \frac{4\sqrt{x}-3\sqrt{x}-6}{2(\sqrt{x}+2)} < 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{x}-6 < 0 (\text{do } 2(\sqrt{x}+2) > 0) \Rightarrow x < 36$$

Kết hợp với điều kiện và x là số nguyên dương lớn nhất nên $x=35$

Bài II. (2,0 điểm)

3) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :

Một ô tô và một xe máy cùng khởi hành từ địa điểm A và đi đến địa điểm B. Do vận tốc của ô tô lớn hơn vận tốc của xe máy là 20km/h nên ô tô đến B sớm hơn xe máy 30 phút. Biết quãng đường AB dài 60km , tính vận tốc của mỗi xe (Giả định rằng vận tốc mỗi xe là không đổi trên toàn bộ quãng đường AB)

$$30' = \frac{1}{2}h$$

Gọi vận tốc của ô tô là $x(\text{km/h}) (x > 20) \Rightarrow$ vận tốc của xe máy là $x-20(\text{km/h})$

Thời gian ô tô đi hết quãng đường AB : $\frac{60}{x}(h)$, thời gian xe máy đi hết AB: $\frac{60}{x-20}(h)$

Do ô tô đến sớm hơn 30 phút nên ta có phương trình :

$$\frac{60}{x-20} - \frac{60}{x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60(\text{tm}) \\ x = -40(\text{ktm}) \end{cases}$$

Vậy vận tốc của ô tô và xe máy lần lượt là 60km/h ; 40km/h

4) Quả bóng đá thường được sử dụng trong các trận thi đấu dành cho trẻ em từ 6 tuổi đến 8 tuổi có dạng một hình cầu với bán kính bằng $9,5\text{cm}$. Tính diện tích bề mặt của quả bóng đó (lấy $\pi \approx 3,14$).

Diện tích bề mặt của quả bóng đó là $S = 4\pi r^2 \approx 4.3,14.9,5^2 \approx 1133,54(\text{cm}^2)$

Bài III. (2,5 điểm)

3) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x + \frac{12}{y+2} = 5 \\ 3x - \frac{4}{y+2} = 2 \end{cases}$$

ĐKXD: $y \neq -2$. Ta có :

$$\begin{cases} 2x + \frac{12}{y+2} = 5 \\ 3x - \frac{4}{y+2} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{12}{y+2} = 5 \\ 9x - \frac{12}{y+2} = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x = 11 \\ \frac{4}{y+2} = 3x - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2(tm) \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; 2)$

4) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng

(d): $y = 2x + m^2$

c) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là :

$$x^2 = 2x + m^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x - m^2 = 0(*)$$

Ta có $\Delta' = (-1)^2 - (-m)^2 = m^2 + 1 > 0 (\forall m)$

Nên phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt, do đó (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt (dpcm)

d) Tìm tất cả các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + 1)(x_2 + 1) = -3$

Vì x_1, x_2 là hoành độ giao điểm của (d) và (P) hay x_1, x_2 là nghiệm của phương trình (*)

Theo hệ thức Vi-et ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = -m^2 \end{cases}$. Theo giả thiết :

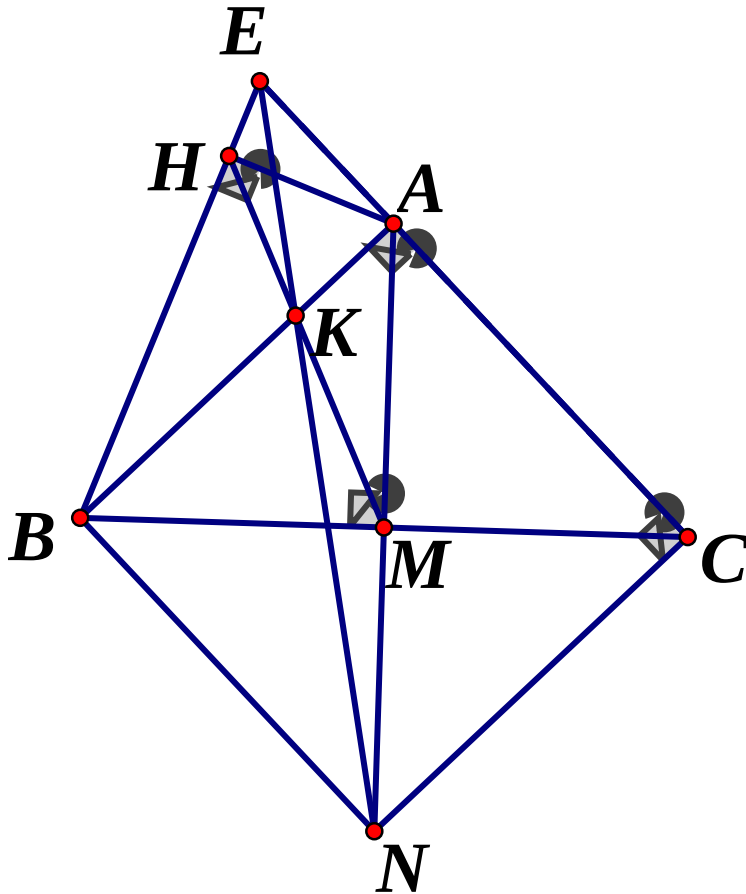
$$(x_1 + 1)(x_2 + 1) = -3 \Leftrightarrow x_1 x_2 + x_1 + x_2 + 1 + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow -m^2 + 2 + 1 + 3 = 0 \Leftrightarrow m^2 = 6 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{6}$$

Vậy $m = \pm\sqrt{6}$

Bài IV. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông cân tại đỉnh A . Gọi E là một điểm bất kỳ trên tia CA sao cho điểm A nằm giữa hai điểm C và E . Gọi M và H lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ điểm A đến các đường thẳng BC và BE



d) Chứng minh tứ giác $AMBH$ là tứ giác nội tiếp

Ta có $\begin{cases} AM \perp BC \\ AH \perp BE \end{cases} (gt) \Rightarrow \angle AMB = \angle AHB = 90^\circ \Rightarrow \angle AMB + \angle AHB = 180^\circ$

Mà hai góc này đối nhau nên $AMBH$ là tứ giác nội tiếp

e) Chứng minh $BC \cdot BM = BH \cdot BE$ và HM là tia phân giác của góc AHB

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABC vuông tại A , đường cao AM , ta có : $BC \cdot BM = AB^2$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABE vuông tại A , đường cao AH , ta có : $BH \cdot BE = AB^2 \Rightarrow BC \cdot BM = BH \cdot BE$ (dpcm)

Xét tam giác ABC vuông cân tại A , ta có $\angle MBA = 45^\circ$

AM vừa là đường trung tuyến vừa là đường phân giác nên $\angle MAB = 45^\circ$

Vì $AMBH$ là tứ giác nội tiếp (cmt) nên ta có :

$\angle AHM = \angle ABM = 45^\circ$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung AM)

$\angle MHB = \angle MAB = 45^\circ$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BM)

$\Rightarrow \angle AHM = \angle MHB = 45^\circ$ hay HM là phân giác của $\angle AHB$ (dpcm)

f) Lấy điểm N sao cho M là trung điểm của đoạn thẳng AN . Gọi K là giao điểm của hai đường thẳng EN, AB . Chứng minh ba điểm H, K, M là ba điểm thẳng hàng

Tam giác ABC cân tại A nên M là trung điểm của BC (đường cao đồng thời là đường trung tuyến)

Vì N đối xứng với A qua M nên M là trung điểm của $AN \Rightarrow ABNC$ là hình bình hành

Lại có $\angle BAC = 90^\circ, AB = AC$ nên $ABNC$ là hình vuông

Gọi giao điểm của HM và AB là K' . Ta sẽ chứng minh $K \equiv K'$

Theo câu b) ta có HM là phân giác của $\triangle AHB$ nên $\frac{K'A}{K'B} = \frac{HA}{HB}$

Xét $\triangle HAB$ và $\triangle AEB$ có :

$\angle AHB = \angle BAE = 90^\circ; \angle ABE$ chung

$\Rightarrow \triangle HAB \sim \triangle AEB (g.g) \Rightarrow \frac{HA}{HB} = \frac{AE}{AB}$ (2 cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)

Suy ra $\frac{K'A}{K'B} = \frac{AE}{AB} \Rightarrow \frac{K'A}{K'B} = \frac{AE}{BN}$ (vì $AB = BN$ do $ABNC$ là hình vuông)

Xét tam giác AEK' và tam giác BNK' có :

$\frac{K'A}{K'B} = \frac{AE}{BN} (cmt); \angle K'AE = \angle K'BN = 90^\circ$

$\Rightarrow \triangle AEK' \sim \triangle BNK' (c.g.c) \Rightarrow \angle AK'E = \angle BK'N$, mà hai góc này ở vị trí đối đỉnh

$\Rightarrow E, K', N$ thẳng hàng $\Rightarrow K' \equiv K \Rightarrow H, K, M$ thẳng hàng (đpcm)

Bài V. (0,5 điểm)

Với các số thực không âm x và y thỏa mãn $x^2 + y^2 = 4$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + 2y$

Vì x, y là các số thực không âm nên $x, y \geq 0$

Từ điều kiện $x^2 + y^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq x^2 \leq 4 \\ 0 \leq y^2 \leq 4 \end{cases} \Rightarrow 0 \leq x, y \leq 2$ (vì $x, y \geq 0$). Khi đó :

$$\begin{cases} x(x-2) \leq 0 \\ y(y-2) \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 \leq 2x \\ y^2 \leq 2y \end{cases} \Rightarrow 2x + 2y \geq x^2 + y^2 = 4 \Rightarrow x + y \geq 2$$

Vì $y \geq 0 \Rightarrow P = x + 2y \geq x + y \geq 2$

Vậy $\min P = 2 \Leftrightarrow x = 2, y = 0$

Câu 1. (2,0 điểm) Rút gọn các biểu thức sau

a) $A = 5\sqrt{2} - \sqrt{18}$

b) $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{3-\sqrt{x}} \right) : \frac{1}{3-\sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 9$

Câu 2. (2,0 điểm)

a) Tìm số thực để đường thẳng có phương trình $y = ax + 2$ đi qua điểm $A(3;8)$

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$$

Câu 3. (1,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 4 = 0$. Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1(x_1 - 3) + x_2(x_2 - 3) = 6$

Câu 4. (1,0 điểm)

Hưởng ứng ngày “Ngày sách và văn hóa đọc Việt Nam năm 2022”, một nhà sách đã có chương trình giảm giá cho tất cả loại sách. Bạn Nam đến mua một cuốn sách tham khảo môn Toán và một cuốn sách tham khảo môn Ngữ Văn với tổng giá ghi trên hai quyển sách đó là 195000 đồng. Nhưng do quyển sách tham khảo môn Toán được giảm giá 20% và quyển sách tham khảo môn Ngữ văn được giảm giá 35% nên bạn Nam chỉ phải trả cho nhà sách 138000 đồng để mua hai quyển sách đó. Hỏi giá ghi trên mỗi quyển sách tham khảo đó là bao nhiêu?

Câu 5. (1,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH ($H \in BC$). Biết độ dài đoạn

$BC = 10\text{cm}$ và $\sin \widehat{ABC} = \frac{4}{5}$. Tính độ dài các đoạn AC và BH.

Câu 6. (2,0 điểm) Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O), đường cao AH ($H \in BC$). Kẻ

$HM \perp AB$ và $HN \perp AC$ ($M \in AB, N \in AC$).

a) Chứng minh AMHN là tứ giác nội tiếp.

b) Đường thẳng MN cắt cung nhỏ AC của đường tròn (O) tại D. Chứng minh $OA \perp MN$ và $AD = AH$.

Câu 7. (1,0 điểm) Cho a, b là các số thực thỏa mãn $a \geq 1; b \geq 1$ và $a + b + 3 = ab$

Tìm GTLN của biểu thức $F = \frac{\sqrt{a^2 - 1}}{a} + \frac{\sqrt{b^2 - 1}}{b} + \frac{1}{a^2 + b^2}$

---Hết---

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (2,0 điểm) Rút gọn các biểu thức sau

a) $A = 5\sqrt{2} - \sqrt{18}$

b) $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{3-\sqrt{x}} \right) : \frac{1}{3-\sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 9$

Lời giải

a) $A = 5\sqrt{2} - \sqrt{3^2 \cdot 2} = 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

b) Với $x > 0, x \neq 9$

$$\begin{aligned}
 B &= \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{3-\sqrt{x}} \right) : \frac{1}{3-\sqrt{x}} \\
 &= \left(\frac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x}(3-\sqrt{x})} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(3-\sqrt{x})} \right) \cdot (3-\sqrt{x}) \\
 &= \frac{3}{\sqrt{x}(3-\sqrt{x})} \cdot (3-\sqrt{x}) = \frac{3}{\sqrt{x}}
 \end{aligned}$$

Câu 2. (2,0 điểm)

a) Tìm số thực để đường thẳng có phương trình $y = ax + 2$ đi qua điểm $A(3;8)$

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$$

Lời giải

a) Vì đường thẳng $y = ax + 2$ đi qua điểm $A(3;8)$ nên ta có

$$a \cdot 3 + 2 = 8 \Leftrightarrow 3a = 6 \Leftrightarrow a = 2$$

Vậy $a = 2$

b)
$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + 2y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 2y = 2 \\ x + 2y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 5 \\ x + 2y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 1 + 2y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; 1)$

Câu 3. (1,0 điểm)Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 4 = 0$. Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1(x_1 - 3) + x_2(x_2 - 3) = 6$ **Lời giải**

$$x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 4 = 0 \quad (1)$$

Ta có

$$\Delta' = [-(m-1)]^2 - (m^2 - 4) = m^2 - 2m + 1 - m^2 + 4 = -2m + 5$$

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thì $\Delta' > 0$

$$\Leftrightarrow -2m + 5 > 0 \Leftrightarrow m < \frac{5}{2}$$

Theo hệ thức Vi-ét ta có
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 2 \\ x_1 x_2 = m^2 - 4 \end{cases}$$

Theo bài ra:

$$x_1(x_1 - 3) + x_2(x_2 - 3) = 6$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 - (3x_1 + 3x_2) = 6$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - 3(x_1 + x_2) = 6$$

$$\Rightarrow (2m - 2)^2 - 2(m^2 - 4) - 3(2m - 2) = 6$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 8m + 4 - 2m^2 + 8 - 6m + 6 = 6$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 7m + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m - 1)(m - 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m - 1 = 0 \\ m - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 6 \end{cases}$$

Đối chiếu điều kiện $m = 1$ (thỏa mãn ĐK), $m = 6$ (không thỏa mãn ĐK)

Vậy $m = 1$ là giá trị cần tìm.

Câu 4. (1,0 điểm)

Hưởng ứng ngày “Ngày sách và văn hóa đọc Việt Nam năm 2022”, một nhà sách đã có chương trình giảm giá cho tất cả loại sách. Bạn Nam đến mua một cuốn sách tham khảo môn Toán và một cuốn sách tham khảo môn Ngữ Văn với tổng giá ghi trên hai quyển sách đó là 195000 đồng. Nhưng do quyển sách tham khảo môn Toán được giảm giá 20% và quyển sách tham khảo môn Ngữ văn được giảm giá 35% nên bạn Nam chỉ phải trả cho nhà sách 138000 đồng để mua hai quyển sách đó. Hỏi giá ghi trên mỗi quyển sách tham khảo đó là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi giá ghi trên hai quyển sách tham khảo môn Toán và môn Ngữ văn lần lượt là x, y (nghìn đồng) (ĐK: $x, y > 0$)

Do tổng giá ghi trên hai quyển sách đó là 195000 đồng nên ta có phương trình

$$x + y = 195 \quad (1)$$

Giá tiền quyển sách tham khảo môn Toán được giảm giá 20% là $(1 - 20\%)x = 0,8x$ (nghìn đồng)

Giá tiền quyển sách tham khảo môn Ngữ văn được giảm giá 35% là $(1 - 35\%)y = 0,65y$ (nghìn đồng)

Theo bài ra ta có phương trình: $0,8x + 0,65y = 138 \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 195 \\ 0,8x + 0,65y = 138 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,8x + 0,8y = 156 \\ 0,8x + 0,65y = 138 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,15y = 18 \\ x + y = 195 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 120 \\ x + 120 = 195 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 120 \\ x = 75 \end{cases}$$

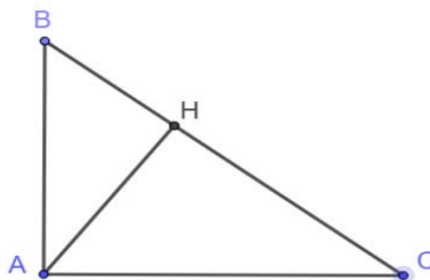
Đối chiếu điều kiện $x = 75$ và $y = 120$ (thỏa mãn)

Vậy giá ghi trên quyển sách tham khảo môn Toán là 75000 đồng và giá ghi trên quyển sách tham khảo môn Ngữ văn là 120000 đồng.

Câu 5. (1,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH ($H \in BC$). Biết độ dài đoạn

$BC = 10\text{cm}$ và $\sin \widehat{ABC} = \frac{4}{5}$. Tính độ dài các đoạn AC và BH.

Lời giải



Xét tam giác ABC vuông tại A, ta có

$$\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC} \Rightarrow AC = BC \cdot \sin \widehat{ABC} = 10 \cdot \frac{4}{5} = 8(\text{cm})$$

Áp dụng định lý Pi-ta-go ta có

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow AB^2 = BC^2 - AC^2 = 10^2 - 8^2 = 36 \Rightarrow AB = 6(\text{cm})$$

Xét tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Áp dụng hệ thức lượng ta có

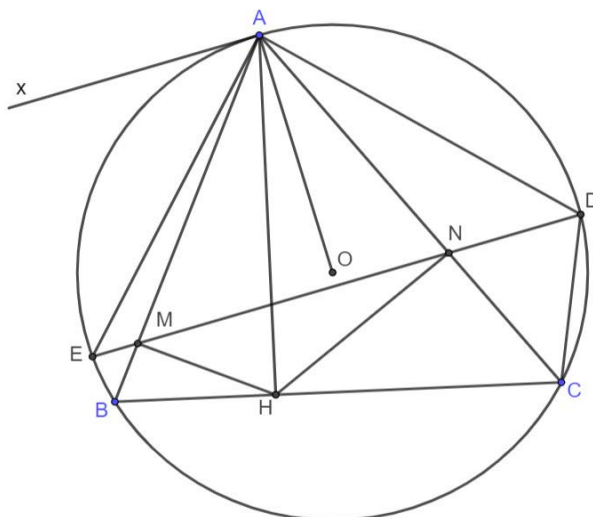
$$BA^2 = BH \cdot BC \Rightarrow BH = \frac{BA^2}{BC} = \frac{6^2}{10} = 3,6(\text{cm})$$

Vậy $AC = 8(\text{cm})$; $BH = 3,6(\text{cm})$

Câu 6. (2,0 điểm) Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O), đường cao AH ($H \in BC$). Kẻ $HM \perp AB$ và $HN \perp AC$ ($M \in AB, N \in AC$).

- Chứng minh AMHN là tứ giác nội tiếp.
- Đường thẳng MN cắt cung nhỏ AC của đường tròn (O) tại D. Chứng minh $OA \perp MN$ và $AD = AH$.

Lời giải



- a) Xét tứ giác AMHN có $\widehat{AMH} + \widehat{ANH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà 2 góc này ở vị trí đối nhau $\Rightarrow AMHN$ là tứ giác nội tiếp.
- b) Kẻ tiếp tuyến Ax của (O)

Ta có $\widehat{AMN} = \widehat{AHN}$ (do tứ giác AMHN nội tiếp)

mà $\widehat{AHN} = \widehat{ACB}$ (cùng phụ với $\widehat{CHN}$) và $\widehat{ACB} = \widehat{BAx}$ ($= \frac{1}{2} \text{sd} \widehat{AB}$)

suy ra $\widehat{BAx} = \widehat{AMN} \Rightarrow Ax // MN$ mà $Ax \perp OA \Rightarrow OA \perp MN$

Gọi E là giao điểm thứ hai của MN với (O).

Ta có $OA \perp DE \Rightarrow A$ là điểm chính giữa cung DE $\Rightarrow \text{sd} \widehat{AD} = \text{sd} \widehat{AE}$

mà $\widehat{ADN} = \frac{1}{2} \text{sd} \widehat{AE}$; $\widehat{ACD} = \frac{1}{2} \text{sd} \widehat{AD} \Rightarrow \widehat{ADN} = \widehat{ACD}$

Xét tam giác ADN và ACD có $\widehat{A}$ chung; $\widehat{ADN} = \widehat{ACD}$

$$\triangle ADN \sim \triangle ACD (g - g) \Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AN}{AD} \Rightarrow AD^2 = AN \cdot AC \quad (1)$$

Xét tam giác AHC vuông tại H, đường cao HN nên theo hệ thức lượng ta có $AH^2 = AN \cdot AC \quad (2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AD^2 = AH^2 \Rightarrow AD = AH$ (đpcm)

Câu 7. (1.0 điểm) Cho a, b là các số thực thỏa mãn $a \geq 1; b \geq 1$ và $a + b + 3 = ab$

Tìm GTLN của biểu thức $F = \frac{\sqrt{a^2 - 1}}{a} + \frac{\sqrt{b^2 - 1}}{b} + \frac{1}{a^2 + b^2}$

Lời giải

Ta có $ab = a + b + 3 \geq 2\sqrt{ab} + 3 \Rightarrow (\sqrt{ab} + 1)(\sqrt{ab} - 3) \geq 0$

$\Rightarrow \sqrt{ab} - 3 \geq 0$ (do $\sqrt{ab} + 1 > 0$)

$\Rightarrow ab \geq 9 \Rightarrow a + b \geq 6$

Ta có $\frac{1}{a^2 + b^2} \leq \frac{1}{2ab} \leq \frac{1}{18}$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} = \frac{ab-3}{ab} = 1 - \frac{3}{ab} \geq 1 - \frac{3}{9} = \frac{2}{3}$$

$$\left(\frac{\sqrt{a^2 - 1}}{a} + \frac{\sqrt{b^2 - 1}}{b} \right)^2 \leq 2 \left(\frac{a^2 - 1}{a^2} + \frac{b^2 - 1}{b^2} \right) = 4 - 2 \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)$$

$$\leq 4 - \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)^2 \leq 4 - \left(\frac{2}{3} \right)^2 = \frac{32}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{a^2-1}}{a} + \frac{\sqrt{b^2-1}}{b} \leq \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{Do đó } F = \frac{\sqrt{a^2-1}}{a} + \frac{\sqrt{b^2-1}}{b} + \frac{1}{a^2+b^2} \leq \frac{4\sqrt{2}}{3} + \frac{1}{18} = \frac{1+24\sqrt{2}}{18}$$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow a = b = 3$

$$\text{Vậy } F_{\max} = \frac{1+24\sqrt{2}}{18} \text{ khi } a = b = 3.$$

Câu 1. (2,0 điểm) Giải các phương trình sau :

a) $|x - 3| = 2$

b) $x^2 - 3x + 6 = 2x$

Câu 2. (2,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức $P = \frac{3}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 1)} + \frac{2}{\sqrt{x} + 1} + \frac{1}{2 - \sqrt{x}}$ với $x \geq 0, x \neq 4$

b) Tìm giá trị của tham số m để ba đường thẳng sau cắt nhau tại một điểm :

$y = 6 - 4x; y = \frac{3x + 5}{4}$ và $y = (m - 1)x + 2m - 5$

Câu 3. (2,0 điểm)

a) Bạn An đi xe đạp từ nhà đến trường trên quãng đường dài 4km. Khi đi từ trường về nhà, vẫn trên còn đường đó, An đạp xe với vận tốc trung bình lớn hơn vận tốc trung bình lúc đi là 3km/h . Tổng thời gian đạp xe cả đi và về của An là 36 phút. Tính vận tốc đạp xe trung bình của An lúc đi từ nhà tới trường

b) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = mx + 5$. Chứng minh rằng với mọi giá trị của tham số m , đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 . Tìm m để $x_1^2 = 9 - mx_2$

Câu 4. (3,0 điểm)

1. Cho đường tròn (O) và dây cung BC không đi qua tâm O . Hai tiếp tuyến với đường tròn (O) tại B và C cắt nhau tại A . Lấy điểm M trên cung nhỏ BC (M khác B và C), gọi I, H, K theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ M đến BC, AB, AC

1) Chứng minh các tứ giác $MIBH, MICK$ nội tiếp

2) Chứng minh $MI^2 = MH.MK$

2. Từ điểm P nằm ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến PQ, PR tới đường tròn với Q, R là các tiếp điểm. Đường thẳng qua P cắt đường tròn (O) tại hai điểm E, F (E nằm giữa P và F , dây cung EF không đi qua tâm O). Gọi I là trung điểm của EF, K là giao điểm của PF và QR . Chứng minh rằng $\frac{2}{PK} = \frac{1}{PE} + \frac{1}{PF}$

Câu 5. (1,0 điểm) Cho a, b, c là các số thực dương thay đổi thỏa mãn $\sqrt{\frac{ab}{c}} + \sqrt{\frac{bc}{a}} + \sqrt{\frac{ca}{b}} = 3$

.Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} + \frac{2022}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}}$

ĐÁP ÁN

Câu 1. (2,0 điểm) Giải các phương trình sau :

a) $|x-3|=2$

b) $x^2-3x+6=2x$

$$a) |x-3|=2 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3=2 \\ x-3=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=1 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{5;1\}$

b) $x^2-3x+6=2x \Leftrightarrow x^2-5x+6=0$

$$\Delta = 5^2 - 4.6 = 1 > 0 \text{ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt } \begin{cases} x = \frac{5+1}{2} = 3 \\ x = \frac{5-1}{2} = 2 \end{cases}$$

Câu 2. (2,0 điểm)

a) **Rút gọn biểu thức** $P = \frac{3}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+1)} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{2-\sqrt{x}}$ với $x \geq 0, x \neq 4$

Ta có :

$$\begin{aligned} P &= \frac{3}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+1)} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{2-\sqrt{x}} = \frac{3+2(\sqrt{x}-2)-\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+1)} \\ &= \frac{3+2\sqrt{x}-4-\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+1)} = \frac{1}{\sqrt{x}+1} \end{aligned}$$

b) **Tìm giá trị của tham số m để ba đường thẳng sau cắt nhau tại một điểm :**

$y = 6 - 4x; y = \frac{3x+5}{4}$ và $y = (m-1)x + 2m - 5$

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của hai đường thẳng $y = 6 - 4x; y = \frac{3x+5}{4}$ là

$$6 - 4x = \frac{3x+5}{4} \Leftrightarrow 4(6 - 4x) = 3x + 5$$

$$\Leftrightarrow 24 - 16x = 3x + 5 \Leftrightarrow -19x = -19 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y = 6 - 4.1 = 2$$

Vậy tọa độ giao điểm hai đường thẳng trên là $(1;2)$

Thay tọa độ $A(1;2)$ vào $y = (m-1)x + 2m - 5$ ta có :

$$2 = (m-1).1 + 2m - 5 \Leftrightarrow 2 = m - 1 + 2m - 5 \Leftrightarrow 3m = 8 \Leftrightarrow m = \frac{8}{3}$$

Vậy $m = \frac{8}{3}$ thì thỏa đề.

Câu 3. (2,0 điểm)

a) **Bạn An đi xe đạp từ nhà đến trường trên quãng đường dài 4km. Khi đi từ trường về nhà, vẫn trên còn đường đó, An đạp xe với vận tốc trung bình lớn**

hơn vận tốc trung bình lúc đi là 3km/h . Tổng thời gian đạp xe cả đi và về của An là 36 phút. Tính vận tốc đạp xe trung bình của An lúc đi từ nhà tới trường

$$36 \text{ phút} = \frac{3}{5} \text{ giờ}$$

Gọi vận tốc đạp xe trung bình của An khi đi từ nhà đến trường là $x(\text{km/h})(x > 0)$

Khi đó vận tốc trung bình An đi từ trường về nhà là : $x+3(\text{km/h})$

Thời gian An đi từ nhà đến trường là $\frac{4}{x}(\text{giờ})$

Thời gian An đi từ trường về nhà là $\frac{4}{x+3}(\text{giờ})$

Do tổng thời gian đạp xe cả đi và về của An là 36 phút nên ta có phương trình :

$$\frac{4}{x} + \frac{4}{x+3} = \frac{3}{5} \Leftrightarrow \frac{4x+12+4x}{x(x+3)} = \frac{3}{5} \Leftrightarrow \frac{8x+12}{x(x+3)} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow 40x+60=3x^2+9x \Leftrightarrow 3x^2-31x-60=0$$

$$\Delta = (-31)^2 - 4.3.(-60) = 1681 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 41$$

Nên phương trình có hai nghiệm

$$\begin{cases} x_1 = \frac{31+41}{6} = 12(\text{tm}) \\ x_2 = \frac{31-41}{6} = -\frac{5}{3}(\text{ktm}) \end{cases}$$

Vậy vận tốc An đi từ nhà đến trường là 12km/h

b) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng

$(d): y = mx + 5$. Chứng minh rằng với mọi giá trị của tham số m , đường thẳng

(d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 . Tìm m để $x_1^2 = 9 - mx_2$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) ta có :

$$x^2 = mx + 5 \Leftrightarrow x^2 - mx - 5 = 0(1)$$

Ta có $\Delta' = (-m)^2 - 4.(-5) = m^2 + 20 > 0$, với mọi m nên phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

$\Rightarrow (P)$ luôn cắt (d) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2

Theo hệ thức Vi-et, ta có :
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = -5 \end{cases}$$

Vì x_1 là nghiệm của phương trình (1) nên ta có : $x_1^2 = mx_1 + 5$

Theo giả thiết :

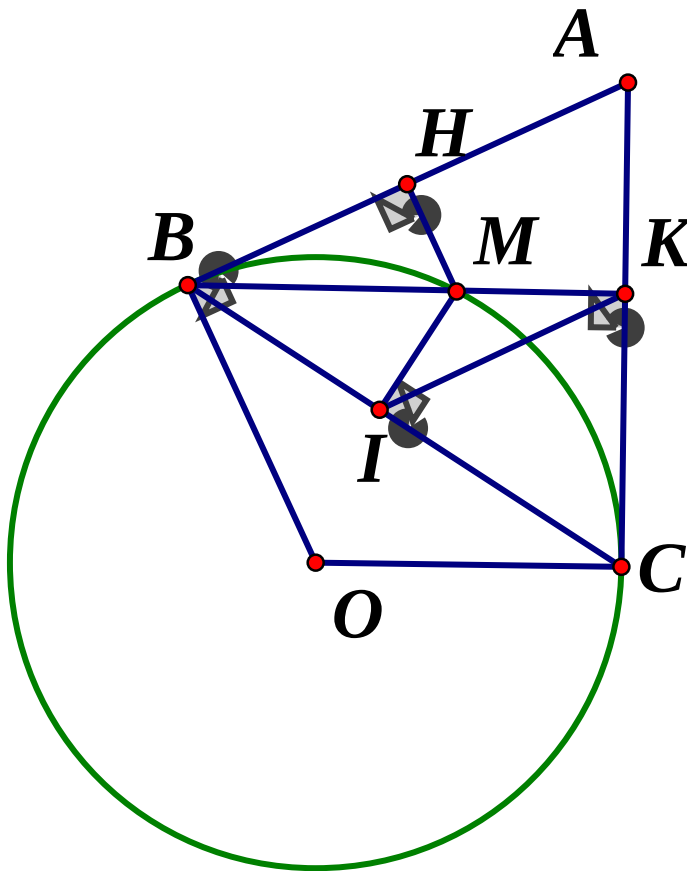
$$x_1^2 = 9 - mx_2 \Leftrightarrow mx_1 + 5 = 9 - mx_2 \Leftrightarrow m(x_1 + x_2) - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow m.m = 4 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2$$

Vậy $m = \pm 2$

Câu 4. (3,0 điểm)

1. Cho đường tròn (O) và dây cung BC không đi qua tâm O . Hai tiếp tuyến với đường tròn (O) tại B và C cắt nhau tại A . Lấy điểm M trên cung nhỏ BC (M khác B và C), gọi I, H, K theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ M đến BC, AB, AC



a) Chứng minh các tứ giác $MIBH, MICK$ nội tiếp

Ta có :

$$MI \perp BC \Rightarrow \angle MIB = 90^\circ; MH \perp AB \Rightarrow \angle MHB = 90^\circ$$

$\Rightarrow \angle MIB + \angle MHB = 180^\circ$ mà hai góc này ở vị trí đối nhau nên $MIBH$ là tứ giác nội tiếp

Ta có :

$$MI \perp BC \Rightarrow \angle MIC = 90^\circ; MK \perp AC \Rightarrow \angle MKC = 90^\circ$$

$\Rightarrow \angle MIC + \angle MKC = 180^\circ$ mà hai góc này ở vị trí đối nhau

Nên $MICK$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh $MI^2 = MH.MK$

*Ta có $MIBH$ nội tiếp nên $\angle MHI = \angle MBI$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung IM)

$MICK$ nội tiếp nên $\angle MIK = \angle MCK$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung MK)

Xét (O) có $\angle MBI = \angle MKC$ (cùng chắn cung CM) $\Rightarrow \angle MHI = \angle MIK$

*Tứ giác $BIMH$ nội tiếp $\Rightarrow \angle MIH = \angle MBH$ (cùng chắn cung MH)

Tứ giác $CIMK$ nội tiếp $\Rightarrow \angle MKI = \angle MCI$ (cùng chắn cung IM)

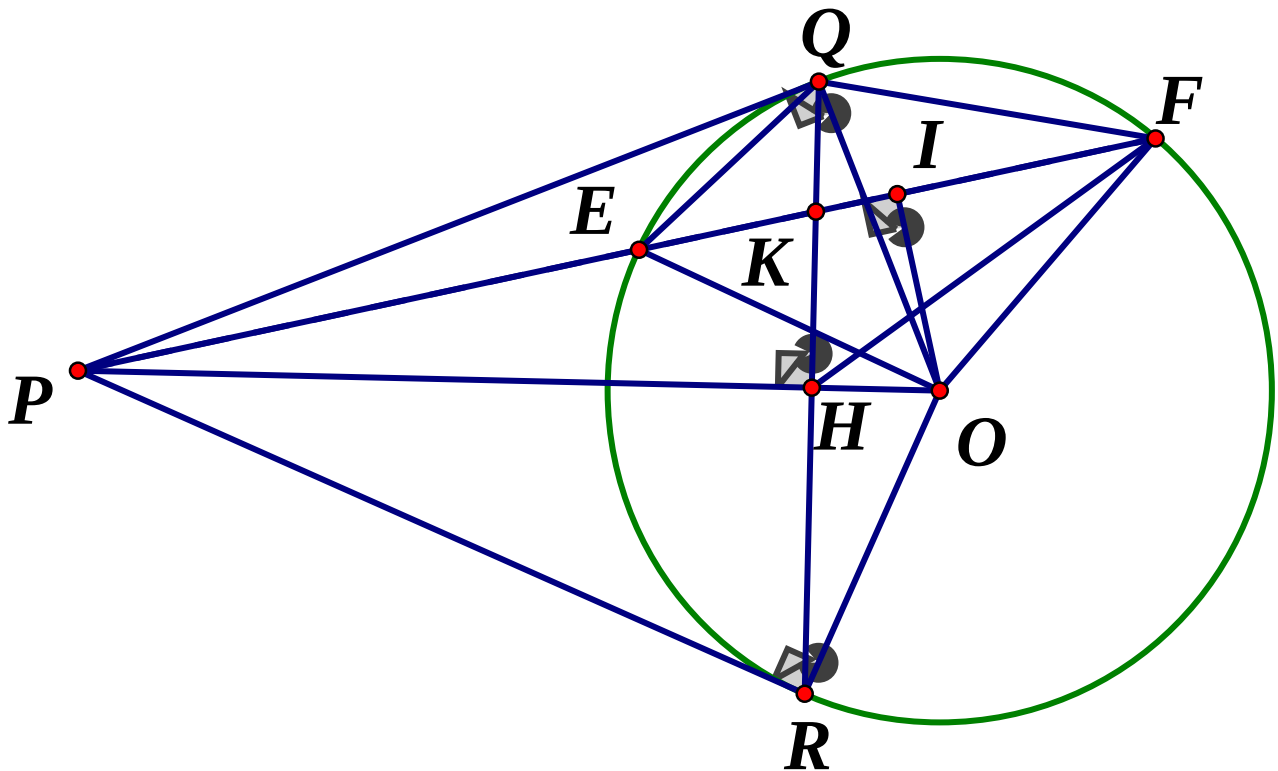
Xét (O) có $\angle MBH = \angle MCB$ (cùng chắn cung BM) $\Rightarrow \angle MIH = \angle MKI$

Xét tam giác MIH và tam giác MKI có :

$\angle MHI = \angle MIK$ (cmt); $\angle MIH = \angle MKI$ (cmt) $\Rightarrow \triangle MIH \sim \triangle MKI$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{MI}{MK} = \frac{MH}{MI} \Rightarrow MI^2 = MH.MK$$

2. Từ điểm P nằm ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến PQ, PR tới đường tròn với Q, R là các tiếp điểm. Đường thẳng qua P cắt đường tròn (O) tại hai điểm E, F (E nằm giữa P và F , dây cung EF không đi qua tâm O). Gọi I là trung điểm của EF , K là giao điểm của PF và QR . Chứng minh rằng $\frac{2}{PK} = \frac{1}{PE} + \frac{1}{PF}$



$$\frac{2}{PK} = \frac{1}{PE} + \frac{1}{PF} \Rightarrow 2.PE.PF = PK(P.E + P.F) \Leftrightarrow 2.PE.PF = (PE + EK)(PE + EF)$$

$$\Leftrightarrow 2.PE.PF = PE^2 + PE.PF + EK.PE + EK.PF$$

$$\Leftrightarrow PE.PF - PE^2 - PE.EK = EK.PF \Leftrightarrow PE.(PF - PE - EK) = EK.PF$$

$$\Leftrightarrow PE.KF = EK.PF (*)$$

Gọi H là giao điểm của PO & QR

PQ, PR là tiếp tuyến của đường tròn (O) $\Rightarrow PQ = PR$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)

Lại có OQ = OR = R $\Rightarrow PO$ là đường trung trực của đoạn QR

$$\Rightarrow PO \perp QR \Rightarrow PO \perp QH$$

Tam giác PQO vuông tại Q, đường cao QH, ta có :

$$PQ^2 = PH.PO \text{ (hệ thức lượng trong tam giác vuông) (1)}$$

Xét (O) có: $\angle PFQ = \angle PQE$ (cùng chắn cung QE)

Xét $\triangle PQE$ và $\triangle PFQ$ có :

$$\angle QPF \text{ chung; } \angle PFQ = \angle PQE \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle PQE \sim \triangle PFQ (g.g) \Rightarrow \frac{PQ}{PF} = \frac{PE}{PQ} \Rightarrow PQ^2 = PE.PF \text{ (2)}$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } PH.PO = PE.PF \Rightarrow \frac{PH}{PE} = \frac{PF}{PO}$$

$$\text{Xét } \triangle PEH \text{ và } \triangle POF \text{ có : } \angle OPF \text{ chung; } \frac{PH}{PE} = \frac{PF}{PO} \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle PEH \sim \triangle POF (c.g.c)$$

$$\Rightarrow \angle EHP = \angle PFO \text{ mà hai góc này cùng bù với } \angle OHE \text{ nên } HEFO \text{ là tứ giác nội tiếp}$$

$$\Rightarrow \angle OHF = \angle OEF \text{ (cùng nhìn cạnh OF)}$$

$$\text{Mà } \angle OEF = \angle OFE = \angle PHE \Rightarrow \angle OHE = \angle PHE \Rightarrow \angle EHK = \angle FHK$$

Từ đó suy ra HK, HP lần lượt là phân giác trong, phân giác ngoài của $\angle EHF$

$$\Rightarrow \frac{PE}{PF} = \frac{KE}{KF} \Rightarrow PE.KF = EK.PF$$

Suy ra (*) đúng (đpcm)

Câu 5. (1,0 điểm) Cho a, b, c là các số thực dương thay đổi thỏa mãn

$$\sqrt{\frac{ab}{c}} + \sqrt{\frac{bc}{a}} + \sqrt{\frac{ca}{b}} = 3$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} + \frac{2022}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}}$

Áp dụng BĐT AM-GM ta có :

$$\sqrt{\frac{ab}{c}} + \sqrt{\frac{bc}{a}} \geq 2\sqrt{b}; \sqrt{\frac{bc}{a}} + \sqrt{\frac{ca}{b}} \geq 2\sqrt{c}; \sqrt{\frac{ca}{b}} + \sqrt{\frac{ab}{c}} \geq 2\sqrt{a}$$

$$\Rightarrow 2\left(\sqrt{\frac{ab}{c}} + \sqrt{\frac{bc}{a}} + \sqrt{\frac{ca}{b}}\right) \geq 2(\sqrt{b} + \sqrt{c} + \sqrt{a})$$

$$\Rightarrow \left(\sqrt{\frac{ab}{c}} + \sqrt{\frac{bc}{a}} + \sqrt{\frac{ca}{b}}\right) \geq (\sqrt{b} + \sqrt{c} + \sqrt{a}) \Rightarrow \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} \leq 3(1)$$

Ta có :

$$T = \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} + \frac{2022}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}}$$

$$= \left[\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} + \frac{9}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}} \right] + \frac{2013}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}}$$

Áp dụng BĐT Cosi :

$$\left[\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} + \frac{9}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}} \right] \geq 2\sqrt{9} . \text{ Khi đó :}$$

$$T \geq 2\sqrt{9} + \frac{2013}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}} (2)$$

$$\text{Từ (1), (2)} \Rightarrow T \geq 2\sqrt{9} + \frac{2013}{3} = 677 \Leftrightarrow a = b = c = 1$$

$$\text{Vậy Min } T = 677 \Leftrightarrow a = b = c = 1$$

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẢI PHÒNG**

ĐỀ CHÍNH THỨC

**KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2022-2023
ĐỀ THI MÔN: TOÁN**

*Thời gian làm bài : 120 phút (không kể giao đề)
Chú ý: Đề thi gồm 02 trang. Thí sinh làm bài vào tờ giấy thi*

Bài 1. (1,5 điểm) Cho hai biểu thức :

$$A = (\sqrt{80} - 3\sqrt{20} + \sqrt{5}) : \sqrt{5}$$

$$B = \frac{x+1-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \begin{pmatrix} x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{pmatrix}$$

- Rút gọn các biểu thức A, B
- Tìm các giá trị của x để $A + B = 2$

Bài 2. (1,5 điểm)

- Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 4\sqrt{x-2} - y = 1 \\ 2\sqrt{x-2} + 3y = 25 \end{cases}$$
- Bác An thuê nhà với giá 1500000 đồng/ tháng, bác phải trả tiền dịch vụ giới thiệu là 500000 đồng (tiền dịch vụ chỉ trả một lần). Gọi x (tháng) là thời gian mà bác An thuê nhà, y (đồng) là tổng số tiền bác phải trả gồm tiền thuê nhà trong x (tháng) và tiền dịch vụ giới thiệu
 - Lập công thức tính y theo x
 - Tính tổng số tiền bác An phải trả sau khi thuê nhà 5 tháng

Bài 3. (2,5 điểm)

- Cho phương trình $x^2 - (m+2)x + 2m = 0$ (1) (x là ẩn số, m là tham số)
 - Giải phương trình (1) khi $m = 1$
 - Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2 \leq 3$
- Bài toán có nội dung thực tế
Một người dự định trồng 210 cây theo thời gian định trước. Nhưng do thời tiết xấu nên theo thực tế mỗi ngày người đó trồng được ít hơn dự định 5 cây, vì thế hoàn thành công việc chậm mất 7 ngày so với dự kiến. Hỏi theo dự định ban đầu, mỗi ngày người đó trồng được bao nhiêu cây ?

Bài 4. (0,75 điểm)

Để gò một chiếc thùng hình trụ bằng tôn không nắp có đường kính đáy là 40cm và chiều cao là 60cm thì cần dùng tối thiểu bao nhiêu mét vuông tôn ? (coi lượng tôn dùng để viền mép thùng không đáng kể, lấy $\pi \approx 3,14$, kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

Bài 5. (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) đường kính AB . Trên tiếp tuyến của đường tròn (O) tại điểm A lấy điểm M ($M \neq A$). Lấy điểm N trên đoạn thẳng OB (N khác O và B). Đường thẳng MN cắt đường tròn (O) tại hai điểm C, D (C nằm giữa M và D). Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng CD

- a) Chứng minh tứ giác $AMIO$ là tứ giác nội tiếp
- b) Qua D kẻ đường thẳng song song với MO cắt AB tại H . Chứng minh $MA^2 = MC.MD$ và $\angle IAB = \angle MDH$
- c) Gọi E, F lần lượt là giao điểm của đường thẳng MO với hai đường thẳng BC, BD . Chứng minh tứ giác $AEBF$ là hình bình hành

Bài 6. (0,75 điểm)

Cho a, b, c là 3 số dương thỏa mãn $a + b + c = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức :
$$P = \frac{a}{a + \sqrt{a + bc}} + \frac{b}{b + \sqrt{b + ca}} + \frac{c}{c + \sqrt{c + ab}}$$

ĐÁP ÁN

Bài 1. (1,5 điểm) Cho hai biểu thức :

$$A = (\sqrt{80} - 3\sqrt{20} + \sqrt{5}) : \sqrt{5}$$

$$B = \frac{x+1-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \begin{pmatrix} x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{pmatrix}$$

c) Rút gọn các biểu thức A, B

d) Tìm các giá trị của x để $A + B = 2$

a) Ta có :

$$\begin{aligned} A &= (\sqrt{80} - 3\sqrt{20} + \sqrt{5}) : \sqrt{5} = (\sqrt{16 \cdot 5} - 3\sqrt{4 \cdot 5} + \sqrt{5}) : \sqrt{5} \\ &= (4\sqrt{5} - 3 \cdot 2\sqrt{5} + \sqrt{5}) : \sqrt{5} = (4\sqrt{5} - 6\sqrt{5} + \sqrt{5}) : \sqrt{5} = 4 - 6 + 1 = -1 \end{aligned}$$

Với $x \geq 0, x \neq 1$ ta có :

$$\begin{aligned} B &= \frac{x+1-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \begin{pmatrix} x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{pmatrix} \\ &= \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}+1} = \sqrt{x}-1 + \sqrt{x} = 2\sqrt{x}-1 \end{aligned}$$

b) Ta có :

$$A + B = -1 + 2\sqrt{x} - 1 = 2\sqrt{x} - 2$$

$$A + B = 2 \Leftrightarrow 2\sqrt{x} - 2 = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4(tm)$$

Vậy để $A + B = 2$ thì $x = 4$

Bài 2. (1,5 điểm)

3) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 4\sqrt{x-2} - y = 1 \\ 2\sqrt{x-2} + 3y = 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4\sqrt{x-2} - y = 1 \\ 2\sqrt{x-2} + 3y = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12\sqrt{x-2} - 3y = 3 \\ 2\sqrt{x-2} + 3y = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 14\sqrt{x-2} = 28 \\ y = 4\sqrt{x-2} - 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-2} = 2 \\ y = 4 \cdot 2 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 = 4 \\ y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 7 \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(x; y) = (6; 7)$

4) Bác An thuê nhà với giá 1500000 đồng/ tháng, bác phải trả tiền dịch vụ giới thiệu là 500000 đồng (tiền dịch vụ chỉ trả một lần). Gọi x (tháng) là thời gian mà bác An thuê nhà, y (đồng) là tổng số tiền bác phải trả gồm tiền thuê nhà trong x (tháng) và tiền dịch vụ giới thiệu

c) Lập công thức tính y theo x

Tổng số tiền thuê trong x(tháng) bác An phải trả là $1500000x$ (đồng)

Tổng số tiền bác phải trả bao gồm tiền thuê nhà trong x (tháng) và tiền dịch vụ giới thiệu là : $y = 1500000x + 500000$ (đồng)

Vậy công thức y theo x là $y = 1500000x + 500000$

d) Tính tổng số tiền bác An phải trả sau khi thuê nhà 5 tháng

Tổng số tiền bác An phải trả sau khi thuê nhà 5 tháng là :

$$y = 1500000 \cdot 5 + 500000 = 8000000 \text{ (đồng)}$$

Bài 3. (2,5 điểm)

3) Cho phương trình $x^2 - (m+2)x + 2m = 0$ (1) (x là ẩn số, m là tham số)

c) Giải phương trình (1) khi $m = 1$

Với $m = 1$, thay vào phương trình (1) ta được $x^2 - 3x + 2 = 0$

Phương trình có dạng $a + b + c = 0$ nên có hai nghiệm phân biệt $\begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$

Vậy với $m = 1, S = \{1; 2\}$

d) Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2 \leq 3$

$$\text{Ta có } \Delta = (m+2)^2 - 4 \cdot 2m = m^2 - 4m + 4 = (m-2)^2 \geq 0 (\forall m)$$

Vậy phương trình luôn có hai nghiệm với mọi m . Áp dụng Vi-et ta có :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 2 \\ x_1x_2 = 2m \end{cases} \text{ . Theo đề bài :}$$

$$x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2 \leq 3 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - x_1x_2 \leq 3$$

$$\Leftrightarrow (m+2)^2 - 2m - 3 \leq 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m + 1 \leq 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 \leq 0$$

$$\text{Mà } (m+1)^2 \geq 0 (\forall m) \Rightarrow m+1 = 0 \Leftrightarrow m = -1$$

Vậy $m = -1$

4) Bài toán có nội dung thực tế

Một người dự định trồng 210 cây theo thời gian định trước. Nhưng do thời tiết xấu nên theo thực tế mỗi ngày người đó trồng được ít hơn dự định 5 cây, vì thế hoàn thành công việc chậm mất 7 ngày so với dự kiến. Hỏi theo dự định ban đầu, mỗi ngày người đó trồng được bao nhiêu cây ?

Gọi số cây mỗi ngày dự định người đó trồng là x (cây)

Thời gian trồng cây theo dự định là : $\frac{210}{x}$ (ngày)

Số cây trồng theo thực tế là : $x - 5$ (cây)

Thời gian trồng cây theo thực tế là $\frac{210}{x-5}$ (ngày)

Vì thời gian hoàn thành công việc chậm hơn 7 ngày so với dự kiến nên ta có phương trình :

$$\frac{210}{x-5} - \frac{210}{x} = 7 \Leftrightarrow \frac{210x - 210x + 1050}{x^2 - 5x} = 7$$
$$\Rightarrow 7x^2 - 35x - 1050 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15(tm) \\ x = -10(km) \end{cases}$$

Vậy theo dự định ban đầu, người đó trồng được 15 cây mỗi ngày.

Bài 4. (0,75 điểm)

Để gò một chiếc thùng hình trụ bằng tôn không nắp có đường kính đáy là 40cm và chiều cao là 60cm thì cần dùng tối thiểu bao nhiêu mét vuông tôn ? (coi lượng tôn dùng để viền mép thùng không đáng kể, lấy $\pi \approx 3,14$, kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

Thùng hình trụ có :

Bán kính đáy là $R = 40 : 2 = 20(cm) = 0,2m$

Chiều cao $h = 60cm = 0,6m$

Diện tích đáy của chiếc thùng là :

$$S_d = \pi R^2 = 3,14.0,2^2 = 0,1256(m^2)$$

Diện tích xung quanh của chiếc thùng là :

$$S_{xq} = 2\pi Rh = 2.3,14.0,2.0,6 = 0,7536(m^2)$$

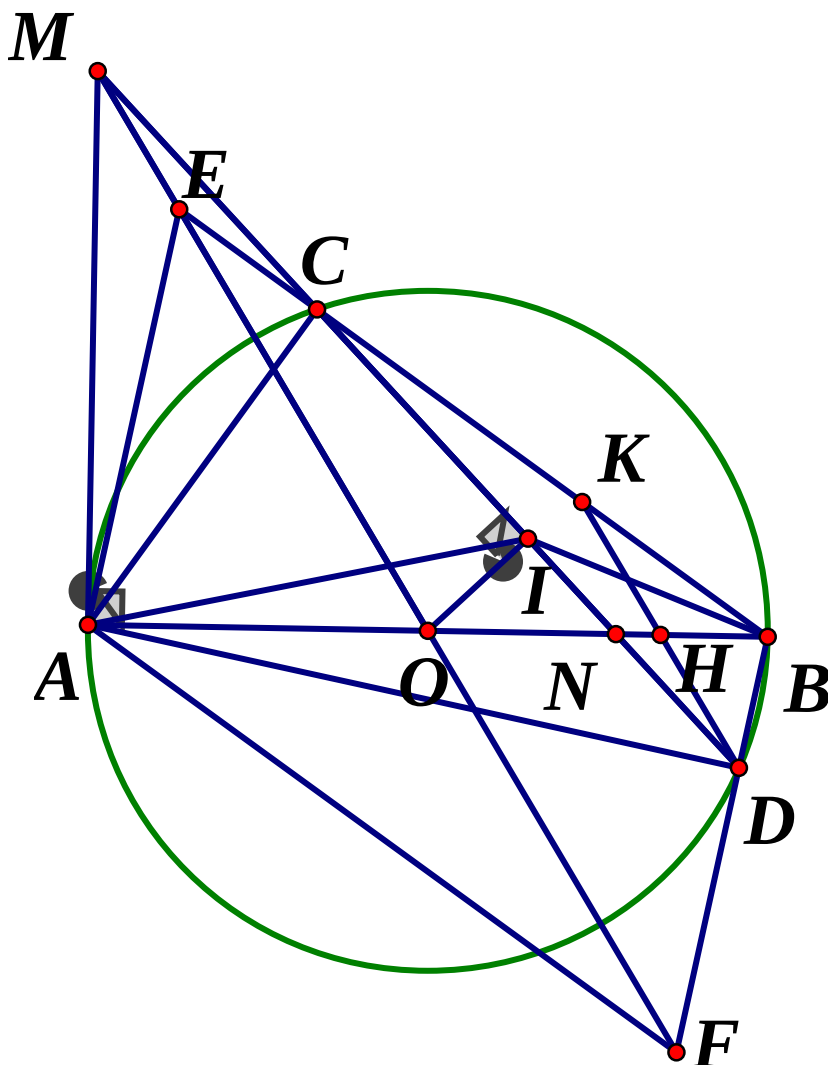
Diện tích tôn cần dùng để gò chiếc thùng là

$$S = 0,1256 + 0,7536 \approx 0,88(m^2)$$

Vậy cần tối thiểu $0,88m^2$ để gò chiếc thùng

Bài 5. (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) đường kính AB. Trên tiếp tuyến của đường tròn (O) tại điểm A lấy điểm M ($M \neq A$). Lấy điểm N trên đoạn thẳng OB (N khác O và B). Đường thẳng MN cắt đường tròn (O) tại hai điểm C, D (C nằm giữa M và D). Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng CD



d) Chứng minh tứ giác $AMIO$ là tứ giác nội tiếp

Ta có : I là trung điểm của CD nên $OI \perp CD$ (tính chất đường kính – dây cung)

$$\Rightarrow \angle OIM = 90^\circ$$

MA là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A (gt) nên $\angle MAO = 90^\circ$

Xét tứ giác $AMIO$ có $\angle OIM + \angle MAO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà hai góc này đối diện nhau

Nên tứ giác $AMIO$ là tứ giác nội tiếp

e) Qua D kẻ đường thẳng song song với MO cắt AB tại H . Chứng minh

$$MA^2 = MC.MD \text{ và } \angle IAB = \angle MDH$$

Ta có $\angle MAC = \angle CDA$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung AC)

Xét $\triangle MCA$ và $\triangle MAD$ có :

$$\angle DMA \text{ chung, } \angle MAC = \angle MDA (\text{cmt})$$

$$\Rightarrow \Delta MCA \sim \Delta MAD (g.g) \Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{MC}{MA} \text{ (hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)}$$

$$\Rightarrow MA^2 = MC.MD \text{ (đpcm)}$$

Vì $AMIO$ là tứ giác nội tiếp (cmt) nên ta có :

$$\angle IMO = \angle IAO = \angle IAB \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung OI)}$$

Vì $HD // MO \Rightarrow \angle MDH = \angle IMO$ (2 góc so le trong)

$$\text{Vậy } \angle IAB = \angle MDH \text{ (đpcm)}$$

f) Gọi E, F lần lượt là giao điểm của đường thẳng MO với hai đường thẳng BC, BD . Chứng minh tứ giác $AEBF$ là hình bình hành

Kéo dài DH cắt BC tại K

Ta có : $\angle IAB = \angle MDH$ (cmt) hay $\angle IAH = \angle IDH$ mà A và D là hai đỉnh kề nhau của tứ giác $AIHD$ cùng nhìn cạnh IH dưới 1 góc bằng nhau

Suy ra tứ giác $AIHD$ nội tiếp đường tròn

$$\Rightarrow \angle HID = \angle HAD \text{ (cùng chắn cung HD)}$$

Xét (O) ta có : $\angle BAD = \angle BCD$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BD)

$$\text{Hay } \angle HAD = \angle BCD$$

Suy ra $\angle BCD = \angle HID (= \angle HAD)$, mà 2 góc này ở vị trí đồng vị nên $IH // CK$

Suy ra H là trung điểm của DK (định lý về đường trung bình của tam giác)

$$\Rightarrow HK = HD \text{ (1)}$$

$$\text{Vì } DH // OH \text{ (gt)} \Rightarrow HK // OE, HD // OF$$

$$\text{Xét } \Delta BOE \text{ có } HK // OE \text{ (cmt)} \Rightarrow \frac{HK}{OE} = \frac{BH}{BO} \text{ (hệ quả của định lý Talet) (2)}$$

$$\text{Xét } \Delta BOF \text{ ta có } HD // OF \text{ (cmt)} \Rightarrow \frac{HD}{OF} = \frac{BH}{BO} \text{ (hệ quả định lý Talet) (3)}$$

$$\text{Từ (1), (2), (3)} \Rightarrow OE = OF$$

Xét tứ giác $AEBF$ ta có : $OA = OB = R; OE = OF$ (cmt)

Suy ra tứ giác $AEBF$ là hình bình hành (đpcm)

Bài 6. (0,75 điểm)

Cho a, b, c là 3 số dương thỏa mãn $a + b + c = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của

$$\text{biểu thức : } P = \frac{a}{a + \sqrt{a + bc}} + \frac{b}{b + \sqrt{b + ca}} + \frac{c}{c + \sqrt{c + ab}}$$

$$\begin{aligned} \frac{a}{a + \sqrt{a + bc}} &= \frac{a(\sqrt{a + bc} - a)}{a + bc - a^2} = \frac{a(\sqrt{a.1 + bc} - a)}{a.1 + bc - a^2} = \frac{a(\sqrt{a(a + b + c) + bc} - a)}{a(a + b + c) + bc - a^2} \\ &= \frac{a(\sqrt{a^2 + ab + ac + bc} - a)}{a^2 + ab + ac + bc - a^2} = \frac{a(\sqrt{(a + b)(a + c)} - a)}{ab + bc + ca} \end{aligned}$$

Áp dụng BĐT AM-GM cho hai số dương, ta có :

$$\frac{a\left(\sqrt{(a+b)(a+c)}-a\right)}{ab+bc+ca} \leq \frac{a\left(\frac{a+b+a+c}{2}-a\right)}{ab+bc+ca} = \frac{ab+ca}{2(ab+bc+ca)}$$

Do đó $\frac{a}{a+\sqrt{a+bc}} \leq \frac{ab+ca}{2(ab+bc+ca)}$ (1). Tương tự ta có :

$$\frac{b}{b+\sqrt{b+ca}} \leq \frac{bc+ab}{2(ab+bc+ca)} \quad (2) \text{ và } \frac{c}{c+\sqrt{c+ab}} \leq \frac{ca+bc}{2(ab+bc+ca)} \quad (3)$$

Cộng vế với vế (1), (2), (3) ta được $P \leq \frac{2(ab+bc+ca)}{2(ab+bc+ca)} = 1$. Do đó $P \leq 1$

$$\text{Dấu bằng xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} a=b=c=1 \\ a+b+c=1 \end{cases} \Leftrightarrow a=b=c=\frac{1}{3}$$

Vậy giá trị lớn nhất của P là 1 khi $a=b=c=\frac{1}{3}$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH HẬU GIANG

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi gồm có 02 trang)

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT, THPT CHUYÊN
Năm học 2022-2023

MÔN THI: TOÁN – THPT

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

I. Phần trắc nghiệm (2,0 điểm)

Câu 1. Số nào sau đây là căn bậc hai số học của 4?

A. -16

B. 16

C. 2

D. -2

Câu 2. Rút gọn biểu thức $\sqrt{8} + \sqrt{2}$

A. $2\sqrt{2}$

B. $3\sqrt{2}$

C. $\sqrt{10}$

D. $\sqrt{16}$

Câu 3. Giả sử x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $x^2 - 4x - 1 = 0$. Giá trị của biểu thức $x_1 + x_2$ bằng

A. 1

B. -1

C. -4

D. 4

Câu 4. Tìm nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 3x - 5y = 21 \\ x + 2y = -4 \end{cases}$

A. $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -3 \\ y = 2 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$

Câu 5. Phương trình $x^4 - 9x^2 + 20 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 4

B. 2

C. 0

D. 1

Câu 6. Tính diện tích S của hình cầu có bán kính $R = 2a$

A. $S = 16\pi a^2$

B. $S = 8\pi a^2$

C. $S = 4\pi a^2$

D. $2\pi a^2$

Câu 7. Tính chu vi của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, biết tam giác ABC vuông tại A và $BC = 6a$

A. $6\pi a$

B. $3\pi a$

C. $4\pi a$

D. $2\pi a$

Câu 8. Cho hình thang ABCD có đáy lớn BC, đáy nhỏ AD, $AD + BC = 10\text{cm}$, $AC = 5\sqrt{2}\text{cm}$ và $\angle ACB = 45^\circ$. Tính diện tích S của hình thang đã cho

A. $S = 50\sqrt{2}\text{cm}^2$

B. $S = \frac{25}{2}\text{cm}^2$

C. $S = 25\sqrt{2}\text{cm}^2$

D. $S = 25\text{cm}^2$

II. Phần tự luận (8,0 điểm)

Câu 1.

- a) Tính giá trị đúng của biểu thức $A = \sqrt{x+3} + \sqrt{3x+1}$ khi $x=1$
- b) Rút gọn biểu thức $B = \frac{x-9}{\sqrt{x+3}}$, với $x \geq 0$
- c) Tìm số thực x không âm thỏa mãn $\sqrt{x} = 5$
- d) Cho biểu thức $D = \frac{2a-2\sqrt{a}}{a-4} + \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-2} + \frac{2}{\sqrt{a}+2} \left(\begin{matrix} a \geq 0 \\ a \neq 4 \end{matrix} \right)$. Tìm a để D là số nguyên

Câu 2.(2,0 điểm)

- a) Giải phương trình $x^2 - x - 12 = 0$
- b) Giải phương trình $(\sqrt{x+5} - \sqrt{x-3})(1 + \sqrt{x^2 + 2x - 15}) = 8$

Câu 3.(1, 5 điểm)

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hàm số $y = -x^2$ có đồ thị (P) và hàm số $y = (5m-6)x - 15m + 25$ có đồ thị là đường thẳng d , với m là tham số

- a) Vẽ đồ thị (P)
- b) Tìm m để đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 6$

Câu 4.(2,0 điểm)

Cho đường tròn (O) có bán kính $R = 3$ và điểm M sao cho $OM = 2R$. Từ M , kẻ hai tiếp tuyến MA, MB tới (O) , với A, B là hai tiếp điểm

- a) Chứng minh tứ giác $MAOB$ nội tiếp. Tính diện tích S của tứ giác $MAOB$
- b) Lấy điểm C trên đường tròn (O) sao cho tam giác ABC nhọn, $AB < AC$ và có các đường cao BE, CF . Gọi H là trực tâm của tam giác ABC và N, J lần lượt là trung điểm của BC, AH . Chứng minh tứ giác $AJNO$ là hình bình hành và $\angle JEN = 90^\circ$

Câu 5. Giải hệ phương trình $$\begin{cases} xy - y^2 + y = \sqrt{2y-1} - \sqrt{x+y} \\ x^3y - 4xy^2 + 7xy - 5x - y + 19 = 0 \end{cases}$$

ĐÁP ÁN

I. TRẮC NGHIỆM

1C 2B 3D 4D 5A 6A 7A 8D

II. TỰ LUẬN

Câu 1.

e) Tính giá trị đúng của biểu thức $A = \sqrt{x+3} + \sqrt{3x+1}$ khi $x=1$

$$x=1(\text{tmđk } x \geq \frac{1}{3}) \Rightarrow A = \sqrt{1+3} + \sqrt{3.1+1} = 2+2=4$$

f) Rút gọn biểu thức $B = \frac{x-9}{\sqrt{x+3}}$, với $x \geq 0$

$$B = \frac{x-9}{\sqrt{x+3}} = \frac{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}{\sqrt{x}+3} = \sqrt{x}-3$$

g) Tìm số thực x không âm thỏa mãn $\sqrt{x}=5$

$$\sqrt{x}=5(x \geq 0) \Rightarrow x=25(\text{tm})$$

h) Cho biểu thức $D = \frac{2a-2\sqrt{a}}{a-4} + \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-2} + \frac{2}{\sqrt{a}+2} \left(\begin{matrix} a \geq 0 \\ a \neq 4 \end{matrix} \right)$. Tìm a để D là số nguyên

$$\begin{aligned} D &= \frac{2a-2\sqrt{a}}{a-4} + \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-2} + \frac{2}{\sqrt{a}+2} \left(\begin{matrix} a \geq 0 \\ a \neq 4 \end{matrix} \right) = \frac{2a-2\sqrt{a} + (\sqrt{a}+2)^2 + 2(\sqrt{a}-2)}{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}+2)} \\ &= \frac{2a-2\sqrt{a} + a + 4\sqrt{a} + 4 + 2\sqrt{a} - 4}{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}+2)} = \frac{3a+4\sqrt{a}}{a-4} \end{aligned}$$

Câu 2.(2,0 điểm)

c) Giải phương trình $x^2 - x - 12 = 0$

$$x^2 - x - 12 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3x - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-4) + 3(x-4) = 0 \Leftrightarrow (x-4)(x+3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=-3 \end{cases}$$

d) Giải phương trình $(\sqrt{x+5} - \sqrt{x-3})(1 + \sqrt{x^2 + 2x - 15}) = 8$

ĐKXD: $x \geq 3$. Ta có :

$$\begin{aligned}(\sqrt{x+5}-\sqrt{x-3})(1+\sqrt{x^2+2x-15}) &= 8 \Leftrightarrow \left[\frac{x+5-(x-3)}{\sqrt{x+5}+\sqrt{x-3}} \right] (1+\sqrt{x^2+2x-15}) = 8 \\ \Leftrightarrow \frac{8}{\sqrt{x+5}+\sqrt{x-3}} (1+\sqrt{x^2+2x-15}) &= 8 \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x+5}+\sqrt{x-3}} (1+\sqrt{x^2+2x-15}) = 1 \\ \Leftrightarrow 1+\sqrt{x^2+2x-15} &= \sqrt{x+5}+\sqrt{x-3}\end{aligned}$$

Bình phương 2 vế, ta có :

$$\begin{aligned}1+x^2+2x-15+2\sqrt{x^2+2x-15} &= x+5+x-3+2\sqrt{(x+5)(x-3)} \\ \Leftrightarrow x^2+2x-14 &= 2x+2 \Leftrightarrow x^2=16 \Leftrightarrow \begin{cases} x=4(tmdk) \\ x=-4(ktmdk) \end{cases}\end{aligned}$$

Vậy $x=4$

Câu 3.(1, 5 điểm)

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hàm số $y=-x^2$ có đồ thị (P) và hàm số $y=(5m-6)x-15m+25$ có đồ thị là đường thẳng d , với m là tham số

c) Vẽ đồ thị (P)

Học sinh tự vẽ đồ thị (P)

d) **Tìm m để đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1-x_2|=6$**

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) :

$$-x^2 = (5m-6)x - 15m + 25 \Leftrightarrow x^2 + (5m-6)x - 15m + 25 = 0(*). \text{ Ta có :}$$

$$\Delta = (5m-6)^2 - 4 \cdot (-15m+25) = 25m^2 - 64$$

$$\text{Để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt thì } 25m^2 - 64 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{8}{5} \\ m < -\frac{8}{5} \end{cases}$$

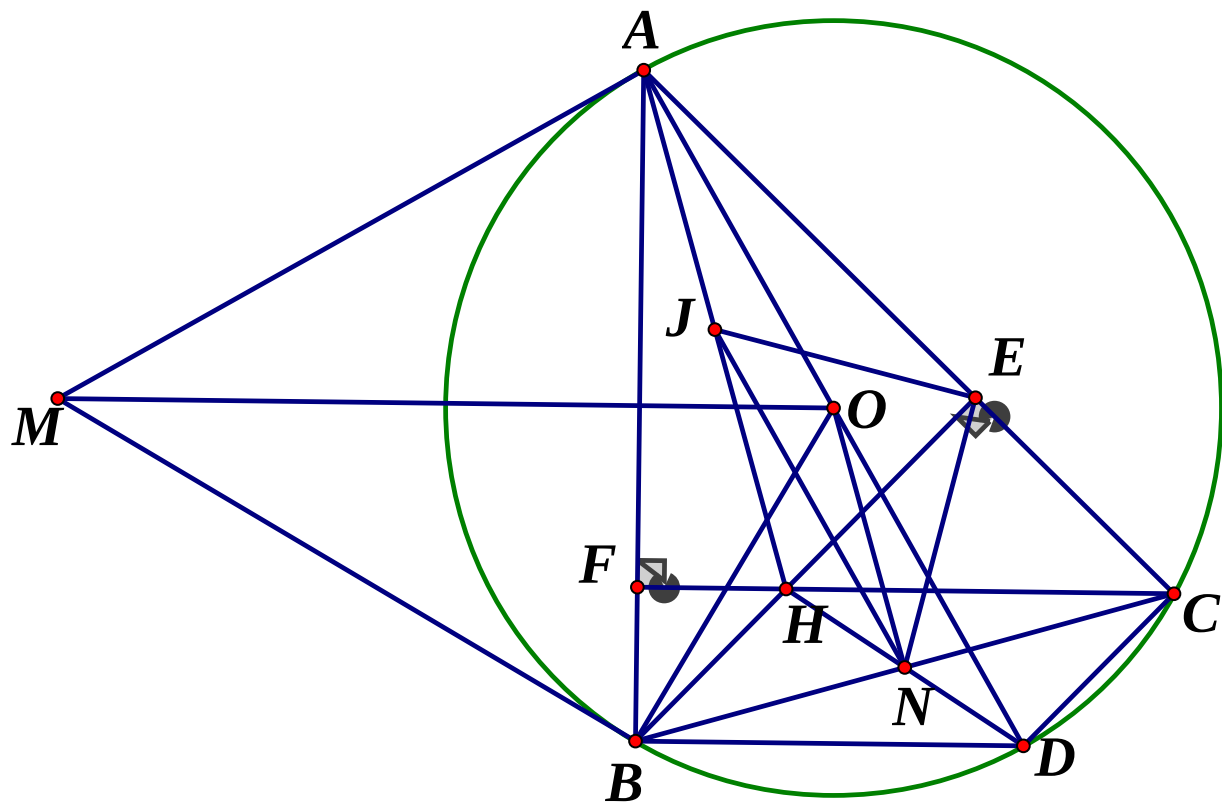
Khi đó, áp dụng hệ thức Vi-et : $\begin{cases} x_1 + x_2 = -5m + 6 \\ x_1 x_2 = -15m + 25 \end{cases}$. Ta có :

$$\begin{aligned} |x_1 - x_2| = 6 &\Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 36 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 36 \\ &\Leftrightarrow (-5m + 6)^2 - 4(-15m + 25) = 36 \Leftrightarrow 25m^2 = 100 \Leftrightarrow m = \pm 2 \end{aligned}$$

Vậy $m = \pm 2$

Câu 4.(2,0 điểm)

Cho đường tròn (O) có bán kính $R=3$ và điểm M sao cho $OM = 2R$. Từ M , kẻ hai tiếp tuyến MA, MB tới (O) , với A, B là hai tiếp điểm



c) Chứng minh tứ giác $MAOB$ nội tiếp. Tính diện tích S của tứ giác $MAOB$

Vì MA, MB là tiếp tuyến của (O) (gt) $\Rightarrow \begin{cases} MA \perp OA \\ MB \perp OB \end{cases} \Rightarrow \angle OAM = \angle OBM = 90^\circ$

Mà hai góc này đối nhau nên $MAOB$ là tứ giác nội tiếp

Xét $\triangle OAM$ có : $OM^2 = OA^2 + AM^2$ (định lý Pytago)

$$\Rightarrow (2R)^2 = R^2 + AM^2 \Leftrightarrow AM = R\sqrt{3} \Rightarrow S_{OAM} = \frac{1}{2} OA \cdot AM = \frac{1}{2} R \cdot R\sqrt{3} = \frac{R^2\sqrt{3}}{2}$$

Ta có $OA = OB = R \Rightarrow O$ thuộc trung trực của AB

$MA = MB$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow M \in$ trung trực của AB

$\Rightarrow OM$ là trung trực của AB

$$\text{Do tính chất đối xứng nên } S_{OAM} = S_{OBM} = \frac{R^2\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Vậy } S = S_{MAOB} = S_{OAM} + S_{OBM} = \frac{R^2\sqrt{3}}{2} + \frac{R^2\sqrt{3}}{2} = R^2\sqrt{3}$$

d) Lấy điểm C trên đường tròn(O) sao cho tam giác ABC nhọn, $AB < AC$ và có các đường cao BE, CF . Gọi H là trực tâm của tam giác ABC và N, J lần lượt là trung điểm của BC, AH . Chứng minh tứ giác $AJNO$ là hình bình hành và $\angle JEN = 90^\circ$

Kẻ đường kính AD . Ta có :

$$\angle ACD = 90^\circ \text{ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)} \Rightarrow AC \perp CD$$

$$\text{Mà } BE \perp AC \Rightarrow BE \parallel AD \Rightarrow BH \parallel CD$$

Chứng minh tương tự : $CH \parallel BD$

Suy ra $BDCH$ là hình bình hành nên 2 đường chéo BC và HD cắt nhau tại trung điểm mỗi đường

Mà N là trung điểm của BC (gt) $\Rightarrow N$ cũng là trung điểm của HD

$$\Rightarrow H, N, D \text{ thẳng hàng}$$

Ta có N, J lần lượt là trung điểm HD, AH (cmt)

$$\Rightarrow NJ \text{ là đường trung bình của tam giác } AHD$$

$$\Rightarrow \begin{cases} NJ \parallel AD \Rightarrow NJ \parallel OA \\ NJ = \frac{1}{2} AD = OA \end{cases} \Rightarrow AJNO \text{ là hình bình hành}$$

Ta có :

EN là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền của tam giác vuông BCE

$$\Rightarrow EN = \frac{1}{2}BC = BN \Rightarrow \triangle NEB \text{ cân tại } N \Rightarrow \angle NEB = \angle NBE \quad (3)$$

EJ là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền của tam giác AEH

$$\Rightarrow EJ = \frac{1}{2}AH = JH \Rightarrow \triangle JEH \text{ cân tại } J \Rightarrow \angle JEH = \angle JHE \quad (4)$$

Ta có :

$$\angle NBE + \angle ACB = 90^\circ, \angle HAC + \angle ACB = 90^\circ \Rightarrow \angle NBE = \angle HAC$$

$$\text{Lại có } \angle JHE + \angle HAC = 90^\circ \Rightarrow \angle JHE + \angle NBE = 90^\circ \quad (5)$$

$$\text{Từ } (3), (4), (5) \Rightarrow \angle NEB + \angle JEH = 90^\circ \Rightarrow \angle JEN = 90^\circ \text{ (đpcm)}$$

Câu 5. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} xy - y^2 + y = \sqrt{2y-1} - \sqrt{x+y} \\ x^3y - 4xy^2 + 7xy - 5x - y + 19 = 0 \end{cases}$$

ĐKXD: $y \geq \frac{1}{2}; x \geq -y$. Ta có :

$$\begin{cases} xy - y^2 + y = \sqrt{2y-1} - \sqrt{x+y} \quad (1) \\ x^3y - 4xy^2 + 7xy - 5x - y + 19 = 0 \quad (2) \end{cases}$$

Giải (1) ta có :

$$\begin{aligned} y(x-y+1) &= \frac{2y-1-x-y}{\sqrt{2y-1}+\sqrt{x+y}} \Leftrightarrow -y(y-x-1) = \frac{y-x-1}{\sqrt{2y-1}+\sqrt{x+y}} \\ \Leftrightarrow (y-x-1) \left(\frac{1}{\sqrt{2y-1}+\sqrt{x+y}} + y \right) &= 0 \Rightarrow y = x+1 \left(\text{do } \frac{1}{\sqrt{2y-1}+\sqrt{x+y}} + y > 0 \right) \end{aligned}$$

Thay $y = x+1$ vào phương trình (2) ta được :

$$x^3(x+1) - 4x(x+1)^2 + 7x(x+1) - 5x - (x+1) = 19$$

$$\Leftrightarrow x^4 - 3x^3 - x^2 - 3x + 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-3)(x^3 - x - 6) = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x-2)(x^2 + 2x + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \Rightarrow y=4(tmdk) \\ x=2 \Rightarrow y=3(tmdk) \\ x^2 + 2x + 3 = 0(VN) \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm $(x; y) = \{(2; 3); (3; 4)\}$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINHKÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2022 – 2023
KHÓA NGÀY 11 THÁNG 6 NĂM 2023

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: Toán

Ngày thi: 12 tháng 06 năm 2022

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1. (1,5 điểm) Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = -x + 2$

- a) Vẽ (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.
- b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Bài 2. (1,0 điểm) Cho phương trình: $2x^2 - 4x - 3 = 0$ có hai nghiệm là $x_1; x_2$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $A = (x_1 - x_2)^2$.**Bài 3.** (1,0 điểm) Để đánh giá thể trạng (gầy, bình thường, thừa cân) của một người, người ta thường dùng chỉ số BMI (Body Mass Index). Chỉ số BMI được tính dựa trên chiều cao và cân nặng theo công thức sau:

$$BMI = \frac{\text{cân nặng (kg)}}{\text{chiều cao (m)} \times \text{chiều cao (m)}}$$

Đối với người trưởng thành, chỉ số này cho đánh giá như sau:

Phân loại	BMI (kg/m^2)
Cân nặng thấp (gầy)	$< 18,5$
Bình thường	$18,5 - 24,9$
Thừa cân	≥ 25
Tiền béo phì	$25 - 29,9$
Béo phì độ I	$30 - 34,9$
Béo phì độ II	$35 - 39,9$
Béo phì độ III	≥ 40

Hạnh và Phúc là hai người trưởng thành đang cần xác định thể trạng của mình.

- a) Hạnh cân nặng 50 kg và cao 1,63 m. Hãy cho biết phân loại theo chỉ số BMI của Hạnh?
- b) Phúc cao 1,73 m thì cân nặng trong khoảng nào để chỉ số BMI của Phúc ở mức bình thường? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất)

Bài 4 (0,75 điểm).

Giá bán một cái bánh cùng loại ở hai cửa hàng A và B đều là 15 000 đồng, nhưng mỗi cửa hàng áp dụng hình thức khuyến mãi khác nhau.

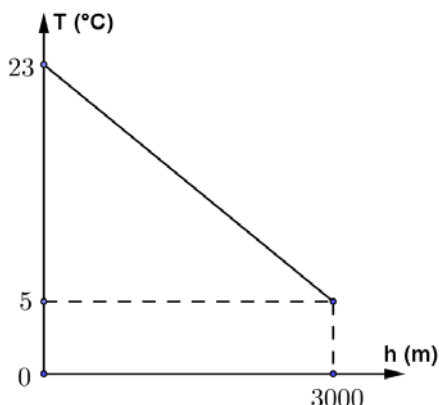
Cửa hàng A: đối với 3 cái bánh đầu tiên, giá mỗi cái là 15 000 đồng và từ cái bánh thứ tư trở đi khách hàng chỉ phải trả 75% giá bán.

Cửa hàng B: cứ mua 3 cái bánh thì được tặng thêm 1 cái bánh cùng loại.

Bạn Hằng cần đúng 13 cái bánh để tổ chức sinh nhật thì bạn ấy nên mua bánh ở cửa hàng nào để tiết kiệm và tiết kiệm được bao nhiêu tiền so với cửa hàng kia?

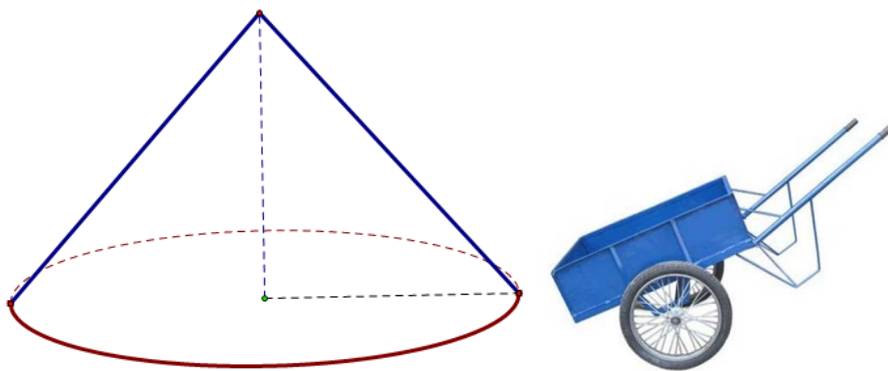
- Bài 5.** (1 điểm) Một vận động viên khi leo núi nhận thấy rằng càng lên cao thì nhiệt độ không khí càng giảm. Mối liên hệ giữa nhiệt độ không khí T và độ cao h (so với chân núi) được cho bởi hàm số $T = a.h + b$ có đồ thị như hình vẽ bên (nhiệt độ T tính theo $^{\circ}\text{C}$ và độ cao h tính theo mét)

Tại chân núi, người đó đo được nhiệt độ không khí là 23°C và trung bình cứ lên cao 100 m thì nhiệt độ giảm $0,6^{\circ}\text{C}$.



- a) Xác định a , b trong công thức trên.
b) Bạn Minh đang leo núi và dùng nhiệt kế đo được nhiệt độ không khí tại vị trí dừng chân là $15,8^{\circ}\text{C}$. Hỏi bạn Minh đang ở độ cao bao nhiêu mét so với chân núi?

- Bài 6.** (1 điểm). Một đồng cát dạng hình nón có chu vi đáy là $25,12\text{ m}$ và độ cao là $1,5\text{ m}$.



- a) Tính thể tích của đồng cát trên? Biết công thức tính chu vi của đường tròn là $C = 2\pi R$ và công thức tính thể tích hình nón là $V = \frac{1}{3}\pi.R^2.h$ (trong đó R là bán kính đường tròn đáy; h là chiều cao hình nón, lấy $\pi = 3,14$)
b) Người ta dùng xe cải tiến để vận chuyển đồng cát đó đến khu xây dựng. Biết thùng chứa của xe cải tiến có dạng hình hộp chữ nhật có kích thước dài 1 m , rộng 6 dm và cao 3 dm . Trong mỗi chuyến xe, thùng xe có thể chứa nhiều hơn thể tích thực của nó là 10% để vận chuyển được nhiều cát hơn. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu chuyến xe cải tiến để chuyển được hết đồng cát trên?

- Bài 7** (0,75 điểm)

Đại hội Thể thao Đông Nam Á – SEA Games (South East Asian Games) là sự kiện thể thao được tổ chức 2 năm 1 lần với sự tham gia của các vận động viên trong khu vực Đông Nam Á. Việt Nam là chủ nhà của SEA Games 31 diễn ra từ ngày 12/5/2022 đến ngày 23/5/2022.



Ở môn bóng đá nam, một bảng đấu gồm có 5 đội A, B, C, D, E thi đấu theo thể thức vòng tròn một lượt (mỗi đội thi đấu đúng một trận với các đội còn lại). Trong mỗi trận đấu, đội thắng được 3 điểm, đội hòa được 1 điểm và đội thua được 0 điểm.

- Hỏi có tất cả bao nhiêu trận đấu đã diễn ra ở bảng đấu trên?
- Khi kết thúc bảng đấu, các đội A, B, C, D, E lần lượt có điểm số là 10, 9, 6, 4, 0. Hỏi có bao nhiêu trận hòa và cho biết đó là trận hòa giữa các đội nào (nếu có)?

Bài 8. (3 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) , $(AB < AC)$. Gọi D là điểm trên cung nhỏ BC sao cho $DB < DC$. Từ D kẻ DE vuông góc với BC (E thuộc BC), kẻ DF vuông góc với AC (F thuộc AC). Đường thẳng EF cắt tia AB tại K .

- Chứng minh tứ giác $CDEF$ và $\widehat{DFE} = \widehat{DAB}$.
- Chứng minh tứ giác $DKBE$ nội tiếp và $DB \cdot DF = DA \cdot DE$.
- Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và EF . Chứng minh IJ vuông góc với DJ .

GIẢI CHI TIẾT

Bài 1. (1,5 điểm) Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = -x + 2$

- Vẽ (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Lời giải

a)

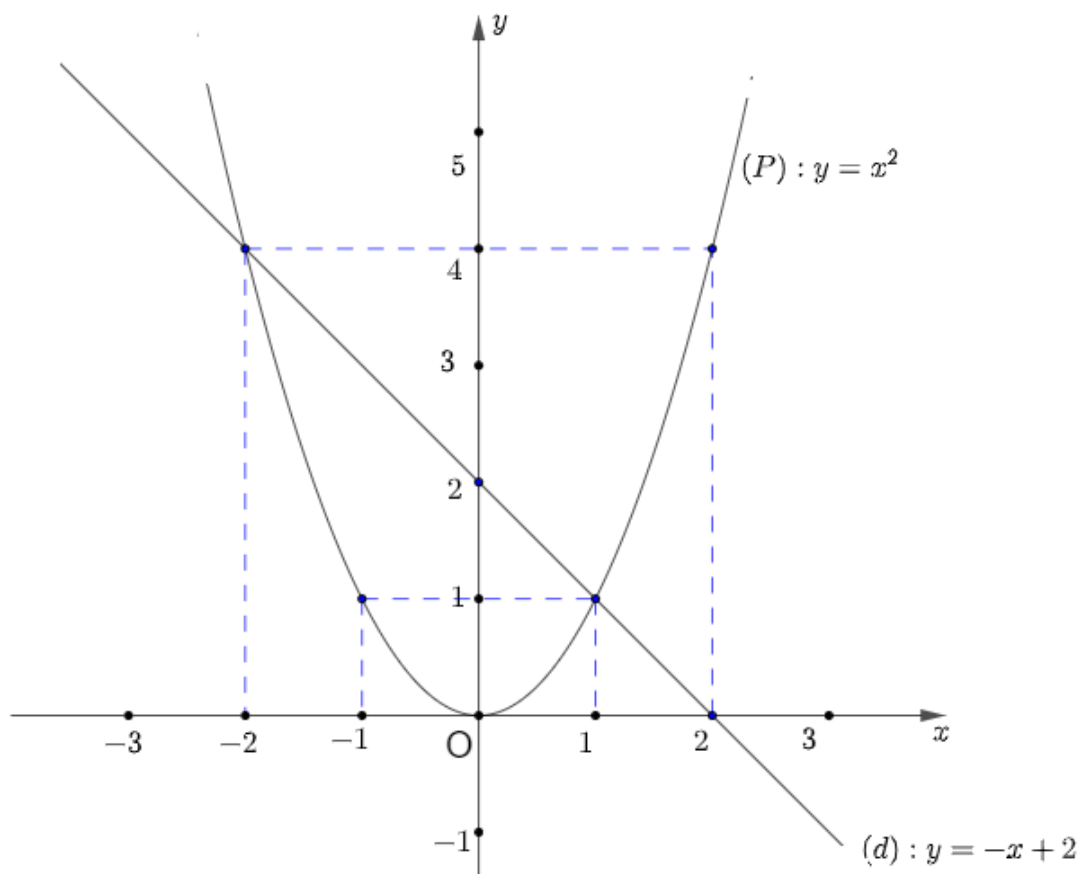
- Bảng giá trị:
- Với $(P): y = x^2$

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

- Với $(d): y = -x + 2$.

x	0	1
$y = -x + 2$	2	1

- Vẽ đồ thị



b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là

$$x^2 = -x + 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Với $x = 1$ thì $y = x^2 \Rightarrow y = 1$

Với $x = -2$ thì $y = x^2 \Rightarrow y = 4$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là $(1;1)$ và $(-2;4)$.

Bài 2. *(1,0 điểm)* Cho phương trình: $2x^2 - 4x - 3 = 0$ có hai nghiệm là $x_1; x_2$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $A = (x_1 - x_2)^2$.

Lời giải

Theo hệ thức Vi-ét, ta có:
$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-(-4)}{2} = 2 \\ P = x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-3}{2} \end{cases}$$

Ta có:

$$A = (x_1 - x_2)^2$$

$$A = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2$$

$$A = 2^2 - 4 \cdot \left(\frac{-3}{2} \right)$$

$$A = 10$$

Vậy $A = 10$.

Bài 3. *(1,0 điểm)* Để đánh giá thể trạng (gầy, bình thường, thừa cân) của một người, người ta thường dùng chỉ số *BMI* (Body Mass Index). Chỉ số *BMI* được tính dựa trên chiều cao và cân nặng theo công thức sau:

$$BMI = \frac{\text{cân nặng (kg)}}{\text{chiều cao (m)} \times \text{chiều cao (m)}}$$

Đối với người trưởng thành, chỉ số này cho đánh giá như sau:

Phân loại	<i>BMI</i> (kg/m ²)
Cân nặng thấp (gầy)	< 18,5
Bình thường	18,5 – 24,9
Thừa cân	≥ 25
Tiền béo phì	25 – 29,9
Béo phì độ I	30 – 34,9
Béo phì độ II	35 – 39,9
Béo phì độ III	≥ 40

Hạnh và Phúc là hai người trưởng thành đang cần xác định thể trạng của mình.

- a) Hạnh cân nặng 50 kg và cao 1,63 m. Hãy cho biết phân loại theo chỉ số *BMI* của Hạnh?
- b) Phúc cao 1,73 m thì cân nặng trong khoảng nào để chỉ số *BMI* của Phúc ở mức bình thường? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất)

Lời giải

a) Chỉ số *BMI* của Hạnh là $BMI_1 = \frac{50}{1,63 \cdot 1,63} \approx 18,8 \text{ (kg/m}^2\text{)}.$

Vậy Hạnh có thể trạng bình thường.

- b) Gọi x (kg) là khối lượng của Phúc khi có thể trạng bình thường ($x > 0$).

Chỉ số *BMI* của Phúc ở mức bình thường

$$\Rightarrow 18,5 \leq BMI_2 \leq 24,9$$

$$\Rightarrow 18,5 \leq \frac{x}{1,73 \cdot 1,73} \leq 24,9$$

$$\Rightarrow 55,4 \leq x \leq 74,5.$$

Vậy cân nặng của Phúc từ 55,4 kg đến 74,5 kg thì Phúc có thể trạng bình thường.

Bài 4 (0,75 điểm).

Giá bán một cái bánh cùng loại ở hai cửa hàng A và B đều là 15 000 đồng, nhưng mỗi cửa hàng áp dụng hình thức khuyến mãi khác nhau.

Cửa hàng A: đối với 3 cái bánh đầu tiên, giá mỗi cái là 15 000 đồng và từ cái bánh thứ tư trở đi khách hàng chỉ phải trả 75% giá bán.

Cửa hàng B: cứ mua 3 cái bánh thì được tặng thêm 1 cái bánh cùng loại.

Bạn Hằng cần đúng 13 cái bánh để tổ chức sinh nhật thì bạn ấy nên mua bánh ở cửa hàng nào để tiết kiệm và tiết kiệm được bao nhiêu tiền so với cửa hàng kia?

Lời giải

Giá bán 1 cái bánh từ thứ tư trở đi ở cửa hàng A là: $75\% \cdot 15\,000 = 11\,250$ (đồng)

Số tiền bạn Hằng phải trả khi mua 13 cái bánh ở cửa hàng A là:

$$3 \cdot 15\,000 + 10 \cdot 11\,250 = 157\,500 \text{ (đồng)}.$$

Để mua được 13 cái bánh ở cửa hàng B, bạn Hằng phải mua 10 cái bánh và được khuyến mãi 3 cái.

Số tiền bạn Hằng phải trả khi mua 10 cái bánh ở cửa hàng B là: $10 \cdot 15\,000 = 150\,000$ (đồng).

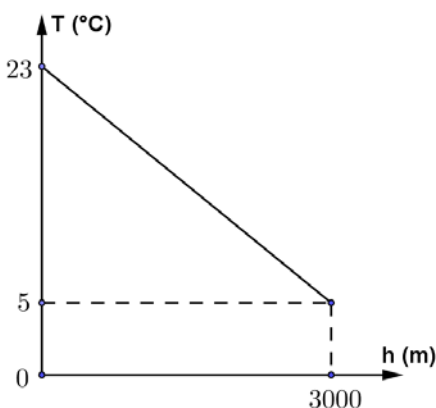
Do $150\,000 < 157\,500$ nên bạn Hằng mua ở cửa hàng B sẽ tiết kiệm hơn, và số tiền tiết kiệm so với khi mua ở cửa hàng A là $157\,500 - 150\,000 = 7\,500$ (đồng).

Bài 5. (1 điểm) Một vận động viên khi leo núi nhận thấy rằng càng lên cao thì nhiệt độ không khí càng giảm. Mối liên hệ giữa nhiệt độ không khí T và độ cao h (so với chân núi) được cho bởi hàm số $T = a \cdot h + b$ có đồ thị như hình vẽ bên (nhiệt độ T tính theo $^{\circ}\text{C}$ và độ cao h tính theo mét)

Tại chân núi, người đó đo được nhiệt độ không khí là 23°C và trung bình cứ lên cao 100 m thì nhiệt độ giảm $0,6^{\circ}\text{C}$.

a) Xác định a , b trong công thức trên.

b) Bạn Minh đang leo núi và dùng nhiệt kế đo được nhiệt độ không khí tại vị trí dừng chân là $15,8^{\circ}\text{C}$. Hỏi bạn Minh đang ở độ cao bao nhiêu mét so với chân núi?



Lời giải

a) Thay $h = 0$; $T = 23$ vào hàm số ta có $23 = a.0 + b \Leftrightarrow b = 23$.

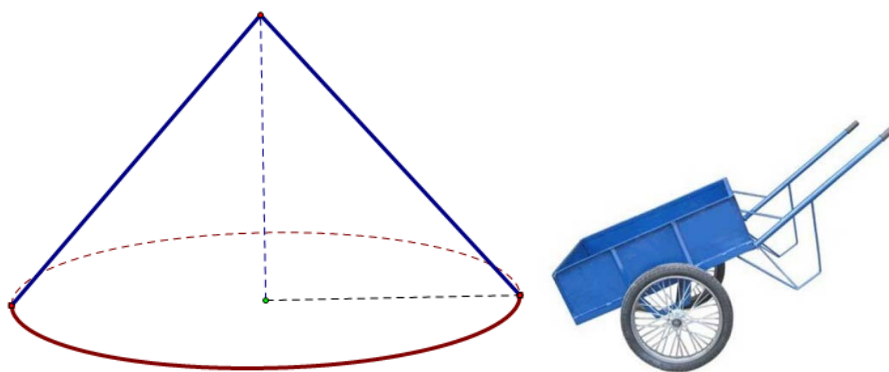
Thay $h = 3000$; $T = 5$ vào hàm số ta có $5 = a.3000 + 23 \Leftrightarrow a = -\frac{3}{500}$.

Vậy $a = -\frac{3}{500}$; $b = 23$.

b) Độ cao bạn Minh đang ở so với chân núi là:

$$15,8 = -\frac{3}{500}.h + 23 \Leftrightarrow h = 1200 \text{ (mét)}$$

Bài 6. (1 điểm). Một đống cát dạng hình nón có chu vi đáy là $25,12 \text{ m}$ và độ cao là $1,5 \text{ m}$.



a) Tính thể tích của đống cát trên? Biết công thức tính chu vi của đường tròn là $C = 2\pi R$ và công thức tính thể tích hình nón là $V = \frac{1}{3}\pi.R^2.h$ (trong đó R là bán kính đường tròn đáy; h là chiều cao hình nón, lấy $\pi = 3,14$)

b) Người ta dùng xe cải tiến để vận chuyển đống cát đó đến khu xây dựng. Biết thùng chứa của xe cải tiến có dạng hình hộp chữ nhật có kích thước dài 1 m , rộng 6 dm và cao 3 dm . Trong mỗi chuyến xe, thùng xe có thể chứa nhiều hơn thể tích thực của nó là 10% để vận chuyển được nhiều cát hơn. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu chuyến xe cải tiến để chuyển được hết đống cát trên?

Lời giải

a) Bán kính đường tròn đáy của hình nón là:

$$R = \frac{C}{2\pi} = \frac{25,12}{2.3,14} = 4 \text{ m}$$

Thể tích của đống cát trên là:

$$V = \frac{1}{3}\pi.R^2.h = \frac{1}{3}.3,14.4^2.1,5 = 25,12 \text{ m}^3$$

b) Đổi: $6 \text{ dm} = 0,6 \text{ m}$; $3 \text{ dm} = 0,3 \text{ m}$

Thể tích 1 lần chở là:

$$V_{\text{cát trên xe}} = 1.0,6.0,3.(1 + 10\%) = 0,198 \text{ m}^3$$

Số lần chở để chở hết đồng cát trên là:

$$n = \frac{V_{\text{cát}}}{V_{\text{cát trên xe}}} = \frac{25,12}{0,198} \approx 126,8 \text{ (lần)}$$

Vậy cần ít nhất 127 lần chở để chở hết đồng cát.

Bài 7. (0,75 điểm)

Đại hội Thể thao Đông Nam Á – SEA Games (South East Asian Games) là sự kiện thể thao được tổ chức 2 năm 1 lần với sự tham gia của các vận động viên trong khu vực Đông Nam Á. Việt Nam là chủ nhà của SEA Games 31 diễn ra từ ngày 12/5/2022 đến ngày 23/5/2022.



Ở môn bóng đá nam, một bảng đấu gồm có 5 đội A, B, C, D, E thi đấu theo thể thức vòng tròn một lượt (mỗi đội thi đấu đúng một trận với các đội còn lại). Trong mỗi trận đấu, đội thắng được 3 điểm, đội hòa được 1 điểm và đội thua được 0 điểm.

a) Hỏi có tất cả bao nhiêu trận đấu đã diễn ra ở bảng đấu trên?

b) Khi kết thúc bảng đấu, các đội A, B, C, D, E lần lượt có điểm số là 10, 9, 6, 4, 0. Hỏi có bao nhiêu trận hòa và cho biết đó là trận hòa giữa các đội nào (nếu có)?

Lời giải

a) Nếu có 5 đội tham gia thi đấu, mỗi đội phải đấu với 4 đội còn lại nên với 5 đội tham gia thì có $5 \cdot 4 = 20$ trận đấu. Nhưng mỗi trận đấu có 2 đội tham gia nên tổng số trận đấu khi có 5 đội tham gia là $\frac{5 \cdot 4}{2} = 10$ trận đấu.

b) Tổng số điểm của các đội là $10 + 9 + 6 + 4 + 0 = 29$ điểm.

Gọi x là số trận thắng – thua và y là số trận hòa.

Vì có 10 trận nên ta có: $x + y = 10$ (1)

Mỗi trận thắng – thua có tổng số điểm là 3 và mỗi trận hòa có tổng số điểm là 2 nên ta có phương trình: $3x + 2y = 29$ (2)

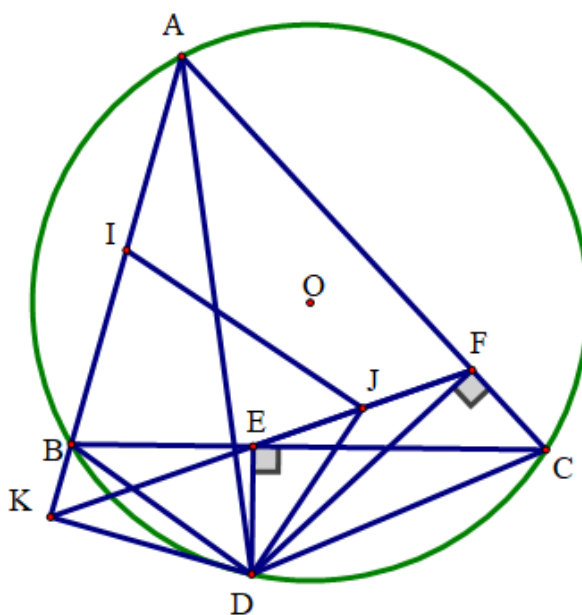
Từ (1) và (2) ta có: $x = 9$ và $y = 1$.

Mỗi đội có 4 trận đấu với các đội còn lại mà đội A có 10 điểm tức đội A thắng 3 trận hòa 1 trận. Đội B có 9 điểm tức thắng 3 trận thua 1 trận. Đội C có 6 điểm tức thắng 2 trận thua 2 trận. Đội D có 4 điểm tức thắng 1 trận hòa 1 trận. Đội E không có điểm tức thua hết 4 trận. Vậy trận hòa là của đội A và đội D.

Bài 8. (3 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) , ($AB < AC$). Gọi D là điểm trên cung nhỏ BC sao cho $DB < DC$. Từ D kẻ DE vuông góc với BC (E thuộc BC), kẻ DF vuông góc với AC (F thuộc AC). Đường thẳng EF cắt tia AB tại K .

- Chứng minh tứ giác $CDEF$ và $\widehat{DFE} = \widehat{DAB}$.
- Chứng minh tứ giác $DKBE$ nội tiếp và $DB \cdot DF = DA \cdot DE$.
- Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và EF . Chứng minh IJ vuông góc với DJ .

Lời giải

- Chứng minh tứ giác $CDEF$ và $\widehat{DFE} = \widehat{DAB}$.

Xét tứ giác $CDEF$ có:

$$+) \widehat{DEC} = 90^\circ \text{ (DE vuông góc với BC tại E)}$$

$$+) \widehat{DFC} = 90^\circ \text{ (DF vuông góc với AC tại F)}$$

$\Rightarrow$ Tứ giác $CDEF$ nội tiếp đường tròn đường kính DC (2 đỉnh E và F cùng nhìn cạnh DC dưới 1 góc vuông)

$$\Rightarrow \widehat{DFE} = \widehat{DCE} = \frac{1}{2} \widehat{DE}$$

$$\text{Mà } \widehat{DCE} = \widehat{DCB} = \widehat{DAB} = \frac{1}{2} \widehat{BD} \text{ trong đường tròn (O).}$$

$$\text{Do đó: } \widehat{DFE} = \widehat{DAB}.$$

- Chứng minh tứ giác $DKBE$ nội tiếp và $DB \cdot DF = DA \cdot DE$.

Ta có: $\widehat{KED} = \widehat{DCF}$ (góc ngoài bằng góc đối trong của tứ giác $CDEF$ nội tiếp)

$\widehat{DCF} = \widehat{DCA} = \widehat{KBD}$ (góc ngoài bằng góc đối trong đối với tứ giác $ABDC$ nội tiếp đường tròn (O)).

Do đó: $\widehat{KBD} = \widehat{KED} = \widehat{DCA}$ không đổi.

Suy ra tứ giác $DKBE$ nội tiếp (2 đỉnh B, E cùng phía đối với cạnh KD và cùng nhìn cạnh KD dưới 1 góc không đổi)

Ta có: $\widehat{EDF} = \widehat{ECF} = \frac{1}{2}sd\widehat{EF} = \widehat{BCA}$

Và $\widehat{BCA} = \widehat{BDA} = \frac{1}{2}sd\widehat{BA}$ trong đường tròn (O)

Suy ra $\widehat{BDA} = \widehat{EDF}$.

Xét $\triangle DBA$ và $\triangle DEF$ có:

+) $\widehat{DAB} = \widehat{DFE}$ (chứng minh trên)

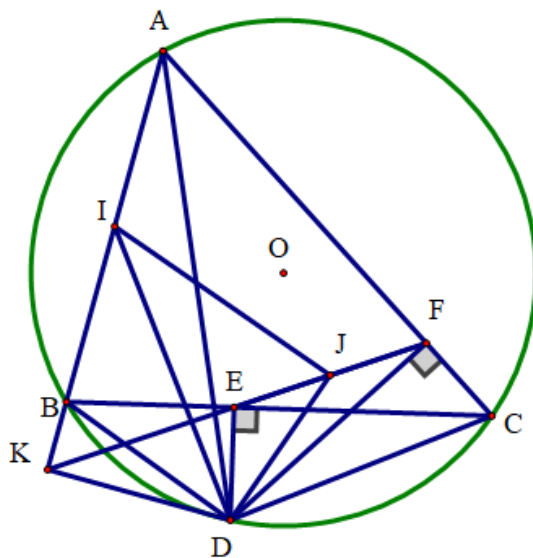
+) $\widehat{BDA} = \widehat{EDF}$ (chứng minh trên)

$\triangle DBA \sim \triangle DEF$ (góc - góc)

$$\Rightarrow \frac{DB}{DE} = \frac{DA}{DF} = \frac{BA}{EF} (*)$$

$\Rightarrow DB \cdot DF = DA \cdot DE$ (điều phải chứng minh)

c) Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và EF . Chứng minh IJ vuông góc với DJ .



Từ (*) và I, J lần lượt là trung điểm của AB, EF nên ta có:

$$\frac{DB}{DE} = \frac{BA}{EF} = \frac{2IB}{2JE} = \frac{IB}{JE}$$

Xét $\triangle DBI$ và $\triangle DEJ$ ta có:

+) $\widehat{DBI} = \widehat{DEJ}$ ($\triangle DBA \sim \triangle DEF$ chứng minh trên)

+) $\frac{DB}{DE} = \frac{IB}{JE}$ (chứng minh trên)

$\Rightarrow \triangle DBI \cong \triangle DEJ$ (cạnh – góc – cạnh)

$\Rightarrow \widehat{DIB} = \widehat{DJE} \Rightarrow \widehat{KID} = \widehat{KJD} = \text{góc không đổi.}$

$\Rightarrow$ Tứ giác $IKDJ$ nội tiếp (2 đỉnh I, J cùng phía với cạnh KD và cùng nhìn cạnh KD dưới 1 góc không đổi)

$\Rightarrow \widehat{IKD} + \widehat{IJD} = 180^\circ.$

Mà tứ giác $DKBE$ nội tiếp nên $\widehat{IKD} = \widehat{BKD} = 180^\circ - \widehat{BED} = 90^\circ$

Do đó: $\widehat{IJD}$ vuông hay IJ vuông góc với DJ .

---Hết---

SỞ GD &ĐT HÒA BÌNH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 CÁC TRƯỜNG THPT
PT DTNT THPT TỈNH, CÁC TRƯỜNG PT DTNT THCS&THPT

NĂM HỌC 2022-2023

ĐỀ THI MÔN TOÁN

(DÀNH CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH)

Ngày thi :23/06/2022

Thời gian làm bài 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu I. (3,0 điểm)

1) Rút gọn các biểu thức sau :

a) $A = \sqrt{16} - \sqrt{4}$

b) $B = \sqrt{8} + 3\sqrt{2}$

2) Giải các phương trình sau :

a) $2x - 1 = 7$

b) $\sqrt{x+1} = 4$

3) Trong hệ trục tọa độ Oxy , vẽ đồ thị hàm số $y = x + 2$

Câu II. (3,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$

2) Bác Bình trồng cam trên một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 4m, chu vi của mảnh vườn là 40m. Biết rằng cứ $3m^2$ bác Bình trồng được 1 cây cam, hỏi bác Bình trồng được bao nhiêu cây cam trên mảnh vườn đó

3) Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 5cm, BC = 13cm$. Tính cạnh AC và đường cao AH

Câu III. (3,0 điểm) Cho đường tròn tâm O và điểm A nằm ngoài đường tròn, từ A kẻ các tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (M, N là các tiếp điểm). Lấy điểm K thuộc cung nhỏ MN , kẻ tiếp tuyến với đường tròn (O) tại K cắt AM, AN theo thứ tự tại E, F . Gọi giao điểm của OE, OF với MN theo thứ tự là P và Q

1) Chứng minh rằng : tứ giác $AMON$ là tứ giác nội tiếp

2) Chứng minh rằng $\angle EOF = \frac{1}{2} \angle MON$

3) Chứng minh rằng $ME \cdot OF = OE \cdot MP$

4) Chứng minh rằng OK, EQ, FP đồng quy

Câu IV. (1,0 điểm)

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x^2 + 2022}{(x+1)^2}$

ĐÁP ÁN

Câu I. (3,0 điểm)

4) Rút gọn các biểu thức sau :

$$a) A = \sqrt{16} - \sqrt{4} = 4 - 2 = 2$$

$$b) B = \sqrt{8} + 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

5) Giải các phương trình sau :

$$a) 2x - 1 = 7 \Leftrightarrow 2x = 8 \Leftrightarrow x = 4$$

$$b) \sqrt{x+1} = 4 (x \geq -1) \Rightarrow x+1 = 16 \Leftrightarrow x = 15(tm)$$

6) Trong hệ trục tọa độ Oxy , vẽ đồ thị hàm số $y = x + 2$

Học sinh tự vẽ (d)

Câu II. (3,0 điểm)

4) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 6 \\ y = 5 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 3)$

5) Bác Bình trồng cam trên một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 4m, chu vi của mảnh vườn là 40m. Biết rằng cứ $3m^2$ bác Bình trồng được 1 cây cam, hỏi bác Bình trồng được bao nhiêu cây cam trên mảnh vườn đó

Nửa chu vi của mảnh vườn là : $40 : 2 = 20(m)$

Gọi chiều dài của mảnh vườn là $x(m)$ ($4 < x < 20$) $\Rightarrow$ chiều rộng : $x - 4(m)$

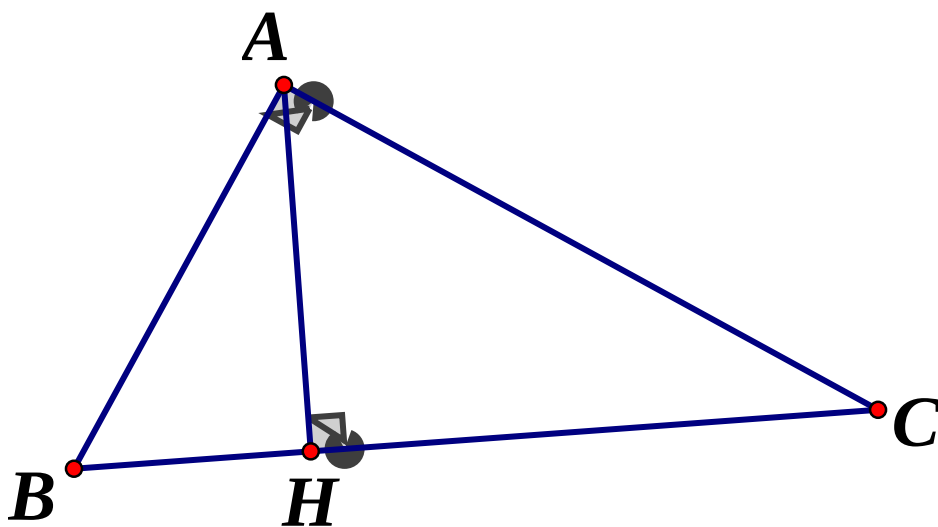
Vì nửa chu vi của mảnh vườn là 40m nên ta có phương trình :

$$x + x - 4 = 20 \Leftrightarrow x = 12(tm)$$

Vậy chiều dài mảnh vườn là 12m, chiều rộng là 8m

Số cây cam bác Bình trồng là $12 \cdot 8 : 3 = 32$ (cây cam)

6) Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 5cm, BC = 13cm$. Tính cạnh AC và đường cao AH



Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông ABC ta có :

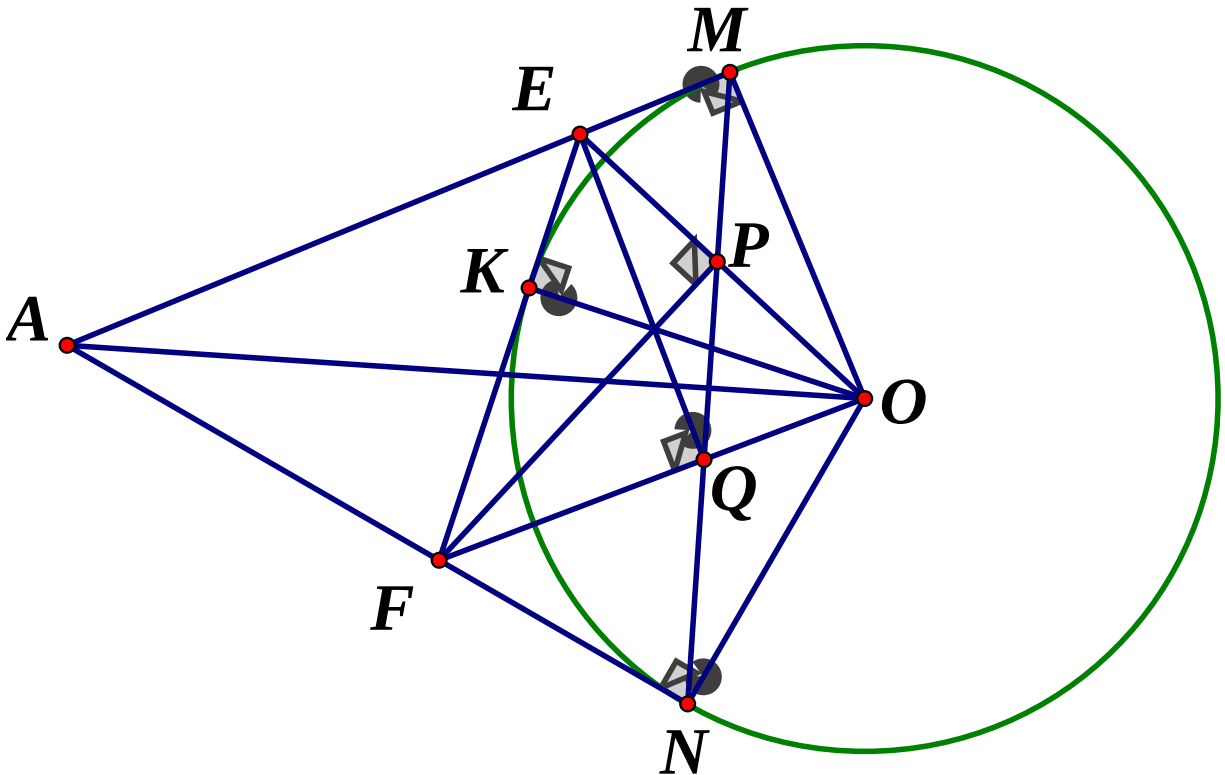
$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12(cm)$$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABC ,đường cao AH ta có :

$$AH.BC = AB.AC \Rightarrow AH = \frac{AB.AC}{BC} = \frac{5.12}{13} = \frac{60}{13}(cm)$$

Vậy $AC = 12cm, AH = \frac{60}{13}cm$

Câu III. (3,0 điểm) Cho đường tròn tâm O và điểm A nằm ngoài đường tròn, từ A kẻ các tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (M, N là các tiếp điểm). Lấy điểm K thuộc cung nhỏ MN , kẻ tiếp tuyến với đường tròn (O) tại K cắt AM, AN theo thứ tự tại E, F . Gọi giao điểm của OE, OF với MN theo thứ tự là P và Q .



5) Chứng minh rằng : tứ giác $AMON$ là tứ giác nội tiếp

Vì AM, AN là 2 tiếp tuyến của $(O) \Rightarrow \angle AMO = \angle ANO = 90^\circ$

$\Rightarrow$ Tứ giác $AMON$ có $\angle AMO + \angle ANO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà hai góc này đối nhau

$\Rightarrow AMON$ là tứ giác nội tiếp

6) Chứng minh rằng $\angle EOF = \frac{1}{2} \angle MON$

EM, EK là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên OE là phân giác của $\angle KOM$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow \angle EOK = \frac{1}{2} \angle KOM$

FN, FK là tiếp tuyến của (O) nên OF là phân giác của $\angle KON$ tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow \angle FOK = \frac{1}{2} \angle KON$. Ta có :

$$\angle MON = \angle KOM + \angle KON \Rightarrow \frac{1}{2} \angle MON = \frac{1}{2} \angle KOM + \frac{1}{2} \angle KON$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \angle MON = \angle EOK + \angle FOK \Rightarrow \frac{1}{2} \angle MON = \angle EOF$$

Vậy ta có đpcm.

7) Chứng minh rằng $ME.OF = OE.MP$

Xét (O) có :

$$\angle EMN = \frac{1}{2} \text{sd} \widehat{MN}; \angle MON = \text{sd} \widehat{MN} \text{ (góc ở tâm)} \Rightarrow \angle EMN = \frac{1}{2} \angle MON$$

$$\text{Mà } \angle EOF = \frac{1}{2} \angle MON \text{ (cmt)} \Rightarrow \angle EMN = \angle EOF \text{ hay } \angle EMP = \angle EOF$$

EM, EK là tiếp tuyến của đường tròn (O) $\Rightarrow EO$ là phân giác của $\angle KEM$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow \angle MEO = \angle KEO$ hay $\angle MEP = \angle FEO$

Xét $\triangle MEP$ và $\triangle OEF$ có :

$$\angle EMP = \angle EOF \text{ (cmt)}; \angle MEP = \angle FEO \text{ (cmt)} \Rightarrow \triangle MEP \sim \triangle OEF (g.g)$$

$$\Rightarrow \frac{ME}{OE} = \frac{MP}{OF} \text{ (hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)} \Rightarrow ME.OF = OE.MP \text{ (đpcm)}$$

8) Chứng minh rằng OK, EQ, FP đồng quy

Tứ giác $EMOQ$ có $\angle EMQ = \angle EOQ$ (do $\angle EMN = \angle EOF$ - cmt) mà hai góc này có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn EQ dưới một góc không đổi nên $EMOQ$ là tứ giác nội tiếp

$$\Rightarrow \angle EMO + \angle EQO = 180^\circ \text{ mà } \angle EQO = 90^\circ \Rightarrow EQ \perp FO$$

EM, EK là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $EM = EK$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$$\text{Vì } \triangle MEP \sim \triangle OEF \text{ (cmt)} \Rightarrow \frac{ME}{OE} = \frac{EP}{EF} \text{ do đó } \frac{KE}{OE} = \frac{EP}{EF}$$

$$\text{Xét } \triangle KEP \text{ và } \triangle OEF \text{ có : } \angle FEO \text{ chung, } \frac{KE}{OE} = \frac{EP}{EF} \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle KEP \sim \triangle OEF (c.g.c) \Rightarrow \angle EKP = \angle EOF \text{ (hai góc tương ứng)}$$

Tứ giác $KFOP$ có $\angle EKP = \angle EOF$ (cmt) mà hai góc này cùng bù với $\angle PKF$

Suy ra , tứ giác $KFOP$ là tứ giác nội tiếp

$$\Rightarrow \angle FKO = \angle FPO \text{ (cùng chắn cung } OF)$$

$$\text{Mà } \angle FKO = 90^\circ \text{ (KF là tiếp tuyến của (O))} \Rightarrow \angle FPO = 90^\circ \Rightarrow FP \perp EO$$

Tam giác OEF có :

$OK \perp EF$ (EF là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại K)

$EQ \perp FO$ (cmt), $FP \perp EO$ (cmt)

$\Rightarrow OK, EQ, FP$ lần lượt là các đường cao của $\triangle OEF \Rightarrow OK, EQ, FP$ đồng quy (đpcm)

Câu IV. (1,0 điểm)

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x^2 + 2022}{(x+1)^2}$

$$\text{Ta có : } P = \frac{x^2 + 2022}{(x+1)^2} = \frac{x^2 + 2x + 1 - 2x - 2 + 2023}{(x+1)^2} = \frac{(x+1)^2 - 2(x+1) + 2023}{(x+1)^2}$$

$$P = 1 - \frac{2}{x+1} + \frac{2023}{(x+1)^2}. \text{ Đặt } t = \frac{1}{x+1}, \text{ ta có :}$$

$$\begin{aligned} P &= 1 - 2t + 2023t^2 = 2023 \left(t^2 - \frac{2}{2023}t \right) + 1 \\ &= 2023 \left[t^2 - 2t \cdot \frac{1}{2023} + \left(\frac{1}{2023} \right)^2 \right] - 2023 \cdot \left(\frac{1}{2023} \right)^2 + 1 \end{aligned}$$

$$P = 2023 \left(t - \frac{1}{2023} \right)^2 + \frac{2022}{2023} \geq \frac{2022}{2023}$$

$$\Rightarrow P \geq \frac{2022}{2023} \Leftrightarrow t = \frac{1}{2023} \Leftrightarrow x = 2022$$

$$\text{Vậy } \min P = \frac{2022}{2023} \Leftrightarrow x = 2022$$

Tuyển sinh vào **10**

Tỉnh Hưng Yên

TRẮC NGHIỆM: 50 Câu – Mã đề 122

Câu 1: Cặp số $(-1; 2)$ là nghiệm của hệ phương trình nào trong các hệ phương trình sau?

- A.** $\begin{cases} x - y = -3 \\ x + 3y = 5 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x + y = 3 \\ x + 3y = -1 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x - y = 3 \\ x + 3y = -1 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x - y = 3 \\ x - 3y = -1 \end{cases}$

Câu 2: Tổng các nghiệm của phương trình $x^2 - 5x + 2 = 0$ bằng

- A.** 5. **B.** -5. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 3: Điểm nào trong các điểm sau thuộc đồ thị hàm số $y = -x^2$?

- A.** $(-1; 1)$. **B.** $(1; -1)$. **C.** $(-1; 2)$. **D.** $(-1; -2)$.

Câu 4: Điểm $(2; -1)$ thuộc đồ thị hàm số nào dưới đây?

- A.** $y = x + 3$. **B.** $y = -2x + 1$. **C.** $y = -x + 3$. **D.** $y = 2x - 5$.

Câu 5: Điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{x + 2022}$ là

- A.** $x \geq -2022$. **B.** $x < 2022$. **C.** $x < -2022$. **D.** $x \geq 2022$.

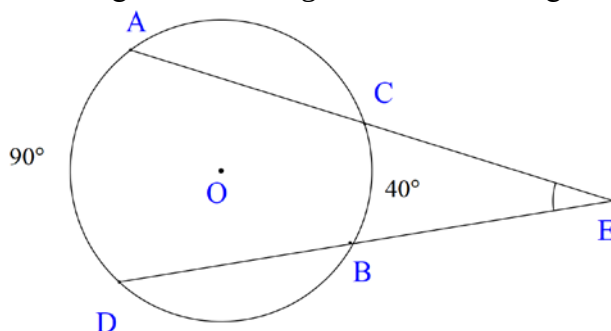
Câu 6: Hệ số góc của đường thẳng $y = -2x + 1$ bằng

- A.** -2. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 7: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A.** $y = 1 - 2x$. **B.** $y = -3x + 2$. **C.** $y = \frac{x}{3} - 1$. **D.** $y = \frac{1-x}{2}$.

Câu 8: Cho hình vẽ, biết số đo cung nhỏ AD bằng 90° và số đo cung nhỏ BC bằng 40° . Tính $\widehat{AED}$

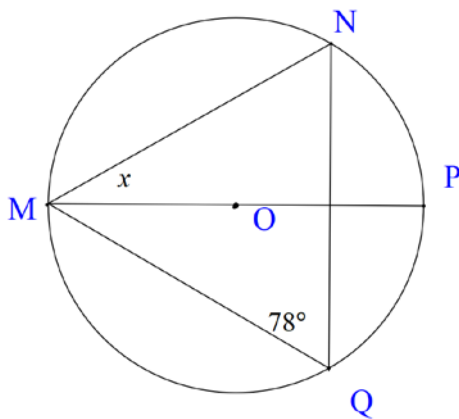


- A.** 55° . **B.** 25° . **C.** 30° . **D.** 50° .

Câu 9: Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Hệ thức nào sau đây đúng?

- A.** $AC^2 = BH \cdot BC$. **B.** $AC^2 = BC \cdot CH$. **C.** $AC^2 = AH \cdot BC$. **D.** $AC^2 = CH \cdot BH$.

Câu 10: Cho hình vẽ, biết MP là đường kính của (O) , $\widehat{MQN} = 78^\circ$. Số đo $\widehat{NMP}$ bằng



- A. 24° . B. 13° . C. 6° . D. 12° .

Câu 11: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} (A \geq 0; B > 0)$. B. $\sqrt{A^2} = A (A \geq 0)$.
C. $\sqrt[3]{A^3} = -A (A < 0)$. D. $\sqrt{A \cdot B} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B} (A; B \geq 0)$.

Câu 12: Giá trị rút gọn của biểu thức $P = 5\sqrt{27} - \sqrt{300} + 2\sqrt{75}$ bằng

- A. $15\sqrt{3}$. B. $-15\sqrt{3}$. C. $-5\sqrt{3}$. D. $35\sqrt{3}$.

Câu 13: Tính diện tích xung quanh của một hình trụ có chiều cao $10m$, chu vi đáy bằng $5m$

- A. $50m^2$. B. $50\pi m^2$. C. $100\pi m^2$. D. $100m^2$.

Câu 14: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 8$, $BC = 10$. Tính $\sin B$

- A. $\sin B = 0,6$. B. $\sin B = 0,75$. C. $\sin B = 0,8$. D. $\sin B = 0,4$.

Câu 15: Trong các phương trình sau đây, phương trình nào có nghiệm kép?

- A. $x^2 - x + 15 = 0$. B. $2x^2 - x - 9 = 0$. C. $x^2 - 6x + 5 = 0$. D. $4x^2 + 4x + 1 = 0$.

Câu 16: Thể tích của hình cầu tâm O , bán kính R bằng

- A. $4\pi R^3$. B. $\frac{4}{3}\pi R^3$. C. $\frac{1}{3}\pi R^3$. D. πR^3 .

Câu 17: Số nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 6 \\ 2x - y = 6 \end{cases}$ là

- A. hai nghiệm. B. một nghiệm. C. vô số nghiệm. D. vô nghiệm.

Câu 18: Trong các hệ phương trình sau đây, hệ phương trình nào vô số nghiệm?

- A. $\begin{cases} -2x + y = -9 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$. B. $\begin{cases} -2x + y = 3 \\ -3x + 2y = 1 \end{cases}$. C. $\begin{cases} 2x - 4y = 3 \\ 4x - 2y = 1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} 3x + y = 7 \\ 6x + 2y = 14 \end{cases}$.

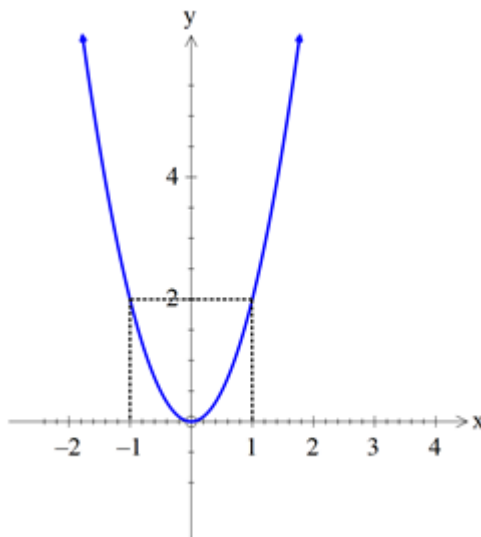
Câu 19: Hai đường tròn $(A; 6cm)$ và $(B; 8cm)$ tiếp xúc ngoài. Độ dài AB bằng

- A. $AB = 2cm$. B. $AB = 8cm$. C. $AB = 7cm$. D. $AB = 14cm$.

Câu 20: Số nào sau đây là một nghiệm của phương trình: $x^2 + 10x - 11 = 0$?

- A. -1 . B. 10 . C. -11 . D. 11 .

Câu 21: Cho hàm số $y = ax^2$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đó là



- A. $y = x^2$. B. $y = 2x^2$. C. $y = -2x^2$. D. $y = -x^2$.

Câu 22: Cho hàm số $y = (m+5)x + 1$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số trên luôn đồng biến.

- A. $m > 5$. B. $m > -5$. C. $m < 5$. D. $m < -5$.

Câu 23: Tìm giá trị của m để hai đường thẳng $y = (m-2)x - 5$ và $y = -mx + 5$ song song.

- A. $m = -1$. B. $m = 1$. C. $m = 2$. D. $m = -2$.

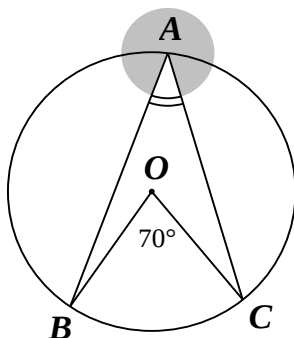
Câu 24: Hệ phương trình $\begin{cases} x + y = -3 \\ -3x + y = -7 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất là $(x; y)$. Khi đó $x - y$ bằng

- A. -3 . B. 3 . C. -5 . D. 5 .

Câu 25: Cho $\alpha = 25^\circ, \beta = 65^\circ$. Câu trả lời nào sau đây sai?

- A. $\sin \alpha = \cos \beta$. B. $\tan \alpha = \cot \beta$. C. $\cos \alpha = \sin \beta$. D. $\sin \alpha = \sin \beta$.

Câu 26: Cho hình vẽ dưới đây, biết $\widehat{BOC} = 70^\circ$. Khi đó $\widehat{BAC}$ bằng



- A. 35° . B. 210° . C. 70° . D. 140° .

Câu 27: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 4 cm và diện tích xung quanh của hình trụ bằng $48\pi \text{ cm}^2$. Tính thể tích của hình trụ.

- A. $V = 80\pi \text{ cm}^3$. B. $V = 96\pi \text{ cm}^3$. C. $V = 192\pi \text{ cm}^3$. D. $V = 32\pi \text{ cm}^3$.

Câu 28: Rút gọn biểu thức $C = \sqrt[3]{8a^3} - 6a$, ta được kết quả là

- A. $-8a$. B. $-4a$. C. $8a$. D. $4a$.

- Câu 29:** Cho hàm số $y = 5x - 2m + 3$, xác định m để đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 9.
A. $m = -6$. **B.** $m = -3$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = 6$.
- Câu 30:** Cho phương trình $x^2 - x - 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 , giá trị của biểu thức $A = \frac{x_1 + x_2}{5x_1x_2}$ bằng
A. $-\frac{1}{15}$. **B.** $-\frac{3}{5}$. **C.** $-\frac{5}{3}$. **D.** $\frac{1}{15}$.
 $\widehat{AMB} = 60^\circ$ **A.** $\frac{1}{2}$. **B.** 4. **C.** 1. **D.** -4.
- Câu 31:** Giá trị biểu thức $\frac{1}{2+\sqrt{5}} + \frac{1}{2-\sqrt{5}}$ bằng
A. $\frac{1}{2}$. **B.** 4. **C.** 1. **D.** -4.
- Câu 32:** Cho $(O; 5\text{cm})$ và điểm M nằm ngoài đường tròn. Qua M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB đến đường tròn (A, B là tiếp điểm), biết $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Tính OM .
A. $\frac{10\sqrt{3}}{3}\text{cm}$. **B.** $2,5\text{cm}$. **C.** 10cm . **D.** $5\sqrt{3}\text{cm}$.
- Câu 33:** Cho đường tròn $(O; 10\text{cm})$, dây cung $AB = 12\text{cm}$. Tính khoảng cách từ tâm O đến dây AB .
A. 8cm . **B.** 10cm . **C.** 16cm . **D.** 4cm .
- Câu 34:** Xác định a và b , biết đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua hai điểm $A(1; 2)$ và $B(-2; 5)$.
A. $a = 1$ và $b = -3$. **B.** $a = -1$ và $b = 3$. **C.** $a = -1$ và $b = -3$. **D.** $a = 1$ và $b = 3$.
- Câu 35:** Tính cạnh của hình vuông nội tiếp đường tròn $(O; 3\text{cm})$
A. $3\sqrt{2}\text{cm}$. **B.** $\sqrt{3}\text{cm}$. **C.** 3cm . **D.** 9cm .
- Câu 36:** Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x - 4m = 0$. Tập hợp các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 2022$ là
A. $\{1010; 1012\}$. **B.** $\{1010; -1012\}$. **C.** $\{-1010; 1012\}$. **D.** $\{-1010; -1012\}$.
- Câu 37:** Cho hình nón có chu vi đáy là $12\pi\text{cm}$, độ dài đường sinh là 10cm . Thể tích hình nón là
A. $96\pi\text{cm}^3$. **B.** $128\pi\text{cm}^3$. **C.** $288\pi\text{cm}^3$. **D.** $60\pi\text{cm}^3$.
- Câu 38:** Các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc 60° và bóng của một tòa tháp trên mặt đất dài 20m . Khi đó chiều cao của tòa tháp bằng
A. $60\sqrt{3}\text{m}$. **B.** $10\sqrt{3}\text{m}$. **C.** $20\sqrt{3}\text{m}$. **D.** $30\sqrt{3}\text{m}$.
- Câu 39:** Số nghiệm của phương trình $\sqrt{2x+1} = x-2$ là
A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.
- Câu 40:** Xác định giá trị của tham số m để hệ phương trình $\begin{cases} (m-3)x - 2y = 1 \\ 2x - my = 2m^2 + m \end{cases}$ có nghiệm duy nhất
A. $m \neq 1$ và $m \neq 4$. **B.** $m \neq -1$ và $m \neq 4$.

C. $m \neq -1$ và $m \neq -4$.

D. $m \neq 1$ và $m \neq -4$.

Câu 41: Cho đường thẳng $(d): y = x - 2$. Nếu đường thẳng $(d'): y = ax + b$ đi qua $A(2; -3)$ và song song với (d) thì $a^2 - 3b$ bằng

A. 14.

B. 16.

C. -16.

D. -14.

Câu 42: Rút gọn biểu thức $\frac{2}{x-y} \sqrt{\frac{9(x-y)^2}{4}}$ với $x < y$, ta được kết quả là

A. 3.

B. -3.

C. $\sqrt{3}$.

D. $-\sqrt{3}$.

Câu 43: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^2$ và đường thẳng $y = 5x - m$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt là

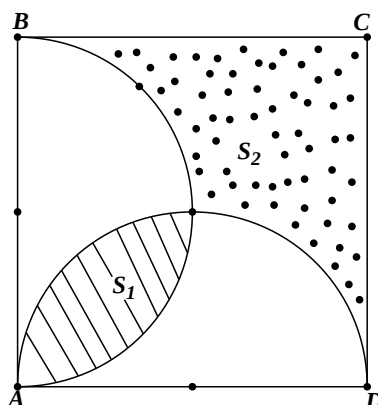
A. $m > -\frac{25}{4}$.

B. $m > \frac{25}{4}$.

C. $m < -\frac{25}{4}$.

D. $m < \frac{25}{4}$.

Câu 44: Cho hình vuông $ABCD$. Gọi S_1 là diện tích phần giao của hai nửa đường tròn đường kính AB và AD , S_2 là diện tích phần còn lại của hình vuông nằm ngoài hai nửa đường tròn nói trên (S_1 là phần gạch chéo, S_2 là phần chấm chấm). Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng



A. $\frac{\pi}{6-\pi}$.

B. $\frac{\pi+2}{6-\pi}$.

C. $\pi - 2$.

D. $\frac{\pi-2}{6-\pi}$.

Câu 45: Cho điểm A nằm trên $(O; 5\text{cm})$ đường kính BC , sao cho $\widehat{AOB} = 60^\circ$. Từ A kẻ đường thẳng song song với BC cắt (O) tại E (E khác A). Chu vi tứ giác $AECB$ bằng

A. 20 cm.

B. 25 cm.

C. 12,5 cm.

D. 50 cm.

Câu 46: Trong một tam giác vuông, đường cao ứng với cạnh huyền chia tam giác thành hai phần có diện tích bằng 54cm^2 và 96cm^2 . Độ dài cạnh huyền bằng

A. 27 cm.

B. 48 cm.

C. 25 cm.

D. 21 cm.

Câu 47: Biết phương trình $3x + 1 - \sqrt{3x^2 + 7x} - \sqrt{3x - 1} = 0$ có một nghiệm có dạng $x = \frac{a + \sqrt{b}}{c}$ trong đó a, b, c là các số nguyên dương và $\frac{a}{c}$ là phân số tối giản. Tính $S = a + b + c$.

A. $S = 21$.

B. $S = 10$.

C. $S = 14$.

D. $S = 12$.

Câu 48: Cho hình tròn $(O; OA)$, biết $OA = 50\text{ cm}$ và diện tích hình tròn $(O; OB)$ bằng $\frac{81}{100}$ diện tích hình tròn $(O; OA)$. Tính $OA - OB$.

- A. 10 (cm) . B. 25 (cm) . C. 5 (cm) . D. $5,1\text{ (cm)}$.

Câu 49: Cho phương trình $x^2 - 2x + 3 - m = 0$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = (x_1^2 - 2x_1)(x_2^2 - 2x_2) + 4m - 8$ bằng

- A. 2 . B. 1 . C. 3 . D. 0 .

Câu 50: Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx + y = 2m^2 + 2 \\ 2x + y = 5m \end{cases}$ (m là tham số) có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $x_0^2 - 6y_0^2$ bằng

- A. -75 . B. 75 . C. -23 . D. 23 .

❧ HẾT ❧

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Cặp số $(-1; 2)$ là nghiệm của hệ phương trình nào trong các hệ phương trình sau?

A. $\begin{cases} x - y = -3 \\ x + 3y = 5 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x + y = 3 \\ x + 3y = -1 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x - y = 3 \\ x + 3y = -1 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x - y = 3 \\ x - 3y = -1 \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\begin{cases} x - y = -3 \\ x + 3y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4y = 8 \\ x = -3 + y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = -1 \end{cases}$

Câu 2: Tổng các nghiệm của phương trình $x^2 - 5x + 2 = 0$ bằng

A. 5. **B.** -5. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình $x^2 - 5x + 2 = 0$ có $\Delta = 21 > 0$ nên theo Vi-et ta có tổng hai nghiệm $x_1 + x_2 = 5$

Câu 3: Điểm nào trong các điểm sau thuộc đồ thị hàm số $y = -x^2$?

A. $(-1; 1)$. **B.** $(1; -1)$. **C.** $(-1; 2)$. **D.** $(-1; -2)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = -x^2$

Thay $x = 1$, $y = -1$ vào hàm số ta được $-1 = -1^2$ (khẳng định đúng)

Do đó điểm $(1; -1)$ thuộc đồ thị hàm số.

Câu 4: Điểm $(2; -1)$ thuộc đồ thị hàm số nào dưới đây?

A. $y = x + 3$. **B.** $y = -2x + 1$. **C.** $y = -x + 3$. **D.** $y = 2x - 5$.

Lời giải

Chọn D

Thay $x = 2$, $y = -1$ vào hàm số $y = 2x - 5$ ta được $-1 = 2.2 - 5$ (khẳng định đúng)

Do đó điểm $(2; -1)$ thuộc đồ thị hàm số $y = 2x - 5$.

Câu 5: Điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{x + 2022}$ là

A. $x \geq -2022$. **B.** $x < 2022$. **C.** $x < -2022$. **D.** $x \geq 2022$.

Lời giải

Chọn A

Biểu thức $\sqrt{x + 2022}$ xác định khi $x + 2022 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2022$.

Câu 6: Hệ số góc của đường thẳng $y = -2x + 1$ bằng

A. -2.

B. 1.

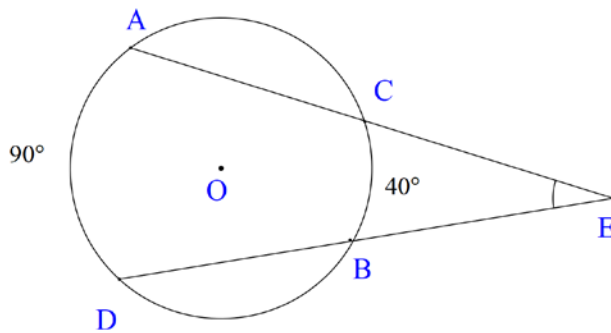
C. 2.

D. -1.

Lời giải

Chọn AĐường thẳng $y = -2x + 1$ có hệ số góc là -2.**Câu 7:** Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?A. $y = 1 - 2x$.B. $y = -3x + 2$.C. $y = \frac{x}{3} - 1$.D. $y = \frac{1-x}{2}$.

Lời giải

Chọn CHàm số $y = \frac{x}{3} - 1$ có $a = \frac{1}{3} > 0$ nên đồng biến trên $\mathbb{R}$.**Câu 8:** Cho hình vẽ, biết số đo cung nhỏ AD bằng 90° và số đo cung nhỏ BC bằng 40° . Tính $\widehat{AED}$.A. 55° .B. 25° .C. 30° .D. 50° .

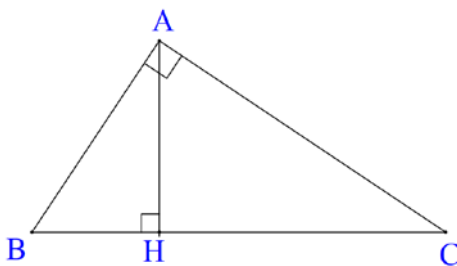
Lời giải

Chọn D

$$\widehat{AED} = s\widehat{AD} - s\widehat{BC} = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ.$$

Câu 9: Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Hệ thức nào sau đây đúng?A. $AC^2 = BH \cdot BC$.B. $AC^2 = BC \cdot CH$.C. $AC^2 = AH \cdot BC$.D. $AC^2 = CH \cdot BH$.

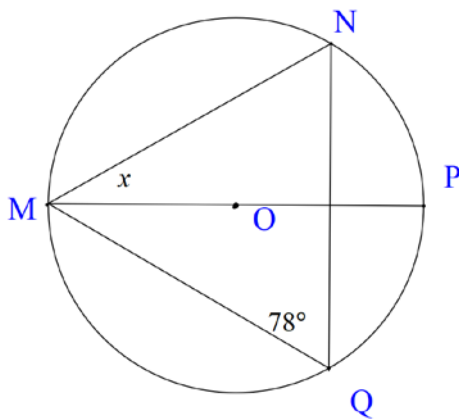
Lời giải

Chọn B

Áp dụng hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông. Hệ thức đúng là

$$AC^2 = BC \cdot CH.$$

Câu 10: Cho hình vẽ, biết MP là đường kính của (O) , $\widehat{MQN} = 78^\circ$. Số đo $\widehat{NMP}$ bằng

A. 24° .B. 13° .C. 6° .D. 12° .

Lời giải

Chọn D

Do $\widehat{MQN}$ là góc nội tiếp, MP là đường kính nên ta có

$$sd \widehat{NP} = sd \widehat{MP} - sd \widehat{MN} = 180^\circ - 156^\circ = 24^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{NMP} = \frac{1}{2} sd \widehat{NP} = \frac{1}{2} \cdot 24^\circ = 12^\circ.$$

Câu 11: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} (A \geq 0; B > 0).$

B. $\sqrt{A^2} = A (A \geq 0).$

C. $\sqrt[3]{A^3} = -A (A < 0).$

D. $\sqrt{A \cdot B} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B} (A; B \geq 0).$

Lời giải

Chọn C

Vì $\sqrt[3]{A^3} = A$ với mọi biểu thức A .

Câu 12: Giá trị rút gọn của biểu thức $P = 5\sqrt{27} - \sqrt{300} + 2\sqrt{75}$ bằng

A. $15\sqrt{3}.$

B. $-15\sqrt{3}.$

C. $-5\sqrt{3}.$

D. $35\sqrt{3}.$

Lời giải

Chọn A

$$P = 5\sqrt{27} - \sqrt{300} + 2\sqrt{75}$$

$$P = 5 \cdot 3\sqrt{3} - 10\sqrt{3} + 2 \cdot 5\sqrt{3}$$

$$P = (15 - 10 + 10)\sqrt{3}$$

$$P = 15\sqrt{3}.$$

Câu 13: Tính diện tích xung quanh của một hình trụ có chiều cao $10m$, chu vi đáy bằng $5m$

A. $50m^2.$

B. $50\pi m^2.$

C. $100\pi m^2.$

D. $100m^2.$

Lời giải

Chọn A

Với hình trụ: Diện tích xung quanh = chu vi đáy $\times$ chiều cao

$$\text{Nên } S_{xq} = 10 \cdot 5 = 50 m^2.$$

Câu 14: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 8$, $BC = 10$. Tính $\sin B$

- A. $\sin B = 0,6$. B. $\sin B = 0,75$. C. $\sin B = 0,8$. D. $\sin B = 0,4$.

Lời giải

Chọn C

Trong tam giác ABC vuông tại A có $AC = 8$, $BC = 10$ thì

$$\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{8}{10} = 0,8.$$

Câu 15: Trong các phương trình sau đây, phương trình nào có nghiệm kép?

- A. $x^2 - x + 15 = 0$. B. $2x^2 - x - 9 = 0$. C. $x^2 - 6x + 5 = 0$. D. $4x^2 + 4x + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình $4x^2 + 4x + 1 = 0$ có $a = 4$, $b = 4$, $c = 1$ nên

$$\Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 0$$

nên phương trình này có nghiệm kép.

Câu 16: Thể tích của hình cầu tâm O , bán kính R bằng

- A. $4\pi R^3$. B. $\frac{4}{3}\pi R^3$. C. $\frac{1}{3}\pi R^3$. D. πR^3 .

Lời giải

Chọn B

Thể tích của hình cầu tâm O , bán kính R bằng $\frac{4}{3}\pi R^3$.

Câu 17: Số nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 6 \\ 2x - y = 6 \end{cases}$ là

- A. hai nghiệm. B. một nghiệm. C. vô số nghiệm. D. vô nghiệm.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$ $\left(\frac{2}{2} \neq \frac{1}{-1} \right)$ nên hệ có một nghiệm.

Câu 18: Trong các hệ phương trình sau đây, hệ phương trình nào vô số nghiệm?

- A. $\begin{cases} -2x + y = -9 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$. B. $\begin{cases} -2x + y = 3 \\ -3x + 2y = 1 \end{cases}$. C. $\begin{cases} 2x - 4y = 3 \\ 4x - 2y = 1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} 3x + y = 7 \\ 6x + 2y = 14 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Hệ phương trình $\begin{cases} 3x + y = 7 \\ 6x + 2y = 14 \end{cases}$ có vô số nghiệm vì: $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \left(\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = \frac{7}{14} \right)$.

Câu 19: Hai đường tròn $(A; 6\text{cm})$ và $(B; 8\text{cm})$ tiếp xúc ngoài. Độ dài AB bằng

- A. $AB = 2\text{cm}$. B. $AB = 8\text{cm}$. C. $AB = 7\text{cm}$. D. $AB = 14\text{cm}$.

Lời giải

Chọn D

Vì hai đường tròn tiếp xúc ngoài nên độ dài đoạn nối tâm: $AB = R + r = 8 + 6 = 14\text{cm}$.

Câu 20: Số nào sau đây là một nghiệm của phương trình: $x^2 + 10x - 11 = 0$?

- A. -1 . B. 10 . C. -11 . D. 11 .

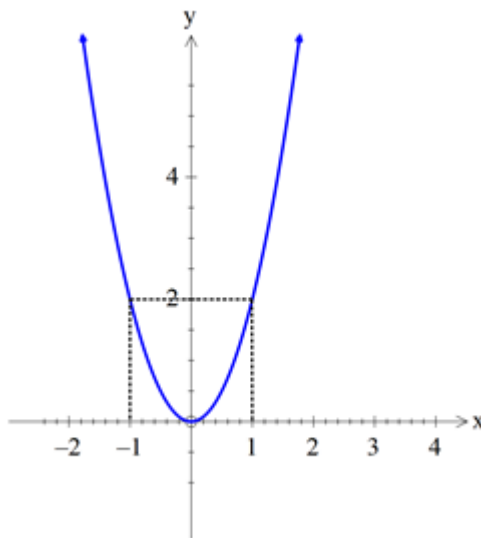
Lời giải

Chọn C

Ta có $a + b + c = 1 + 10 + (-11) = 0$. Nên phương trình có một nghiệm bằng 1, một nghiệm bằng

$$\frac{c}{a} = -11.$$

Câu 21: Cho hàm số $y = ax^2$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đó là



- A. $y = x^2$. B. $y = 2x^2$. C. $y = -2x^2$. D. $y = -x^2$.

Lời giải

Chọn B

Câu 22: Cho hàm số $y = (m + 5)x + 1$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số trên luôn đồng biến.

- A. $m > 5$. B. $m > -5$. C. $m < 5$. D. $m < -5$.

Lời giải

Chọn B

Để hàm số đồng biến thì $m + 5 > 0 \Leftrightarrow m > -5$.

Câu 23: Tìm giá trị của m để hai đường thẳng $y = (m-2)x - 5$ và $y = -mx + 5$ song song.

- A. $m = -1$. B. $m = 1$. C. $m = 2$. D. $m = -2$.

Lời giải

Chọn B

Để hai đường thẳng song song với nhau thì $m-2 = -m \Leftrightarrow m = 1$.

Câu 24: Hệ phương trình $\begin{cases} x+y=-3 \\ -3x+y=-7 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất là $(x; y)$. Khi đó $x-y$ bằng

- A. -3 . B. 3 . C. -5 . D. 5 .

Lời giải

Chọn D

Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+y=-3 \\ -3x+y=-7 \end{cases}$ được $\begin{cases} x=1 \\ y=-4 \end{cases}$.

Khi đó $x-y = 1 - (-4) = 5$.

Câu 25: Cho $\alpha = 25^\circ, \beta = 65^\circ$. Câu trả lời nào sau đây sai?

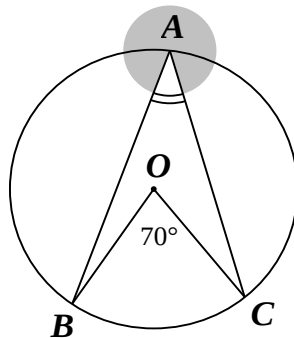
- A. $\sin \alpha = \cos \beta$. B. $\tan \alpha = \cot \beta$. C. $\cos \alpha = \sin \beta$. D. $\sin \alpha = \sin \beta$.

Lời giải

Chọn D

Vì $\alpha = 25^\circ, \beta = 65^\circ$ nên $\sin \alpha \neq \sin \beta$.

Câu 26: Cho hình vẽ dưới đây, biết $\widehat{BOC} = 70^\circ$. Khi đó $\widehat{BAC}$ bằng



- A. 35° . B. 210° . C. 70° . D. 140° .

Lời giải

Chọn A

Ta có $\widehat{BAC} = \frac{1}{2} \widehat{BOC} = \frac{1}{2} \cdot 70^\circ = 35^\circ$ (quan hệ giữa góc nội tiếp và góc ở tâm).

Câu 27: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 4 cm và diện tích xung quanh của hình trụ bằng $48\pi \text{ cm}^2$. Tính thể tích của hình trụ.

- A. $V = 80\pi \text{ cm}^3$. B. $V = 96\pi \text{ cm}^3$. C. $V = 192\pi \text{ cm}^3$. D. $V = 32\pi \text{ cm}^3$.

Lời giải

Chọn B

Chiều cao của hình trụ là:

$$\text{Từ công thức } S_{xq} = 2\pi Rh \Rightarrow h = \frac{S_{xq}}{2\pi R} = \frac{48\pi}{2\pi \cdot 4} = 6 \text{ (cm)}$$

$$\text{Thể tích của hình trụ là: } V = \pi R^2 h = \pi \cdot 4^2 \cdot 6 = 96\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Câu 28: Rút gọn biểu thức $C = \sqrt[3]{8a^3} - 6a$, ta được kết quả là

A. $-8a$.

B. $-4a$.

C. $8a$.

D. $4a$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } C = \sqrt[3]{8a^3} - 6a = \sqrt[3]{(2a)^3} - 6a = 2a - 6a = -4a.$$

Câu 29: Cho hàm số $y = 5x - 2m + 3$, xác định m để đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 9.

A. $m = -6$.

B. $m = -3$.

C. $m = 3$.

D. $m = 6$.

Lời giải

Chọn B

Để đồ thị hàm số $y = 5x - 2m + 3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 9 thì tung độ gốc bằng 9

$$\text{Suy ra } -2m + 3 = 9 \Leftrightarrow -2m = 6 \Leftrightarrow m = -3.$$

Câu 30: Cho phương trình $x^2 - x - 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 , giá trị của biểu thức $A = \frac{x_1 + x_2}{5x_1x_2}$ bằng

A. $-\frac{1}{15}$.

B. $-\frac{3}{5}$.

C. $-\frac{5}{3}$.

D. $\frac{1}{15}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình $x^2 - x - 3 = 0$ có hệ số a, c trái dấu nên có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

$$\text{Theo hệ thức Vi-et ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 x_2 = -3 \end{cases} \Rightarrow A = \frac{x_1 + x_2}{5x_1 x_2} = \frac{1}{5 \cdot (-3)} = -\frac{1}{15}.$$

Câu 31: Giá trị biểu thức $\frac{1}{2+\sqrt{5}} + \frac{1}{2-\sqrt{5}}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. 4.

C. 1..

D. -4..

Lời giải

Chọn B

$$\frac{1}{2+\sqrt{5}} + \frac{1}{2-\sqrt{5}} = \frac{2-\sqrt{5}}{4-5} + \frac{2+\sqrt{5}}{4-5} = 2-\sqrt{5} + 2+\sqrt{5} = 4.$$

Câu 32: Cho $(O; 5\text{cm})$ và điểm M nằm ngoài đường tròn. Qua M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB đến đường tròn (A, B là tiếp điểm), biết $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Tính OM .

A. $\frac{10\sqrt{3}}{3}\text{cm}$.

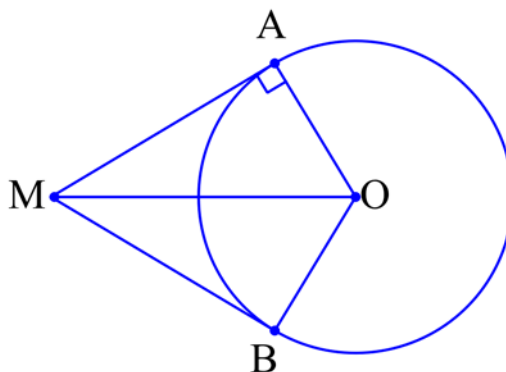
B. $2,5\text{cm}$.

C. 10cm .

D. $5\sqrt{3}\text{cm}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: MA, MB là các tiếp tuyến của (O)

$$\Rightarrow \widehat{AMO} = \widehat{BMO} = \frac{1}{2} \widehat{AMB} = \frac{1}{2} \cdot 60^\circ = 30^\circ$$

Xét $\triangle MAO$ vuông tại A , ta có: $OM = \frac{OA}{\sin \widehat{AMO}} = \frac{5}{\sin 30^\circ} = 10(\text{cm})$.

Câu 33: Cho đường tròn $(O; 10\text{cm})$, dây cung $AB = 12\text{cm}$. Tính khoảng cách từ tâm O đến dây AB .

A. 8cm .

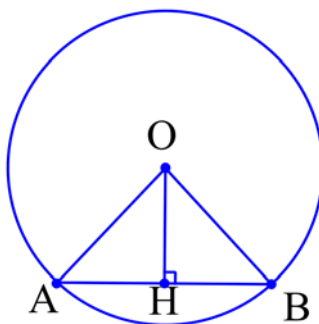
B. 10cm .

C. 16cm .

D. 4cm .

Lời giải

Chọn A



Kẻ $OH \perp AB (H \in AB)$

$$\Rightarrow HA = HB = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6(\text{cm})$$

Xét $\triangle OHA$ vuông tại H , ta có: $OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8(\text{cm})$

Vậy khoảng cách từ tâm O đến dây AB là 8cm .

Câu 34: Xác định a và b , biết đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua hai điểm $A(1; 2)$ và $B(-2; 5)$.

A. $a=1$ và $b=-3$. **B.** $a=-1$ và $b=3$. **C.** $a=-1$ và $b=-3$. **D.** $a=1$ và $b=3$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm A, B có dạng: $(d): y = ax + b$

Vì (d) đi qua điểm $A(1;2)$, nên ta có: $a + b = 2$ (1)

(d) đi qua điểm $B(-2;5)$, nên ta có: $-2a + b = 5$ (2)

Kết hợp (1); (2) ta có hệ: $\begin{cases} a + b = 2 \\ -2a + b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \end{cases}$

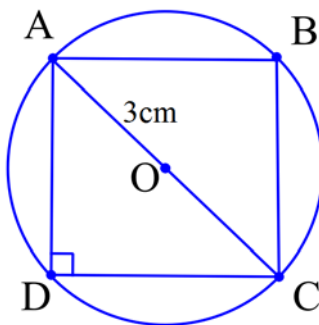
Vậy $a = -1; b = 3$.

Câu 35: Tính cạnh của hình vuông nội tiếp đường tròn $(O; 3\text{cm})$

A. $3\sqrt{2}\text{cm}$. **B.** $\sqrt{3}\text{cm}$. **C.** 3cm . **D.** 9cm .

Lời giải

Chọn A



Hình vuông $ABCD$ nội tiếp đường tròn (O)

$\Rightarrow AC$ là đường kính của $(O): AC = 2OA = 6(\text{cm})$

Gọi a là độ dài cạnh hình vuông $ABCD$

Xét $\triangle ADC$ vuông tại D , ta có:

$$AD^2 + DC^2 = AC^2 \text{ (định lí Pytago)}$$

$$\Rightarrow 2a^2 = 6^2 \Rightarrow 2a^2 = 36 \Rightarrow a = 3\sqrt{2}(\text{cm})$$

Vậy độ dài cạnh hình vuông là $3\sqrt{2}\text{cm}$.

Câu 36: Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x - 4m = 0$. Tập hợp các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 2022$ là

A. $\{1010; 1012\}$. **B.** $\{1010; -1012\}$. **C.** $\{-1010; 1012\}$. **D.** $\{-1010; -1012\}$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $x^2 - 2(m-1)x - 4m = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$ thì

$$\Delta' = [-(m-1)]^2 + 4m \geq 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 2m + 1 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (m+1)^2 \geq 0 \text{ (luôn đúng với mọi } m \text{)}$$

Theo định lý Vi-et ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 \cdot x_2 = -4m \end{cases}.$$

Đề $x_1; x_2$ thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 2022 \Leftrightarrow \sqrt{(x_1 - x_2)^2} = 2022$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 \cdot x_2} = 2022$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{4(m-1)^2 + 16m} = 2022$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{4m^2 - 8m + 4 + 16m} = 2022$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{4(m+1)^2} = 2022$$

$$\Leftrightarrow |m+1| = 1011$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+1 = 1011 \\ m+1 = -1011 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1010 \\ m = -1012 \end{cases}.$$

Tập hợp các giá trị $m \in \{1010; -1012\}$.

Câu 37: Cho hình nón có chu vi đáy là $12\pi\text{cm}$, độ dài đường sinh là 10 cm . Thể tích hình nón là
A. $96\pi\text{cm}^3$. **B.** $128\pi\text{cm}^3$. **C.** $288\pi\text{cm}^3$. **D.** $60\pi\text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn A

Bán kính đáy của hình nón là $C = 2\pi r = 12\pi \Rightarrow r = 6\text{ cm}$.

Độ dài đường cao hình nón là $h = \sqrt{\ell^2 - r^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8\text{ cm}$.

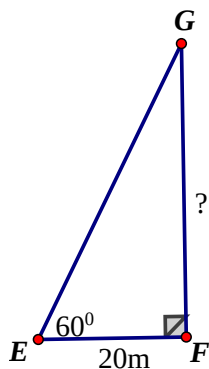
Thể tích hình nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 6^2 \cdot 8 = 96\pi (\text{cm}^3)$.

Câu 38: Các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc 60° và bóng của một tòa tháp trên mặt đất dài 20 m . Khi đó chiều cao của tòa tháp bằng

A. $60\sqrt{3}\text{ m}$. **B.** $10\sqrt{3}\text{ m}$. **C.** $20\sqrt{3}\text{ m}$. **D.** $30\sqrt{3}\text{ m}$.

Lời giải

Chọn C



Bài toán được minh họa bởi hình vẽ trên. Trong đó chiều cao của tòa tháp là đoạn GF

Áp dụng hệ thức cạnh và góc trong tam giác vuông ta có

$$GF = EF \cdot \tan E = 20 \cdot \tan 60^\circ = 20\sqrt{3} (m).$$

Câu 39: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{2x+1} = x-2$ là

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Phương trình $\sqrt{2x+1} = x-2$. ĐK $x \geq 2$

$$\Leftrightarrow 2x+1 = (x-2)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 - 2x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x_1 = 3 + \sqrt{6} \text{ (thỏa mãn); } x_2 = 3 - \sqrt{6} \text{ (loại). Vậy PT đã cho có một nghiệm.}$$

Câu 40: Xác định giá trị của tham số m để hệ phương trình $\begin{cases} (m-3)x - 2y = 1 \\ 2x - my = 2m^2 + m \end{cases}$ có nghiệm duy nhất

A. $m \neq 1$ và $m \neq 4$.

B. $m \neq -1$ và $m \neq 4$.

C. $m \neq -1$ và $m \neq -4$.

D. $m \neq 1$ và $m \neq -4$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Xét } m = 0 \text{ hệ phương trình } \begin{cases} -3x - 2y = 1 \\ 2x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}, \text{ hệ PT có nghiệm duy nhất.}$$

$$\text{Xét } m \neq 0 \text{ hệ phương trình } \begin{cases} (m-3)x - 2y = 1 \\ 2x - my = 2m^2 + m \end{cases} \text{ có nghiệm duy nhất}$$

$$\Leftrightarrow \frac{m-3}{2} \neq \frac{-2}{-m} \Leftrightarrow m^2 - 3m - 4 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m \neq 4 \end{cases}.$$

Vậy để hệ phương trình $\begin{cases} (m-3)x - 2y = 1 \\ 2x - my = 2m^2 + m \end{cases}$ có nghiệm duy nhất thì $m \neq -1$ và $m \neq 4$.

Câu 41: Cho đường thẳng $(d): y = x - 2$. Nếu đường thẳng $(d'): y = ax + b$ đi qua $A(2; -3)$ và song song với (d) thì $a^2 - 3b$ bằng

A. 14.

B. 16.

C. -16.

D. -14.

Lời giải

Chọn B

Vì đường thẳng $(d'): y = ax + b$ đi qua $A(2; -3)$ và song song với (d) nên ta có

$$\begin{cases} a = 1 \\ a \cdot 2 + b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -5 \end{cases}$$

Do đó $a^2 - 3b = 1^2 - 3(-5) = 16$.

Câu 42: Rút gọn biểu thức $\frac{2}{x-y} \sqrt{\frac{9(x-y)^2}{4}}$ với $x < y$, ta được kết quả là

A. 3.

B. -3.

C. $\sqrt{3}$.

D. $-\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Do $x < y \Rightarrow x - y < 0$

$$\frac{2}{x-y} \sqrt{\frac{9(x-y)^2}{4}} = \frac{2}{x-y} \cdot \frac{3|x-y|}{2} = \frac{1}{x-y} \cdot 3(y-x) = -3.$$

Câu 43: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^2$ và đường thẳng $y = 5x - m$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt là

A. $m > -\frac{25}{4}$.

B. $m > \frac{25}{4}$.

C. $m < -\frac{25}{4}$.

D. $m < \frac{25}{4}$.

Lời giải

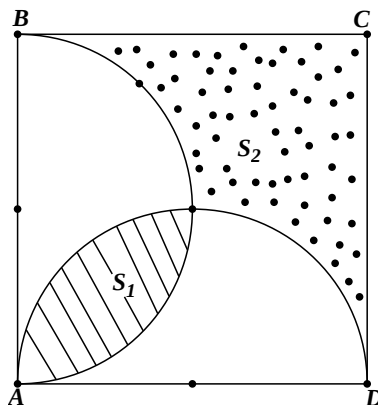
Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng và parabol là $x^2 - 5x + m = 0$ (*)

Để đường thẳng cắt parabol tại hai điểm phân biệt thì phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt

$$\Delta > 0 \Leftrightarrow (-5)^2 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{25}{4}.$$

Câu 44: Cho hình vuông $ABCD$. Gọi S_1 là diện tích phần giao của hai nửa đường tròn đường kính AB và AD , S_2 là diện tích phần còn lại của hình vuông nằm ngoài hai nửa đường tròn nói trên (S_1 là phần gạch chéo, S_2 là phần chấm chấm). Tỷ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng



A. $\frac{\pi}{6-\pi}$.

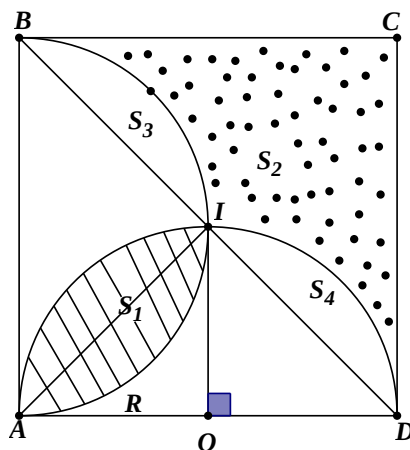
B. $\frac{\pi+2}{6-\pi}$.

C. $\pi-2$.

D. $\frac{\pi-2}{6-\pi}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi độ dài cạnh hình vuông $ABCD$ là a nên $AB=AD=a$.

Diện tích của hai nửa đường tròn đường kính AB và AD là bằng nhau và đều bằng a

Diện tích hình quạt AOI là

$$S_q = \frac{\pi R^2 n}{360} = \frac{\pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot 90}{360} = \frac{\pi a^2}{16}$$

$\triangle AOI$ là tam giác vuông cân cạnh $\frac{a}{2}$

$$S_{AOI} = \frac{1}{2} OA^2 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{8}$$

Diện tích phần giao của hai nửa đường tròn đường kính AB và AD

$$S_1 = 2\left(S_q - S_{AOB}\right) = 2\left(\frac{\pi a^2}{16} - \frac{a^2}{8}\right) = (\pi - 2) \cdot \frac{a^2}{8}$$

$\triangle BCD$ là tam giác vuông cân cạnh a nên $S_{BCD} = \frac{a^2}{2}$

Do $S_1 = S_3 + S_4$

S_2 là diện tích phần còn lại của hình vuông nằm ngoài hai nửa đường tròn nói trên

$$S_2 = S_{BCD} - (S_3 + S_4) = S_{BCD} - S_1 = \frac{a^2}{2} - (\pi - 2) \cdot \frac{a^2}{8} = \frac{a^2}{8} (4 - \pi + 2) = \frac{a^2}{8} (6 - \pi)$$

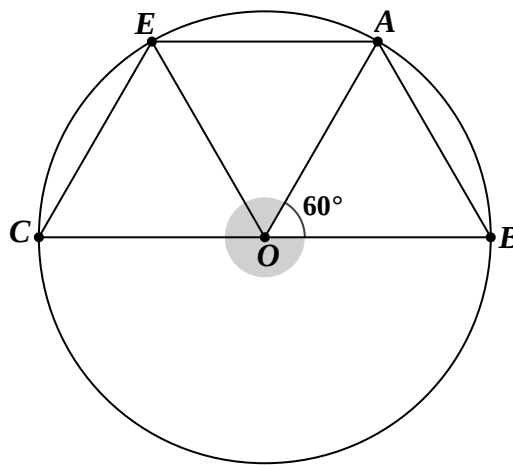
$$\text{Vậy } \frac{S_1}{S_2} = \left[(\pi - 2) \cdot \frac{a^2}{4} \right] : \left[\frac{a^2}{8} (6 - \pi) \right] = \frac{\pi - 2}{6 - \pi}.$$

Câu 45: Cho điểm A nằm trên $(O; 5\text{cm})$ đường kính BC , sao cho $\widehat{AOB} = 60^\circ$. Từ A kẻ đường thẳng song song với BC cắt (O) tại E (E khác A). Chu vi tứ giác $AECB$ bằng

- A. 20 cm. B. 25 cm. C. 12,5 cm. D. 50 cm.

Lời giải

Chọn B



Xét $\triangle AOB$: $OA = OB = 5$; $\widehat{AOB} = 60^\circ \Rightarrow \triangle AOB$ đều $\Rightarrow AB = OA = OB = 5(\text{cm})$

Vì $AE \parallel BC \Rightarrow$ Tứ giác $AECB$ là hình thang

Mà tứ giác $AECB$ nội tiếp đường tròn (O) nên tứ giác $AECB$ là hình thang cân

$$AB = EC = 5(\text{cm})$$

$$AE \parallel BC \Rightarrow \widehat{EAO} = \widehat{AOB} = 60^\circ \Rightarrow \triangle AOE \text{ đều} \Rightarrow AE = OA = 5(\text{cm})$$

Chu vi tứ giác $AECB$ là

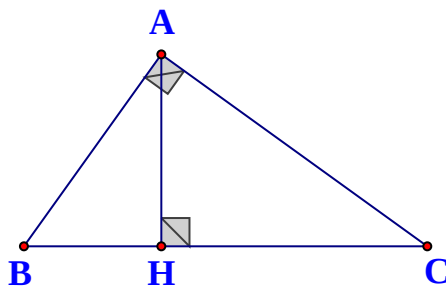
$$P_{ACEB} = AB + AE + EC + BC = 5 + 5 + 5 + 10 = 25(\text{cm}).$$

Câu 46: Trong một tam giác vuông, đường cao ứng với cạnh huyền chia tam giác thành hai phần có diện tích bằng 54cm^2 và 96cm^2 . Độ dài cạnh huyền bằng

- A. 27 cm. B. 48 cm. C. 25 cm. D. 21 cm.

Lời giải

Chọn C



Ta có $S_{ABH} \cdot S_{ACH} = 54 \cdot 96 \Leftrightarrow \frac{1}{4} \cdot AH^2 \cdot BH \cdot CH = 54 \cdot 96 \Leftrightarrow AH^4 = 4 \cdot 54 \cdot 96 = 12^4 \Leftrightarrow AH = 12$.

Lại có $S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC \Leftrightarrow BC = \frac{2 \cdot S_{ABC}}{AH} = \frac{2(54+96)}{12} = 25$ (cm).

Câu 47: Biết phương trình $3x+1-\sqrt{3x^2+7x}-\sqrt{3x-1}=0$ có một nghiệm có dạng $x=\frac{a+\sqrt{b}}{c}$ trong đó

a, b, c là các số nguyên dương và $\frac{a}{c}$ là phân số tối giản. Tính $S=a+b+c$.

A. $S=21$.

B. $S=10$.

C. $S=14$.

D. $S=12$.

Lời giải

Chọn B

ĐKXD: $x \geq \frac{1}{3}$

$$3x+1-\sqrt{3x^2+7x}-\sqrt{3x-1}=0$$

$$\Leftrightarrow 3x+1-\sqrt{3x-1}=\sqrt{3x^2+7x}$$

$$\Rightarrow (3x+1-\sqrt{3x-1})^2=3x^2+7x$$

$$\Leftrightarrow 9x^2+6x+1+3x-1-2(3x+1)\sqrt{3x-1}=3x^2+7x$$

$$\Leftrightarrow 3x^2+x-(3x+1)\sqrt{3x-1}=0$$

$$\Leftrightarrow (3x+1)(x-\sqrt{3x-1})=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x+1=0 & (1) \\ x-\sqrt{3x-1}=0 & (2) \end{cases}$$

+) (1) $\Leftrightarrow x=-\frac{1}{3}$ (TmĐK)

+) (2) $\Leftrightarrow x=\sqrt{3x-1} \Rightarrow x^2=3x-1 \Rightarrow x^2-3x+1=0 \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{3+\sqrt{5}}{2} \\ x=\frac{3-\sqrt{5}}{2} \end{cases}$ (TmĐK)

Ta thấy $x = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$ có dạng $x = \frac{a+\sqrt{b}}{c}$ trong đó a, b, c là các số nguyên dương và $\frac{a}{c}$ là phân số tối giản.

Vậy $S = a + b + c = 3 + 5 + 2 = 10$.

Câu 48: Cho hình tròn $(O; OA)$, biết $OA = 50\text{cm}$ và diện tích hình tròn $(O; OB)$ bằng $\frac{81}{100}$ diện tích hình tròn $(O; OA)$. Tính $OA - OB$.

- A. 10 (cm). B. 25 (cm). C. 5 (cm). D. 5,1 (cm).

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \frac{S_{(O;OB)}}{S_{(O;OA)}} = \frac{81}{100} \Leftrightarrow \frac{\pi \cdot OB^2}{\pi \cdot OA^2} = \frac{81}{100} \Rightarrow \frac{OB}{OA} = \frac{9}{10} \Rightarrow OB = \frac{9}{10} \cdot OA = 45 \text{ (cm)}.$$

Do đó $OA - OB = 50 - 45 = 5 \text{ (cm)}$.

Câu 49: Cho phương trình $x^2 - 2x + 3 - m = 0$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = (x_1^2 - 2x_1)(x_2^2 - 2x_2) + 4m - 8$ bằng

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $x^2 - 2x + 3 - m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 khi $\Delta' = 1 - (3 - m) = m - 2 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 2$.

$$\text{Theo hệ thức Vi-ét ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 \cdot x_2 = 3 - m \end{cases}$$

$$\begin{aligned} S &= (x_1^2 - 2x_1)(x_2^2 - 2x_2) + 4m - 8 \\ &= (x_1 x_2)^2 - 2x_1 x_2 (x_1 + x_2) + 4x_1 x_2 + 4m - 8 \\ &= (3 - m)^2 - 2(3 - m) \cdot 2 + 4(3 - m) + 4m - 8 \\ &= m^2 - 2m + 1 \\ &= (m - 2)^2 + 2m - 3 \end{aligned}$$

$$\text{Với } m \geq 2 \text{ ta có } \begin{cases} (m - 2)^2 \geq 0 \\ 2m - 3 \geq 1 \end{cases} \Rightarrow S = (m - 2)^2 + 2m - 3 \geq 1.$$

Dấu “=” xảy ra khi $m = 2$.

Vậy, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = (x_1^2 - 2x_1)(x_2^2 - 2x_2) + 4m - 8$ bằng 1.

Câu 50: Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx + y = 2m^2 + 2 \\ 2x + y = 5m \end{cases}$ (m là tham số) có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $x_0^2 - 6y_0^2$ bằng

A. -75.

B. 75.

C. -23.

D. 23.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\begin{cases} mx + y = 2m^2 + 2 & (1) \\ 2x + y = 5m & (2) \end{cases}$

Trừ từng vế của (1) cho (2) ta được:

$$(m-2)x = 2m^2 - 5m + 2 \Leftrightarrow (m-2)x = (m-2)(2m-1) \quad (*)$$

Để hệ có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$ thì (*) có nghiệm duy nhất $\Rightarrow m-2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$.

Khi đó $(*) \Rightarrow x = \frac{(m-2)(2m-1)}{m-2} = 2m-1$.

Thay vào (2) ta được $y = -2x + 5m \Leftrightarrow y = -2(2m-1) + 5m \Leftrightarrow y = m+2$.

Ta có $T = x_0^2 - 6y_0^2 = (2m-1)^2 - 6(m+2)^2$

$T = -2m^2 - 28m - 23 = -2(m+7)^2 + 75 \leq 75$ với mọi m .

Dấu “=” xảy ra khi $m = -7$ (TmĐK).

Vậy, giá trị lớn nhất của biểu thức $x_0^2 - 6y_0^2$ bằng 75.

❧ HẾT ❧

Câu 1. (3,0 điểm) Không dùng máy tính cầm tay

a) Rút gọn biểu thức: $A = \sqrt{12} + 3\sqrt{27} - 2\sqrt{75}$

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x - y = 7 \\ 3x + y = 3 \end{cases}$$

c) Giải phương trình: $x^2 - 8x + 7 = 0$.

Câu 2. (2,0 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = 2x - m + 3$ (m là tham số) parabol $(P): y = x^2$.

a) Vẽ đồ thị (P) .

b) Tìm các số nguyên m để (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2(x_2 + 2) + x_2^2(x_1 + 2)x_1 \leq 10$

Câu 3. (1,5 điểm) Nhằm đáp ứng nhu cầu sử dụng khẩu trang chống dịch COVID-19, theo kế hoạch, 1 tổ sản xuất của một nhà máy dự định làm 720000 khẩu trang. Do áp dụng kỹ thuật mới nên I đã sản xuất vượt kế hoạch 15% và tổ II vượt kế hoạch 12%, vì vậy họ đã làm được 819000 khẩu trang. Hỏi theo kế hoạch số khẩu trang của mỗi tổ sản xuất là bao nhiêu?

Câu 4. (3,5 điểm) Cho nửa đường tròn tâm O bán kính $3cm$, có đường kính AB . Gọi C là điểm thu nửa đường tròn sao cho $AC > BC$. Vẽ OD vuông góc với AC (D thuộc AC) và CE vuông góc với AB (E thuộc AB). Tiếp tuyến tại B của nửa đường tròn cắt tia AC tại F .

a) Chứng minh: $ODCE$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh: $\widehat{OCD} = \widehat{CBF}$.

c) Cho $\widehat{BAC} = 30^\circ$. Tính diện tích phần tam giác ABF nằm bên ngoài đường tròn $(O; 3cm)$

d) Khi C di động trên nửa đường tròn $(O; 3cm)$. Tìm vị trí điểm C sao cho chu vi tam giác OCE lớn nhất.

---Hết---

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (3,0 điểm) Không dùng máy tính cầm tay

a) Rút gọn biểu thức: $A = \sqrt{12} + 3\sqrt{27} - 2\sqrt{75}$

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x - y = 7 \\ 3x + y = 3 \end{cases}$$

c) Giải phương trình: $x^2 - 8x + 7 = 0$.

Lời giải

a) Rút gọn biểu thức: $A = \sqrt{12} + 3\sqrt{27} - 2\sqrt{75}$

$$\begin{aligned} \sqrt{12} + 3\sqrt{27} - 2\sqrt{75} &= \sqrt{4 \cdot 3} + 3\sqrt{9 \cdot 3} - 2\sqrt{25 \cdot 3} = 2\sqrt{3} + 3 \cdot 3\sqrt{3} - 2 \cdot 5\sqrt{3} = \\ &= 2\sqrt{3} + 9\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = \sqrt{3} \end{aligned}$$

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x - y = 7 \\ 3x + y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - y = 7 \\ 3x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ 2x - y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2 \cdot 2 - y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là
$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$$

c) Giải phương trình: $x^2 - 8x + 7 = 0$.

Ta có $a + b + c = 1 - 8 + 7 = 0$ nên phương trình có 2 nghiệm: $x_1 = 1; x_2 = \frac{c}{a} = 7$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{1; 7\}$

Câu 2. (2,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = 2x - m + 3$ (m là tham số) parabol $(P): y = x^2$.

a) Vẽ đồ thị (P) .

b) Tìm các số nguyên m để (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2(x_2 + 2) + x_2^2(x_1 + 2)x_1 \leq 10$

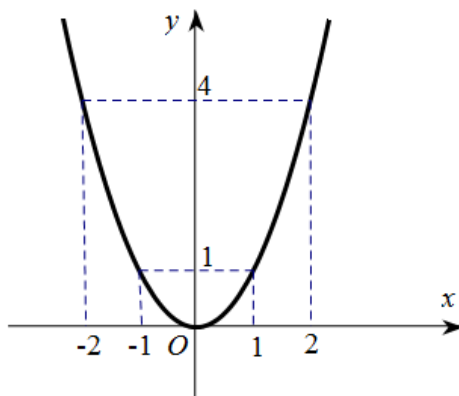
Lời giải

a) Vẽ đồ thị (P) .

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

Đồ thị:



b) Tìm các số nguyên m để (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2(x_2 + 2) + x_2^2(x_1 + 2)x_1 \leq 10$

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và Parabol (P):
 $x^2 = 2x - m + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x + m - 3 = 0 (*)$

$$\Delta' = 1 - (m - 3) = 4 - m$$

Để (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt thì phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt
 $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 4 - m > 0 \Leftrightarrow m < 4 \quad (1)$

Áp dụng định lí Vi-et, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = m - 3 \end{cases}$

$$\text{Mà } x_1^2(x_2 + 2) + x_2^2(x_1 + 2)x_1 \leq 10$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 x_2 + 2x_1^2 + x_2^2 x_1 + 2x_2^2 \leq 10$$

$$\Leftrightarrow x_1 x_2 (x_1 + x_2) + 2(x_1^2 + x_2^2) \leq 10$$

$$\Leftrightarrow x_1 x_2 (x_1 + x_2) + 2(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 \leq 10 \quad (2)$$

Thay $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = m - 3 \end{cases}$ vào (2), ta có: $2(m - 3) + 2 \cdot 4 - 4(m - 3) \leq 10$

$$\Leftrightarrow 2(m - 3) + 2 \cdot 4 - 4(m - 3) \leq 10$$

$$\Leftrightarrow 2m - 6 + 8 - 4m + 12 \leq 10$$

$$\Leftrightarrow -2m + 14 \leq 10$$

$$\Leftrightarrow -2m \leq -4$$

$$\Leftrightarrow m \geq 2$$

Kết hợp điều kiện (1) suy ra $2 \leq m < 4$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{2; 3\}$.

Vậy $m \in \{2; 3\}$

- Câu 3. (1,5 điểm)** Nhằm đáp ứng nhu cầu sử dụng khẩu trang chống dịch COVID-19, theo kế hoạch, 1 tổ sản xuất của một nhà máy dự định làm 720000 khẩu trang. Do áp dụng kỹ thuật mới nên I đã sản xuất vượt kế hoạch 15% và tổ II vượt kế hoạch 12%, vì vậy họ đã làm được 819000 khẩu trang. Hỏi theo kế hoạch số khẩu trang của mỗi tổ sản xuất là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi x là số khẩu trang tổ I sản xuất theo kế hoạch.

Gọi y là số khẩu trang tổ II sản xuất theo kế hoạch.

(Điều kiện: $x, y \in \mathbb{N}$; $0 < x, y < 720000$)

Theo dự định: $x + y = 720000$

Theo thực tế:

Số khẩu trang tổ I làm được: $115\%.x$ hay $1.15.x$ (khẩu trang)

Số khẩu trang tổ II làm được: $112\%.y$ hay $1.12.y$ (khẩu trang)

Ta có phương trình $1.15.x + 1.12.y = 819000$

Ta được hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 720000 \\ 1.15.x + 1.12.y = 819000 \end{cases}$$

Giải tìm được $\begin{cases} x = 420000 \\ y = 300000 \end{cases}$ (Nhận)

Vậy theo kế hoạch tổ I sản xuất 420000 khẩu trang, tổ II sản xuất 300000 khẩu trang

- Câu 4. (3,5 điểm)** Cho nửa đường tròn tâm O bán kính $3cm$, có đường kính AB . Gọi C là điểm thuộc nửa đường tròn sao cho $AC > BC$. Vẽ OD vuông góc với AC (D thuộc AC) và CE vuông góc với AB (E thuộc AB). Tiếp tuyến tại B của nửa đường tròn cắt tia AC tại F .

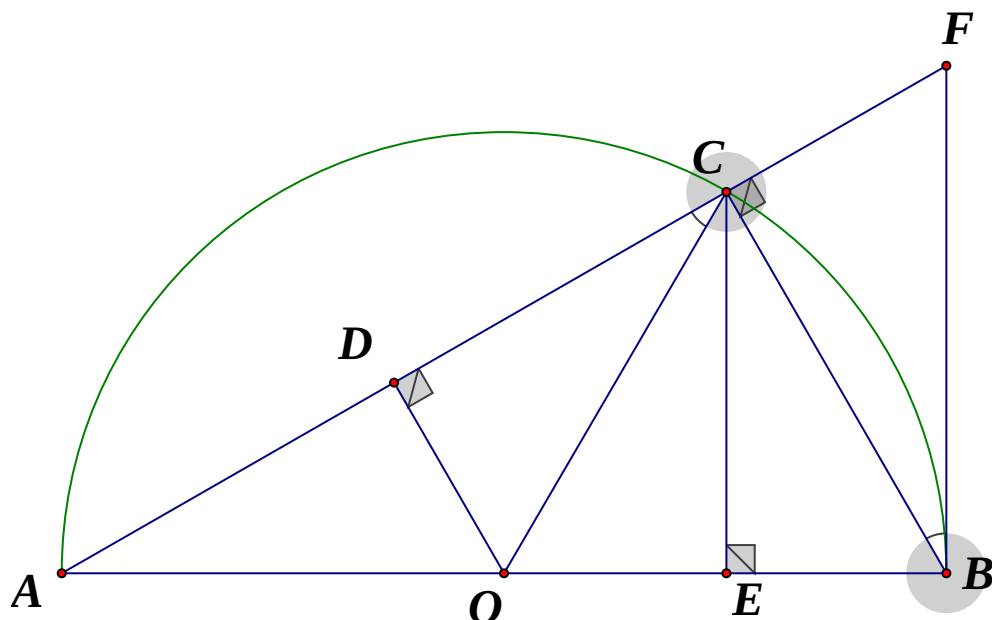
a) Chứng minh: $ODCE$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh: $\widehat{OCD} = \widehat{CBF}$.

c) Cho $\widehat{BAC} = 30^\circ$. Tính diện tích phần tam giác ABF nằm bên ngoài đường tròn ($O; 3cm$)

d) Khi C di động trên nửa đường tròn ($O; 3cm$). Tìm vị trí điểm C sao cho chu vi tam giác OCE lớn nhất.

Lời giải



a) Chứng minh: $ODCE$ là tứ giác nội tiếp.

Ta có $\widehat{ODC} = 90^\circ$ (Vì $OD \perp AC$)

$\widehat{CEO} = 90^\circ$ (Vì $CE \perp AB$)

Xét tứ giác $ODCE$, ta có $\widehat{ODC} + \widehat{CEO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Mà $\widehat{ODC}$ và $\widehat{CEO}$ là hai góc đối nhau

Do đó $ODCE$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh: $\widehat{OCD} = \widehat{CBF}$.

Ta có $\widehat{CAB} = \widehat{CBF}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung $\widehat{CB}$) (1)

Mặt khác $\triangle AOC$ cân tại O (Vì $OA = OC = R$) nên $\widehat{CAB} = \widehat{OCA}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{OCD} = \widehat{CBF}$

c) Cho $\widehat{BAC} = 30^\circ$. Tính diện tích phần tam giác ABF nằm bên ngoài đường tròn $(O; 3cm)$

Ta có $\widehat{BAC} = 30^\circ (gt) \Rightarrow \widehat{BOC} = 60^\circ$.

Kẻ $OD \perp AC (D \in AC) \Rightarrow DA = DC$

Trong $\triangle ABF$ ($\widehat{B} = 90^\circ$) có: $BF = AB \cdot \tan \widehat{BAD} = 2R \cdot \tan 30^\circ = 2R \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}$

Trong $\triangle OAD$ ($\widehat{D} = 90^\circ$) có:

$$AD = OA \cdot \cos \widehat{OAD} = R \cdot \cos 30^\circ = R \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow AC = 2AD = R\sqrt{3} \text{ và } OD = OA \cdot \sin 30^\circ = \frac{R}{2}$$

$$\text{Diện tích } \triangle ABF : S_1 = \frac{1}{2} AB \cdot BF = \frac{1}{2} \cdot 2R \cdot 2R \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2R^2 \sqrt{3}}{3} (cm^2)$$

$$\text{Diện tích } \triangle OAC : S_2 = \frac{1}{2} AC \cdot OD = \frac{1}{2} R\sqrt{3} \cdot \frac{R}{2} = \frac{R^2 \sqrt{3}}{4} (cm^2)$$

$$\text{Diện tích hình quạt } OBC : S_3 = \frac{\pi R^2 \cdot 60^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi R^2}{6} (cm^2)$$

Vậy diện tích của phần tam giác ABF nằm ngoài hình tròn tâm O :

$$S = S_1 - S_2 - S_3 = \frac{2R^2 \sqrt{3}}{3} - \frac{R^2 \sqrt{3}}{4} - \frac{\pi R^2}{6}$$

$$S = \frac{R^2 (5\sqrt{3} - 2\pi)}{12} = \frac{3^2 (5\sqrt{3} - 2\pi)}{12} = \frac{15\sqrt{3} - 6\pi}{4} (cm^2)$$

d) Khi C di động trên nửa đường tròn $(O; 3cm)$. Tìm vị trí điểm C sao cho chu vi tam giác OCE lớn nhất.

Đặt $OE = a; CE = b$.

Trong $\triangle OEC$ ($\widehat{E} = 90^\circ$), ta có: $OE^2 + CE^2 = OC^2$

$$\text{Nên } a^2 + b^2 = 3^2$$

$$\text{Áp dụng BĐT } (a+b)^2 \leq 2(a^2 + b^2).$$

$$\text{Ta có: } (a+b)^2 \leq 2 \cdot 3^2$$

$$\text{Hay } a+b \leq 3\sqrt{2}$$

$$\text{Do đó Chu vi tam giác CEO: } OE + CE + OC = a + b + 3 \leq 3\sqrt{2} + 3$$

Dấu bằng xảy ra khi $a = b$

$$\Leftrightarrow \triangle OEC \text{ vuông cân tại E} \Leftrightarrow \widehat{EOC} = 45^\circ \Leftrightarrow \text{sđ } \widehat{BC} = 45^\circ$$

Vậy điểm C nằm trên nửa đường tròn sao cho $\widehat{BOC} = 45^\circ$ thì chu vi tam giác OCE lớn nhất là $3 + 3\sqrt{2}$ (cm).

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 03 trang)

I. Trắc nghiệm (3,0 điểm – gồm 15 câu lựa chọn)

Câu 1. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 3x + y = 7 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ là :

- A. $(-1; -2)$ B. $(-2; -1)$ C. $(1; 2)$ D. $(2; 1)$

Câu 2. Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn (O) , có $\angle ABC = 50^\circ$. Số đo của góc $\angle ADC$ bằng

- A. 50° B. 120° C. 130° D. 40°

Câu 3. Biểu thức $\sqrt{9} + \sqrt{4}$ có giá trị bằng

- A. 6 B. 5 C. 1 D. $\sqrt{13}$

Câu 4. Đường thẳng $y = 2x - 10$ song song với đường thẳng nào sau đây ?

- A. $y = -\frac{1}{2}x + 3$ B. $y = \frac{1}{2}x + 3$ C. $y = 2x + 3$ D. $y = -2x + 3$

Câu 5. Cho hình tròn (C) có bán kính bằng 5, Diện tích của hình tròn (C) bằng

- A. 5π B. $\frac{25}{4}\pi$ C. 25π D. 10π

Câu 6. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị $y = 2x^2$ là :

- A. $P(1; 2)$ B. $N(1; 3)$ C. $M(1; 1)$ D. $Q(1; 4)$

Câu 7. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$

- A. $y = -4x + 1$ B. $y = 3x - 5$ C. $y = -x + 7$ D. $y = -2x + 9$

Câu 8. Tập nghiệm của phương trình $2x - 4 = 0$ là

- A. $S = \{-2\}$ B. $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ C. $S = \{2\}$ D. $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$

Câu 9. Giá trị của hàm số $y = 3x - 1$ tại $x = 2$ là :

- A. 3 B. 7 C. 1 D. 5

Câu 10. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 5x + 4 = 0$. Giá trị của biểu thức $x_1 + x_2$ bằng

- A. 4 B. -4 C. -5 D. 5

Câu 11. Cho hình cầu (S) có đường kính bằng 6. Thể tích của hình cầu (S) bằng

- A. 144π B. 36π C. 288π D. $\frac{81}{4}\pi$

Câu 12. Điều kiện của x để biểu thức $\sqrt{x+7}$ có nghĩa là

- A. $x \geq -7$ B. $x \geq 7$ C. $x \leq 7$ D. $x \leq -7$

Câu 13. Cho tam giác ABC vuông cân tại A , biết cạnh $AB = 5$. Độ dài cạnh BC bằng

- A. $5\sqrt{2}$ B. 10 C. 5 D. $\sqrt{10}$

Câu 14. Cho phương trình $x^2 - 2x + m - 1 = 0$ (với m là tham số). Điều kiện của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt là

- A. $m > -2$ B. $m < 2$ C. $m > 2$ D. $m < -2$

Câu 15. Cho hình trụ (T) có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4. Thể tích của hình trụ (T) bằng :

A. 48π

B. 36π

C. 12π

D. 24π

II. Tự luận

Bài 1. (1,5 điểm)

a) Thực hiện phép tính $A = \sqrt{27} + \sqrt{12}$

b) Rút gọn biểu thức $B = \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 - 4\sqrt{xy}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} + \frac{x\sqrt{y} + y\sqrt{x}}{\sqrt{xy}} \quad (x > 0, y > 0, x \neq y)$

Bài 2. (1,5 điểm) Vẽ đồ thị hai hàm số sau trên mặt phẳng tọa độ Oxy

a) $y = -2x + 2$

b) $y = x^2$

Bài 3. (1,5 điểm)

a) Cho phương trình $4x^2 + (2m+1)x + 1 = 0$ (m là tham số) có một nghiệm $x = -1$.

Xác định m và tìm nghiệm còn lại của phương trình

b) Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài lớn hơn chiều rộng $5(m)$ và diện tích của mảnh đất là $696(m^2)$. Tính các kích thước của mảnh đất đó

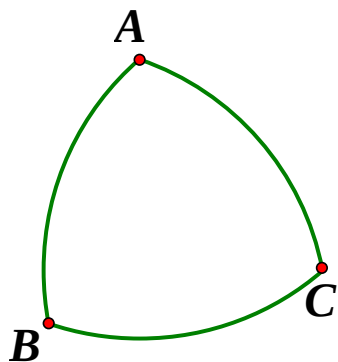
Bài 4. (2,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông ở A, $AB < AC$. Trên đoạn AC lấy một điểm M (khác A và C) và vẽ đường tròn (T) đường kính MC. Đường thẳng BM cắt đường tròn (T) tại điểm D, khác M. Đường thẳng DA cắt đường tròn (T) tại điểm E, khác D.

a) Chứng minh rằng tứ giác ABCD là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh rằng CA là tia phân giác của $\angle BCE$

c) Đường thẳng BA và đường thẳng CD cắt nhau tại điểm N, đường thẳng BC cắt đường tròn (T) tại điểm F, khác C. Chứng minh ba điểm F, M, N thẳng hàng

Bài 5. Tam giác Reuleaux ABC là hình gồm ba cung : cung BC là của đường tròn tâm A. Cung CA là của đường tròn tâm B và cung AB là của đường tròn tâm C, với A, B, C cách đều một khoảng bằng d. Tính chất thú vị của tam giác Reuleaux là nó có độ rộng không đổi (giống như đường tròn) bằng d. Tính diện tích tam giác Reuleaux



ĐÁP ÁN

I. Trắc nghiệm

1D 2C 3B 4C 5C 6A 7B 8C 9D 10D
11B 12A 13A 14B 15B

II. Tự luận

Bài 1. (1,5 điểm)

c) Thực hiện phép tính $A = \sqrt{27} + \sqrt{12}$

$$A = \sqrt{27} + \sqrt{12} = 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

d) Rút gọn biểu thức $B = \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 - 4\sqrt{xy}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} + \frac{x\sqrt{y} + y\sqrt{x}}{\sqrt{xy}} (x > 0, y > 0, x \neq y)$

$$B = \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 - 4\sqrt{xy}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} + \frac{x\sqrt{y} + y\sqrt{x}}{\sqrt{xy}} (x > 0, y > 0, x \neq y)$$

$$= \frac{x + 2\sqrt{xy} + y - 4\sqrt{xy}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} + \frac{\sqrt{xy}(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{\sqrt{xy}}$$

$$= \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} + \sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{x} - \sqrt{y} + \sqrt{x} + \sqrt{y} = 2\sqrt{x}$$

Bài 2. (1,5 điểm) Vẽ đồ thị hai hàm số sau trên mặt phẳng tọa độ Oxy

a) $y = -2x + 2$

b) $y = x^2$

Học sinh tự vẽ đồ thị

Bài 3. (1,5 điểm)

c) Cho phương trình $4x^2 + (2m+1)x + 1 = 0$ (m là tham số) có một nghiệm

$x = -1$. Xác định m và tìm nghiệm còn lại của phương trình

Thay $x = -1$ vào phương trình $4x^2 + (2m+1)x + 1 = 0$ ta có :

$$4.(-1)^2 + (2m+1)(-1) = 0 \Rightarrow m = 2$$

Thay $m = 2$ vào phương trình $4x^2 + (2m+1)x + 1 = 0$ ta có :

$$4x^2 + (2.2+1)x + 1 = 0 \Leftrightarrow 4x^2 + 5x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

Vậy $m = 2$ và nghiệm còn lại là $x = -\frac{1}{4}$

d) Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài lớn hơn chiều rộng $5(m)$ và diện tích của mảnh đất là $696(m^2)$. Tính các kích thước của mảnh đất đó

Gọi chiều rộng của mảnh đất hình chữ nhật là $x(m)$ ($x > 0$)

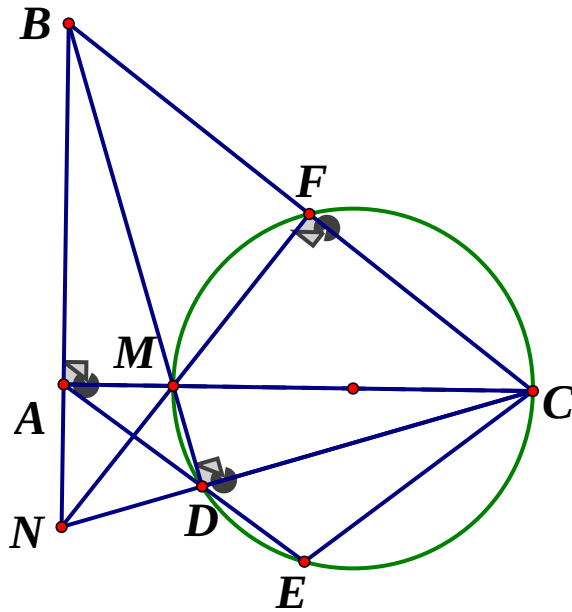
Khi đó chiều dài của mảnh đất hình chữ nhật : $x + 5(m)$

Vì diện tích của mảnh đất là $696m^2$ nên ta có phương trình :

$$x(x+5) = 696 \Leftrightarrow x^2 + 5x - 696 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24(tm) \\ x = -29(ktm) \end{cases}$$

Vậy chiều rộng của mảnh đất là $24m$ và chiều dài mảnh đất là $29m$

Bài 4.(2,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông ở A , $AB < AC$. Trên đoạn AC lấy một điểm M (khác A và C) và vẽ đường tròn (T) đường kính MC . Đường thẳng BM cắt đường tròn (T) tại điểm D , khác M . Đường thẳng DA cắt đường tròn (T) tại điểm E , khác D .



d) Chứng minh rằng tứ giác $ABCD$ là tứ giác nội tiếp

Ta có $\angle CDM = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \angle CDB = 90^\circ$

$\triangle ABC$ vuông tại A (gt) $\Rightarrow \angle BAC = 90^\circ$

Tứ giác $ABCD$ có $\angle BAC = \angle CDB = 90^\circ$ mà hai góc này có đỉnh A và D kề nhau cùng nhìn BC dưới một góc không đổi

e) Chứng minh rằng CA là tia phân giác của $\angle BCE$

Tứ giác $ABCD$ nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \angle ACB = \angle ADB$ (góc nội tiếp chắn cung AB)

Tứ giác $CMDE$ nội tiếp đường tròn $(T) \Rightarrow \angle MCE = \angle ADM$ (cùng bù với $\angle MDE$)

$\Rightarrow \angle ACE = \angle ADB \Rightarrow \angle ACE = \angle ACB$ (cùng bằng $\angle ADB$)

Vậy CA là tia phân giác của $\angle BCE$

f) Đường thẳng BA và đường thẳng CD cắt nhau tại điểm N , đường thẳng BC cắt đường tròn (T) tại điểm F , khác C . Chứng minh ba điểm F, M, N thẳng hàng

Ta có $\angle NAC = 90^\circ$ (vì bù với $\angle BAC = 90^\circ$) $\Rightarrow \angle NAM = 90^\circ$

$\angle NDM = 90^\circ$ (vì bù với $\angle MDC = 90^\circ$)

Tứ giác $AMDN$ có $\angle NAM + \angle NDM = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà hai góc này đối nhau

Vậy tứ giác $AMDN$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \angle NAD = \angle NMD$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung DN)(1)

Tứ giác $CDMF$ nội tiếp đường tròn (T)

$\Rightarrow \angle FCD + \angle FMD = 180^\circ \Rightarrow \angle BCD + \angle FMD = 180^\circ$

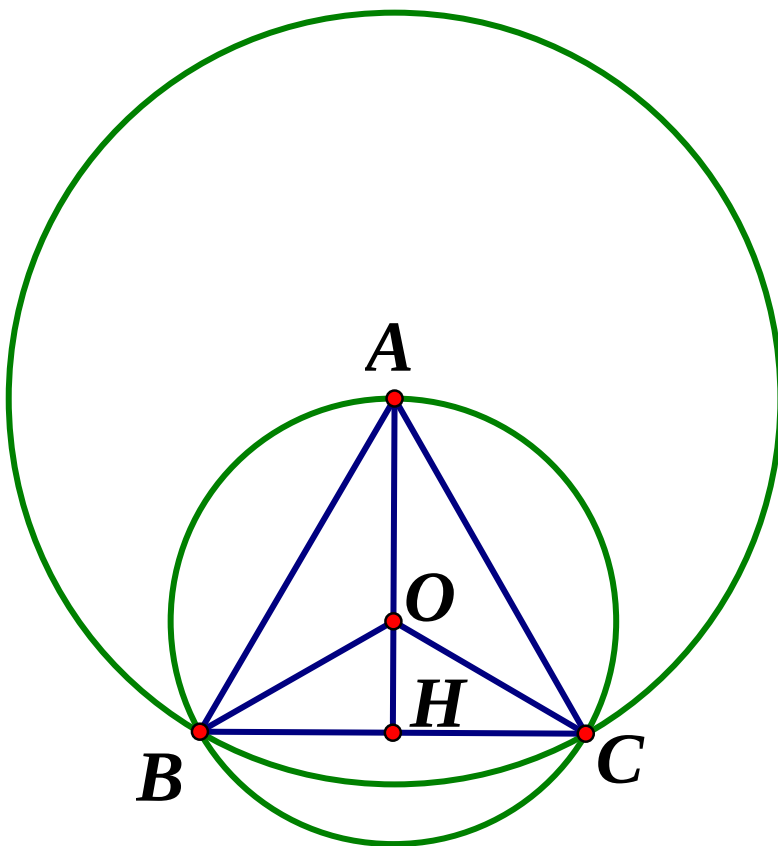
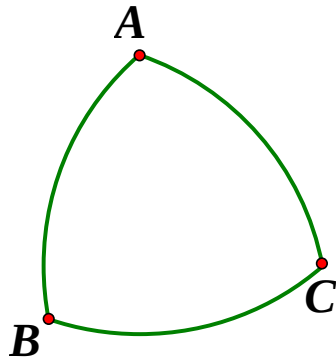
Tứ giác $ABCD$ nội tiếp (cmt) nên $\angle NAD = \angle BCD$ (cùng bù với $\angle FMD$)

Suy ra $\angle NAD + \angle FMD = 180^\circ$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\angle NMD + \angle FMD = 180^\circ$

Vậy ba điểm F, M, N thẳng hàng (đpcm)

Bài 5. Tam giác Reuleaux ABC là hình gồm ba cung : cung BC là của đường tròn tâm A, cung CA là của đường tròn tâm B và cung AB là của đường tròn tâm C, với A, B, C cách đều một khoảng bằng d . Tính chất thú vị của tam giác Reuleaux là nó có độ rộng không đổi (giống như đường tròn) bằng d
 Tính diện tích tam giác Reuleaux



Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông AHB có : $AH^2 = AB^2 - BH^2$

$$\text{Thay số } AH = \sqrt{d^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{d\sqrt{3}}{2}$$

Diện tích tam giác ABC là : $\frac{1}{2}AH.BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{d\sqrt{3}}{2} \cdot d = \frac{d^2\sqrt{3}}{4}$

Ta có $\angle BOC = 2\angle BAC = 2.60^\circ = 120^\circ$

Do tam giác ABC đều , AH đường cao đồng thời là đường trung tuyến nên suy ra O là trọng tâm tam giác ABC

$\Rightarrow OB = OA = OC = \frac{2}{3}AH = \frac{2}{3} \cdot \frac{d\sqrt{3}}{2} = \frac{d\sqrt{3}}{3}$

Vẽ đường tròn tâm A, bán kính AB

Diện tích hình quạt ABC là : $\frac{\pi r^2 n}{360} = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot 60}{360} = \frac{\pi d^2}{6}$

Diện tích tam giác Reuleaux: $\left(\frac{\pi d^2}{6} - \frac{d^2\sqrt{3}}{4} \right) \cdot 3 + \frac{d^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\pi d^2}{2} - \frac{d^2\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{4}(\pi - \sqrt{3})d^2$

Câu 1. (3,0 điểm)

1. Tính giá trị của biểu thức $A = \sqrt{25} - \frac{1}{2}$
2. Giải phương trình : $2x + 5 = 0$
3. Cho biểu thức $f(x) = 2x^2 + 5x + 2$. Tính $f(1)$

Câu 2. (2,0 điểm)

1. Rút gọn biểu thức $P = \frac{x^2 - 1}{x - 1} - x$, với $x \neq 1$
2. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 4(m - 1)x + 2m - 1 = 0$ có hai nghiệm trái dấu

Câu 3. (1,0 điểm)

Trên địa bàn thành phố X, có 1850 học sinh lớp 9 đăng ký dự thi tuyển sinh vào lớp 10 của hai trường THPT A và B, kết quả có 680 học sinh trúng tuyển. Biết tỉ lệ trúng tuyển của trường A là 30% và trường B là 80%. Hỏi mỗi trường có bao nhiêu học sinh lớp 9 đăng ký dự thi vào lớp 10

Câu 4. (1,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A , có đường cao $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $AB = a$.

Tính độ dài các cạnh BC, AC theo a .

Câu 5. (2,5 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB . Trên đoạn AO lấy điểm C (C không trùng với A và O). Đường thẳng đi qua C và vuông góc với AO cắt nửa đường tròn (O) tại D . Trên cung BD lấy điểm E ($E \neq B, E \neq D$). Gọi F là giao điểm của AE và CD

- 1) Chứng minh tứ giác $CFEB$ là tứ giác nội tiếp
- 2) Tiếp tuyến của nửa đường tròn (O) tại E cắt đường thẳng CD tại H . Gọi K là trung điểm EF . Chứng minh rằng $HK \perp EF$
- 3) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF . Chứng minh I, B, D thẳng hàng.

Câu 6. (0,5 điểm)

Cho x, y là hai số thực thỏa mãn đẳng thức $x^2 + 6y^2 + 2xy + 6x + 6y + 8 = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x + y - 1$

ĐÁP ÁN

Câu 1. (3,0 điểm)

4. Tính giá trị của biểu thức $A = \sqrt{25} - \frac{1}{2} = 5 - \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$

5. Giải phương trình : $2x + 5 = 0 \Leftrightarrow 2x = -5 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{2}$

6. Cho biểu thức $f(x) = 2x^2 + 5x + 2$. Tính $f(1)$

$$f(1) = 2.1^2 + 5.1 + 2 = 9$$

Câu 2. (2,0 điểm)

3. Rút gọn biểu thức $P = \frac{x^2 - 1}{x - 1} - x$, với $x \neq 1$

$$\text{Với } x \neq 1 \Rightarrow P = \frac{x^2 - 1}{x - 1} - x = x + 1 - x = 1$$

4. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình

$$x^2 - 4(m-1)x + 2m - 1 = 0 \text{ có hai nghiệm trái dấu}$$

Phương trình có hai nghiệm trái dấu

$$\Rightarrow ac < 0 \Leftrightarrow 2m - 1 < 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}$$

Câu 3. (1,0 điểm)

Trên địa bàn thành phố X, có 1850 học sinh lớp 9 đăng ký dự thi tuyển sinh vào lớp 10 của hai trường THPT A và B, kết quả có 680 học sinh trúng tuyển. Biết tỉ lệ trúng tuyển của trường A là 30% và trường B là 80%. Hỏi mỗi trường có bao nhiêu học sinh lớp 9 đăng ký dự thi vào lớp 10

Gọi số học sinh đăng ký vào trường A và B lần lượt là x, y ($x, y \in \mathbb{N}, x < 1850, y < 1850$)

Do cả hai trường đăng ký 1850 học sinh nên ta có: $x + y = 1850$ (1)

Vì tỉ lệ trúng tuyển của trường A và B lần lượt là 30% & 80% nên ta có phương trình

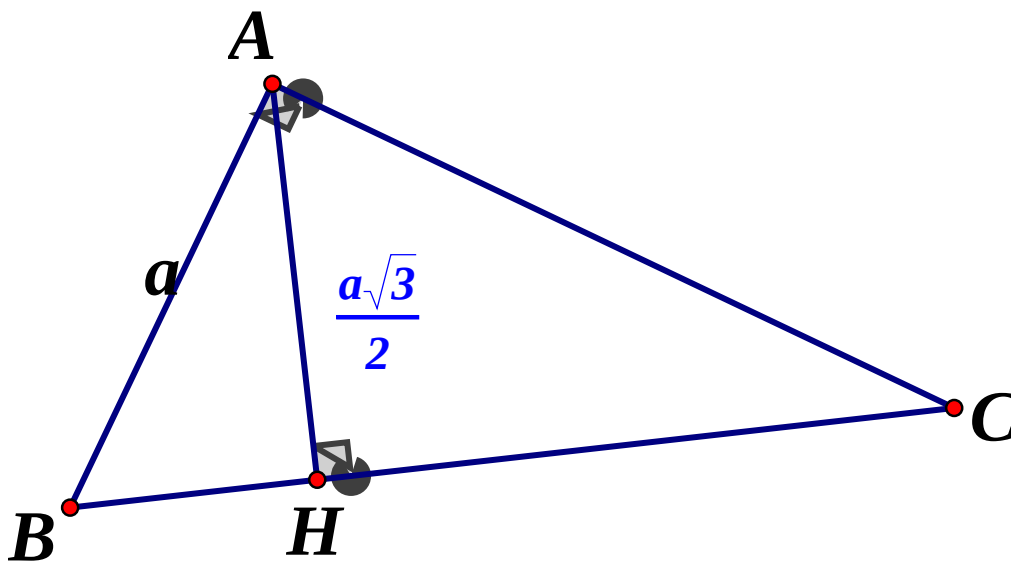
$$0,3x + 0,8y = 680 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 1850 \\ 0,3x + 0,8y = 680 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1600 \\ y = 250 \end{cases}$

Vậy số học sinh đăng ký của hai trường A và B lần lượt là 1600hs ; 250hs

Câu 4.(1,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A, có đường cao

$AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}, AB = a$. **Tính độ dài các cạnh BC, AC theo a.**



Áp dụng định lý Pytago vào tam giác vuông ABH, ta có :

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 \Rightarrow BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{3a^2}{4}} = \frac{a}{2}$$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABC, đường cao AH ta có :

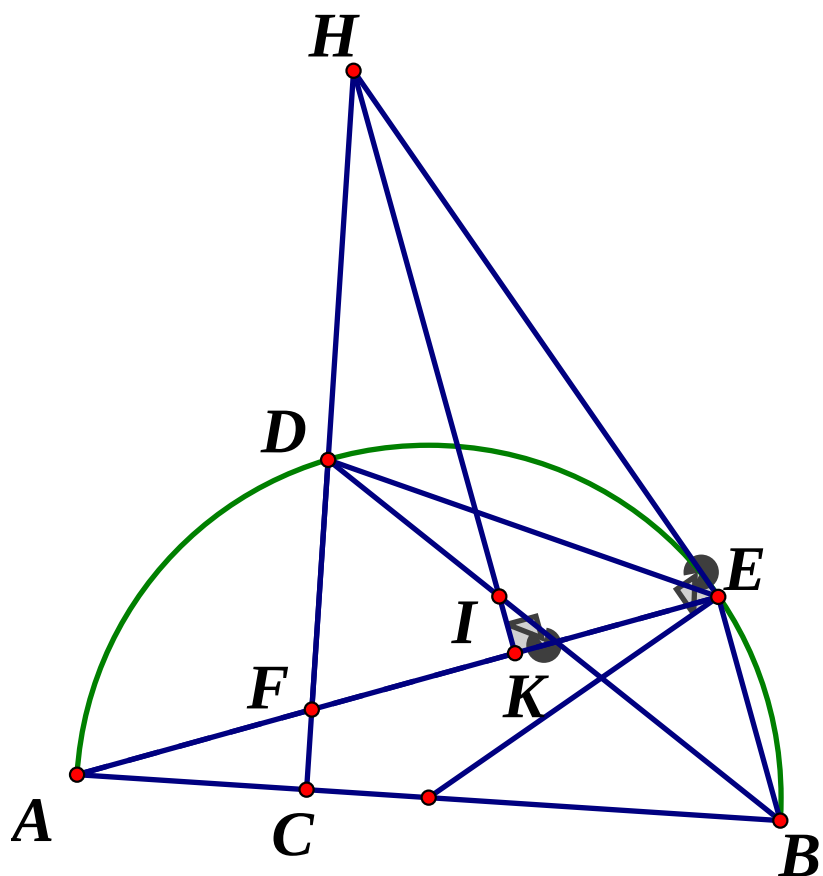
$$+) AB^2 = BH \cdot BC \Rightarrow BC = \frac{AB^2}{BH} = \frac{a^2}{\frac{a}{2}} = 2a$$

$$+) AB \cdot AC = AH \cdot BC \Rightarrow AC = \frac{AH \cdot BC}{AB} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot 2a}{a} = a\sqrt{3}$$

Vậy $BC = 2a, AC = a\sqrt{3}$

Câu 5. (2,5 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB . Trên đoạn AO lấy điểm C (C không trùng với A và O). Đường thẳng đi qua C và vuông góc với AO cắt nửa đường tròn (O) tại D . Trên cung BD lấy điểm E ($E \neq B, E \neq D$). Gọi F là giao điểm của AE và CD



4) Chứng minh tứ giác $CFEB$ là tứ giác nội tiếp

$E \in (O) \Rightarrow \angle AEB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \angle FEB = 90^\circ$

Ta có : $CD \perp AB(gt) \Rightarrow \angle DCB = 90^\circ \Rightarrow \angle FCB = 90^\circ$

Xét tứ giác $CFEB$ có : $\angle FEB + \angle FCB = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà hai góc này đối nhau $\Rightarrow CFEB$ là tứ giác nội tiếp

5) Tiếp tuyến của nửa đường tròn (O) tại E cắt đường thẳng CD tại H . Gọi

K là trung điểm EF . Chứng minh rằng $HK \perp EF$

Tứ giác $CFEB$ nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \angle CBE = \angle HFE$ (cùng bù với $\angle CFE$)

$$\Rightarrow \angle ABE = \angle HFE$$

Xét (O) có : $\angle ABE = \angle AEH$ (cùng chắn cung AE) $\Rightarrow \angle HFE = \angle AEH (= \angle ABE)$

$\Rightarrow \triangle HEF$ cân tại H nên HK là đường trung tuyến đồng thời đường cao

$$\Rightarrow HK \perp EF \text{ (đpcm)}$$

6) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF . Chứng minh I, B, D thẳng hàng.

I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF suy ra $ID = IF$

Do đó, tam giác DIF cân tại I $\Rightarrow \angle IDF = \angle DFI$ (tính chất tam giác cân)

Lại có :

$$\angle IDF + \angle DFI + \angle DIF = 180^\circ \Leftrightarrow 2\angle IDF + \angle DIF = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle IDF = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle DIF \quad (1)$$

I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF $\Rightarrow \angle DEF = \frac{1}{2}\angle DIF$ (góc nội tiếp bằng nửa góc ở tâm). Do đó,

$$\angle DEF = \frac{1}{2}\angle DIF \Rightarrow \angle DEA = \frac{1}{2}\angle DIF . \text{ Xét (O) có :}$$

$$\angle DEA = \angle DBA \text{ (cùng chắn cung AD)}$$

$$\text{Suy ra } \angle DBA = \frac{1}{2}\angle DIF$$

$\triangle ABC$ vuông tại C (do $CD \perp AB$ tại C)

$$\Rightarrow \angle CDB = 90^\circ - \angle CBD = 90^\circ - \angle DBA \Rightarrow \angle CDB = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle DIF \quad (2)$$

Từ (1), (2) $\Rightarrow \angle IDF = \angle BDC$ mà D, F, C thẳng hàng

Vậy I, B, D thẳng hàng (đpcm)

Câu 6. (0,5 điểm)

Cho x, y là hai số thực thỏa mãn đẳng thức $x^2 + 6y^2 + 2xy + 6x + 6y + 8 = 0$.

Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x + y - 1$

Ta có :

$$x^2 + 6y^2 + 2xy + 6x + 6y + 8 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2xy + y^2 + 6x + 6y + 8 = -5y^2$$

$$\Leftrightarrow (x + y)^2 + 6(x + y) + 8 = -5y^2 \Leftrightarrow (x + y + 2)(x + y + 4) = -5y^2$$

$$\Leftrightarrow (x + y + 2)(x + y + 4) \leq 0 \text{ (do } -5y^2 \leq 0)$$

$$\Leftrightarrow -4 \leq x + y \leq 2 \Leftrightarrow -5 \leq x + y - 1 \leq -3$$

$$\text{Vậy } \min P = -5 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 0 \end{cases} ; \max P = -3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 0 \end{cases}$$

Câu 1. (1,5 điểm) Không dùng máy tính, giải các phương trình và hệ phương trình sau :

a) $2x - 8 = 0$

b) $5x^2 + x - 6 = 0$

c)
$$\begin{cases} 3x + y = 13 \\ 2x - 3y = -6 \end{cases}$$

Câu 2. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 2}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x} + 2} - \frac{\sqrt{x} + 10}{x - 4} \begin{pmatrix} x \geq 0 \\ x \neq 4 \end{pmatrix}$

a) Tính giá trị của A khi $x = 9$

b) Rút gọn biểu thức B

c) Cho biểu thức $P = A.B$. Tìm tất cả các giá trị của x để $P \leq -1$

Câu 3. (1,5 điểm) Cho hàm số $y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = -x - m + 1$ (với m là tham số)

a) Vẽ parabol (P) là đồ thị của hàm số $y = x^2$

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 2$

Câu 4. (1,5 điểm) Quãng đường AB dài 100km . Một ô tô dự định đi từ A đến B với vận tốc và thời gian dự định. Trên thực tế xe đi với vận tốc chậm hơn dự định 10km/h nên xe đến B chậm hơn dự định 30 phút. Tính vận tốc và thời gian ô tô dự định đi trên quãng đường AB

Câu 5. (3,0 điểm) Cho đường tròn (O) bán kính R , đường thẳng d không qua tâm O và cắt đường tròn tại hai điểm A và B . Từ một điểm C trên d (A nằm giữa B và C) kẻ hai tiếp tuyến CM, CN với đường tròn (M, N là hai tiếp điểm, M và O nằm cùng phía đối với AB), MN cắt OC tại H

a) Chứng minh tứ giác $CMON$ nội tiếp đường tròn

b) Chứng minh $CM^2 = CACB$

c) Một đường thẳng đi qua O và song song với MN , cắt các tia CM, CN lần lượt tại E, F . Xác định vị trí của điểm C trên d sao cho diện tích tam giác CEF nhỏ nhất

Câu 6. (0,5 điểm) Giải phương trình $\sqrt{3x^2 + 6x + 7} + \sqrt{5x^2 + 10x + 14} = 4 - 2x - x^2$

ĐÁP ÁN

Câu 1. (1,5 điểm) Không dùng máy tính, giải các phương trình và hệ phương trình sau :

a) $2x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = 4$

b) $5x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow \Delta = 1^2 - 4.5.(-6) = 121 > 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-1 - \sqrt{121}}{10} = \frac{-6}{5} \\ x_2 = \frac{-1 + \sqrt{121}}{10} = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x + y = 13 \\ 2x - 3y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x + 3y = 39 \\ 2x - 3y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x = 33 \\ y = 13 - 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$

Câu 2. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 2}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x} + 2} - \frac{\sqrt{x} + 10}{x - 4} \begin{pmatrix} x \geq 0 \\ x \neq 4 \end{pmatrix}$

a) Tính giá trị của A khi $x = 9$

Với $x = 9 (tmdk) \Rightarrow A = 5$

b) Rút gọn biểu thức B

$$B = \frac{3}{\sqrt{x} + 2} - \frac{\sqrt{x} + 10}{x - 4} = \frac{3(\sqrt{x} - 2) - \sqrt{x} - 10}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)} = \frac{2\sqrt{x} - 16}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)} = \frac{2\sqrt{x} - 16}{x - 4}$$

c) Cho biểu thức $P = A.B$. Tìm tất cả các giá trị của x để $P \leq -1$

$$P = A.B = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 2} \cdot \frac{2\sqrt{x} - 16}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{2\sqrt{x} - 16}{(\sqrt{x} - 2)^2}$$

$$\text{Để } P \leq -1 \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x} - 16}{(\sqrt{x} - 2)^2} + 1 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x} - 16 + x + 4\sqrt{x} + 4}{(\sqrt{x} + 2)^2} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x + 6\sqrt{x} - 12}{(\sqrt{x} + 2)^2} \leq 0 (*)$$

$$\text{Vì } x \geq 0, x \neq 4 \Rightarrow \sqrt{x} + 2 \geq 2 \Leftrightarrow (\sqrt{x} + 2)^2 \geq 4 > 0$$

$$\text{Do đó } (*) \Leftrightarrow x + 6\sqrt{x} - 12 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 30 - 6\sqrt{21}$$

$$\text{Kết hợp với điều kiện ta có : } 0 \leq x \leq 30 - 6\sqrt{21}$$

Câu 3. (1,5 điểm) Cho hàm số $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = -x - m + 1$ (với m là tham số)

a) Vẽ parabol (P) là đồ thị của hàm số $y = x^2$

Học sinh tự vẽ Parabol

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 2$

$$\text{Xét phương trình hoành độ giao điểm } x^2 = -x - m + 1 \Leftrightarrow x^2 + x + m - 1 = 0 (1)$$

Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thì

$$\Delta > 0 \Leftrightarrow 1^2 - 4(m-1) > 0 \Leftrightarrow m < \frac{5}{4}$$

Khi đó áp dụng hệ thức Vi-et : $\begin{cases} x_1 + x_2 = -1 \\ x_1 x_2 = m-1 \end{cases}$. Khi đó ta có :

$$|x_1 - x_2| = 2 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 4$$

$$\Leftrightarrow 1 - 4(m-1) = 4 \Leftrightarrow m = \frac{1}{4} (tm)$$

$$\text{Vậy } m = \frac{1}{4}$$

Câu 4. (1,5 điểm) Quãng đường AB dài 100km. Một ô tô dự định đi từ A đến B với vận tốc và thời gian dự định. Trên thực tế xe đi với vận tốc chậm hơn dự định 10km/h nên xe đến B chậm hơn dự định 30 phút. Tính vận tốc và thời gian ô tô dự định đi trên quãng đường AB

Đổi 30 phút = 0,5 giờ

Gọi vận tốc ô tô dự định đi trên quãng đường AB là $x (km/h) (x > 10)$

Thời gian dự định đi trên quãng đường AB là $\frac{100}{x} (h)$

Vận tốc thực tế ô tô đi là $x - 10 (km/h)$

Nên thời gian thực tế đi hết quãng đường AB là $\frac{100}{x-10} (h)$

Vì xe đến B chậm hơn dự định 30 phút = $\frac{1}{2} (h)$ nên ta có phương trình :

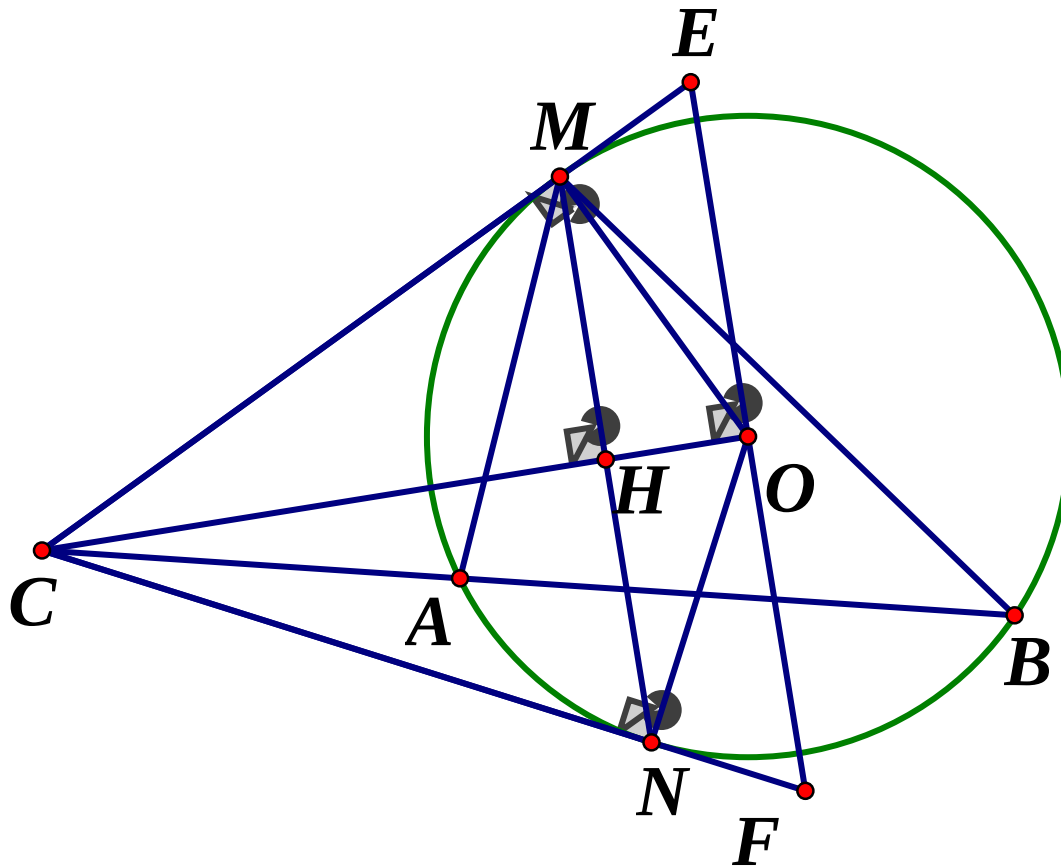
$$\begin{aligned} \frac{100}{x-10} - \frac{100}{x} &= \frac{1}{2} \\ \Leftrightarrow \frac{100x - 100(x-10)}{x(x-10)} &= \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 - 10x - 2000 = 0 \end{aligned}$$

Ta có $\Delta' = 5^2 + 2000 = 2025 > 0, \sqrt{\Delta} = 45$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x_1 = 5 + 45 = 50 (tm) \\ x_2 = 5 - 45 = -40 (ktm) \end{cases}$$

Vậy vận tốc dự định là 50km/h và thời gian dự định là $\frac{100}{50} = 2$ giờ

Câu 5. (3,0 điểm) Cho đường tròn (O) bán kính R , đường thẳng d không qua tâm O và cắt đường tròn tại hai điểm A và B . Từ một điểm C trên d (A nằm giữa B và C) kẻ hai tiếp tuyến CM, CN với đường tròn (M, N là hai tiếp điểm, M và O nằm cùng phía đối với AB), MN cắt OC tại H



a) Chứng minh tứ giác $CMON$ nội tiếp đường tròn

Xét tứ giác $CMON$ ta có :

$\angle CMO = \angle CNO = 90^\circ$ (do CM, CN là tiếp tuyến của (O))

$\Rightarrow \angle CMO + \angle CNO = 180^\circ$, mà hai góc này đối nhau nên $CMON$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh $CM^2 = CA \cdot CB$

Xét $\triangle CMA$ và $\triangle CBM$ ta có :

$\angle BCM$ chung, $\angle CMA = \angle CBM$ (cùng chắn cung $\widehat{AM}$)

$\Rightarrow \triangle CMA \sim \triangle CBM (g.g) \Rightarrow \frac{CM}{CA} = \frac{CB}{CM}$ (hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)

$\Leftrightarrow CM^2 = CA \cdot CB (dfcm)$

c) Một đường thẳng đi qua O và song song với MN , cắt các tia CM, CN lần lượt tại E, F . Xác định vị trí của điểm C trên d sao cho diện tích tam giác CEF nhỏ nhất

Ta có $CM = CN$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow C$ thuộc trung trực của MN

$OM = ON (= R) \Rightarrow O$ thuộc trung trực của MN

$\Rightarrow OC$ là trung trực của MN , do đó $OC \perp MN$

Mà $MN \parallel EF$ (gt) $\Rightarrow OC \perp EF$ (từ vuông góc đến song song)

Xét $\triangle CEF$ có $CO \perp EF$, CO là phân giác của $\angle MCN$ nên CO là phân giác của $\angle ECF$ (tính chất tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow \triangle CEF$ cân tại C (tam giác có đường cao đồng thời là phân giác)

$\Rightarrow CO$ là đường cao đồng thời là trung tuyến $\Rightarrow O$ là trung điểm của EF

Khi đó ta có: $S_{CEF} = \frac{1}{2} OC \cdot EF = OC \cdot OE$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông COE , đường cao OM ta có :

$$\frac{1}{OE^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{OM^2} = \frac{1}{R^2} \Rightarrow \frac{1}{R^2} \geq \frac{2}{OE \cdot OC} (\text{Cos i}) \Leftrightarrow OE \cdot OC \geq 2R^2$$

$$\Rightarrow S = OC \cdot OE \geq 2R^2$$

Vậy $\min S_{CEF} = 2R^2$, dấu "=" xảy ra khi

$$\begin{cases} \frac{1}{OE^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{OM^2} = \frac{1}{R^2} \Leftrightarrow OC = OE = R\sqrt{2} \\ OE = OC \end{cases}$$

Do đó C thuộc d sao cho $OC = R\sqrt{2}$ thì diện tích $\triangle CEF$ nhỏ nhất

Câu 6. (0,5 điểm) Giải phương trình $\sqrt{3x^2 + 6x + 7} + \sqrt{5x^2 + 10x + 14} = 4 - 2x - x^2$ (*)

ĐKXD: $x \in \mathbb{R}$

$$VT(*) = \sqrt{3x^2 + 6x + 7} + \sqrt{5x^2 + 10x + 14} = \sqrt{3(x+1)^2 + 4} + \sqrt{5(x+1)^2 + 9}$$

$$\text{Do } 3(x+1)^2 + 4 \geq 4, \forall x \Rightarrow \sqrt{3(x+1)^2 + 4} \geq 2$$

$$5(x+1)^2 + 9 \geq 9, \forall x \Rightarrow \sqrt{5(x+1)^2 + 9} \geq 3 \Rightarrow VT(*) \geq 5$$

$$VP(*) = 4 - 2x - x^2 = -(x+1)^2 + 5 \leq 5$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow x+1=0 \Leftrightarrow x=-1(tm)$$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = -1$

Câu 1. (2,5 điểm)

a) Tính giá trị các biểu thức: $A = \sqrt{81} - \sqrt{16}$; $B = \sqrt{(2 + \sqrt{11})^2} - \sqrt{11}$.

b) Cho biểu thức: $P = \left(\frac{1}{\sqrt{a}-1} + \frac{2}{a-\sqrt{a}} \right) \cdot \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+2}$ với $a > 0$ và $a \neq 1$.

1. Rút gọn biểu thức P .

2. Tính giá trị của P khi $a = 3 + 2\sqrt{2}$.

Câu 2. (2,0 điểm)

a) Vẽ đồ thị hàm số: $y = x - 3$.

b) Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = -2x^2$ và đường thẳng $y = x - 3$.

c) Cho phương trình bậc hai với tham số m : $x^2 - 2(m+1)x + 2m - 3 = 0$ (1).

1. Giải phương trình (1) khi $m = 0$.

2. Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m . Tìm tất cả các giá trị của m thỏa mãn: $x_1 + x_2 - 2x_1x_2 = 1$.

Câu 3. (1,5 điểm) Giải các phương trình, hệ phương trình sau:

a) $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$.

b) $\begin{cases} 2x + y = 9 \\ x - y = 3 \end{cases}$.

Câu 4. (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O) đường kính AB . Dây cung MN vuông góc với AB , ($AM < BM$). Hai đường thẳng BM và NA cắt nhau tại K . Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ K đến đường thẳng AB .

a) Chứng minh tứ giác $AHKM$ nội tiếp trong một đường tròn.

b) Chứng minh rằng $NB \cdot HK = AN \cdot HB$.

c) Chứng minh HM là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

Câu 5. (0,5 điểm)

Cho các số thực a, b, c dương. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau:

$$P = \frac{a}{\sqrt{(a+b)(a+c)}} + \frac{2b}{\sqrt{(b+c)(b+a)}} + \frac{c}{\sqrt{(c+a)(c+b)}}.$$

---Hết---

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (2,5 điểm)

a) Tính giá trị các biểu thức: $A = \sqrt{81} - \sqrt{16}$; $B = \sqrt{(2 + \sqrt{11})^2} - \sqrt{11}$.

b) Cho biểu thức: $P = \left(\frac{1}{\sqrt{a}-1} + \frac{2}{a-\sqrt{a}} \right) \cdot \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+2}$ với $a > 0$ và $a \neq 1$.

1. Rút gọn biểu thức P .

2. Tính giá trị của P khi $a = 3 + 2\sqrt{2}$.

Lời giải

a) Tính giá trị các biểu thức:

$$A = \sqrt{81} - \sqrt{16} = \sqrt{9^2} - \sqrt{4^2} = 9 - 4 = 5.$$

$$B = \sqrt{(2 + \sqrt{11})^2} - \sqrt{11} = |2 + \sqrt{11}| - \sqrt{11} = 2 + \sqrt{11} - \sqrt{11} = 2.$$

b) Xét biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{a}-1} + \frac{2}{a-\sqrt{a}} \right) \cdot \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+2}$ với $a > 0$ và $a \neq 1$.

1. Rút gọn biểu thức P :

$$\text{Với } a > 0 \text{ và } a \neq 1, \text{ ta có: } P = \left(\frac{1}{\sqrt{a}-1} + \frac{2}{a-\sqrt{a}} \right) \cdot \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+2}$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{a}-1} + \frac{2}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} \right) \cdot \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+2}$$

$$= \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} \cdot \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+2}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{a}-1}.$$

2. Tính giá trị của P khi $a = 3 + 2\sqrt{2}$:

Khi $a = 3 + 2\sqrt{2}$ (thỏa mãn điều kiện xác định), ta có:

$$\sqrt{a} = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = \sqrt{2 + 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 1 + 1} = \sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2} = |\sqrt{2} + 1| = \sqrt{2} + 1;$$

$$\text{Suy ra: } P = \frac{2}{\sqrt{a}-1} = \frac{2}{\sqrt{2}+1-1} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}.$$

Vậy $P = \sqrt{2}$ khi $a = 3 + 2\sqrt{2}$.

Câu 2. (2,0 điểm)

a) Vẽ đồ thị hàm số: $y = x - 3$.

b) Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = -2x^2$ và đường thẳng $y = x - 3$.

c) Cho phương trình bậc hai với tham số m : $x^2 - 2(m+1)x + 2m - 3 = 0$ (1).

1. Giải phương trình (1) khi $m = 0$.

2. Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m . Tìm tất cả các giá trị của m thỏa mãn: $x_1 + x_2 - 2x_1x_2 = 1$.

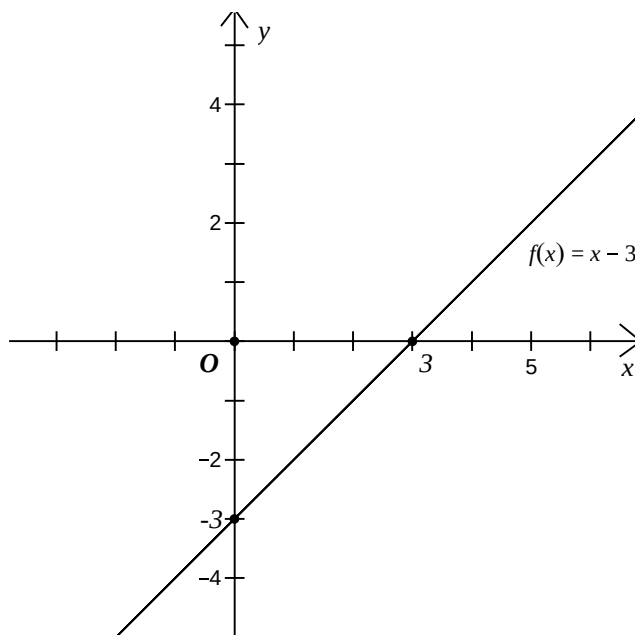
Lời giải

a) Vẽ đồ thị hàm số: $y = x - 3$.

Với $x = 0 \Rightarrow y = -3$;

Với $y = 0 \Leftrightarrow x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$;

Vậy đồ thị hàm số $y = x - 3$ là đường thẳng đi qua hai điểm $A(0; -3)$ và $B(3; 0)$.



b) Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = -2x^2$ và đường thẳng $y = x - 3$.

+) Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = -2x^2$ và đường thẳng $y = x - 3$ là nghiệm của phương trình: $-2x^2 = x - 3 \Leftrightarrow 2x^2 + x - 3 = 0$.

+) Vì $a + b + c = 2 + 1 + (-3) = 0$ nên phương trình có hai nghiệm $x_1 = 1$; $x_2 = \frac{-3}{2}$.

Với $x_1 = 1 \Rightarrow y_1 = 1 - 3 = -2$;

Với $x_2 = \frac{-3}{2} \Rightarrow y_2 = \frac{-3}{2} - 3 = \frac{-9}{2}$.

Vậy hai đồ thị cắt nhau tại hai điểm phân biệt là $M(1; -2)$ và $N\left(\frac{-3}{2}; \frac{-9}{2}\right)$.

c) Cho phương trình bậc hai với tham số m : $x^2 - 2(m+1)x + 2m - 3 = 0$ (1).

1. Giải phương trình (1) khi $m = 0$.

2. Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m . Tìm tất cả các giá trị của m thỏa mãn: $x_1 + x_2 - 2x_1x_2 = 1$.

Xét phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + 2m - 3 = 0$ (1).

1. Với $m = 0$ thì phương trình (1) trở thành: $x^2 - 2(0+1)x + 2 \cdot 0 - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$

Vì $a - b + c = 1 - (-2) + (-3) = 0$ nên phương trình có hai nghiệm $x_1 = -1$; $x_2 = 3$.

Vậy $m = 0$ thì phương trình (1) có tập nghiệm là $S = \{-1; 3\}$.

2. Phương trình (1) có $\Delta' = [-(m+1)]^2 - 1(2m-3) = m^2 + 2m + 1 - 2m + 3 = m^2 + 4 > 0$, với mọi m nên phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m .

Khi đó theo hệ thức Vi-et, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 2 \\ x_1 x_2 = 2m - 3 \end{cases}$.

Theo bài ra, ta có: $x_1 + x_2 - 2x_1 x_2 = 1$

$$\Leftrightarrow 2m + 2 - 2(2m - 3) = 1$$

$$\Leftrightarrow 2m + 2 - 4m + 6 = 1$$

$$\Leftrightarrow -2m = -7$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{7}{2}.$$

Vậy $m = \frac{7}{2}$ là giá trị cần tìm.

Câu 3. (1,5 điểm) Giải các phương trình, hệ phương trình sau:

a) $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$.

b) $\begin{cases} 2x + y = 9 \\ x - y = 3 \end{cases}$.

Lời giải

Giải các phương trình, hệ phương trình sau:

a) $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$.

+) Đặt $t = x^2$, với $t \geq 0$. Khi đó phương trình đã cho trở thành: $t^2 - 3t + 2 = 0$

Vì $1 + (-3) + 2 = 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt là $t_1 = 1$; $t_2 = 2$ (thỏa mãn điều kiện $t \geq 0$)

Với $t_1 = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$;

Với $t_2 = 2 \Rightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$;

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là: $S = \{\pm 1; \pm\sqrt{2}\}$.

b) $\begin{cases} 2x + y = 9 \\ x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 12 \\ y = x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 4 - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(x; y) = (4; 1)$.

Câu 4. (3,5 điểm)

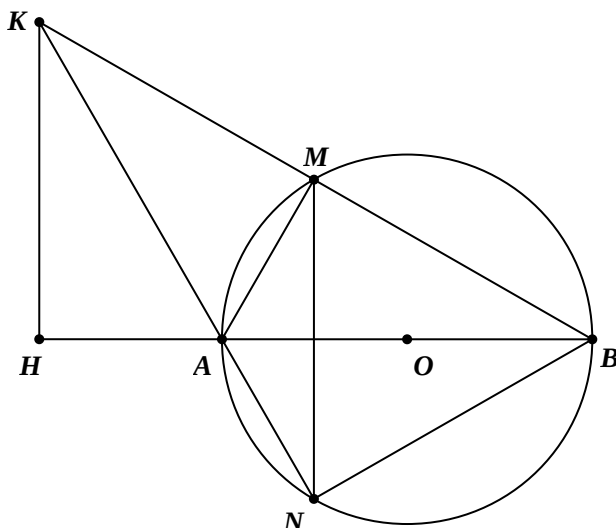
Cho đường tròn (O) đường kính AB . Dây cung MN vuông góc với AB , ($AM < BM$). Hai đường thẳng BM và NA cắt nhau tại K . Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ K đến đường thẳng AB .

a) Chứng minh tứ giác $AHKM$ nội tiếp trong một đường tròn.

b) Chứng minh rằng $NB \cdot HK = AN \cdot HB$.

c) Chứng minh HM là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

Lời giải



a) Chứng minh tứ giác AHKM nội tiếp trong một đường tròn.

+) Tứ giác AHKM có: $\widehat{AHM} = 90^\circ$ (vì $KH \perp AB$)

và $\widehat{AMB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \widehat{AMK} = 90^\circ$ (kề bù với $\widehat{AMB}$)

Suy ra tứ giác AHKM nội tiếp đường tròn đường kính AK.

b) Chứng minh rằng: $NB \cdot HK = AN \cdot HB$.

Xét $\triangle ANB$ và $\triangle KHB$ có:

+) $\widehat{ANB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \widehat{ANB} = \widehat{KHB} = 90^\circ$;

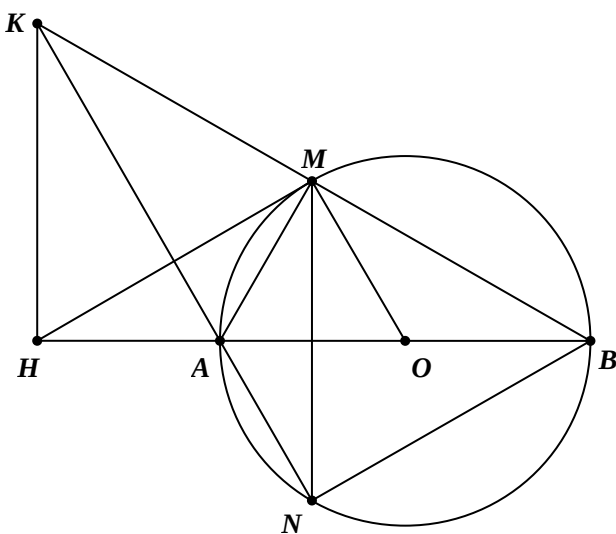
+) Đường kính $AB \perp MN \Rightarrow A$ là điểm chính giữa $\widehat{MN}$ (quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây) $\Rightarrow \widehat{AN} = \widehat{AM} \Rightarrow \widehat{ABN} = \widehat{KBH}$ (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau);

Suy ra $\triangle ANB \sim \triangle KHB$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AN}{NB} = \frac{KH}{HB}$$

$$\Rightarrow NB \cdot HK = AN \cdot HB.$$

c) Chứng minh HM là tiếp tuyến của đường tròn (O).



+) Ta có HM giao với đường tròn (O) tại M, ta phải chứng minh $HM \perp OM$. Thật vậy:

Tứ giác AHKM nội tiếp $\Rightarrow \widehat{HMK} = \widehat{HAK}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{HK}$);

$\widehat{HAK} = \widehat{NAB}$ (hai góc đối đỉnh);

$\widehat{NAB} = \widehat{MAB}$ ($AB \perp MN \Rightarrow B$ là điểm chính giữa $\widehat{MN}$, hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng

nhau);

$$\widehat{MAB} = \widehat{OMA} \text{ (} \Delta OAM \text{ cân tại } O \text{)};$$

$$\Rightarrow \widehat{HMK} = \widehat{OMA} \left(\widehat{HAK} = \widehat{NAB} = \widehat{MAB} \right) \Rightarrow \widehat{HMK} + \widehat{HMA} = \widehat{OMA} + \widehat{HMA};$$

Mà $\widehat{HMK} + \widehat{HMA} = \widehat{AMK} = 90^\circ$ (kề bù với $\widehat{AMB} = 90^\circ$, góc nội tiếp chắn nửa đường tròn);

$$\Rightarrow \widehat{OMA} + \widehat{HMA} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{HMO} = 90^\circ \Rightarrow HM \perp OM \text{ tại } M \in (O)$$

$\Rightarrow HM$ là tiếp tuyến của (O) .

Câu 5. (0,5 điểm)

Cho các số thực a, b, c dương. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau:

$$P = \frac{a}{\sqrt{(a+b)(a+c)}} + \frac{2b}{\sqrt{(b+c)(b+a)}} + \frac{c}{\sqrt{(c+a)(c+b)}}.$$

Lời giải

+) Với các số thực a, b, c dương, Áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có:

$$\begin{aligned} P &= \frac{a}{\sqrt{(a+b)(a+c)}} + \frac{2b}{\sqrt{(b+c)(b+a)}} + \frac{c}{\sqrt{(c+a)(c+b)}} \\ &= \sqrt{\frac{2a}{a+b} \cdot \frac{a}{2(a+c)}} + 2\sqrt{\frac{b}{b+c} \cdot \frac{b}{b+a}} + \sqrt{\frac{c}{2(c+a)} \cdot \frac{2c}{c+b}} \\ &\leq \frac{1}{2} \left(\frac{2a}{a+b} + \frac{a}{2(a+c)} \right) + 2 \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{b}{b+c} + \frac{b}{b+a} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{c}{2(c+a)} + \frac{2c}{c+b} \right) \\ &= \frac{a}{a+b} + \frac{1}{4} \cdot \frac{a}{a+c} + \frac{b}{b+c} + \frac{b}{b+a} + \frac{1}{4} \cdot \frac{c}{c+a} + \frac{c}{c+b} \\ &= \left(\frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+a} \right) + \left(\frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+b} \right) + \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{a}{a+c} + \frac{c}{c+a} \right) \\ &= 1 + 1 + \frac{1}{4} \\ &= \frac{9}{4}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } P \leq \frac{9}{4}, \text{ suy ra } \text{Max} P = \frac{9}{4} \text{ khi } \begin{cases} \frac{2a}{a+b} = \frac{a}{2(a+c)} \\ \frac{b}{b+c} = \frac{b}{b+a} \\ \frac{c}{2(c+a)} = \frac{2c}{c+b} \end{cases} \Leftrightarrow a = c = \frac{b}{7}.$$

---Hết---

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
LẠNG SƠN

ĐỀ CHÍNH THỨC

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2022 – 2023

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài 120 phút (không kể thời gian giao đề)
Đề thi gồm có 01 trang, 05 câu.

Câu 1 (2,5 điểm).

a. Tính giá trị của các biểu thức: $A = \sqrt{81} - \sqrt{16}$; $B = \sqrt{(\sqrt{11} + 2)^2} - \sqrt{11}$.

b. Cho biểu thức: $P = \left(\frac{1}{\sqrt{a}-1} + \frac{2}{a-\sqrt{a}} \right) \cdot \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+2}$, với $a > 0$ và $a \neq 1$.

1, Rút gọn biểu thức P .2, Tính giá trị của P khi $a = 3 + 2\sqrt{2}$.

Câu 2 (2,0 điểm):

a. Vẽ đồ thị hàm số $y = x - 3$.

b. Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = -2x^2$ và đường thẳng $y = x - 3$.

c. Cho phương trình bậc hai với tham số m : $x^2 - 2(m+1)x + 2m - 3 = 0$ (1).

1, Giải phương trình (1) khi $m = 0$.2, Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m .

Tìm tất cả các giá trị của m thỏa mãn: $x_1 + x_2 - 2x_1x_2 = 1$.

Câu 3 (1,5 điểm). Giải các phương trình, hệ phương trình sau:

a. $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$.

b. $\begin{cases} 2x + y = 9 \\ x - y = 3 \end{cases}$.

Câu 4 (3,5 điểm). Cho đường tròn (O) đường kính AB . Dây cung MN vuông góc với AB , ($AM < BM$). Hai đường thẳng BM và NA cắt nhau tại K . Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ K đến đường thẳng AB .a. Chứng minh rằng tứ giác $AHKM$ nội tiếp trong một đường tròn.b. Chứng minh rằng $NB.HK = AN.HB$.c. Chứng minh HM là tiếp tuyến của đường tròn (O) .Câu 5 (0,5 điểm). Cho các số thực a, b, c dương. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau:

$$P = \frac{a}{\sqrt{(a+b)(a+c)}} + \frac{2b}{\sqrt{(b+c)(b+a)}} + \frac{c}{\sqrt{(c+a)(c+b)}}$$

-----Hết-----

Họ tên thí sinh Bùi Phụng TiênSBD 010611

Câu 1. (1,0 điểm) Tính giá trị các biểu thức sau :

a) $2 + \sqrt{36}$

b) $\sqrt{25} - \sqrt{9}$

Câu 2. (1,5 điểm) Cho biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ (với $x > 0, x \neq 1$)

a) Rút gọn biểu thức P

b) Tìm các giá trị của x để $P = \frac{1}{2}$

Câu 3. (2,5 điểm)

a) Giải phương trình $x^2 + 2x - 8 = 0$

b) Tìm các giá trị của tham số k để đường thẳng $d_1 : y = (k-1)x + k$ song song với đường thẳng $d_2 : y = 3x - 12$

c) Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng $d : y = -x + m + 1$ cắt parabol $(P) : y = x^2$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 - x_2^2 - 4m + 1 = 0$

Câu 4. (1,5 điểm)

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + y = -1 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$

b) Hai ô tô xuất phát cùng một thời điểm từ địa điểm A đến địa điểm B với vận tốc mỗi ô tô không đổi. Sau 1 giờ, quãng đường đi được của ô tô thứ nhất nhiều hơn quãng đường đi được của ô tô thứ hai là 5km. Quãng đường đi được của ô tô thứ hai sau 3 giờ nhiều hơn quãng đường đi được của ô tô thứ nhất sau 2 giờ là 35km. Tính vận tốc mỗi ô tô

Câu 5. (0,5 điểm) Chọn ngẫu nhiên một số trong các số tự nhiên từ 1 đến 10. Tính xác suất để số được chọn là số chia hết cho 5

Câu 6. (1,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A, độ dài các cạnh góc vuông:

$AB = 1, AC = \sqrt{3}$

a) Tính độ dài cạnh BC

b) Trên tia đối của tia BC lấy điểm M sao cho $AM = \frac{\sqrt{6}}{2}$. Tính số đo $\angle AMC$

Câu 7. (2,0 điểm) Cho đường tròn (O) và điểm M nằm ngoài đường tròn. Qua M kẻ hai tiếp tuyến phân biệt MA, MB đến đường tròn (A, B là các tiếp điểm)

a) Chứng minh tứ giác MAOB nội tiếp

b) Đường thẳng MO cắt đường tròn (O) lần lượt tại hai điểm C, D phân biệt sao cho $MC < MD$. Chứng minh $MA \cdot DA = MD \cdot AC$

c) Đường thẳng BO cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là E. Kẻ AI vuông góc với BE tại I. Đường thẳng ME cắt AI tại K, đường thẳng MO cắt AB tại H. Chứng minh hai đường thẳng HK và BE song song.

ĐÁP ÁN

Câu 1. (1,0 điểm) Tính giá trị các biểu thức sau :

$$a) 2 + \sqrt{36} = 2 + 6 = 8; \quad b) \sqrt{25} - \sqrt{9} = 5 - 3 = 2$$

Câu 2. (1,5 điểm) Cho biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ **(với** $x > 0, x \neq 1$ **)**

c) Rút gọn biểu thức P

$$\begin{aligned} P &= \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} = \frac{\sqrt{x}-1 + \sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} \\ &= \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+1)\sqrt{x}} = \frac{2}{\sqrt{x}+1} \end{aligned}$$

d) Tìm các giá trị của x để $P = \frac{1}{2}$

$$P = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{x}+1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{x}+1 = 4 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 3 \Leftrightarrow x = 9(tm)$$

Câu 3. (2,5 điểm)

d) Giải phương trình $x^2 + 2x - 8 = 0$

Ta có : $\Delta' = 1^2 - (-8) = 9 > 0, \sqrt{\Delta'} = 3$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x_1 = -1 + 3 = 2 \\ x_2 = -1 - 3 = -4 \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm : $S = \{-4; 2\}$

e) Tìm các giá trị của tham số k để đường thẳng $d_1 : y = (k-1)x + k$ **song song với**
đường thẳng $d_2 : y = 3x - 12$

$$\text{Để } d_1 // d_2 \Leftrightarrow \begin{cases} k-1=3 \\ k \neq -12 \end{cases} \Leftrightarrow k = 4$$

Vậy $k = 4$

f) Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng $d : y = -x + m + 1$ **cắt parabol**
(P) : y = x² tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 **thỏa mãn điều kiện**

$$x_1^2 - x_2 - 4m + 1 = 0$$

Ta có phương trình hoành độ giao điểm (P) và (d) là :

$$x^2 = -x + m + 1 \Leftrightarrow x^2 + x - m - 1 = 0 (*)$$

$$\Delta = 1^2 - 4 \cdot (-m-1) = 4m + 5$$

Để (P) cắt (d) tại hai điểm phân biệt thì pt (*) có hai nghiệm phân biệt

$$\Rightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow 4m + 5 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{5}{4}$$

Khi đó, theo hệ thức Vi-et ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = -1 \\ x_1 x_2 = -m - 1 \end{cases}$

Lại có x_1 là nghiệm của phương trình (*) nên ta có : $x_1^2 = -x_1 + m + 1$. Theo giả thiết :

$$x_1^2 - x_2 - 4m + 1 = 0 \Leftrightarrow -x_1 + m + 1 - x_2 - 4m + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow -(x_1 + x_2) - 3m + 2 = 0 \Leftrightarrow 1 - 3m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = 1(tm)$$

Vậy $m=1$

Câu 4. (1,5 điểm)

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+y=-1 \\ 2x-y=4 \end{cases}$

$$\begin{cases} x+y=-1 \\ 2x-y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x=3 \\ y=2x-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y)=(1;-2)$

b) Hai ô tô xuất phát cùng một thời điểm từ địa điểm A đến địa điểm B với vận tốc mỗi ô tô không đổi. Sau 1 giờ, quãng đường đi được của ô tô thứ nhất nhiều hơn quãng đường đi được của ô tô thứ hai là 5km. Quãng đường đi được của ô tô thứ hai sau 3 giờ nhiều hơn quãng đường đi được của ô tô thứ nhất sau 2 giờ là 35km. Tính vận tốc mỗi ô tô

Gọi vận tốc của ô tô thứ nhất là $x(km/h)$ ($x > 5$)

Vì sau 1 giờ quãng đường đi được của ô tô thứ nhất nhiều hơn quãng đường đi được của ô tô thứ hai là 5km nên vận tốc ô tô 2 là $x-5(km/h)$

Quãng đường đi được của ô tô 1 sau 2 giờ : $2x(km)$

Quãng đường đi được của ô tô 2 sau 3 giờ : $3(x-5)(km)$

Vì quãng đường đi được của ô tô thứ hai sau 3 giờ nhiều hơn quãng đường đi được của ô tô thứ nhất sau 2 giờ là 35km nên ta có phương trình :

$$3(x-5)-2x=35 \Leftrightarrow 3x-2x=35+15 \Leftrightarrow x=50(tm)$$

Vậy vận tốc của ô tô thứ nhất là 50km/h, của ô tô thứ hai là 45km/h

Câu 5. (0,5 điểm) Chọn ngẫu nhiên một số trong các số tự nhiên từ 1 đến 10. Tính xác suất để số được chọn là số chia hết cho 5

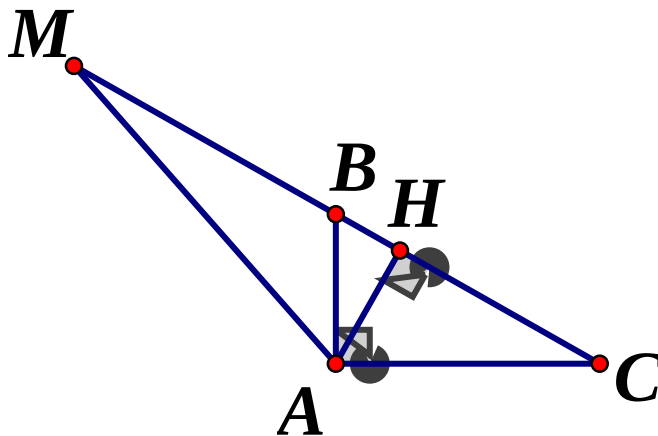
Các số tự nhiên từ 1 đến 10 là $\{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10\}$ gồm 10 số

Tập chia hết cho 5 là $\{5;10\}$ gồm 2 số

Nên xác suất để chọn được 1 số chia hết cho 5: $2:10=0,2$

Câu 6. (1,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A, độ dài các cạnh góc vuông:

$$AB=1, AC=\sqrt{3}$$



c) Tính độ dài cạnh BC

Tam giác ABC vuông tại A , theo định lý Pytago ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow BC = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$$

d) Trên tia đối của tia BC lấy điểm M sao cho $AM = \frac{\sqrt{6}}{2}$. Tính số đo $\angle AMC$

Kẻ đường cao AH của tam giác ABC ($H \in BC$)

Tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH nên áp dụng hệ thức lượng ta có :

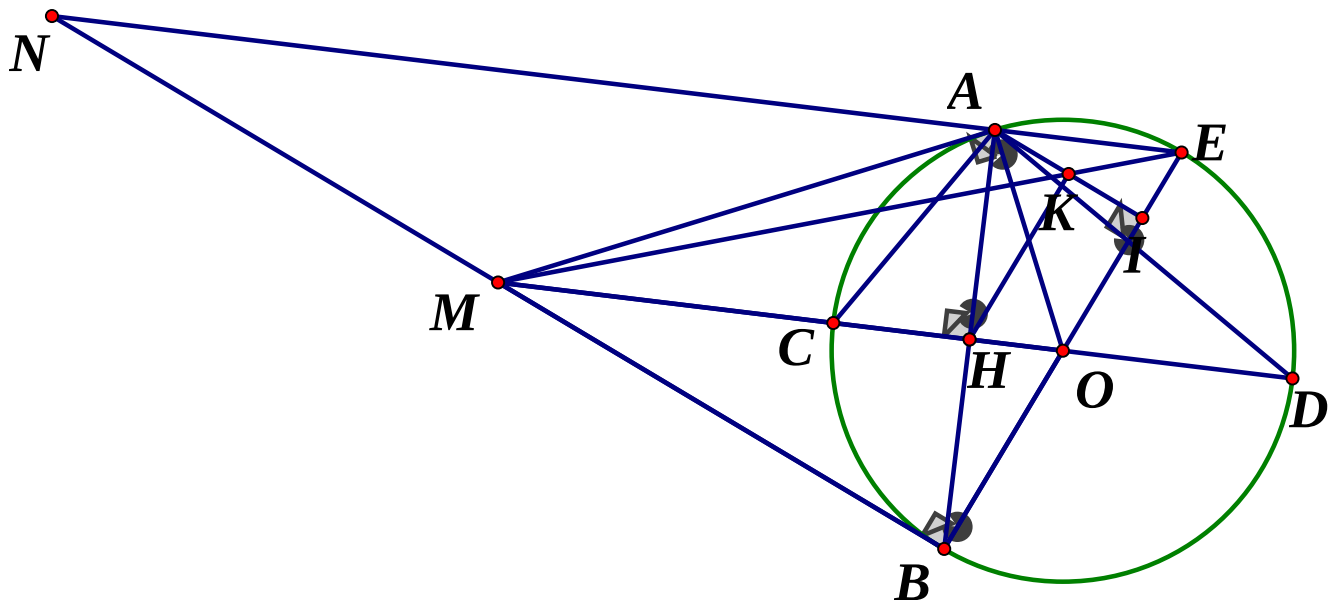
$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{(\sqrt{3})^2} = \frac{4}{3} \Rightarrow AH = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$AH \perp BC$ (vẽ thêm) $\Rightarrow \angle AHM = 90^\circ \Rightarrow \triangle AHM$ vuông tại H

$\triangle AHM$ vuông tại H , áp dụng tỉ số lượng giác, ta có :

$$\sin \angle AMH = \frac{AH}{AM} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{6}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \angle AMH = 45^\circ \Rightarrow \angle AMC = 45^\circ$$

Câu 7. (2,0 điểm) Cho đường tròn (O) và điểm M nằm ngoài đường tròn. Qua M kẻ hai tiếp tuyến phân biệt MA, MB đến đường tròn (A, B là các tiếp điểm)



d) Chứng minh tứ giác $MAOB$ nội tiếp

Tứ giác $AMBO$ có :

$\angle MAO = 90^\circ$ (vì MA là tiếp tuyến của đường tròn (O))

$\angle MBO = 90^\circ$ (vì MB là tiếp tuyến của (O))

$\Rightarrow \angle MAO + \angle MBO = 180^\circ$ mà 2 góc này đối nhau nên $MAOB$ là tứ giác nội tiếp

e) Đường thẳng MO cắt đường tròn (O) lần lượt tại hai điểm C, D phân biệt sao cho $MC < MD$. Chứng minh $MA \cdot DA = MD \cdot AC$

Xét $\triangle MAC$ và $\triangle MDA$ có :

$\angle MAC = \angle MDA$ (góc nội tiếp và tiếp tuyến dây cung cùng chắn cung AC)

$\angle AMD$ chung

$$\Rightarrow \triangle MAC \sim \triangle MDA (g.g) \Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{AC}{AD} \Rightarrow MA \cdot DA = MD \cdot AC (dfcm)$$

f) Đường thẳng BO cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là E. Kẻ AI vuông góc với BE tại I. Đường thẳng ME cắt AI tại K, đường thẳng MO cắt AB tại H. Chứng minh hai đường thẳng HK và BE song song.

Gọi N là giao điểm của BM và EA

Vì A thuộc đường tròn (O) đường kính BE nên $\angle BAE = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \angle NAB = 90^\circ$ (kề bù với $\angle BAE = 90^\circ$) $\Rightarrow AN \perp AB$

MA, MB là tiếp tuyến của đường tròn (O) $\Rightarrow MA = MB$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Lại có $OA = OB = R$

Suy ra MO là đường trung trực của đoạn AB nên $MO \perp AB$

Mà H là giao điểm của MO, AB, suy ra $MO \perp AB$ tại H đồng thời H là trung điểm của AB

Ta có $\begin{cases} MH \perp AB (\text{do } MO \perp AB) \\ AN \perp AB \end{cases} \Rightarrow MH \parallel AN$

Xét $\triangle ABN$ có : $MH \parallel AN$ (cmt), H là trung điểm của AB

$\Rightarrow M$ là trung điểm của BN (đường trung bình tam giác). Ta có :

$AI \perp BE$ (gt), $BN \perp BE$ (BN là tiếp tuyến của (O)) $\Rightarrow AI \parallel BN$

$\Rightarrow AK \parallel MN, KI \parallel MB$

Tam giác MNE có $AK \parallel MN \Rightarrow \frac{AK}{MN} = \frac{EK}{ME}$ (định lý Talet)

Tam giác BME có $KI \parallel MB$, ta có : $\frac{KI}{BM} = \frac{KE}{ME}$ (Định lý Talet)

Suy ra $\frac{AK}{MN} = \frac{KI}{BM} = \frac{KE}{ME}$

Vì M là trung điểm của BN nên $BM = MN$

Do đó $AK = KI$ nên K là trung điểm của AI

Xét tam giác ABI có :

H là trung điểm AB (cmt); K là trung điểm của AI (cmt)

$\Rightarrow HK$ là đường trung bình $\triangle ABI \Rightarrow HK \parallel BI \Rightarrow HK \parallel BE$

Phần I. Trắc nghiệm (2,0 điểm)

Hãy chọn phương án trả lời đúng và viết chữ cái đứng trước phương án đó vào bài làm

Câu 1. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = 2022x + 2023$ B. $y = 2023x + 2022$ C. $y = -2023x + 2022$ D. $y = 2022x - 2023$

Câu 2. Điều kiện xác định của biểu thức $\frac{3}{\sqrt{x-2022}}$ là :

A. $x \geq 2022$ B. $x > 2022$ C. $x < 2022$ D. $x \leq 2022$

Câu 3. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $2m$. Gọi I là trung điểm của cạnh BC . Diện tích của tứ giác $ADCI$ bằng :

A. $3m^2$ B. $2m^2$ C. $\frac{5}{2}m^2$ D. $1m^2$

Câu 4. Hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ -x + 4y = 2 \end{cases}$ có nghiệm là $(x_0; y_0)$, giá trị $x_0 - 4y_0$ bằng :

A. 2 B. -7 C. -2 D. 8

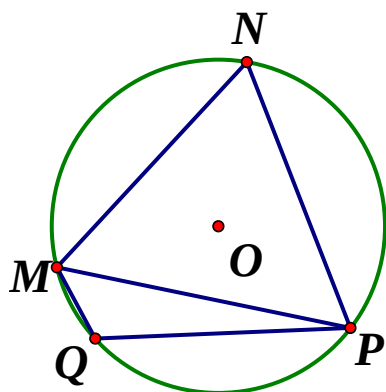
Câu 5. Phương trình $x^2 + 2022x - 2023 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Khi đó $x_1 + x_2$ bằng

A. 2022 B. 2023 C. -2022 D. -2023

Câu 6. Đường thẳng đi qua điểm $M(1;1)$ và song song với đường thẳng $(d): y = 2x - 3$ có phương trình là :

A. $y = 2x - 1$ B. $y = -2x + 3$ C. $y = 2x + 1$ D. $y = -2x - 1$

Câu 7. Cho tứ giác $MNPQ$ nội tiếp một đường tròn có $\angle MNP = 60^\circ$ và $\angle PMQ = 40^\circ$ (hình vẽ bên). Số đo $\angle MPQ$ bằng :



A. 10°

B. 20°

C. 40°

D. 50°

Câu 8. Thể tích của hình cầu có đường kính 6cm bằng :

A. $288\pi\text{cm}^3$

B. $\frac{81}{4}\pi\text{cm}^3$

C. $27\pi\text{cm}^3$

D. $36\pi\text{cm}^3$

PHẦN II. Tự luận (8,0 điểm)

Câu 1. (1,5 điểm)

a) Chứng minh $\frac{8\sqrt{2} - \sqrt{32} - 4}{1 - \sqrt{2}} = -4$

b) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{2}{\sqrt{x} + 2} - \frac{1}{\sqrt{x} - 2} + \frac{7}{x - 4} \right) \cdot (\sqrt{x} - 1)$

Câu 2. (1,5 điểm) Cho phương trình $x^2 - mx + m - 5 = 0$ (1) (với m là tham số)

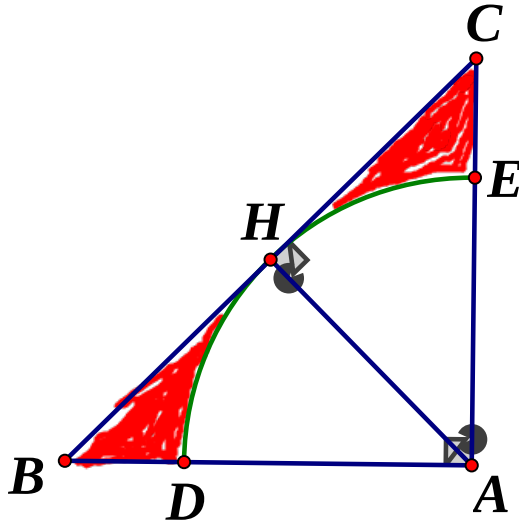
a) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm tất cả giá trị của m để $x_1 + 2x_2 = 1$

Câu 3. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y - 2 = 0 \\ 3x^2 - xy - 8 = 0 \end{cases}$

Câu 4. (3,0 điểm)

- 1) Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = AC = 4\text{cm}$. Kẻ đường cao AH của tam giác ABC và vẽ cung tròn $(A; AH)$ cắt AB, AC lần lượt tại D, E (hình vẽ bên). Tính diện tích phần tô đậm trong hình vẽ bên



- 2) Cho đường tròn (O) và điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Từ A kẻ các tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (O) (M, N là các tiếp điểm). Một đường thẳng đi qua A cắt đường tròn (O) tại hai điểm P, Q sao cho P nằm giữa A và Q , dây cung PQ không đi qua tâm O . Gọi I là trung điểm của đoạn PQ , J là giao điểm của hai đường thẳng AQ và MN . Chứng minh rằng :
- Năm điểm A, M, O, I, N cùng nằm trên một đường tròn và $\angle JIM = \angle JIN$
 - Tam giác AMP đồng dạng với tam giác AQM . Và $AP.AQ = AI.AJ$

Câu 5. (1,0 điểm)

- Giải phương trình : $x + 4 = \sqrt{x^2 + 9x + 19} - 2\sqrt{x + 3}$
 - Cho x, y, z là các số thực dương thay đổi. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức
- $$P = (x + y - z)(y + z - x)(z + x - y) - xyz$$

ĐÁP ÁN

I. Trắc nghiệm

1C 2B 3A 4C 5C 6A 7B 8D

II. Tự luận

Câu 1. (1,5 điểm)

c) Chứng minh $\frac{8\sqrt{2}-\sqrt{32}-4}{1-\sqrt{2}} = -4$

$$VT = \frac{8\sqrt{2}-\sqrt{32}-4}{1-\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}-4\sqrt{2}-4}{1-\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}-4}{1-\sqrt{2}} = \frac{-4 \cdot (1-\sqrt{2})}{1-\sqrt{2}} = -4 (đpcm)$$

d) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{2}{\sqrt{x}+2} - \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{7}{x-4} \right) \cdot (\sqrt{x}-1)$

$$\text{ĐKXĐ: } \begin{cases} x \geq 0 \\ \sqrt{x}-2 \neq 0 \\ x-4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 4 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} P &= \left(\frac{2}{\sqrt{x}+2} - \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{7}{x-4} \right) \cdot (\sqrt{x}-1) = \frac{2(\sqrt{x}-2) - (\sqrt{x}+2) + 7}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \cdot (\sqrt{x}-1) \\ &= \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{x-4} = \frac{x-1}{x-4} \end{aligned}$$

Câu 2. (1,5 điểm) Cho phương trình $x^2 - mx + m - 5 = 0$ (1) (với m là tham số)

c) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt

$$\text{Ta có: } \Delta = (-m)^2 - 4(m-5) = m^2 - 4m + 20 = (m-2)^2 + 16 > 0 (\forall m)$$

Do đó phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m

d) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm tất cả giá trị của m để

$$x_1 + 2x_2 = 1$$

$$\text{Thay hệ thức Vi-et, ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = m - 5 \end{cases}$$

Ta có $x_1 + 2x_2 = 1 \Rightarrow x_1 = 1 - 2x_2$

Thay $x_1 = 1 - 2x_2$ vào $x_1 + x_2 = m$, ta có : $1 - 2x_2 + x_2 = m \Leftrightarrow x_2 = 1 - m \Rightarrow x_1 = 2m - 1$

Thay $x_1; x_2$ vào $x_1 x_2 = m - 5$ ta có :

$$(2m - 1)(1 - m) = m - 5 \Leftrightarrow 3m - 2m^2 - 1 = m - 5$$

$$\Leftrightarrow 2m^2 - 2m - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$$

Câu 3. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x - y - 2 = 0 \\ 3x^2 - xy - 8 = 0 \end{cases}$$

Ta có :

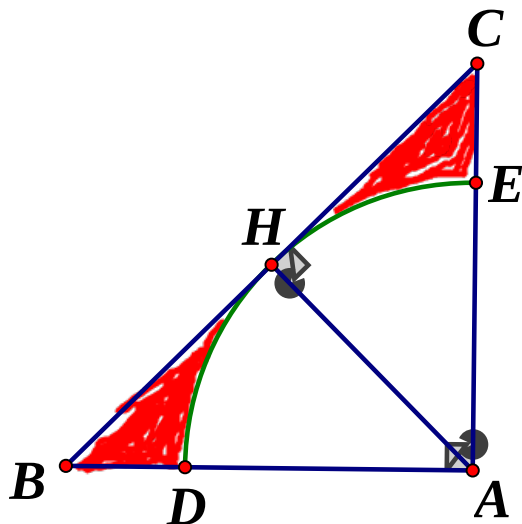
$$\begin{cases} 2x - y - 2 = 0 \\ 3x^2 - xy - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 2 \\ 3x^2 - x(2x - 2) - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 2 \\ x^2 + 2x - 8 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 2 \\ \begin{cases} x = 2 \\ x = -4 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 2 \\ x = -4 \end{cases} \\ \begin{cases} y = 2 \\ y = -10 \end{cases} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(2; 2), (-4; -10)$

Câu 4. (3,0 điểm)

3) Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = AC = 4cm$. Kẻ đường cao AH của tam giác ABC và vẽ cung tròn $(A; AH)$ cắt AB, AC lần lượt tại D, E (hình vẽ bên). Tính diện tích phần tô đậm trong hình vẽ bên



Diện tích tam giác ABC : $S_1 = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8 (cm^2)$

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông ABC ta có :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow BC^2 = 4^2 + 4^2 = 32 \Rightarrow BC = 4\sqrt{2} (cm)$$

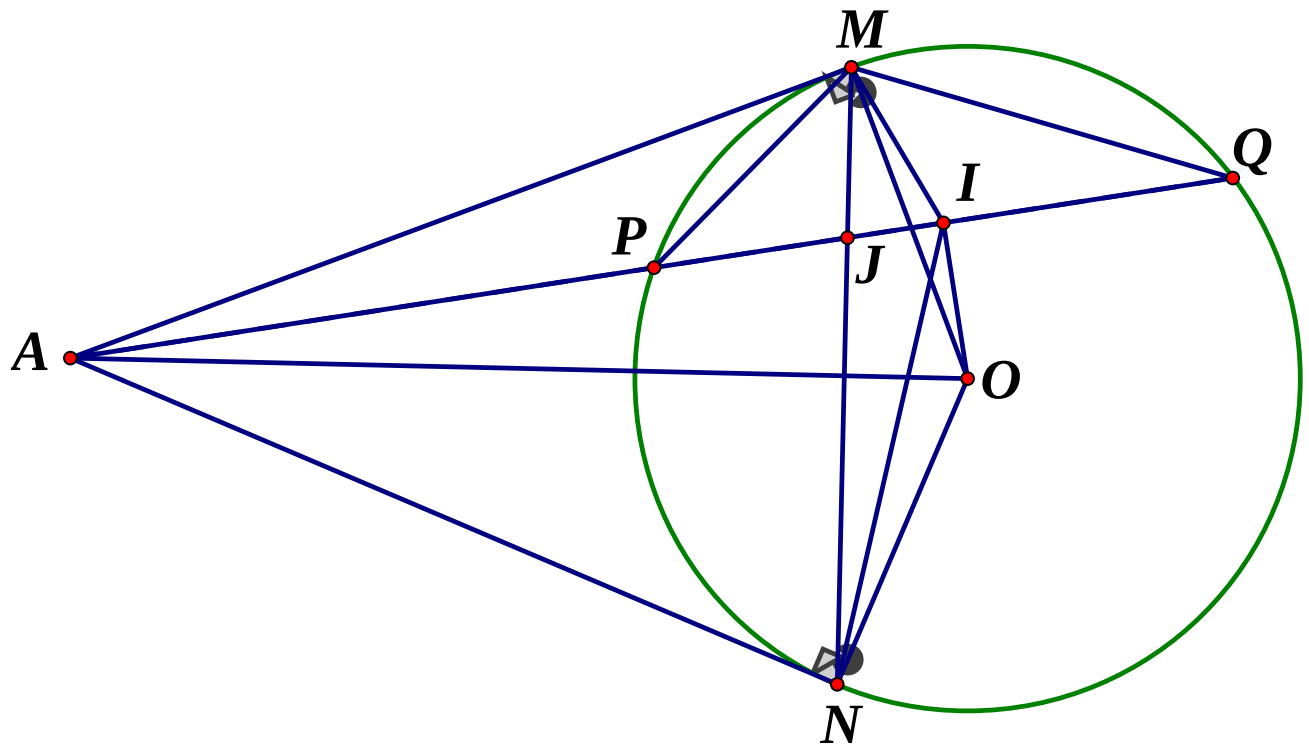
Mà AH là đường cao của tam giác cân ABC đồng thời là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền $BC \Rightarrow AH = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2} (cm)$

Diện tích hình quạt ADE bằng $\frac{1}{4}$ diện tích hình tròn tâm A , bán kính AH nên có diện

$$\text{tích là } S_2 = \frac{1}{4} \pi \cdot AH^2 = \frac{1}{4} \pi (2\sqrt{2})^2 = 2\pi (cm^2)$$

Vậy diện tích phần tô đậm là $S = S_1 - S_2 = 8 - 2\pi (cm^2)$

4) Cho đường tròn (O) và điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Từ A kẻ các tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (O) (M, N là các tiếp điểm). Một đường thẳng đi qua A cắt đường tròn (O) tại hai điểm P, Q sao cho P nằm giữa A và Q , dây cung PQ không đi qua tâm O . Gọi I là trung điểm của đoạn PQ , J là giao điểm của hai đường thẳng AQ và MN . Chứng minh rằng :



c) Năm điểm A, M, O, I, N cùng nằm trên một đường tròn và $\angle JIM = \angle JIN$

• Năm điểm A, M, O, I, N cùng nằm trên một đường tròn

Xét đường tròn (O) có I là trung điểm của dây cung PQ (dây PQ không đi qua tâm O)

$$\Rightarrow OI \perp PQ \Rightarrow \angle PIO = 90^\circ \Rightarrow \angle AIO = 90^\circ$$

$\Rightarrow \triangle AIO$ vuông tại $I \Rightarrow I$ thuộc đường tròn đường kính AO

AM là tiếp tuyến của $(O) \Rightarrow \angle AMO = 90^\circ$ (tính chất tiếp tuyến của đường tròn)

$\Rightarrow \triangle AMO$ vuông tại $M \Rightarrow M$ thuộc đường tròn đường kính AO

Cmtt suy ra N thuộc đường tròn đường kính AO

Vậy 5 điểm A, M, O, I, N cùng nằm trên một đường tròn đường kính AO

• $\angle JIM = \angle JIN$

AM, AN là tiếp tuyến của đường tròn (O) $\Rightarrow OA$ là phân giác của $\angle MON$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow \angle AOM = \angle AON$. Ta có :

$\angle AOM = \angle AIM$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AM)

$\angle AON = \angle AIN$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AN) mà $\angle AOM = \angle AON$ (cmt)

$\Rightarrow \angle AIM = \angle AIN \Rightarrow \angle JIM = \angle JIN$ (dpcm)

d) Tam giác AMP đồng dạng với tam giác AQM . Và $AP.AQ = AI.AJ$

Xét (O) có : $\angle MQP = \angle AMP$ (cùng chắn cung PM) $\Rightarrow \angle MQA = \angle AMP$

Xét $\triangle AMP$ và $\triangle AQM$ có :

$\angle MAQ$ chung, $\angle AMP = \angle MQA \Rightarrow \triangle AMP \sim \triangle AQM$ (g.g)

$\Rightarrow \frac{AP}{AM} = \frac{AQ}{AM}$ (hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ) $\Rightarrow AP.AQ = AM^2$ (1)

Ta có : $\angle AMN = \angle AIN$ (cùng chắn cung AN) $\Rightarrow \angle AMJ = \angle JIN$

Mà $\angle JIM = \angle JIN$ (cmt) $\Rightarrow \angle AMJ = \angle JIM$ (do $\angle JIM = \angle JIN - \text{cmt}$) $\Rightarrow \angle AMJ = \angle AIM$

Xét $\triangle AMJ$ và $\triangle AIM$ có :

$\angle MAI$ chung, $\angle AMJ = \angle AIM$ (cmt) $\Rightarrow \triangle AMJ \sim \triangle AIM$ (g.g)

$\Rightarrow \frac{AM}{AI} = \frac{AJ}{AM}$ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ) $\Rightarrow AI.AJ = AM^2$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AP.AQ = AI.AJ$ (dpcm)

Câu 5. (1,0 điểm)

c) Giải phương trình : $x + 4 = \sqrt{x^2 + 9x + 19} - 2\sqrt{x + 3}$

ĐKXD: $x \geq -3$

$$x + 4 = \sqrt{x^2 + 9x + 19} - 2\sqrt{x + 3}$$

$$\Leftrightarrow x + 3 + 2\sqrt{x + 3} + 1 = \sqrt{x^2 + 6x + 9 + 3x + 10}$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x + 3} + 1)^2 = \sqrt{(x + 3)^2 + 3(x + 3) + 1}$$

Đặt $x + 3 = t$ ($t \geq 0$), khi đó phương trình trở thành :

$$(\sqrt{t}+1)^2 = \sqrt{t^2+3t+1} \Leftrightarrow \left[(\sqrt{t}+1)^2 \right]^2 = t^2+3t+1$$

$$\Leftrightarrow t^2+4t+1+4t\sqrt{t}+2t+4\sqrt{t}=t^2+3t+1$$

$$\Leftrightarrow t^2+4t+1+4t\sqrt{t}+2t+4\sqrt{t}-t^2-3t-1=0$$

$$\Leftrightarrow 4t\sqrt{t}+3t+4\sqrt{t}=0 \Leftrightarrow \sqrt{t}(4t+3\sqrt{t}+4)=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ 4t+3\sqrt{t}+4=0(VN) \end{cases} \Rightarrow \sqrt{x+3}=0 \Leftrightarrow x=-3(tmdk)$$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x=-3$

d) Cho x, y, z là các số thực dương thay đổi. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P=(x+y-z)(y+z-x)(z+x-y)-xyz$$

$$\text{Ta xét } A=(x+y-z)(y+z-x)(z+x-y)$$

$$\text{Nhận thấy } x+y-z+y+z-x+z+x-y=x+y+z \geq 0$$

TH1: A có 2 thừa số dương, 1 thừa số âm

$$\text{Khi đó } A < 0 \Rightarrow A - xyz < 0 \text{ (do } x, y, z > 0) \Rightarrow \text{Max } P < 0$$

TH2: A có 2 thừa số âm, 1 thừa số dương (điều này vô lý) vì tổng của 2 thừa số bất kỳ luôn ≥ 0

Th3: A có 3 thừa số đều không âm

Sử dụng bất đẳng thức Cauchy ta có :

$$(x+y-z)(y+z-x) \leq \left(\frac{x+y-z+y+z-x}{2} \right)^2 = y^2$$

$$(y+z-x)(z+x-y) \leq \left(\frac{y+z-x+z+x-y}{2} \right)^2 = z^2$$

$$(z+x-y)(x+y-z) \leq \left(\frac{z+x-y+x+y-z}{2} \right)^2 = x^2$$

Nhân vế với vế của ba bất đẳng thức trên ta được :

$$\left[(x+y-z)(y+z-x)(z+x-y) \right]^2 \leq x^2 y^2 z^2$$

$$\Leftrightarrow (x+y-z)(y+z-x)(z+x-y) \leq xyz$$

$$\Leftrightarrow (x+y-z)(y+z-x)(z+x-y) - xyz \leq 0$$

Dấu bằng xảy ra khi $x=y=z$. Vậy GTLN của $P=0 \Leftrightarrow x=y=z$

Câu 1. (2,0 điểm)

- 1) Tìm điều kiện xác định của biểu thức $A = \frac{2x-1}{\sqrt{3x-1}+2}$
- 2) Tìm tọa độ điểm M là giao điểm của đường thẳng $y = 2x + 4$ với trục Ox
- 3) Biết hình tròn có chu vi là $8\pi cm$. Tính diện tích hình tròn đó
- 4) Cho hình trụ có chiều cao bằng $4cm$, diện tích một đáy bằng $36\pi cm^2$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đó

Câu 2. (1,5 điểm)

Cho biểu thức $P = \left(\frac{3-\sqrt{x}}{1-x} - \frac{\sqrt{x}+3}{x+2\sqrt{x}+1} \right) : \frac{4}{x^2-2x+1}$ (với $x \geq 0$ và $x \neq 1$)

- 1) Rút gọn biểu thức P
- 2) Tìm x sao cho $P + 6 = 0$

Câu 3. (2,5 điểm)

- 1) Cho phương trình $x^2 - (m+2)x + m + 1 = 0$ (1) (với m là tham số)
 - a) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt
 - b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình (1). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để x_1, x_2 là độ dài hai cạnh của một tam giác vuông cân
- 2) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x + y + 2\sqrt{y(2x-1)} = 10 \\ y - \sqrt{y} + \sqrt{2x-1} = 6 \end{cases}$$

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn tâm O. Tiếp tuyến tại A của (O) cắt đường thẳng BC tại M. Gọi I là trung điểm của BC, D là điểm đối xứng với A qua OM, giao điểm của AD và OM là H

- 1) Chứng minh tứ giác MAOI nội tiếp và $MD^2 = MB.MC$
- 2) Giả sử tiếp tuyến tại B của đường tròn (O) cắt OI tại F. Chứng minh MD là tiếp tuyến của đường tròn (O) và ba điểm A, D, F thẳng hàng
- 3) Kẻ đường kính DK của đường tròn (O). Gọi N là hình chiếu của A trên DK. Đường thẳng MK cắt AN tại E. Chứng minh rằng E là trung điểm của AN

Câu 5. (1,0 điểm)

- 1) Giải phương trình: $x^2 - 3x - 1 = 3x\sqrt{x}(\sqrt{1-x} - 1)^2$
- 2) Xét hai số thực x, y thay đổi luôn thỏa mãn điều kiện $x + y \geq 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4\sqrt{2(x^4 + y^4)} + \frac{8}{x+y} + 1$

ĐÁP ÁN

Câu 1. (2,0 điểm)

1) Tìm điều kiện xác định của biểu thức $A = \frac{2x-1}{\sqrt{3x-1}+2}$

$$\text{Điều kiện xác định } \begin{cases} 3x-1 \geq 0 \\ \sqrt{3x-1}+2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{3} \\ \sqrt{3x-1}+2 \neq 0 \end{cases} \quad (*)$$

$$\text{Vì } x \geq \frac{1}{3} \Rightarrow \sqrt{3x-1}+2 > 0, \text{ khi đó } (*) \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{3}$$

$$\text{Vậy điều kiện xác định của biểu thức } A = \frac{2x-1}{\sqrt{3x-1}+2} \text{ là } x \geq \frac{1}{3}$$

2) Tìm tọa độ điểm M là giao điểm của đường thẳng $y = 2x + 4$ với trục Ox
Xét phương trình hoành độ giao điểm của $y = 2x + 4$ với trục Ox, ta có :

$$2x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = -2$$

Vậy tọa độ giao điểm M (-2; 0)

3) Biết hình tròn có chu vi là 8π cm. Tính diện tích hình tròn đó

Gọi $R (R > 0)$ là bán kính của hình tròn

Chu vi của hình tròn là 8π cm nên ta có $2\pi R = 8\pi \Leftrightarrow R = 4(\text{cm})$

Diện tích hình tròn là $\pi R^2 = \pi \cdot 4^2 = 16\pi (\text{cm}^2)$

4) Cho hình trụ có chiều cao bằng 4cm, diện tích một đáy bằng $36\pi \text{cm}^2$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đó

Gọi bán kính đáy của hình trụ là $R (R > 0)$ ta có :

$$\pi R^2 = 36\pi \Leftrightarrow R^2 = 36 \Leftrightarrow R = 6 (\text{cm})$$

Hình trụ có chiều cao $h = 4(\text{cm})$

Diện tích xung quanh của hình trụ là

$$S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi \cdot 6 \cdot 4 = 48\pi (\text{cm}^2)$$

Câu 2. (1,5 điểm)

Cho biểu thức $P = \left(\frac{3-\sqrt{x}}{1-x} - \frac{\sqrt{x}+3}{x+2\sqrt{x}+1} \right) : \frac{4}{x^2-2x+1}$ (với $x \geq 0$ và $x \neq 1$)

1) Rút gọn biểu thức P

Với $x \geq 0$ và $x \neq 1$ ta có :

$$P = \left(\frac{3 - \sqrt{x}}{1 - x} - \frac{\sqrt{x} + 3}{x + 2\sqrt{x} + 1} \right) : \frac{4}{x^2 - 2x + 1}$$

$$P = \left[\frac{\sqrt{x} - 3}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} - \frac{\sqrt{x} + 3}{(\sqrt{x} + 1)^2} \right] : \frac{4}{(x - 1)^2}$$

$$P = \frac{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 1) - (\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)^2} : \frac{4}{(x - 1)^2}$$

$$P = \frac{x - 2\sqrt{x} - 3 - x - 2\sqrt{x} + 3}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)^2} \cdot \frac{(\sqrt{x} - 1)^2 \cdot (\sqrt{x} + 1)^2}{4}$$

$$P = -\sqrt{x} \cdot (\sqrt{x} - 1) = -x + \sqrt{x}$$

Vậy $P = -x + \sqrt{x}$

2) Tìm x sao cho $P + 6 = 0$

Ta có $P + 6 = 0 \Leftrightarrow -x + \sqrt{x} + 6 = 0$

Đặt $t = \sqrt{x} (t \geq 0, t \neq 1)$, phương trình trở thành : $-t^2 + t + 6 = 0$

Ta có : $\Delta = 1^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 6 = 25 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt :

$$\begin{cases} t_1 = \frac{-1 + \sqrt{25}}{2 \cdot (-1)} = -2 (ktm) \\ t_2 = \frac{-1 - \sqrt{25}}{2 \cdot (-1)} = 3 (tm) \end{cases}$$

Với $t = 3 \Rightarrow \sqrt{x} = 3 \Leftrightarrow x = 9 (tm)$

Vậy $x = 9$

Câu 3. (2,5 điểm)

1) Cho phương trình $x^2 - (m + 2)x + m + 1 = 0$ (1) (với m là tham số)

a) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

Ta có :

$$\Delta = (m + 2)^2 - 4(m + 1) = m^2 + 4m + 4 - 4m - 4 = m^2$$

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 0$

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình (1). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để x_1, x_2 là độ dài hai cạnh của một tam giác vuông cân

Vì x_1, x_2 là độ dài hai cạnh của một tam giác vuông cân mà $x_1 \neq x_2$ nên giả sử x_1 là cạnh góc vuông thì x_2 là cạnh huyền

$$\text{Ta có : } \begin{cases} \Delta > 0 \\ S = x_1 + x_2 = m + 2 > 0 \\ P = x_1 x_2 = m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m > -2 \\ m > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m > -1 \end{cases}$$

Ta có : $\sin 45^\circ = \frac{x_1}{x_2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x_2 = \sqrt{2}x_1$. Khi đó ta có :

$$\begin{cases} x_1 + \sqrt{2}x_1 = m + 2 (*) \\ x_1 \cdot \sqrt{2}x_1 = m + 1 \end{cases} \Rightarrow x_1 + \sqrt{2}x_1 = x_1 \cdot \sqrt{2}x_1 + 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{2}x_1^2 - (1 + \sqrt{2})x_1 + 1 = 0$$

$$\text{Ta có : } \Delta = (1 + \sqrt{2})^2 - 4\sqrt{2} = 3 - 2\sqrt{2} = (\sqrt{2} - 1)^2 > 0$$

$$\Rightarrow \text{Phương trình có hai nghiệm phân biệt} \begin{cases} x_1 = \frac{1 + \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ x_2 = \frac{1 + \sqrt{2} - 1 + \sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = 1 \end{cases}$$

$$\text{Thay vào } (*) \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} + 1 = m + 2 \Leftrightarrow m = \frac{1}{\sqrt{2}} - 1 = \frac{1 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{-2 + \sqrt{2}}{2} (tm)$$

$$\text{Vậy } m = \frac{-2 + \sqrt{2}}{2}$$

$$\mathbf{2) \text{ Giải hệ phương trình } \begin{cases} 2x + y + 2\sqrt{y(2x-1)} = 10 (1) \\ y - \sqrt{y} + \sqrt{2x-1} = 6 \end{cases} \quad (2)}$$

$$\text{ĐKXĐ: } \begin{cases} y(2x-1) \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 0 \\ x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

Xét phương trình (1), ta có :

$$2x + y + 2\sqrt{y(2x-1)} = 10$$

$$\Leftrightarrow 2x - 1 + 2\sqrt{y(2x-1)} + y = 9$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{2x-1} + \sqrt{y})^2 = 9$$

$$\Rightarrow \sqrt{2x-1} + \sqrt{y} = 3 (**) (do \sqrt{2x-1} + \sqrt{y} > 0)$$

Từ (**) và (2) ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} \sqrt{2x-1} + \sqrt{y} = 3 \\ y - \sqrt{y} + \sqrt{2x-1} = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2x-1} = 3 - \sqrt{y} \\ y - \sqrt{y} + 3 - \sqrt{y} = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2x-1} = 3 - \sqrt{y} \\ y - 2\sqrt{y} - 3 = 0 (3) \end{cases}$$

$$\text{Giải phương trình (3): } y - 2\sqrt{y} - 3 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{y} = 3 \Rightarrow y = 9 (tm)$$

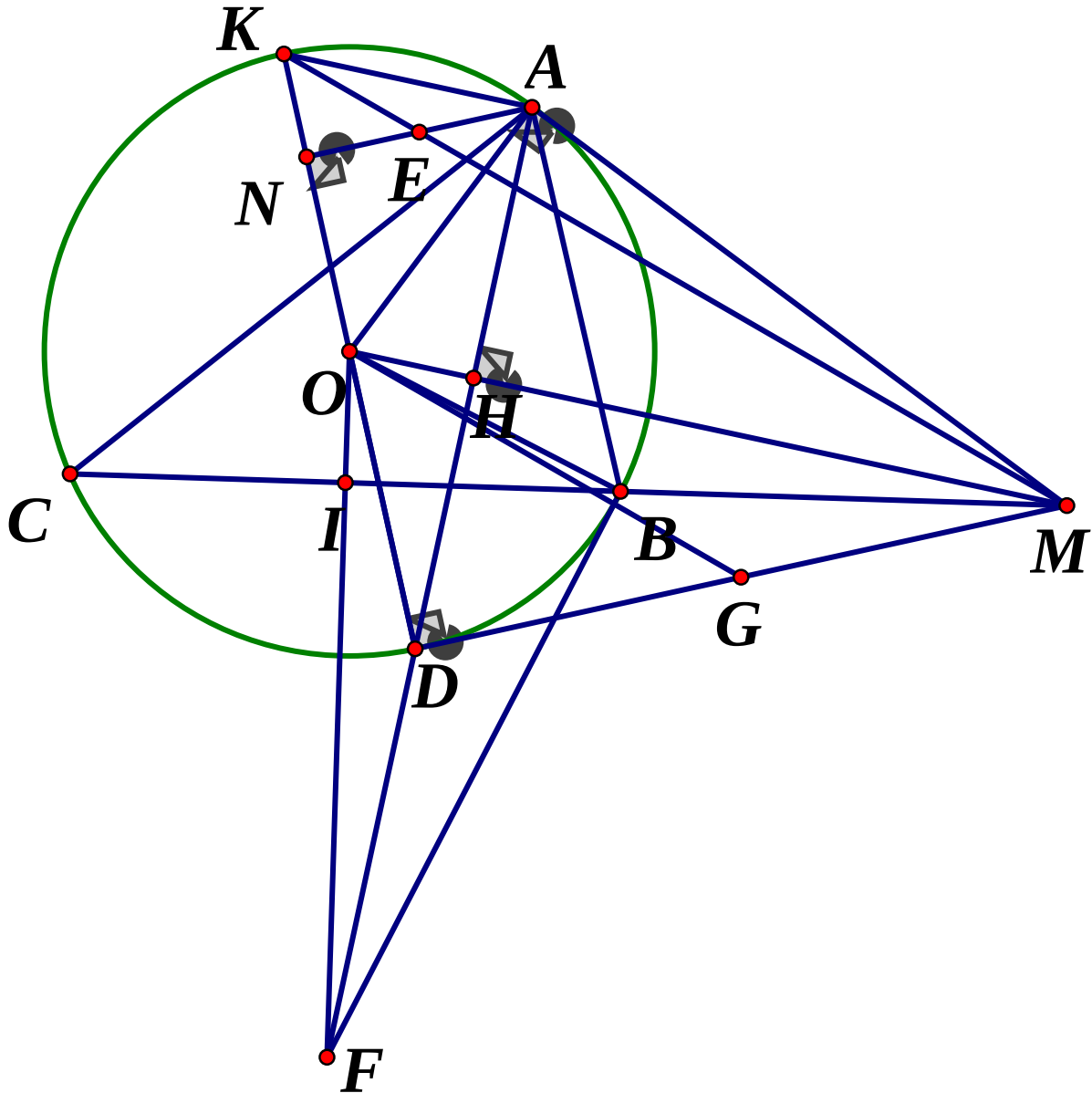
Thay $y = 9$ vào phương trình (**) ta được :

$$\sqrt{2x-1} + \sqrt{9} = 3 \Leftrightarrow \sqrt{2x-1} = 0 \Rightarrow 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} (tm)$$

$$\text{Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất } (x; y) = \left(\frac{1}{2}; 9\right)$$

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn tâm O . Tiếp tuyến tại A của (O) cắt đường thẳng BC tại M . Gọi I là trung điểm của BC , D là điểm đối xứng với A qua OM , giao điểm của AD và OM là H



1) Chứng minh tứ giác $MAOI$ nội tiếp và $MD^2 = MB.MC$

***Tứ giác $MAOI$ nội tiếp**

Ta có $\angle OAM = 90^\circ$ (do AM là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $AM \perp OA$)

Do I là trung điểm của BC nên $OI \perp BC$ (liên hệ giữa đường kính dây cung)

$\Rightarrow \angle OIC = \angle OIM = 90^\circ$

Khi đó $\angle OAM + \angle OIM = 180^\circ$ mà $\angle OAM$ và $\angle OIM$ là hai góc đối nhau của tứ giác $MAOI$. Suy ra tứ giác $MAOI$ nội tiếp đường tròn (dấu hiệu nhận biết)

*** $MD^2 = MB.MC$**

Xét $\triangle AOH$ và $\triangle DOH$ ta có :

OH là cạnh chung, $AH = HD$ (do D đối xứng với A qua OM)

$\angle AHO = \angle DHO = 90^\circ$ (do D đối xứng với A qua OM)

$$\Rightarrow \Delta AOH = \Delta DOH (c.g.c) \Rightarrow OA = OD \text{ (2 cạnh tương ứng)}$$

$$\Rightarrow OD = R \text{ là bán kính đường tròn } (O) \Rightarrow D \in (O)$$

$$\text{Ta lại có } \Delta AOH = \Delta DOH (cmt) \Rightarrow \angle OAH = \angle DOH \text{ (2 góc tương ứng)}$$

$$\text{Hay } \angle AOM = \angle DOM$$

Xét ΔOAM và ΔODM có

$$OA = OD = R (cmt); \angle AOM = \angle DOM (cmt); OM \text{ chung}$$

$$\Rightarrow \Delta OAM = \Delta ODM (c.g.c) \Rightarrow \angle ODM = \angle OAM = 90^\circ$$

$$\text{Ta lại có } \Delta AOH = \Delta DOH (cmt) \Rightarrow \angle OAH = \angle DOH \text{ (2 góc tương ứng) hay } \angle AOM = \angle DOM$$

$$\Rightarrow \angle ODM = \angle OAM = 90^\circ \Rightarrow MD \perp OD \Rightarrow MD \text{ là tiếp tuyến của } (O) \text{ tại } D$$

$$\Rightarrow \angle MDB = \angle MCD \text{ (cùng chắn cung BD)}$$

Xét tam giác MDC và MBD ta có :

$$\angle CMD \text{ chung, } \angle MDB = \angle MCD (cmt) \Rightarrow \Delta MDC \sim \Delta MBD (g.g)$$

$$\Rightarrow \frac{MD}{MB} = \frac{MC}{MD} \text{ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)} \Rightarrow MD^2 = MB.MC (dfcm)$$

2) Giả sử tiếp tuyến tại B của đường tròn (O) cắt OI tại F. Chứng minh MD là tiếp tuyến của đường tròn (O) và ba điểm A, D, F thẳng hàng

MD là tiếp tuyến (đã cm ý 1)

***Ba điểm A, D, F thẳng hàng**

Trong tam giác OAM vuông tại A, đường cao OH ta có $OA^2 = OH.OM$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

Trong tam giác OBF vuông tại B, đường cao BI, ta có : $OB^2 = OI.OF$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

$$\text{Suy ra } OH.OM = OI.OF \Rightarrow \frac{OH}{OI} = \frac{OF}{OM}$$

Xét ΔOMI và ΔOFH ta có :

$$\frac{OH}{OI} = \frac{OF}{OM} (cmt); \angle IOH \text{ chung} \Rightarrow \Delta OMI \sim \Delta OFH (c.g.c)$$

$$\Rightarrow \angle OHF = \angle OIM = 90^\circ \text{ mà } \angle OHD = 90^\circ \text{ nên } H, D, F \text{ thẳng hàng hay } A, D, F \text{ thẳng hàng (đpcm)}$$

3) Kẻ đường kính DK của đường tròn (O). Gọi N là hình chiếu của A trên DK. Đường thẳng MK cắt AN tại E. Chứng minh rằng E là trung điểm của AN

Gọi G là trung điểm của MD

Vì O là trung điểm DK $\Rightarrow OG$ là đường trung bình $\Delta MDK \Rightarrow OG \parallel MK$

Xét ΔKEN và ΔOGD có :

$$\angle KNE = \angle ODG = 90^\circ, \angle EKN = \angle GOD \text{ (hai góc đồng vị do } OG \parallel MK)$$

$$\Rightarrow \Delta KEN \sim \Delta OGD (g.g) \Rightarrow \frac{EN}{GD} = \frac{KN}{OD} (1) \text{ (hai cạnh tương ứng)}$$

Xét ΔAKN và ΔMOD có :

$$\angle ANK = \angle MDO = 90^\circ, \angle AKN = \angle MOD \left(= \frac{1}{2} \widehat{sd AD} \right)$$

$$\text{Suy ra } \Delta AKN \sim \Delta MOD (g.g) \Rightarrow \frac{AN}{MD} = \frac{KN}{OD} (2) \text{ (hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)}$$

$$\text{Từ (1), (2)} \Rightarrow \frac{EN}{GD} = \frac{AN}{MD} \Rightarrow \frac{EN}{AN} = \frac{GD}{MD}$$

$$\text{Lại có } \frac{GD}{MD} = \frac{1}{2} \text{ (do G là trung điểm của MD)} \Rightarrow \frac{EN}{AN} = \frac{1}{2}$$

Vậy E là trung điểm của AN (đpcm)

Câu 5. (1,0 điểm)

1) Giải phương trình: $x^2 - 3x - 1 = 3x\sqrt{x}(\sqrt{1-x} - 1)^2$

Điều kiện xác định $0 \leq x \leq 1$. Với $0 \leq x \leq 1$ thì

$$0 \leq \sqrt{1-x} \leq 1 \Leftrightarrow 1-x \leq \sqrt{1-x} \Leftrightarrow \sqrt{1-x} - 1 \geq -x$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{1-x} - 1)^3 \geq -x^3 \Leftrightarrow 3x\sqrt{x}(\sqrt{1-x} - 1)^3 \geq -3x^4\sqrt{x}$$

Vì $0 \leq \sqrt{x} \leq 1 \Rightarrow -3x^4\sqrt{x} \geq -3x^4$ (nhân cả hai vế với $-3x^4 \leq 0$)

$$\text{Suy ra } x^3 - 3x - 1 = 3x\sqrt{x}(\sqrt{1-x} - 1)^3 \geq -3x^4 \Rightarrow x^3 - 3x - 1 + 3x^4 \geq 0$$

$$\Rightarrow x^3 - 3x - 1 + 3x^4 \geq 0 \Rightarrow (x-1)(3x^3 + 4x^2 + 4x + 1) \geq 0$$

Lại có $(3x^3 + 4x^2 + 4x + 1) > 0$ với mọi $x \geq 0 \Rightarrow x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$

Mà $x \leq 1$ (DKXD) $\Rightarrow x = 1$

Thử lại $x = 1$ thỏa mãn

Vậy $x = 1$ là nghiệm duy nhất của phương trình.

2) Xét hai số thực x, y thay đổi luôn thỏa mãn điều kiện $x + y \geq 2$. Tìm giá trị nhỏ

nhất của biểu thức $P = 4\sqrt{2(x^4 + y^4)} + \frac{8}{x+y} + 1$

Áp dụng bất đẳng thức $a^2 + b^2 \geq \frac{(a+b)^2}{2}$ (*), ta có :

$$x^4 + y^4 = (x^2)^2 + (y^2)^2 \geq \frac{(x^2 + y^2)^2}{2}$$

Tiếp tục sử dụng bất đẳng thức (*), ta có : $x^2 + y^2 \geq \frac{(x+y)^2}{2}$. Suy ra

$$2(x^4 + y^4) \geq (x^2 + y^2)^2 \geq \frac{(x+y)^4}{4}$$

$$\Rightarrow P \geq 2(x+y)^2 + \frac{8}{x+y} + 1 = 2\left[(x+y)^2 + 4\right] + \frac{8}{x+y} - 7$$

Áp dụng bất AM-GM ta có $(x+y)^2 + 4 \geq 4(x+y) \Rightarrow P \geq 8(x+y) + \frac{8}{x+y} - 7$

Áp dụng bất AM-GM ta có $2(x+y) + \frac{8}{x+y} \geq 2\sqrt{16} = 8$

$$\Rightarrow P \geq \left[2(x+y) + \frac{8}{x+y}\right] + 6(x+y) - 7 \geq 8 + 6.2 - 7 = 13$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 13, dấu bằng xảy ra khi $x = y = 1$

Câu 1. (2,0 điểm)

- 1) Tìm điều kiện xác định của biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x-1}}{x^2+2}$
- 2) Tìm tọa độ điểm M là giao điểm của đường thẳng $y = 2x + 4$ với trục Ox
- 3) Biết hình tròn có chu vi là $4\pi cm$. Tính diện tích hình tròn đó
- 4) Cho khối trụ có chiều cao bằng $4cm$ và bán kính đáy bằng $6cm$. Tính thể tích của khối trụ đó

Câu 2. (1,5 điểm)

Cho biểu thức $P = \left(\frac{3-\sqrt{x}}{1-x} - \frac{\sqrt{x}+3}{x+2\sqrt{x}+1} \right) : \frac{4}{x^2-2x+1}$ (với $x \geq 0, x \neq 1$)

- 1) Rút gọn biểu thức P
- 2) Tìm x sao cho $P + x = 2$

Câu 3. (2,5 điểm)

- 1) Cho phương trình $x^2 - (m+2)x + m + 1 = 0$ (1) (với m là tham số)
 - a) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt
 - b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình (1). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để $x_1^2 + x_2^2 = 10$

2) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x = 2xy - y \\ 3x + y = 2(xy - y + 2) \end{cases}$$

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn tâm O. Tiếp tuyến tại A của (O) cắt đường thẳng BC tại M. Gọi I là trung điểm của BC và D là điểm đối xứng với A qua OM, giao điểm của AD và OM là H

- 1) Chứng minh tứ giác MAOI nội tiếp và $MD^2 = MB.MC$
- 2) Giả sử tiếp tuyến tại B của đường tròn (O) cắt OI tại F. Chứng minh tam giác OMI và tam giác OFH đồng dạng, từ đó suy ra ba điểm A, D, F thẳng hàng
- 3) Chứng minh rằng tứ giác BHOC nội tiếp và $HB.MC = MB.HC$

Câu 5. (1,0 điểm)

- 1) Giải phương trình $x + \sqrt{x+3} + \sqrt{x-1} = 3 - \sqrt{x^2+2x-3}$
- 2) Xét hai số thực x, y thay đổi luôn thỏa mãn điều kiện $x + y \geq 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4\sqrt{2(x^2+y^2)} + \frac{8}{x+y} + 1$

ĐÁP ÁN

Câu 1. (2,0 điểm)

1) Tìm điều kiện xác định của biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x-1}}{x^2+2}$

$$\text{ĐKXĐ: } \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x^2+2 \neq 0 \end{cases} (*)$$

Vì $x^2+2 > 0 (\forall x) \Rightarrow x^2+2 \neq 0$ luôn đúng

Do đó, $(*) \Leftrightarrow x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$

Vậy điều kiện xác định của biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x-1}}{x^2+2}$ là $x \geq 1$

2) Tìm tọa độ điểm M là giao điểm của đường thẳng $y = 2x + 4$ với trục Ox

Xét phương trình hoành độ giao điểm của $y = 2x + 4$ với trục Ox, ta có :

$$2x + 4 = 0 \Leftrightarrow 2x = -4 \Leftrightarrow x = -2$$

Vậy tọa độ giao điểm M (-2;0)

3) Biết hình tròn có chu vi là $4\pi\text{cm}$. Tính diện tích hình tròn đó

Gọi $R (R > 0)$ là bán kính của hình tròn

Vì hình tròn có chu vi $4\pi\text{cm}$ nên $4\pi = 2\pi R \Leftrightarrow R = 2(\text{cm})$

Diện tích của hình tròn là $S = \pi R^2 = \pi \cdot 2^2 = 4\pi (\text{cm}^2)$

4) Cho khối trụ có chiều cao bằng 4cm và bán kính đáy bằng 6cm . Tính thể tích của khối trụ đó

Thể tích khối trụ là $V = \pi R^2 h = \pi \cdot 6^2 \cdot 4 = 144\pi (\text{cm}^3)$

Câu 2. (1,5 điểm)

Cho biểu thức $P = \left(\frac{3-\sqrt{x}}{1-x} - \frac{\sqrt{x}+3}{x+2\sqrt{x}+1} \right) : \frac{4}{x^2-2x+1}$ (với $x \geq 0, x \neq 1$)

1) Rút gọn biểu thức P

$$\begin{aligned} P &= \left(\frac{3-\sqrt{x}}{1-x} - \frac{\sqrt{x}+3}{x+2\sqrt{x}+1} \right) : \frac{4}{x^2-2x+1} = \left[\frac{3-\sqrt{x}}{(1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x})} - \frac{\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}+1)^2} \right] : \frac{4}{(x-1)^2} \\ &= \left[\frac{(3-\sqrt{x})(\sqrt{x}+1)}{(1-\sqrt{x})(\sqrt{x}+1)^2} - \frac{(\sqrt{x}+3)(1-\sqrt{x})}{(\sqrt{x}+1)^2(1-\sqrt{x})} \right] \cdot \frac{(\sqrt{x}-1)^2(\sqrt{x}+1)^2}{4} \\ &= \left(\frac{3\sqrt{x}+3-x-\sqrt{x}-\sqrt{x}+x-3+3\sqrt{x}}{(1-\sqrt{x})(\sqrt{x}+1)^2} \right) \cdot \frac{(\sqrt{x}-1)^2(\sqrt{x}+1)^2}{4} = \frac{4\sqrt{x}}{(1-\sqrt{x})(\sqrt{x}+1)^2} \cdot \frac{(\sqrt{x}-1)^2(\sqrt{x}+1)^2}{4} \\ &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{-1} = -x + \sqrt{x} \end{aligned}$$

Vậy $P = -x + \sqrt{x}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

2) Tìm x sao cho $P + x = 2$

Ta có : $P + x = 2$

$$\Leftrightarrow -x + \sqrt{x} + x = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4(\text{tmdk})$$

Vậy $x = 4$

Câu 3. (2,5 điểm)

1) Cho phương trình $x^2 - (m+2)x + m+1 = 0(1)$ (với m là tham số)

a) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$$\text{Ta có : } \Delta = (m+2)^2 - 4(m+1) = m^2 + 4m + 4 - 4m - 4 = m^2$$

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 0$

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình (1). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để $x_1^2 + x_2^2 = 10$

Với $m \neq 0$, phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

Theo hệ thức Vi-et, ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = m+2 \\ x_1 x_2 = m+1 \end{cases}$. Theo giả thiết :

$$x_1^2 + x_2^2 = 10 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 10$$

$$\Leftrightarrow (m+2)^2 - 2(m+1) - 10 = 0 \Leftrightarrow m^2 + 4m + 4 - 2m - 2 - 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 2m - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2(tm) \\ m = -4(tm) \end{cases}$$

Vậy $m \in \{-4; 2\}$

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x = 2xy - y \\ 3x + y = 2(xy - y + 2) \end{cases}$

$$\begin{cases} x = 2xy - y \\ 3x + y = 2(xy - y + 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2xy = x + y & (1) \\ 3x + y = 2xy - 2y + 4 & (2) \end{cases}$$

Thay (1) vào (2), ta được :

$$3x + y = x + y - 2y + 4 \Leftrightarrow 2x + 2y = 4$$

$$\Leftrightarrow x + y = 2 \Rightarrow x = 2 - y$$

Thay $x = 2 - y$ vào (1) ta được :

$$2(2 - y)y = 2 - y + y \Leftrightarrow (2 - y)y = 1$$

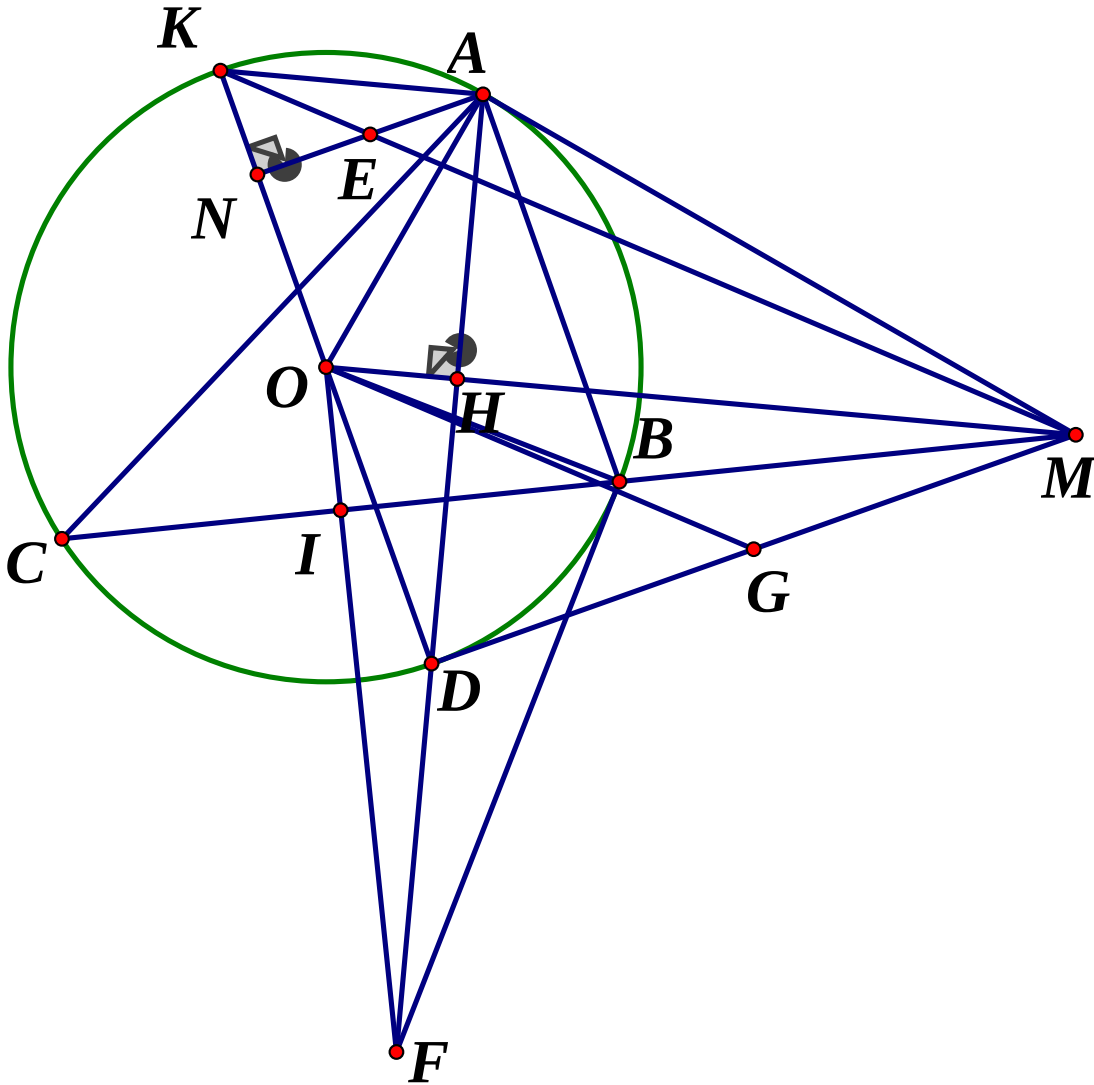
$$\Leftrightarrow 2y - y^2 = 1 \Leftrightarrow y^2 - 2y + 1 = 0 \Leftrightarrow (y - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow y = 1$$

Với $y = 1 \Rightarrow x = 2 - 1 = 1$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; 1)$

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn tâm O. Tiếp tuyến tại A của (O) cắt đường thẳng BC tại M. Gọi I là trung điểm của BC và D là điểm đối xứng với A qua OM, giao điểm của AD và OM là H



1) Chứng minh tứ giác $MAOI$ nội tiếp và $MD^2 = MB.MC$

***Tứ giác $MAOI$ nội tiếp**

Ta có $\angle OAM = 90^\circ$ (do AM là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $AM \perp OA$)

Do I là trung điểm của BC nên $OI \perp BC$ (liên hệ giữa đường kính – dây cung)

$\Rightarrow \angle OIC = \angle OIM = 90^\circ$

Khi đó, $\angle OAM + \angle OIM = 180^\circ$ mà $\angle OAM$ và $\angle OIM$ là hai góc đối nhau của tứ giác $MAOI$

Nên tứ giác $MAOI$ là tứ giác nội tiếp

*** $MD^2 = MB.MC$**

Xét $\triangle AOH$ và $\triangle DOH$ ta có :

OH là cạnh chung, $AH = HD$ (do D đối xứng với A qua OM)

Suy ra $\triangle AOH = \triangle DOH$ (c.g.c) $\Rightarrow OA = OD$ (hai cạnh tương ứng)

$\Rightarrow OD = R$ là bán kính đường tròn $(O) \Rightarrow D \in (O)$

Ta lại có $\triangle AOH = \triangle DOH$ (cmt) $\Rightarrow \angle OAH = \angle DOH$ (2 góc tương ứng)

Hay $\angle AOM = \angle DOM$

Xét $\triangle OAM$ và $\triangle ODM$ có : $OA = OD = R$ (cmt); $\angle AOM = \angle DOM$ (cmt); OM chung

$$\Rightarrow \Delta OAM = \Delta ODM (c.g.c) \Rightarrow \angle ODM = \angle OAM = 90^\circ$$

Ta lại có $\Delta AOH = \Delta DOH (cmt) \Rightarrow \angle OAH = \angle DOH$ (2 góc tương ứng)

Hay $\angle AOM = \angle DOM$

$\Rightarrow MD \perp OD \Rightarrow MD$ là tiếp tuyến của (O) tại D

$\Rightarrow \angle MDB = \angle MCB$ (hai góc nội tiếp và tiếp tuyến dây cung cùng chắn cung BD)

Xét ΔMDC và ΔMBD ta có :

$\angle CMD$ chung; $\angle MDB = \angle MCD (cmt) \Rightarrow \Delta MDC \sim \Delta MBD (g.g)$

$$\Rightarrow \frac{MD}{MB} = \frac{MC}{MD} \text{ (hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)}$$

$$\Rightarrow MD^2 = MB.MC (dfcm)$$

2) Giả sử tiếp tuyến tại B của đường tròn (O) cắt OI tại F. Chứng minh tam giác OMI và tam giác OFH đồng dạng, từ đó suy ra ba điểm A, D, F thẳng hàng

Trong tam giác OAM vuông tại A, đường cao OH ta có :

$$OA^2 = OH.OM \text{ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)}$$

Trong tam giác OBF vuông tại B, đường cao BI , ta có:

$$OB^2 = OI.OF \text{ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)}$$

$$\Rightarrow OH.OM = OI.OF \Rightarrow \frac{OH}{OI} = \frac{OF}{OM}$$

Xét ΔOMI và ΔOFH ta có : $\frac{OH}{OI} = \frac{OF}{OM} (cmt); \angle IOH$ chung

$$\Rightarrow \Delta OMI \sim \Delta OFH (c.g.c) \Rightarrow \angle OHF = \angle OIM = 90^\circ$$

Mà $\angle OHD = 90^\circ$ nên H, D, F thẳng hàng hay A, D, F thẳng hàng (đpcm)

3) Chứng minh rằng tứ giác $BHOC$ nội tiếp và $HB.MC = MB.HC$

***Tứ giác $BHOC$ nội tiếp**

ΔAOM vuông tại A, đường cao AH, ta có : $AM^2 = MH.MO$ (1) (hệ thức lượng tam giác vuông)

Xét (O) có : $\angle BAM = \angle ACM$ (góc nội tiếp và tiếp tuyến dây cung cùng chắn cung AB)

Xét ΔABM và ΔCAM có :

$\angle AMC$ chung; $\angle BAM = \angle ACM (cmt)$

$$\Rightarrow \Delta ABM \sim \Delta CAM (g.g) \Rightarrow \frac{AM}{CM} = \frac{BM}{AM} \Rightarrow AM^2 = BM.CM \text{ (2)}$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow MH.MO = BM.CM \Rightarrow \frac{MH}{BM} = \frac{MO}{MC}$$

Xét ΔMHB và ΔMCO có :

$$\angle OMC \text{ chung; } \frac{MH}{MB} = \frac{MO}{MC} (cmt)$$

$$\Rightarrow \Delta MHB \sim \Delta MCO \Rightarrow \angle BHM = \angle OCM \text{ (hai góc tương ứng)}$$

Xét tứ giác $BHOC$ có $\angle BHM = \angle OCM (cmt) \Rightarrow BCOH$ là tứ giác nội tiếp

$$*HB.MC = MB.HC$$

Tứ giác $BHOC$ nội tiếp nên ta có $\angle BHM = \angle OCB, \angle OBC = \angle OHC$

Mà $\angle OBC = \angle OCB \Rightarrow \angle BHM = \angle OHC$

Suy ra $90^\circ - \angle BHM = 90^\circ - \angle OHC \Rightarrow \angle BHD = \angle CHD$

Suy ra HD, HM lần lượt là phân giác trong, phân giác ngoài của góc CHB

Sử dụng tính chất đường phân giác ngoài ta có:

$$\frac{HB}{HC} = \frac{MB}{MC} \Rightarrow HB \cdot MC = MB \cdot HC$$

Câu 5. (1,0 điểm)

1) Giải phương trình $x + \sqrt{x+3} + \sqrt{x-1} = 3 - \sqrt{x^2 + 2x - 3}$

ĐKXĐ: $x \geq 1$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x+3} + \sqrt{x-1} (t \geq 0) \Rightarrow t^2 = x+3 + x-1 + 2\sqrt{(x+3)(x-1)}$$

$$\Rightarrow \sqrt{(x+3)(x-1)} = \frac{t^2}{2} - x - 1 \Rightarrow \sqrt{x^2 + 2x - 3} = \frac{t^2}{2} - x - 1$$

$$\text{Khi đó } x + t = 3 - \left(\frac{t^2}{2} - x - 1 \right) \Leftrightarrow t = 3 - \frac{t^2}{2} + 1 = 4 - \frac{t^2}{2} \Leftrightarrow \frac{t^2}{2} + t - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 2(tm) \\ t = -4(ktm) \end{cases}. \text{ Ta có :}$$

$$\sqrt{x+3} + \sqrt{x-1} = 2 \Leftrightarrow x+3 + x-1 + 2\sqrt{(x+3)(x-1)} = 4$$

$$\Leftrightarrow 2x + 2\sqrt{(x+3)(x-1)} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{(x+3)(x-1)} = 1 - x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-x \geq 0 \\ (x+3)(x-1) = (1-x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x^2 - x + 3x - 3 = 1 - 2x + x^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ 4x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1(tmdk)$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = 1$

2) Xét hai số thực x, y thay đổi luôn thỏa mãn điều kiện $x + y \geq 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4\sqrt{2(x^2 + y^2)} + \frac{8}{x+y} + 1$

$$\text{Áp dụng bất đẳng thức } a^2 + b^2 \geq \frac{(a+b)^2}{2} (*) \text{ ta có : } x^2 + y^2 \geq \frac{(x+y)^2}{2}$$

$$\text{Suy ra } P \geq 4(x+y) + \frac{8}{x+y} + 1$$

$$\text{Áp dụng bất AM-GM, ta có: } 2(x+y) + \frac{8}{x+y} \geq 2\sqrt{16} = 8$$

$$\text{Suy ra } P \geq \left[2(x+y) + \frac{8}{x+y} \right] + 2(x+y) + 1 \geq 8 + 2.2 + 1 = 13$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 13, dấu bằng xảy ra khi $x = y = 1$

Câu 1. (2,5 điểm)

- a) Tính $A = \sqrt{81} - \sqrt{36} + \sqrt{49}$.
- b) Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{x-\sqrt{x}}{2022}$, với $x > 0, x \neq 1$.
- c) Xác định hệ số a, b của hàm số $y = ax + b$, biết rằng đồ thị của hàm số đi qua điểm $M(-1; 3)$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2.

Câu 2. (2,0 điểm)

- a) Giải phương trình $2x^2 - 9x + 10 = 0$.
- b) Cho phương trình $x^2 + 3x - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $T = \frac{3|x_1 - x_2|}{x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2}$.

Câu 3. (1,5 điểm)

Trong kỳ SEA Games 31 tổ chức tại Việt Nam, thú Sao La được chọn làm linh vật. Một phân xưởng được giao sản xuất 420 thú nhồi bông Sao La trong một thời gian dự định để làm quà tặng. Biết rằng nếu mỗi giờ phân xưởng sản xuất thêm 5 thú nhồi bông Sao La thì sẽ rút ngắn được thời gian hoàn thành công việc là 2 giờ. Tính thời gian dự định của phân xưởng.

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại C ($AC < BC$), đường cao CK và đường phân giác BD ($K \in AB, D \in AC$). Qua D kẻ đường thẳng vuông góc với AC cắt CK, AB lần lượt tại H và I.

- a) Chứng minh tứ giác CDKI nội tiếp.
- b) Chứng minh $AC \cdot AD = DH \cdot AB$.
- c) Gọi F là trung điểm của AD. Đường tròn tâm I bán kính ID cắt BC tại M (M khác B) và cắt AM tại N (N khác M). Chứng minh B, N, F thẳng hàng.

Câu 5. (1,0 điểm)

$$\text{Giải phương trình } \sqrt{x^2+1}+3=\left(\frac{1}{x}-3\right)\left(\sqrt{9x^2-6x+2}+3\right)$$

---Hết---

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (2,5 điểm)

a) Tính $A = \sqrt{81} - \sqrt{36} + \sqrt{49}$.

b) Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{x-\sqrt{x}}{2022}$, với $x > 0, x \neq 1$.

c) Xác định hệ số a, b của hàm số $y = ax + b$, biết rằng đồ thị của hàm số đi qua điểm M(-1; 3) và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= \sqrt{81} - \sqrt{36} + \sqrt{49} \\ &= 9 - 6 + 7 \\ &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) Với } x > 0, x \neq 1 \text{ ta có: } P &= \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{x-\sqrt{x}}{2022} \\ &= \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{2022} \\ &= \frac{\sqrt{x}-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{2022} \\ &= \frac{1}{2022} \end{aligned}$$

c) Do đồ thị của hàm số $y = ax + b$ đi qua điểm M(-1; 3) nên $-a + b = 3$ (1)Do đồ thị của hàm số $y = ax + b$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2 nên $b = -2$ (2)Từ (1), (2) $\Rightarrow a = -5, b = -2$.

Câu 2. (2,0 điểm)

a) Giải phương trình $2x^2 - 9x + 10 = 0$.

b) Cho phương trình $x^2 + 3x - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $T = \frac{3|x_1 - x_2|}{x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2}$.

Lời giải

a) $2x^2 - 9x + 10 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-9)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 10 = 1$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{9+1}{4} = \frac{5}{2}; x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{9-1}{4} = 2$$

b) $x^2 + 3x - 1 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 13 > 0$$

Theo vi ét ta có :
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -3 \\ x_1 \cdot x_2 = -1 \end{cases}$$

$$T = \frac{3|x_1 - x_2|}{x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2} = \frac{3\sqrt{(x_1 - x_2)^2}}{x_1 x_2 (x_1 + x_2)} = \frac{3\sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2}}{x_1 x_2 (x_1 + x_2)}$$

$$\Rightarrow T = \frac{3\sqrt{(-3)^2 - 4(-1)}}{(-1) \cdot (-3)} = \frac{3\sqrt{13}}{3} = \sqrt{13}$$

Câu 3. (1,5 điểm)

Trong kỳ SEA Games 31 tổ chức tại Việt Nam, thú Sao La được chọn làm linh vật. Một phân xưởng được giao sản xuất 420 thú nhồi bông Sao La trong một thời gian dự định để làm quà tặng. Biết rằng nếu mỗi giờ phân xưởng sản xuất thêm 5 thú nhồi bông Sao La thì sẽ rút ngắn được thời gian hoàn thành công việc là 2 giờ. Tính thời gian dự định của phân xưởng.

Lời giải

Gọi thời gian dự định hoàn thành công việc của phân xưởng là x (giờ), $x > 0$.

Thời gian thực tế để hoàn thành công việc là $x - 2$ (giờ)

Theo kế hoạch mỗi ngày phân xưởng sản xuất được $\frac{420}{x}$ (thú nhồi bông)

Thực tế mỗi ngày phân xưởng sản xuất được $\frac{420}{x-2}$ (thú nhồi bông)

Theo bài ra ta có phương trình: $\frac{420}{x-2} - \frac{420}{x} = 5$

$$\Rightarrow 420x - 420(x-2) = 5x(x-2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 168 = 0$$

$$\Delta' = b'^2 - ac = (-1)^2 - 1 \cdot (-168) = 169$$

$$\Rightarrow x_1 = 14 \text{ (tm)}, x_2 = -12 \text{ (loại)}$$

Vậy thời gian dự định hoàn thành công việc của phân xưởng là 14 giờ

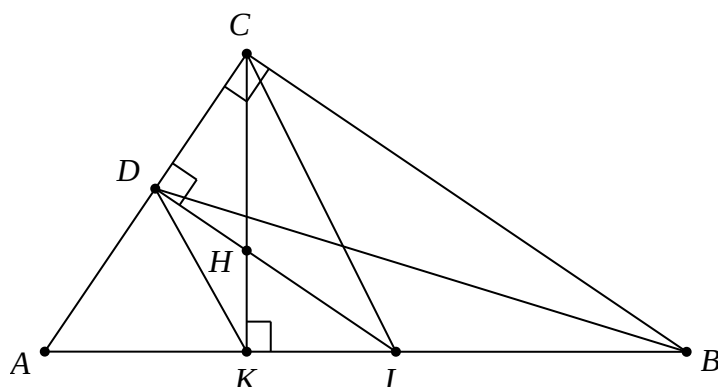
Câu 4. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại C ($AC < BC$), đường cao CK và đường phân giác BD ($K \in AB, D \in AC$). Qua D kẻ đường thẳng vuông góc với AC cắt CK, AB lần lượt tại H và I.

a) Chứng minh tứ giác CDKI nội tiếp.

b) Chứng minh $AC \cdot AD = DH \cdot AB$.

c) Gọi F là trung điểm của AD. Đường tròn tâm I bán kính ID cắt BC tại M (M khác B) và cắt AM tại N (N khác M). Chứng minh B, N, F thẳng hàng.

Lời giải

a) Ta có : $\widehat{CDI} = 90^\circ$ (gt)

$$\widehat{CKI} = 90^\circ \text{ (gt)}$$

$$\Rightarrow \widehat{CDI} = \widehat{CKI}$$

Vậy tứ giác CDKI nội tiếp.

$$\widehat{F'DN} = \widehat{NBD} \text{ (c/m trên)}$$

$\widehat{BF'D}$ chung

$$\Rightarrow \Delta F'DN \sim \Delta F'BD \text{ (g-g)}$$

$$\Rightarrow \frac{F'D}{F'B} = \frac{F'N}{F'D} \Rightarrow F'D^2 = F'B \cdot F'N \quad (4)$$

Từ (3), (4) $\Rightarrow F'A^2 = F'D^2 \Rightarrow F'A = F'D$ Hay F' là trung điểm của AD

Do đó F' trùng với F

Vậy F, N, B thẳng hàng

Câu 5. (1,0 điểm)

$$\text{Giải phương trình } \sqrt{x^2+1}+3=\left(\frac{1}{x}-3\right)\left(\sqrt{9x^2-6x+2}+3\right) \quad (1)$$

Lời giải

ĐKXĐ: $x \neq 0$

Ta có: $\sqrt{x^2+1}+3 > 0$, $\sqrt{9x^2-6x+2}+3 > 0$ nên để (1) có nghiệm thì $\frac{1}{x}-3 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < \frac{1}{3}$

Do đó điều kiện để (1) có nghiệm là $0 < x < \frac{1}{3}$.

$$(1) \Leftrightarrow x\left(\sqrt{x^2+1}+3\right)=(1-3x)\left(\sqrt{(1-3x)^2+1}+3\right)$$

Đặt $a = x$, $b = 1 - 3x$ ($a > 0$, $b > 0$) khi đó ta có phương trình:

$$a\left(\sqrt{a^2+1}+3\right)=b\left(\sqrt{b^2+1}+3\right) \Leftrightarrow a\sqrt{a^2+1}-b\sqrt{b^2+1}+3a-3b=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{a^4+a^2-b^4-b^2}{a\sqrt{a^2+1}+b\sqrt{b^2+1}}+3(a-b)=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{a^4-b^4+a^2-b^2}{a\sqrt{a^2+1}+b\sqrt{b^2+1}}+3(a-b)=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(a-b)(a+b)(a^2+b^2+1)}{a\sqrt{a^2+1}+b\sqrt{b^2+1}}+3(a-b)=0$$

$$\Leftrightarrow (a-b)\left[\frac{(a+b)(a^2+b^2+1)}{a\sqrt{a^2+1}+b\sqrt{b^2+1}}+3\right]=0$$

$$\Leftrightarrow a-b=0 \text{ (do } a, b > 0 \text{ nên } \frac{(a+b)(a^2+b^2+1)}{a\sqrt{a^2+1}+b\sqrt{b^2+1}}+3 > 0)$$

$$\text{Do đó } x-1+3x=0 \Leftrightarrow 4x=1 \Leftrightarrow x=\frac{1}{4} \text{ (tm)}$$

$$\text{Vậy phương trình có nghiệm } x=\frac{1}{4}$$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH NINH BÌNH**ĐỀ CHÍNH THỨC****ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT****Năm học: 2022 - 2023****Bài thi: Toán - Ngày thi: 09/06/2022***Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)**Đề thi gồm 05 câu trong 01 trang***Câu 1 (2,0 điểm).**

- Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{24} + 2\sqrt{54}$.
- Tìm giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x + m$ đi qua điểm $N(2;5)$?
- Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$.

Câu 2 (2,5 điểm).

- Rút gọn biểu thức $B = \left(5 + \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1}\right) \cdot \left(5 - \frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1}\right)$, với $a \geq 0$; $a \neq 1$.

2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P) : $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 3mx - 3m + 1$, trong đó m là tham số.

a) Với $m = 1$, tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d).

b) Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + 2x_2 = 11$.

Câu 3 (1,0 điểm). *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.*

Theo kế hoạch, một xưởng may phải may 280 bộ quần áo. Khi thực hiện, mỗi ngày xưởng may được nhiều hơn 5 bộ quần áo so với số bộ phải may trong một ngày theo kế hoạch. Vì thế xưởng đã hoàn thành công việc sớm một ngày so với kế hoạch. Hỏi theo kế hoạch ban đầu, mỗi ngày xưởng phải may bao nhiêu bộ quần áo?

Câu 4 (3,5 điểm).

1. Một hình nón có bán kính đáy $r = 3\text{cm}$ và đường cao $h = 4\text{cm}$. Tính thể tích của hình nón (lấy $\pi = 3,14$).

2. Cho đường tròn tâm O, đường kính AB. Điểm C nằm trên đường tròn sao cho $CA > CB$. Từ điểm O vẽ đường thẳng vuông góc với đường thẳng AC, đường thẳng này cắt tiếp tuyến tại A của đường tròn tâm O tại điểm M và cắt đường thẳng AC tại điểm I. Đường thẳng MB cắt đường tròn tâm O tại điểm thứ hai Q ($Q \neq B$).

a) Chứng minh tứ giác AIQM là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh rằng $MQ \cdot MB = MO \cdot MI$

Câu 5 (1,0 điểm).

1. Tìm tất cả các số nguyên x sao cho $\frac{x-1}{x^2+1}$ là số nguyên.

2. Biết a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 1$.

Chứng minh rằng $\sqrt{a+bc} + \sqrt{b+ca} + \sqrt{c+ab} \geq 1 + \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}$.

-----Hết-----

Họ và tên thí sinh:Số báo danh:

Họ và tên, chữ ký:

Cán bộ coi thi thứ nhất.....

Cán bộ coi thi thứ hai.....

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1 (2,0 điểm)**1) Rút gọn biểu thức** $A = \sqrt{24} + 2\sqrt{54}$ **Lời giải**

$$\begin{aligned}
 A &= \sqrt{24} + 2\sqrt{54} \\
 &= \sqrt{2^2 \cdot 6} + 2 \cdot \sqrt{3^2 \cdot 6} \\
 &= 2\sqrt{6} + 2 \cdot 3\sqrt{6} \\
 &= 2\sqrt{6} + 6\sqrt{6} \\
 &= 8\sqrt{6}
 \end{aligned}$$

2) Tìm giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = 20 + m$ đi qua điểm $N(2;5)$?**Lời giải**Đồ thị hàm số $y = x + m$ đi qua điểm $N(2;5)$, thay $x = 2; y = 5$ vào công thức hàm số ta được :

$$\begin{aligned}
 5 &= 2 + m \\
 \Rightarrow m &= 5 - 2 \\
 \Rightarrow m &= 3
 \end{aligned}$$

Vậy $m = 3$ thỏa mãn đề ra.**3) Giải hệ phương trình** $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$ **Lời giải**

$$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 4 \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 1 + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; 2)$.**Câu 2 (2,5 điểm)****1) Rút gọn biểu thức** $B = \left(5 + \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1}\right) \cdot \left(5 - \frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1}\right)$ với $a \geq 0; a \neq 4$.**Lời giải**

$$B = \left(5 + \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1}\right) \cdot \left(5 - \frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1}\right) \quad (\text{Với } a \geq 0; a \neq 4)$$

$$B = \left(5 + \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} + 1)}{\sqrt{a} + 1}\right) \cdot \left(5 - \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} - 1)}{\sqrt{a} - 1}\right)$$

$$B = (5 + \sqrt{a}) \cdot (5 - \sqrt{a})$$

$$B = 5^2 - (\sqrt{a})^2$$

$$B = 25 - a$$

Vậy với $a \geq 0; a \neq 4$ thì $B = 25 - a$.**2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng****(d): $y = 3mx - 3m + 1$, trong đó m là tham số.****a) Với $m = 1$, tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d).****b) Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + 2x_2 = 11$.****Lời giải**

$$(P): y = x^2$$

$$(d): y = 3mx - 3m + 1$$

a) Với $m = 1$, đường thẳng (d) có dạng $y = 3x - 3 + 1 \Leftrightarrow y = 3x - 2$.

Khi đó, phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P) là:

$$x^2 = 3x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \quad (1) \quad (a = 1; b = -3; c = 2)$$

Cách 1:

Do $a + b + c = 1 + (-3) + 2 = 0$ nên phương trình (1) có 2 nghiệm $x_1 = 1; x_2 = 2$.

Cách 2:

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 9 - 8 = 1 > 0$$

Vì $\Delta > 0$ nên phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{-(-3) - \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{3 - 1}{2} = 1$$

$$x_2 = \frac{-(-3) + \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{3 + 1}{2} = 2$$

Cách 3:

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 2x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-1) - 2(x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x-2=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$$

Với $x = x_1 = 1$ thì $y = 1^2 = 1$

Với $x = x_2 = 2$ thì $y = 2^2 = 4$

Vậy với $m = 1$ thì toạ độ giao điểm của (d) và (P) là (1; 1); (2; 4).

b) Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P) là:

$$x^2 = 3mx - 3m + 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3mx + 3m - 1 = 0 \quad (*)$$

$$\Delta = (-3m)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (3m - 1) = 9m^2 - 12m + 4$$

$$= (3m)^2 - 2 \cdot 3m \cdot 2 + 2^2 = (3m - 2)^2$$

Để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thì phương trình (*) phải có 2 nghiệm phân biệt $x_1;$

$$x_2 \Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow (3m - 2)^2 > 0 \Leftrightarrow 3m - 2 \neq 0 \Leftrightarrow 3m \neq 2 \Leftrightarrow m \neq \frac{2}{3} \quad (**)$$

$$\text{Khi đó, theo hệ thức Vi-ét} \begin{cases} x_1 + x_2 = 3m & (2) \\ x_1 \cdot x_2 = 3m - 1 & (3) \end{cases}$$

$$\text{Ta có } x_1 + 2x_2 = 11 \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{Từ (2); (4) ta có hệ phương trình } \begin{cases} x_1 + x_2 = 3m \\ x_1 + 2x_2 = 11 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = 11 - 3m \\ x_1 + 11 - 3m = 3m \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = 11 - 3m \\ x_1 = 3m + 3m - 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 6m - 11 \\ x_2 = M - 3m \end{cases} \end{aligned}$$

Thế $x_1 = 6m - 11; x_2 = 11 - 3m$ vào (3) ta được:

$$(6m - 11) \cdot (11 - 3m) = 3m - 1$$

$$\Leftrightarrow 66m - 18m^2 - 121 + 33m - 3m + 1 = 0 \Leftrightarrow -18m^2 + 96m - 120 = 0$$

$$\Leftrightarrow 18m^2 - 96m + 120 = 0 \Leftrightarrow 3m^2 - 16m + 20 = 0 \quad (5)$$

Cách 1:

$$\Leftrightarrow 3m^2 - 10m - 6m + 20 = 0 \Leftrightarrow m(3m - 10) - 2 \cdot (3m - 10) = 0 \Leftrightarrow (3m - 10)(m - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3m-10=0 \\ m-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=\frac{10}{3} & (t/m (*)) \\ m=2 & (t/m (*)) \end{cases}$$

Vậy $m \in \left\{2; \frac{10}{3}\right\}$ thoả mãn đề bài ra.

Cách 2:

$$\Delta' = (-8)^2 - 3.20 = 64 - 60 = 4 > 0.$$

Vì $\Delta' > 0$ nên phương trình (5) có 2 nghiệm phân biệt

$$m_1 = \frac{-(-8) + \sqrt{4}}{3} = \frac{10}{3} \quad (t/m (**))$$

$$m_2 = \frac{-(-8) - \sqrt{4}}{3} = 2 \quad (t/m (**))$$

Vậy $m \in \left\{2; \frac{10}{3}\right\}$ thoả mãn đề bài ra.

Cách 3:

$$\Delta = (-16)^2 - 4.3.20 = 16 > 0$$

Vì $\Delta > 0$ nên phương trình (5) có 2 nghiệm phân biệt

$$m_1 = \frac{-(-16) + \sqrt{16}}{2 \cdot 3} = \frac{10}{3} \quad (t/m (**))$$

$$m_2 = \frac{-(-16) - \sqrt{16}}{2 \cdot 3} = 2 \quad (t/m (**))$$

Vậy $m \in \left\{2; \frac{10}{3}\right\}$ thoả mãn đề bài ra.

Câu 3 (1,0 điểm). Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Theo kế hoạch, một xưởng may phải may 280 bộ quần áo. Khi thực hiện, mỗi ngày xưởng may được nhiều hơn 5 bộ quần áo so với số bộ phải may trong một ngày theo kế hoạch. Vì thế xưởng đã hoàn thành công việc sớm một ngày so với kế hoạch. Hỏi theo kế hoạch ban đầu, mỗi ngày xưởng phải may bao nhiêu bộ quần áo?

Lời giải

Gọi số bộ quần áo mỗi ngày xưởng phải may theo kế hoạch x (bộ, $x \in \mathbb{N}^*, x < 280$).

Thực tế, số bộ quần áo mỗi ngày xưởng phải may là $x+5$ (bộ).

Thời gian hoàn thành công việc của xưởng theo kế hoạch là : $\frac{280}{x}$ (ngày)

Thời gian hoàn thành công việc của xưởng thực tế là : $\frac{280}{x+5}$ (ngày)

Thực tế, xưởng hoàn thành công việc trước kế hoạch 1 ngày nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned} \frac{280}{x} - \frac{280}{x+5} &= 1 \Leftrightarrow \frac{280(x+5) - 280x}{x(x+5)} = 1 \\ &\Leftrightarrow \frac{280x + 1400 - 280x}{x^2 + 5x} = 1 \Leftrightarrow \frac{1400}{x^2 + 5x} = 1 \\ &\Rightarrow x^2 + 5x = 1400 \Leftrightarrow x^2 + 5x - 1400 = 0 \quad (1) \end{aligned}$$

Cách 1:

$$\Delta = 5^2 - 4.1.(-1400) = 5625 > 0$$

Vì $\Delta > 0$ nên phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{-5 + \sqrt{5625}}{2.1} = 35 \text{ (thoả mãn)}$$

$$x_2 = \frac{-5 - \sqrt{5625}}{2.1} = -40 \text{ (loại)}$$

Cách 2:

$$x^2 + 5x - 1400 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 35x + 40x - 1400 = 0 \Leftrightarrow x(x - 35) + 40(x - 35) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 35)(x + 40) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 35 = 0 \\ x + 40 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 35 & \text{(t/m)} \\ x = -40 & \text{(loại)} \end{cases}$$

Vậy theo kế hoạch, mỗi ngày xưởng phải may 35 bộ quần áo.

Câu 4 (3,5 điểm).

1. Một hình nón có bán kính đáy $r = 3\text{cm}$ và đường cao $h = 4\text{cm}$. Tính thể tích của hình nón (lấy $\pi = 3,14$).

Lời giải

Hình nón có bán kính đáy $r = 3\text{cm}$ và đường cao $h = 4\text{cm}$ thì có thể tích là

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 3^2 \cdot 4 = 37,68 (\text{cm}^3).$$

Vậy thể tích hình nón là $37,68 (\text{cm}^3)$.

2. Cho đường tròn tâm O , đường kính AB . Điểm C nằm trên đường tròn sao cho $CA > CB$. Từ điểm O vẽ đường thẳng vuông góc với đường thẳng AC , đường thẳng này cắt tiếp tuyến tại A của đường tròn tâm O tại điểm M và cắt đường thẳng AC tại điểm I . Đường thẳng MB cắt đường tròn tâm O tại điểm thứ hai Q ($Q \neq B$).

a) Chứng minh tứ giác $AIQM$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh rằng $MQ \cdot MB = MO \cdot MI$

Lời giải

a) Xét (O) đường kính AB có:

$$\widehat{AQB} = 90^\circ \text{ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)}$$

$$\Rightarrow AQ \perp QB \text{ tại } Q \text{ hay } AQ \perp MB \text{ tại } Q \Rightarrow \widehat{AQM} = 90^\circ$$

Ta có $OM \perp AC$ tại I hay $AI \perp OM$ tại $I \Rightarrow \widehat{AIM} = 90^\circ$

Tứ giác $AIQM$ có $\widehat{AQM} = \widehat{AIM} = 90^\circ$ (cmt)

Mà hai góc này có đỉnh Q và I kề cùng nhìn cạnh AM dưới góc bằng nhau ($= 90^\circ$)

$\Rightarrow AIQM$ là tứ giác nội tiếp (dấu hiệu nhận biết)

b) Vì MA là tiếp tuyến của (O) , A là tiếp điểm

$$\Rightarrow MA \perp AB \text{ tại } A \Rightarrow \begin{cases} \Delta MAB \text{ vuông tại } A \\ \Delta MAO \text{ vuông tại } A. \end{cases}$$

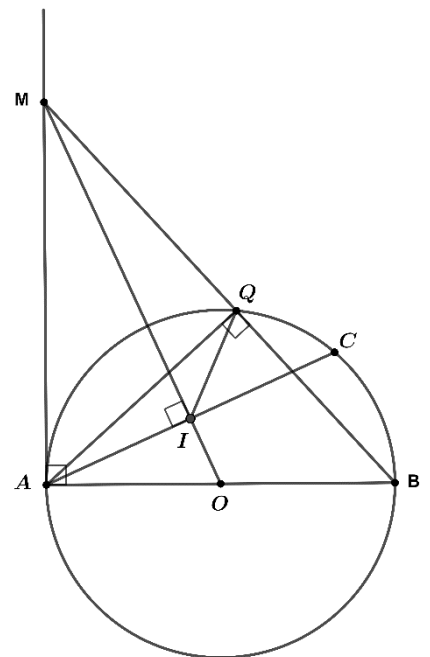
Áp dụng hệ thức lượng vào ΔMAB vuông tại A , đường cao AQ (do $AQ \perp MB$) có:

$$MA^2 = MQ \cdot MB \quad (*)$$

Áp dụng hệ thức lượng vào ΔMAO vuông tại A , đường cao AI (do $AI \perp OM$) có:

$$MA^2 = MI \cdot MO \quad (**)$$

Từ $(*)$ và $(**)$ $\Rightarrow MQ \cdot MB = MI \cdot MO$ ($= MA^2$) (điều phải chứng minh).



Câu 5 (1,0 điểm).

1. Tìm tất cả các số nguyên x sao cho $\frac{x-1}{x^2+1}$ là số nguyên.

Lời giải

$$\text{Đặt } A = \frac{x-1}{x^2+1}.$$

$$\Rightarrow A(x+1) = \frac{x^2-1}{x^2+1} = \frac{x^2+1-2}{x^2+1} = 1 - \frac{2}{x^2+1}.$$

Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên $x+1 \in \mathbb{Z}$. Khi đó nếu $A \in \mathbb{Z}$ thì $A(x+1) \in \mathbb{Z}$.

$$\text{Ta có } A(x+1) \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 1 - \frac{2}{x^2+1} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{2}{x^2+1} \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow 2 : (x^2+1) \Rightarrow x^2+1 \in U(2); U(2) = \{1; -1; 2; -2\}$$

Mà $x^2+1 \geq 1 \forall x$ nên $x^2+1 \in \{1; 2\}$

$$\Rightarrow x^2 \in \{0; 1\}.$$

$$+) \text{ Với } x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ (t/m } x \in \mathbb{Z})$$

$$+) \text{ Với } x^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \text{ (t/m } x \in \mathbb{Z})$$

Thử lại, $x = 0; x = 1; x = -1$ thì $A \in \mathbb{Z}$.

Vậy $x \in \{0; 1; -1\}$ thỏa mãn đề ra.

2. Biết a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn điều kiện $a+b+c=1$.

Chứng minh rằng $\sqrt{a+bc} + \sqrt{b+ca} + \sqrt{c+ab} \geq 1 + \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}$.

Lời giải

Cách 1:

$$a+b+c=1, a; b; c > 0$$

$$\Rightarrow a = 1 - (b+c) = 1 - b - c$$

$$\Rightarrow a+bc = 1 - b - c + bc = (1-b) - c(1-b) = (1-b)(1-c)$$

$$= (a+b+c-b)(a+b+c-c) = (a+c)(a+b)$$

Chứng minh tương tự: $b+ac = (b+a)(b+c)$

$$c+ab = (c+a)(c+b)$$

Do đó

$$\sqrt{a+bc} + \sqrt{b+ca} + \sqrt{c+ab} = \sqrt{(a+b)(a+c)} + \sqrt{(b+c)(b+a)} + \sqrt{(c+a)(c+b)}$$

Mà theo bất đẳng thức Bunhiacopxky có

$$(a+b)(a+c) = \left[\left(\sqrt{a} \right)^2 + \left(\sqrt{b} \right)^2 \right] \cdot \left[\left(\sqrt{a} \right)^2 + \left(\sqrt{c} \right)^2 \right] \geq \left(\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} + \sqrt{b} \cdot \sqrt{c} \right)^2 = \left(a + \sqrt{bc} \right)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{(a+b)(a+c)} \geq a + \sqrt{bc} \quad (1)$$

$$\text{Chứng minh tương tự } \sqrt{(b+a)(b+c)} \geq b + \sqrt{ac} \quad (2)$$

$$\sqrt{(c+a)(c+b)} \geq c + \sqrt{ab} \quad (3)$$

Cộng vế với vế của (1), (2), (3) ta có:

$$\sqrt{(a+b)(a+c)} + \sqrt{(b+a)(b+c)} + \sqrt{(c+a)(c+b)} \geq a + b + c + \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{a+bc} + \sqrt{b+ac} + \sqrt{c+ab} \geq 1 + \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}.$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi } \begin{cases} \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{a}} \\ \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{c}} \\ \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{c}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \\ a+b+c=1 \\ a,b,c>0 \end{cases} \Leftrightarrow a=b=c=\frac{1}{3}.$$

Cách 2:

$$a,b,c>0, a+b+c=1$$

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có

$$b+c \geq 2\sqrt{bc} \Leftrightarrow a+b+c \geq a+2\sqrt{bc} \Leftrightarrow 1 \geq a+2\sqrt{bc}$$

$$\Leftrightarrow a \geq a^2 + 2a\sqrt{bc} \Leftrightarrow a+bc \geq a^2 + 2a\sqrt{bc} + bc = (a+\sqrt{bc})^2.$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{a+bc} \geq a+\sqrt{bc} \quad (*)$$

$$\text{Chứng minh tương tự: } \sqrt{b+ac} \geq b+\sqrt{ac} \quad (**)$$

$$\sqrt{c+ab} \geq c+\sqrt{ab} \quad (***)$$

Lấy vế cộng vế của $(*)$; $(**)$; $(***)$ ta có:

$$\sqrt{a+bc} + \sqrt{b+ac} + \sqrt{c+ab} \geq a+b+c + \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}.$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{a+bc} + \sqrt{b+ac} + \sqrt{c+ab} \geq 1 + \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca} \quad (\text{điều phải chứng minh})$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi } \begin{cases} a=b=c \\ a+b+c=1 \Leftrightarrow a=b=c=\frac{1}{3} \\ a,b,c>0 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \sqrt{a+bc} + \sqrt{b+ca} + \sqrt{c+ab} \geq 1 + \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}. \text{ Dấu “=” xảy ra khi } a=b=c=\frac{1}{3}$$

---Hết---

Quy định khi gõ lời giải:

1. Phong chữ: Times New Roman, cỡ chữ 12
2. Công thức gõ trên mathtype, cỡ chữ 12.
3. Hình vẽ được vẽ trên các phần mềm: geogebra; Geometer's Sketchpad

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NINH THUẬN**

**ĐỀ CHÍNH THỨC
Bài 1. (2,0 điểm)**

**KỶ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2022-2023
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài : 120 phút**

1) Giải phương trình $2x - 1 = 3 + x$

2) Với $x > 0$, rút gọn biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)} + \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}}$

Bài 2. (2,0 điểm)

Cho parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $(d): y = 4x + m$

1) Vẽ parabol (P)

2) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để (P) và (d) có đúng một điểm chung

Bài 3. (1,5 điểm)

Một lâm trường có hai đội công nhân thực hiện trồng cây phủ xanh đồi trọc. Nếu mỗi công nhân của đội thứ nhất trồng được 30 cây và mỗi công nhân của đội thứ hai trồng được 40 cây thì tổng số cây của cả hai đội trồng là 2880. Tính số công nhân của mỗi đội, biết rằng tổng số công nhân của lâm trường là 82.

Bài 4. (3,5 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) tâm O . Gọi D, E lần lượt là chân đường cao của tam giác ABC hạ từ B và C

1) Chứng minh $BEDC$ là tứ giác nội tiếp

2) Các đường cao BD và CE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là I và J .

Chứng minh rằng $DE \parallel IJ$

3) Chứng minh OA vuông góc với DE

Bài 5. (1,0 điểm) Cho ba số a, b, c thỏa mãn $-1 \leq a \leq 1; -1 \leq b \leq 1; -1 \leq c \leq 1$ và $a + b + c = 0$. Chứng minh rằng $a^2 + b^7 + c^{2022} \leq 2$

ĐÁP ÁN

Bài 1. (2,0 điểm)

3) Giải phương trình $2x-1=3+x$

$$2x-1=3+x \Leftrightarrow x=4$$

4) Với $x > 0$, rút gọn biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} + \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$

$$A = \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} + \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} = \frac{2\sqrt{x}+1+x-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x} \cdot (2+\sqrt{x})}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}$$

Bài 2. (2,0 điểm)

Cho parabol (P): $y = -x^2$ và đường thẳng (d): $y = 4x + m$

3) Vẽ parabol (P)

Học sinh tự vẽ đồ thị

4) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để (P) và (d) có đúng một điểm chung

Ta có phương trình hoành độ giao điểm (P) và (d) là

$$-x^2 = 4x + m \Leftrightarrow x^2 + 4x + m = 0 \quad (1)$$

(P) và (d) có 1 điểm chung $\Leftrightarrow$ pt(1) có 1 nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow 2^2 - m = 0 \Leftrightarrow m = 4$$

Vậy $m=4$

Bài 3. (1,5 điểm)

Một lâm trường có hai đội công nhân thực hiện trồng cây phủ xanh đồi trọc. Nếu mỗi công nhân của đội thứ nhất trồng được 30 cây và mỗi công nhân của đội thứ hai trồng được 40 cây thì tổng số cây của cả hai đội trồng là 2880. Tính số công nhân của mỗi đội, biết rằng tổng số công nhân của lâm trường là 82.

Gọi số công nhân đội thứ nhất là x (công nhân) ($x \in \mathbb{N}^*, x < 82$)

Số công nhân đội thứ hai là y (công nhân) ($y \in \mathbb{N}^*, y < 82$)

Vì mỗi công nhân của đội thứ nhất trồng được 30 cây và mỗi công nhân của đội thứ hai trồng được 40 cây thì tổng số cây của cả hai đội trồng là 2880.

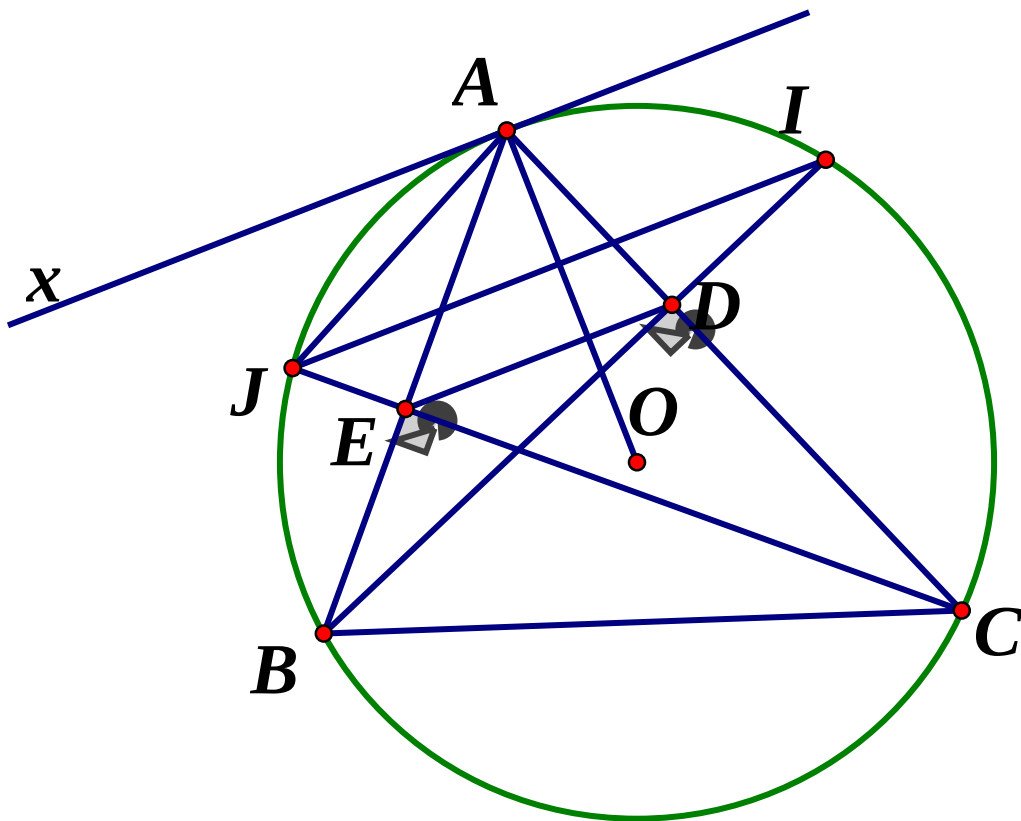
$$\Rightarrow 30x + 40y = 2880 \quad (1)$$

Tổng số công nhân của lâm trường là 82 nên $x + y = 82 \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $\begin{cases} 30x + 40y = 2880 \\ x + y = 82 \end{cases} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 42 \end{cases} \quad (tm)$

Vậy số công nhân của 2 đội lần lượt là 40 và 42 công nhân

Bài 4. (3,5 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) tâm O . Gọi D, E lần lượt là chân đường cao của tam giác ABC hạ từ B và C



4) Chứng minh $BEDC$ là tứ giác nội tiếp

Ta có : $\begin{cases} BD \perp AC(gt) \Rightarrow \angle BDC = 90^\circ \\ CE \perp AB(gt) \Rightarrow \angle BEC = 90^\circ \end{cases}$

Tứ giác $BEDC$ có $\angle BDC = \angle BEC$ mà hai góc này có hai đỉnh D, E kề nhau cùng nhìn cạnh BC dưới một góc không đổi nên tứ giác $BEDC$ nội tiếp

5) Các đường cao BD và CE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là I và J .

Chứng minh rằng $DE \parallel IJ$

Tứ giác $BEDC$ nội tiếp (cmt) nên $\angle BCE = \angle BDE$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BE) $\Rightarrow \angle BCJ = \angle BDE$

Xét (O) có : $\angle BCJ = \angle BIJ$ (hai góc nội tiếp cùng chắn BJ)

$\Rightarrow \angle BDE = \angle BIJ$ mà hai góc này ở vị trí đồng vị nên $DE \parallel IJ$

6) Chứng minh OA vuông góc với DE

Qua A kẻ tiếp tuyến Ax với đường tròn $(O) \Rightarrow AO \perp Ax$

Xét (O) có :

$\angle ACJ = \angle IAx$ (cùng chắn cung AJ), $\angle AJI = \angle ABI$ (cùng chắn cung AI)

Tứ giác $BCDE$ nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \angle DCE = \angle DBE$ (cùng chắn cung DE)

$\Rightarrow \angle ACJ = \angle ABI$, vậy $\angle IAx = \angle AJI$ mà hai góc này so le trong

Nên $Ax \parallel IJ$ mà $DE \parallel IJ$ (cmt) $\Rightarrow DE \parallel Ax$

Ta lại có $AO \perp Ax \Rightarrow AO \perp DE$

Bài 5. (1,0 điểm) Cho ba số a, b, c thỏa mãn $-1 \leq a \leq 1; -1 \leq b \leq 1; -1 \leq c \leq 1$ và $a + b + c = 0$. Chứng minh rằng $a^2 + b^2 + c^{2022} \leq 2$

Từ giả thiết $-1 \leq a \leq 1; -1 \leq b \leq 1; -1 \leq c \leq 1$ nên ta suy ra được :

$(a+1)(b+1)(c+1) + (1-a)(1-b)(1-c) \geq 0$, suy ra $-(ab+bc+ca) \leq 1$

Mặt khác, $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca) = 0$. Suy ra :

$$a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab+bc+ca) \leq 2. \text{ Ta có : } \begin{cases} a^2 \leq 1, \forall -1 \leq a \leq 1 \\ b^2 \leq 1, \forall -1 \leq b \leq 1 \\ c^{2022} \leq c^2, \forall -1 \leq c \leq 1 \end{cases}$$

Do đó $a^2 + b^7 + c^{2022} \leq a^2 + b^2 + c^2 \leq 2$ hay $a^2 + b^7 + c^{2022} \leq 2$. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = 0 \end{cases}$

I. Trắc nghiệm (2,5 điểm)

Câu 1. Kết quả rút gọn của biểu thức $\sqrt{(\sqrt{2}+1)^2}$ bằng

- A. $\sqrt{2}+1$. B. $-\sqrt{2}-1$. C. $\sqrt{2}-1$. D. $-\sqrt{2}+1$.

Câu 2. Hàm số nào dưới đây là hàm số bậc nhất?

- A. $y = x^2 + 1$. B. $y = 3\sqrt{x} + 1$. C. $y = \frac{1}{x-3}$. D. $y = -2x + 1$.

Câu 3. Biệt thức Δ của phương trình $x^2 + 3x - 5 = 0$ bằng

- A. 14. B. -11. C. 29. D. 4.

Câu 4. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^2$?

- A. $\left(-1; \frac{1}{3}\right)$. B. $\left(-1; -\frac{1}{3}\right)$. C. $\left(-\frac{1}{3}; -1\right)$. D. $\left(\frac{1}{3}; -1\right)$.

Câu 5. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 + 2x - \sqrt{3} = 0$. Tích $x_1 \cdot x_2$ bằng

- A. $\sqrt{3}$. B. $-\sqrt{3}$. C. 2. D. -2.

Câu 6. Giá trị của m để đường thẳng $y = 2mx + 4$ song song với đường thẳng $y = 12 - 4x$ là

- A. $m = -6$. B. $m = 6$. C. $m = -2$. D. $m = 2$.

Câu 7. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH . Biết $AB = 21$, $AC = 20$. Độ dài AH bằng

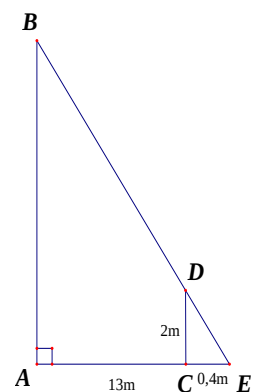
- A. 15. B. $\frac{1833}{100}$. C. $\frac{420}{29}$. D. $\frac{580}{21}$.

Câu 8. Cho m, n là các số thực, biết hệ phương trình $\begin{cases} mx + ny = 14 \\ mx + 2ny = 17 \end{cases}$ có nghiệm $(1; -3)$. Giá trị của n là

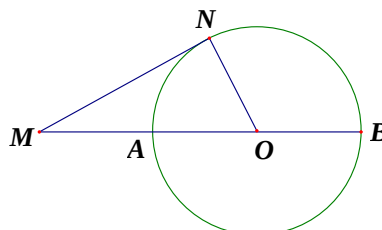
- A. $n = 11$. B. $n = -1$. C. $n = 3$. D. $n = -11$.

Câu 9. Để đo chiều cao AB của tượng phật Bồ tát tại chùa Linh Ứng (Bãi Bụt – Sơn Trà – thành phố Đà Nẵng) bằng ánh nắng mặt trời, người ta dùng một chiếc cọc CD cao $2m$ đặt thẳng đứng. Khi bóng của điểm B và D trên mặt đất trùng nhau tại vị trí điểm E (minh họa bằng hình vẽ), người ta đo được $CE = 0,4m$, $CA = 13m$. Chiều cao của tượng phật Bồ tát bằng

- A. 67 m. B. 64 m.
C. 66 m. D. 65 m.



Câu 10. Cho đường tròn (O) và điểm M nằm ngoài đường tròn. Từ M kẻ tiếp tuyến MN (N là tiếp điểm) và cát tuyến MAB qua tâm O (tham khảo hình vẽ). Biết $MN = 12$, $MA = 8$.



Chu vi của (O) bằng

A. 18π .

B. 5π .

C. 25π .

D. 10π .

II. Tự luận (7,5 điểm)

Câu 1. (1,5 điểm) Với $x > 0$ và $x \neq 4$, cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}+4}{x-2\sqrt{x}}$

- a) Tính giá trị biểu thức P khi $x = 9$.
- b) Rút gọn biểu thức P .
- c) Tìm x để $P = 2$.

Câu 2. (2,0 điểm) Cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2(m-1)x + 2m + 3$.

- a) Tìm giá trị của m để đường thẳng d cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0; -5)$.
- b) Chứng minh rằng với mọi m đường thẳng d luôn cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt A, B . Giả sử $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$, tìm m để $x_A^2 + x_B^2 = 10$.

Câu 3. (3,0 điểm) Cho đường tròn $(O; R)$ có đường kính AB . Gọi C là điểm bất kì trên đường tròn (O) (C không trùng với A, B). Tiếp tuyến tại C của (O) cắt các tiếp tuyến tại A, B của (O) lần lượt tại P và Q . Gọi E là giao điểm của OP và AC , F là giao điểm của OQ và BC .

- a) Chứng minh tứ giác $OAPC$ nội tiếp.
- b) Chứng minh tam giác OPQ vuông và $EF^2 = AP \cdot BQ$.
- c) Xác định vị trí điểm C trên đường tròn (O) để bán kính r của đường tròn ngoại tiếp tam giác PEF nhỏ nhất. Tính r theo R .

Câu 4. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} (x+2)^2 - x(y+1) + y = 8 \\ 4x^2 - 24x + 35 = 5(\sqrt{3y-14} + \sqrt{y-1}) \end{cases}$$

---Hết---

HƯỚNG DẪN GIẢI

I. Trắc nghiệm (2,5 điểm)

Câu 1. Kết quả rút gọn của biểu thức $\sqrt{(\sqrt{2}+1)^2}$ bằng

- A.** $\sqrt{2}+1$. **B.** $-\sqrt{2}-1$. **C.** $\sqrt{2}-1$. **D.** $-\sqrt{2}+1$.

Lời giải

Chọn A.

$$\sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} = |\sqrt{2}+1| = \sqrt{2}+1 \quad (\text{do } \sqrt{2}+1 > 0)$$

Câu 2. Hàm số nào dưới đây là hàm số bậc nhất?

- A.** $y = x^2 + 1$. **B.** $y = 3\sqrt{x} + 1$. **C.** $y = \frac{1}{x-3}$. **D.** $y = -2x + 1$.

Lời giải

Chọn D.

Hàm số bậc nhất một ẩn là hàm số có dạng $y = ax + b$ ($a \neq 0$).

Câu 3. Biệt thức Δ của phương trình $x^2 + 3x - 5 = 0$ bằng

- A.** 14. **B.** -11. **C.** 29. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C.

$$\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4.1.(-5) = 29.$$

Câu 4. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^2$?

- A.** $\left(-1; \frac{1}{3}\right)$. **B.** $\left(-1; -\frac{1}{3}\right)$. **C.** $\left(-\frac{1}{3}; -1\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{3}; -1\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Thay $x = -1$ vào công thức hàm số $y = \frac{1}{3}x^2$ ta được $y = \frac{1}{3}.(-1)^2 = \frac{1}{3}$ nên điểm $\left(-1; \frac{1}{3}\right)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho.

Câu 5. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 + 2x - \sqrt{3} = 0$. Tích $x_1.x_2$ bằng

- A.** $\sqrt{3}$. **B.** $-\sqrt{3}$. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Chọn B.

Phương trình $x^2 + 2x - \sqrt{3} = 0$ có $a.c < 0$ nên luôn có hai nghiệm phân biệt. Khi đó theo hệ thức Vi ét thì $x_1.x_2 = \frac{c}{a} = -\sqrt{3}$.

Câu 6. Giá trị của m để đường thẳng $y = 2mx + 4$ song song với đường thẳng $y = 12 - 4x$ là

- A.** $m = -6$. **B.** $m = 6$. **C.** $m = -2$. **D.** $m = 2$.

Lời giải

Chọn C.

Vì $4 \neq 12$ nên đường thẳng $y = 2mx + 4$ song song với đường thẳng $y = 12 - 4x$ khi và chỉ khi $2m = -4 \Leftrightarrow m = -2$.

Câu 7. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH . Biết $AB = 21$, $AC = 20$. Độ dài AH bằng

- A. 15. B. $\frac{1833}{100}$. C. $\frac{420}{29}$. D. $\frac{580}{21}$.

Lời giải

Chọn C.

Tam giác ABC vuông tại A , nên $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 21^2 + 20^2 = 841$

Suy ra $BC = \sqrt{841} = 29$.

Lại có: $AB.AC = AH.BC \Rightarrow AH = \frac{AB.AC}{BC} = \frac{20.21}{29} = \frac{420}{29}$.

Câu 8. Cho m, n là các số thực, biết hệ phương trình $\begin{cases} mx + ny = 14 \\ mx + 2ny = 17 \end{cases}$ có nghiệm $(1; -3)$. Giá trị của n là

- A. $n = 11$. B. $n = -1$. C. $n = 3$. D. $n = -11$.

Lời giải

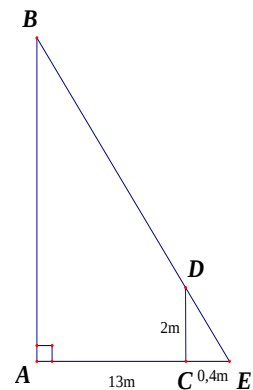
Chọn B.

Vì $(1; -3)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} mx + ny = 14 \\ mx + 2ny = 17 \end{cases}$ nên ta có:

$$\begin{cases} m - 3n = 14 \\ m - 6n = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 11 \\ n = -1 \end{cases}$$

Câu 9. Để đo chiều cao AB của tượng phật Bồ tát tại chùa Linh Ứng (Bãi Bụt – Sơn Trà – thành phố Đà Nẵng) bằng ánh nắng mặt trời, người ta dùng một chiếc cọc CD cao $2m$ đặt thẳng đứng. Khi bóng của điểm B và D trên mặt đất trùng nhau tại vị trí điểm E (minh họa bằng hình vẽ), người ta đo được $CE = 0,4m$, $CA = 13m$. Chiều cao của tượng phật Bồ tát bằng

- A. 67 m. B. 64 m.
C. 66 m. D. 65 m.



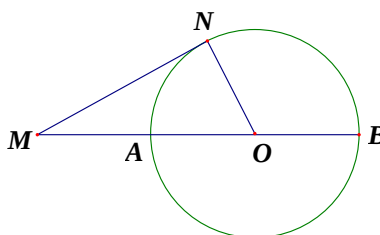
Lời giải

Chọn A.

Tam giác ABE có $AB \parallel CD$ nên $\frac{EC}{EA} = \frac{CD}{AB} \Rightarrow AB = \frac{AE.CD}{EC} = \frac{13,4.2}{0,4} = 67$.

Vậy chiều cao của tượng phật Bồ tát bằng 67 m.

Câu 10. Cho đường tròn (O) và điểm M nằm ngoài đường tròn. Từ M kẻ tiếp tuyến MN (N là tiếp điểm) và cát tuyến MAB qua tâm O (tham khảo hình vẽ). Biết $MN = 12$, $MA = 8$.



Chu vi của (O) bằng

A. 18π .

B. 5π .

C. 25π .

D. 10π .

Lời giải

Chọn D.

Tam giác MNO vuông tại N có: $MN^2 + NO^2 = MO^2 \Rightarrow 12^2 + R^2 = (8 + R)^2 \Leftrightarrow 80 = 16R \Leftrightarrow R = 5$.

Do đó chu vi (O) bằng $2\pi R = 10\pi$.

II. Tự luận (7,5 điểm)

Câu 1. (1,5 điểm) Với $x > 0$ và $x \neq 4$, cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x} + 4}{x - 2\sqrt{x}}$

a) Tính giá trị biểu thức P khi $x = 9$.

b) Rút gọn biểu thức P .

c) Tìm x để $P = 2$.

Lời giải

a) Thay $x = 9$ vào biểu thức P ta được:

$$P = \frac{\sqrt{9} + 2}{\sqrt{9}} + \frac{2\sqrt{9} + 4}{9 - 2\sqrt{9}} = \frac{3 + 2}{3} + \frac{2 \cdot 3 + 4}{9 - 2 \cdot 3} = 5$$

b) Với $x > 0$ và $x \neq 4$ thì

$$P = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x} + 4}{x - 2\sqrt{x}}$$

$$P = \frac{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)} + \frac{2\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}$$

$$P = \frac{x - 4 + 2\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}$$

$$P = \frac{x + 2\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}$$

$$P = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)} = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 2}$$

c) $P = 2 \Rightarrow \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 2} = 2 \Rightarrow \sqrt{x} + 2 = 2\sqrt{x} - 4 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 6 \Leftrightarrow x = 36$ (TMĐKXD)

Vậy $x = 36$ thì $P = 2$.

Câu 2. (2,0 điểm) Cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2(m - 1)x + 2m + 3$.

a) Vì đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0; -5)$ nên ta có:

$$2m + 3 = -5 \Leftrightarrow 2m = -8 \Leftrightarrow m = -4.$$

Vậy với $m = -4$ thì đường thẳng (d) cắt trục tung tại tọa độ $(0; -5)$.

b) Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) là:

$$x^2 = 2(m - 1)x + 2m + 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2(m - 1)x - 2m - 3 = 0 (*)$$

Ta có: $\Delta' = (m-1)^2 + 2m + 3 = m^2 - 2m + 1 + 2m + 3 = m^2 + 4$

Vì $m^2 \geq 0$ với mọi m nên $\Delta' = m^2 + 4 \geq 4 > 0$ với mọi m .

Vậy phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt với mọi $m \Rightarrow$ đường thẳng d luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m .

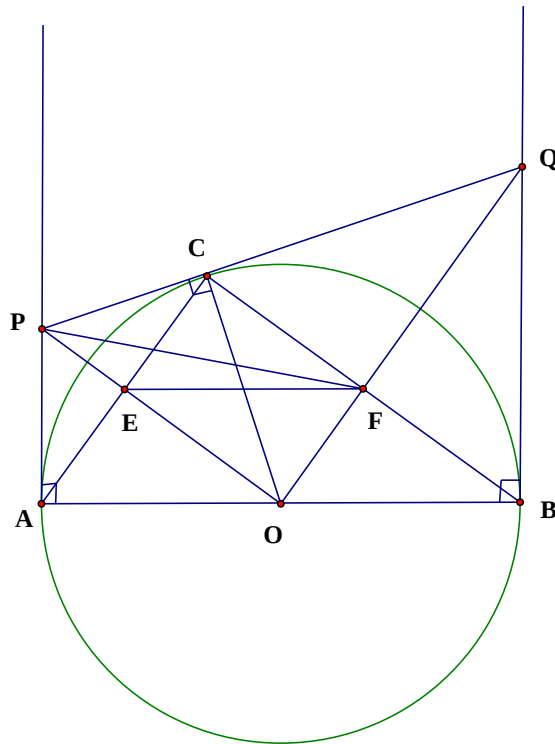
Theo Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 x_2 = -2m-3 \end{cases}$ hay $\begin{cases} x_A + x_B = 2(m-1) \\ x_A x_B = -2m-3 \end{cases}$

mà $x_A^2 + x_B^2 = 10 \Leftrightarrow (x_A + x_B)^2 - 2x_A x_B = 10 \Leftrightarrow 4(m-1)^2 - 2(-2m-3) = 10$

$\Leftrightarrow 4m^2 - 8m + 4 + 4m + 6 = 10 \Leftrightarrow 4m^2 - 4m = 0 \Leftrightarrow 4m(m-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy $m \in \{0; 1\}$

Câu 3. (3,0 điểm)



a) Vì AP là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $\widehat{PAO} = 90^\circ$

Vì PC là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $\widehat{PCO} = 90^\circ$

Xét tứ giác $OAPC$ có: $\widehat{PAO} + \widehat{PCO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow$ Tứ giác $OAPC$ nội tiếp được đường tròn (tứ giác có tổng hai góc đối diện bằng 180°).

b) +) Theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau, ta có:

$$\widehat{AOP} = \widehat{COP}; \widehat{COQ} = \widehat{BOQ}$$

mà $\widehat{AOP} + \widehat{COP} + \widehat{COQ} + \widehat{BOQ} = 180^\circ \Rightarrow 2(\widehat{COP} + \widehat{COQ}) = 180^\circ$

$\widehat{COP} + \widehat{COQ} = 90^\circ$ hay $\widehat{POQ} = 90^\circ \Rightarrow \Delta OPQ$ vuông tại O .

+) Tam giác OPQ vuông tại O có OC là đường cao nên theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có:

$$OC^2 = CP.CQ \text{ mà } CP = AP; CQ = BQ \text{ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau).}$$

$$\Rightarrow OC^2 = AP.BQ \quad (1).$$

Ta có: $\widehat{ACB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Chứng minh được: $\widehat{CEO} = 90^\circ$ (do OP là đường trung trực của AC)

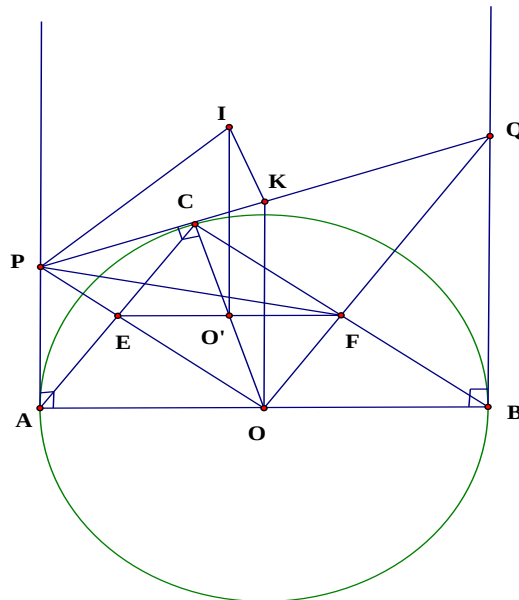
$$\widehat{CFO} = 90^\circ \text{ (do } OQ \text{ là đường trung trực của } BC \text{).}$$

Từ đó suy ra: Tứ giác $OECF$ là hình chữ nhật (tứ giác có ba góc vuông).

$$\Rightarrow EF = OC \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra: $EF^2 = AP.BQ$.

c)



Ta chứng minh được $\widehat{EFO} = \widehat{CPO}$ nên tứ giác $PEFQ$ nội tiếp

Gọi O', K lần lượt là trung điểm của EF và PQ

Dựng đường trung trực của EF và PF cắt nhau tại I thì I chính là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $PEFQ$ hay I chính là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác PEF .

$$\Rightarrow IP^2 = IK^2 + OK^2$$

$$\text{Mặt khác: } IP^2 \geq O'O^2 + OC^2 = \left(\frac{OC}{2}\right)^2 + OC^2 = \frac{5R^2}{4}.$$

$$\text{Vậy } r = IP \text{ có giá trị nhỏ nhất bằng } \frac{R\sqrt{5}}{2}.$$

Dấu "=" xảy ra khi $OC = OK$ tức là C là điểm chính giữa của cung AB .

$$\text{Khi đó } r = \frac{R\sqrt{5}}{2}.$$

Câu 4. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} (x+2)^2 - x(y+1) + y = 8 & (1) \\ 4x^2 - 24x + 35 = 5(\sqrt{3y-14} + \sqrt{y-1}) & (2) \end{cases}$$

Lời giải

$$\text{ĐKXD: } y \geq \frac{14}{3}$$

$$\text{Từ (1) ta có: } (x+2)^2 - x(y+1) + y = 8$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 - xy - x + y = 8$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 4 - xy - x + y = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-1) + 4(x-1) - y(x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-y+4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = x + 4 \end{cases}$$

$$+ \text{ Nếu } x = 1 \text{ thay vào (2) ta được } 15 = 5(\sqrt{3y-14} + \sqrt{y-1})$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3y-14} + \sqrt{y-1} = 3$$

$$\Leftrightarrow 4y - 15 + 2\sqrt{3y^2 - 17y + 14} = 9$$

$$\Leftrightarrow 2y + \sqrt{3y^2 - 17y + 14} = 12$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3y^2 - 17y + 14} = 12 - 2y$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 12 - 2y \geq 0 \\ 3y^2 - 17y + 14 = 144 - 48y + 4y^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y \leq 6 \\ y^2 - 31y + 130 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y \leq 6 \\ \begin{cases} y = 5 \\ y = 26 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow y = 5 \text{ (thỏa mãn ĐK)}$$

$$+ \text{ Nếu } y = x + 4 \text{ thay vào (2) ta được } 4x^2 - 24x + 35 = 5(\sqrt{3x-2} + \sqrt{x+3}) \quad (*)$$

$$\text{ĐK: } x \geq \frac{2}{3}$$

$$(*) \Leftrightarrow 4x(x-6) = 5\left[(\sqrt{3x-2}-4) + (\sqrt{x+3}-3)\right]$$

$$\Leftrightarrow 4x(x-6) = 5 \left[\frac{3(x-6)}{\sqrt{3x-2}+4} + \frac{x-6}{\sqrt{x+3}+3} \right]$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \text{ (tmdk)} \\ 4x=5 \left[\frac{3}{\sqrt{3x-2}+4} + \frac{1}{\sqrt{x+3}+3} \right] \end{cases}$$

.) Nếu $x=6$ thì $y=10$ (thỏa mãn ĐK).

$$.) \text{ Nếu } 4x=5 \left[\frac{3}{\sqrt{3x-2}+4} + \frac{1}{\sqrt{x+3}+3} \right] \text{ thì } \frac{15}{\sqrt{3x-2}+4} - 3 + \frac{5}{\sqrt{x+3}+3} - 1 + 4 - 4x = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{15-3\sqrt{3x-2}-12}{\sqrt{3x-2}+4} + \frac{5-\sqrt{x+3}-3}{\sqrt{x+3}+3} + 4 - 4x = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3-3\sqrt{3x-2}}{\sqrt{3x-2}+4} + \frac{2-\sqrt{x+3}}{\sqrt{x+3}+3} + 4 - 4x = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3(1-\sqrt{3x-2})}{\sqrt{3x-2}+4} + \frac{2-\sqrt{x+3}}{\sqrt{x+3}+3} + 4(1-x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{9(1-x)}{(\sqrt{3x-2}+4)(1+\sqrt{3x-2})} + \frac{1-x}{(\sqrt{x+3}+3)(2+\sqrt{x+3})} + 4(1-x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (1-x) \left[\frac{9}{(\sqrt{3x-2}+4)(1+\sqrt{3x-2})} + \frac{1}{(\sqrt{x+3}+3)(2+\sqrt{x+3})} + 4 \right] = 0$$

$$\Leftrightarrow x=1 \text{ (do } \frac{9}{(\sqrt{3x-2}+4)(1+\sqrt{3x-2})} + \frac{1}{(\sqrt{x+3}+3)(2+\sqrt{x+3})} + 4 > 0) \text{ (thỏa mãn ĐK)}$$

$$\Rightarrow y=5 \text{ (thỏa mãn ĐK)}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) \in \{(1; 5), (6; 10)\}$.

---Hết---

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH PHÚ YÊN

KỶ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2022-2023

Môn: TOÁN

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề gồm có 02 trang)

Thời gian làm bài : 120 phút (không kể thời gian giao đề)

I. TRẮC NGHIỆM (3,00 điểm)

Thí sinh chọn 1 phương án đúng nhất ở mỗi câu và viết phương án chọn vào bài làm
(Ví dụ: Câu 1: A, câu 2: B, câu 3: D....)

Câu 1. Căn bậc hai của một số a không âm là số x sao cho

A. $a^2 = x$

B. $x^2 = a$

C. $x = 2a$

D. $a = 2x$

Câu 2. Căn bậc ba của biểu thức $(1-x)^3$ là

A. $x-1$

B. $1-x$

C. $3(1-x)$

D. $\frac{1-x}{3}$

Câu 3. Hàm số nào sau đây **không phải** là hàm số bậc nhất ?

A. $y = 2x$

B. $y = -2 + 5x$

C. $y = \frac{3x-1}{5}$

D. $y = \frac{4}{x}$

Câu 4. Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $y = x-1$ và $y = 2x+1$ là

A. $(-2; -3)$

B. $(-3; -2)$

C. $(2; 1)$

D. $(1; 3)$

Câu 5. Đồ thị của hàm số $y = -\frac{1}{4}x^2$ có trục đối xứng là

A. Trục Ox

B. đường thẳng $y = x$

C. Trục Oy

D. đường thẳng $y = x$

Câu 6. Phương trình nào sau đây **vô nghiệm**

A. $x^2 - 7x + 12 = 0$

B. $2021x^2 - 2022 = 0$

C. $(x-1)^2 = 0$

D. $x^2 + x + 1 = 0$

Câu 7. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH . Biết $AB = 6cm$, $BC = 7,5cm$. Độ dài đoạn BH bằng :

A. $\frac{27}{10}cm$

B. $\frac{9}{2}cm$

C. $\frac{24}{5}cm$

D. $\frac{4}{5}cm$

Câu 8. Cho tam giác ABC vuông tại A , có $\angle B = \alpha$, $AB = 1\text{cm}$, $AC = 2\text{cm}$. Khẳng định nào sau đây sai

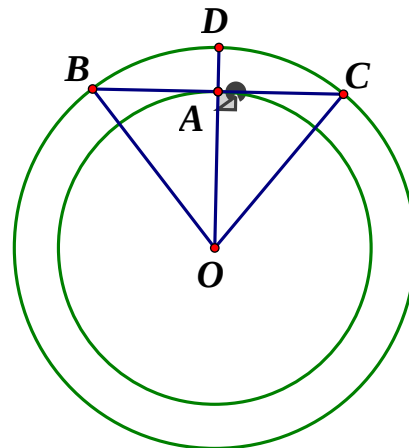
- A. $\cos \alpha = \sqrt{5}$ B. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ C. $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 2$ D. $\cot \alpha = \frac{1}{2}$

Câu 9. Đường tròn có bao nhiêu trục đối xứng ?

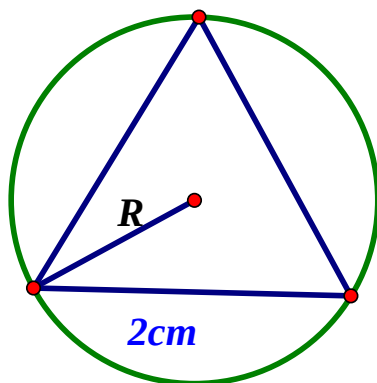
- A. có vô số trục đối xứng B. có duy nhất một trục đối xứng
C. có hai trục đối xứng D. không có trục đối xứng nào

Câu 10. Cho hai đường tròn đồng tâm, có $OD = R$ và $OA = \frac{R\sqrt{3}}{2}$. Tiếp tuyến tại điểm A của đường tròn nhỏ cắt đường tròn lớn tại B và C (hình vẽ). Số đo cung nhỏ DC của đường tròn lớn là

- A. 90°
B. 60°
C. 45°
D. 30°



Câu 11. Cho hình 2. Bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác đều có cạnh bằng 2cm là



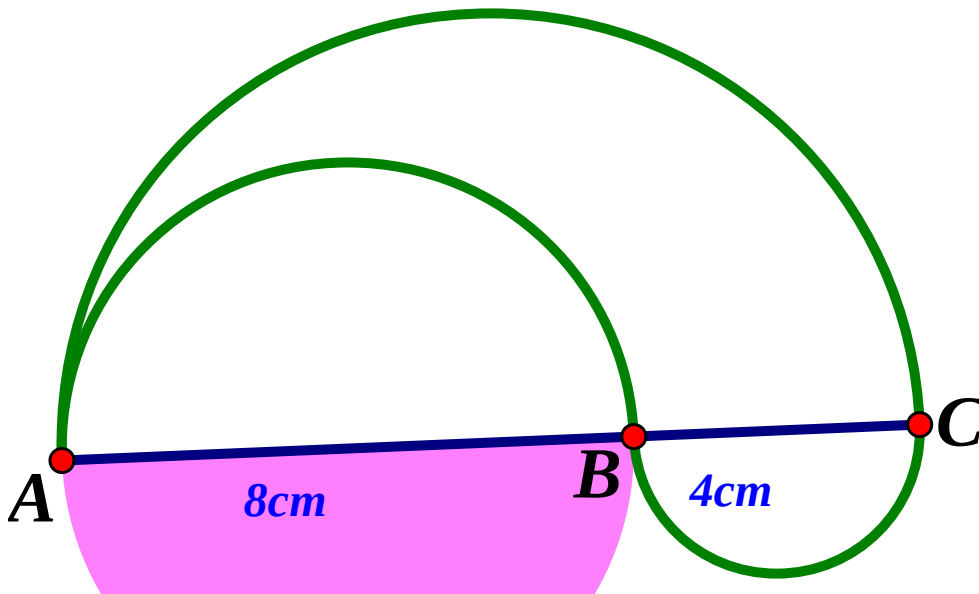
A. $\frac{\sqrt{3}}{3}cm$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}cm$

C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}cm$

D. $\sqrt{3}cm$

Câu 12. Tính diện tích phần **không tô màu**, giới hạn bởi nửa đường tròn đường kính AC , nửa đường tròn đường kính $AB = 8cm$ và nửa đường tròn đường kính $BC = 4cm$ (Hình 3)



A. $40\pi cm^2$

B. $24\pi cm^2$

C. $12\pi cm^2$

D. $20\pi cm^2$

II. TỰ LUẬN (7,00 điểm)

Câu 13. (1,5 điểm)

- 1) So sánh các số $2\sqrt{3}$ và $3\sqrt{2}$
- 2) Giải các phương trình, hệ phương trình sau :

a)
$$\begin{cases} x + 3y = 5 \\ 3x + y = -1 \end{cases}$$

b) $x(x+1) = 2$

Câu 14. (1,5 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 + m - 2 = 0$ (m là tham số)

- a) Với giá trị nào của m thì phương trình có nghiệm ?
- b) Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

$$x_1x_2 + x_1 + x_2 = 0$$

Câu 15. (2,00 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Phú và Yên cùng tham gia cuộc thi maratong cự ly 10km. Trong 4km đầu, cả 2 chạy cùng vận tốc. Trong 6km cuối, Phú tăng vận tốc thêm 2km/h . Yên vẫn duy trì vận tốc của mình trong suốt quãng đường đua. Kết quả là Phú về đích sớm hơn Yên 6 phút. Tính vận tốc chạy của Yên

Câu 16. (2,00 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A , có $AB = a, BC = 2a$. Về phía ngoài tam giác ABC vẽ hai nửa đường tròn đường kính AB và AC . Đường thẳng d đi qua A cắt nửa đường tròn đường kính AB tại D và cắt nửa đường tròn đường kính AC tại E ($D, E \neq A$)

- Chứng minh rằng BD song song với CE
- Gọi O là trung điểm của đoạn thẳng BC . Tính số đo góc AOC
- Xác định vị trí của đường thẳng d để tứ giác $BCED$ nội tiếp được
- Cho biết BC cố định. Khi đường thẳng d thay đổi thì trung điểm I của đoạn thẳng DE chạy trên đường nào ?

ĐÁP ÁN

I. Trắc nghiệm

1B 2B 3D 4A 5C 6D 7C 8A 9A 10D 11C 12C

II. Tự luận

Câu 13. (1,5 điểm)

3) So sánh các số $2\sqrt{3}$ và $3\sqrt{2}$

Ta có $3\sqrt{2} = \sqrt{18} > \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \Rightarrow 3\sqrt{2} > 2\sqrt{3}$

4) Giải các phương trình, hệ phương trình sau :

$$a) \begin{cases} x+3y=5 \\ 3x+y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3y=5 \\ -9x-3y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -8x=8 \\ y=-1-3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$$

$$b) x(x+1)=2 \Leftrightarrow x^2+x-2=0 \Leftrightarrow x^2-x+2x-2=0 \Leftrightarrow (x-1)(x+2)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-2 \end{cases}$$

Câu 14. (1,5 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 + m - 2 = 0$ (m là tham số)

c) Với giá trị nào của m thì phương trình có nghiệm ?

Ta có : $\Delta' = (m-1)^2 - (m^2 + m - 2) = -3m + 3$

Phương trình có nghiệm khi $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow -3m + 3 \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 1$

Vậy với $m \leq 1$ phương trình có nghiệm

d) Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

$$x_1 x_2 + x_1 + x_2 = 0$$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m < 1$. Lúc đó, áp dụng Vi-et ta có :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 2 \\ x_1 x_2 = m^2 + m - 2 \end{cases} \text{ . Ta có :}$$

$$x_1 x_2 + x_1 + x_2 = 0 \Leftrightarrow m^2 + m - 2 + 2m - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 3m - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1(ktm) \\ m = -4(tm) \end{cases}$$

Vậy $m = -4$

Câu 15. (2,00 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Phú và Yên cùng tham gia cuộc thi maratong cự ly 10km. Trong 4km đầu, cả 2 chạy cùng vận tốc. Trong 6km cuối, Phú tăng vận tốc thêm 2km/h . Yên vẫn duy trì vận tốc của mình trong suốt quãng đường đua. Kết quả là Phú về đích sớm hơn Yên 6 phút. Tính vận tốc chạy của Yên

$$6 \text{ phút} = \frac{1}{10} h$$

Gọi vận tốc chạy của Yên là $x(\text{km/h}) (x > 0)$

Thời gian Yên chạy là : $\frac{10}{x}(h)$, vận tốc Phú chạy 4km đầu là $x(\text{km/h})$

Vận tốc Phú chạy 6km cuối : $x + 2(\text{km/h})$

Thời gian Phú chạy hết quãng đường : $\frac{4}{x} + \frac{6}{x+2}(h)$

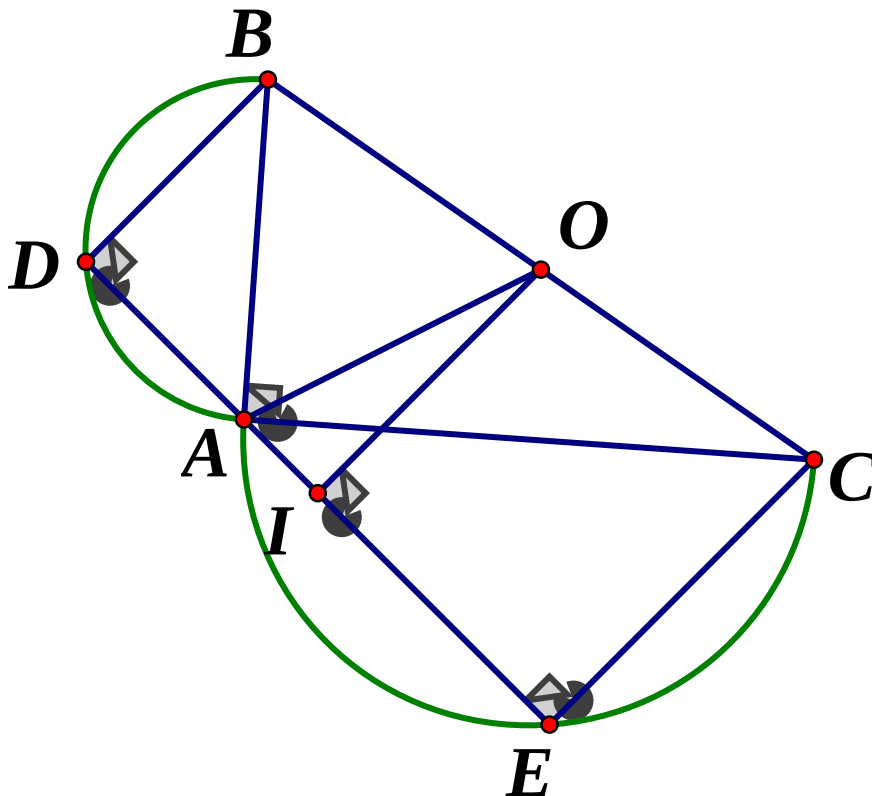
Vì Phú về đích sớm hơn Yên 6 phút nên ta có phương trình :

$$\frac{4}{x} + \frac{6}{x+2} + \frac{1}{10} = \frac{10}{x} \Leftrightarrow \frac{-6.10.(x+2) + 6x.10 + x(x+2)}{x(x+2)} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x - 120 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10(tm) \\ x = -12(ktm) \end{cases}$$

Vậy vận tốc của Yên là $10km/h$

Câu 16. (2,00 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A , có $AB = a, BC = 2a$. Về phía ngoài tam giác ABC vẽ hai nửa đường tròn đường kính AB và AC . Đường thẳng d đi qua A cắt nửa đường tròn đường kính AB tại D và cắt nửa đường tròn đường kính AC tại E ($D, E \neq A$)



e) Chứng minh rằng BD song song với CE

Ta có :

D thuộc đường tròn đường kính $AB \Rightarrow \angle ADB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)
nên $BD \perp AD$ hay $BD \perp DE$

$\angle AEC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Ta có $\begin{cases} BD \perp DE \\ CE \perp DE \end{cases} \Rightarrow BD // CE$

f) Gọi O là trung điểm của đoạn thẳng BC. Tính số đo góc AOC

Tam giác ABC vuông tại A, ta có :

$$\sin \angle ACB = \frac{AB}{BC} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle ACB = 30^\circ \text{ hay } \angle ACO = 30^\circ$$

$\triangle ABC$ vuông tại A, đường trung tuyến AO nên $AO = CO \Rightarrow \triangle AOC$ cân tại O
 $\Rightarrow \angle OAC = \angle ACO$

Tam giác AOC có : $\angle OAC + \angle OCA + \angle AOC = 180^\circ$ (tổng các góc trong tam giác)
 $\Rightarrow 2\angle ACO + \angle AOC = 180^\circ \Rightarrow 2.30^\circ + \angle AOC = 180^\circ \Rightarrow \angle AOC = 120^\circ$

g) Xác định vị trí của đường thẳng d để tứ giác BCED nội tiếp được

Giả sử tứ giác BCED nội tiếp, khi đó $\angle DBC + \angle DEC = 180^\circ$

Mà $\angle DEC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính AC)

Suy ra $\angle DBC = 90^\circ \Leftrightarrow DB \perp BC$

Mà $DB \perp DE$ (cmt) $\Rightarrow DE // BC$

Vậy d đi qua A và song song với BC thì tứ giác BCED nội tiếp được

h) Cho biết BC cố định. Khi đường thẳng d thay đổi thì trung điểm I của đoạn thẳng DE chạy trên đường nào ?

Ta có $BD // EC$ (cmt) $\Rightarrow BDEC$ là hình thang

Hình thang BDEC có O là trung điểm BC, I là trung điểm DE

$\Rightarrow OI$ là đường trung bình của hình thang BDEC

$\Rightarrow OI // BD$ mà $DB \perp DE$ (cmt) $\Rightarrow OI \perp DE$

Xét tam giác ODE có : OI là đường cao ($OI \perp DE$)

OI là trung tuyến (I là trung điểm DE)

Suy ra $\triangle ODE$ cân tại O

Nên OI là đường trung trực của đoạn DE

$\Rightarrow I \in$ đường trung trực của đoạn thẳng DE khi d thay đổi

SỞ GD VÀ ĐT QUẢNG BÌNH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2022-2023

Khóa ngày 07/6/2022

Thời gian làm bài : 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Đề có 01 trang gồm 5 câu

Câu 1. (2,0 điểm)

Rút gọn các biểu thức sau :

a) $A = 4\sqrt{5} + \sqrt{20} - \sqrt{45}$

b) $B = \frac{a - 2\sqrt{a} + 1}{\sqrt{a} - 1} + \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a}} (0 < a \neq 1)$

Câu 2. (1,5 điểm)

a) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = (m-1)x + 2$ đi qua điểm $A(1;4)$

b) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x + 5y = 7 \\ 3x - 5y = 1 \end{cases}$$

Câu 3. (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2 + 2mx - 3 = 0(1)$ (với m là tham số)

a) Giải phương trình (1) với $m = 1$

b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

$$x_1^2 + x_2^2 + 3x_1x_2 = 1$$

Câu 4. (1,0 điểm)

Cho $x, y > 0$ và thỏa mãn $x + y + 3xy = 5$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2$

Câu 5. (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn với $AB > AC$. Các đường cao BM, CN cắt nhau tại H

a) Chứng minh tứ giác $AMHN$ nội tiếp

b) Gọi D là giao điểm của AH và BC . Chứng minh AD là phân giác của $\angle MDN$

c) Đường thẳng qua D và song song với MN cắt AB, CN lần lượt tại I, J . Chứng minh D là trung điểm IJ

ĐÁP ÁN

Câu 1. (2,0 điểm)

Rút gọn các biểu thức sau :

$$a) A = 4\sqrt{5} + \sqrt{20} - \sqrt{45} = 4\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 3\sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} b) B &= \frac{a - 2\sqrt{a} + 1}{\sqrt{a} - 1} + \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a}} \quad (0 < a \neq 1) \\ &= \frac{(\sqrt{a} - 1)^2}{\sqrt{a} - 1} + \frac{\sqrt{a} \cdot (\sqrt{a} + 1)}{\sqrt{a}} = \sqrt{a} - 1 + \sqrt{a} + 1 = 2\sqrt{a} \end{aligned}$$

Câu 2. (1,5 điểm)

c) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = (m-1)x + 2$ đi qua điểm

$$A(1; 4)$$

Thay điểm $A(1; 4)$ vào hàm số $y = (m-1)x + 2$ ta được :

$$4 = (m-1) \cdot 1 + 2 \Leftrightarrow m = 3$$

Vậy $m = 3$ thì thỏa đề

d) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x + 5y = 7 \\ 3x - 5y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 5y = 7 \\ 3x - 5y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 8 \\ y = \frac{7-x}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 1)$

Câu 3. (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2 + 2mx - 3 = 0$ (1) (với m là tham số)

c) Giải phương trình (1) với $m = 1$

$$\text{Với } m = 1, \text{ thay vào phương trình (1) ta được : } x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

Vậy với $m = 1$, phương trình có tập nghiệm $S = \{-3; 1\}$

d) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

$$x_1^2 + x_2^2 + 3x_1x_2 = 1$$

Ta có $\Delta' = m^2 - (-3) = m^2 + 3 > 0, \forall m$ nên phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m

Theo hệ thức Vi-et, ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2m \\ x_1 x_2 = -3 \end{cases}$. Theo giả thiết :

$$x_1^2 + x_2^2 + 3x_1 x_2 = 1 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 + x_1 x_2 = 1$$

$$\text{hay } (-2m)^2 - 3 = 1 \Leftrightarrow 4m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 1$$

Vậy $m = \pm 1$

Câu 4. (1,0 điểm)

Cho $x, y > 0$ và thỏa mãn $x + y + 3xy = 5$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2$

$$\text{Ta có } xy \leq \frac{(x+y)^2}{4} \quad \forall x, y > 0 \Rightarrow 5 \leq x + y + 3 \frac{(x+y)^2}{4}$$

$$\Rightarrow 3(x+y)^2 + 4(x+y) - 20 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x+y-2)[3(x+y)+10] \geq 0 \Leftrightarrow x+y \geq 2 \quad (\text{do } 3(x+y)+10 > 0)$$

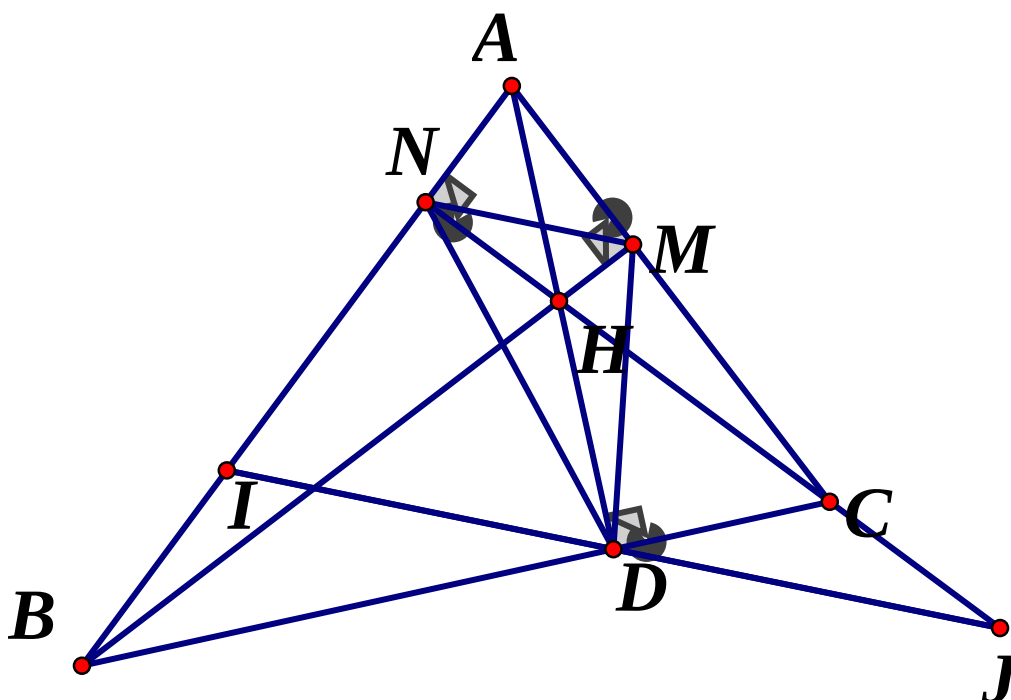
$$P = x^2 + y^2 \geq \frac{(x+y)^2}{2} \Rightarrow P \geq \frac{2^2}{2} = 2$$

Dấu bằng xảy ra khi $x = y = 1$

Vậy $\min P = 2 \Leftrightarrow x = y = 1$

Câu 5. (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn với $AB > AC$. Các đường cao BM, CN cắt nhau tại H



d) Chứng minh tứ giác $AMHN$ nội tiếp

Ta có $\begin{cases} HM \perp AC \\ HN \perp AB \end{cases} \Rightarrow \angle HMA = \angle HNA = 90^\circ$

$\Rightarrow \angle HMA + \angle HNA = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$, mà 2 góc này là hai góc đối nhau nên tứ giác $AMHN$ là tứ giác nội tiếp

e) Gọi D là giao điểm của AH và BC . Chứng minh AD là phân giác của $\angle MDN$

Tương tự câu a, ta có

$\angle HMC = \angle HDM = 90^\circ \Rightarrow HDCM$ là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow \angle HDM = \angle HCM$ (cùng chắn cung HM)

$\angle HDB = \angle HNB = 90^\circ \Rightarrow HDBN$ là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow \angle NDH = \angle NBH$ (cùng chắn cung HN)

Mà $\angle HCM = \angle NBH$ (cùng phụ với $\angle BAC$)

$\Rightarrow \angle HDM = \angle HDN \Rightarrow AD$ là phân giác của $\angle MDN$ (đpcm)

f) Đường thẳng qua D và song song với MN cắt AB, CN lần lượt tại I, J . Chứng minh D là trung điểm IJ

Ta có :

Tứ giác $AMHN$ nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \angle HNM = \angle HAM$ (cùng chắn cung HM)

Mà $\angle HAM = \angle HBD$ (cùng phụ với $\angle ACB$)

Tứ giác $HDBN$ nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \angle HBD = \angle HND$ (cùng chắn cung HD)

$\Rightarrow \angle HNM = \angle HND$

Ta lại có $IJ \parallel MN$ (gt) $\Rightarrow \angle HNM = \angle HJI = \angle HJD$ (hai góc so le trong bằng nhau)

$\Rightarrow \angle HND = \angle HJD \Rightarrow \triangle DNJ$ cân tại D nên $DN = DJ$ (1)

Vì $\angle HND = \angle HJD$ (cmt) $\Rightarrow 90^\circ - \angle HND = 90^\circ - \angle HJD \Rightarrow \angle DNI = \angle NID$

Suy ra $\triangle NID$ cân tại $D \Rightarrow DN = DI$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $DI = DJ (= DN)$

Vậy D là trung điểm IJ (đpcm)

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH QUẢNG NAM**

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi gồm có 01 trang)

**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 VÀO TRƯỜNG
THPT CHUYÊN NĂM HỌC 2022-2023**

Môn thi: TOÁN (Toán chung)
Thời gian : 120 phút (Không kể thời gian giao đề)
Khóa thi ngày :14-16/6/2022

Câu 1. (2,0 điểm)

- a) Không sử dụng máy tính cầm tay, tính giá trị của biểu thức

$$A = \sqrt{18} - \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} + (1 - \sqrt{2})^2$$

- b) Rút gọn biểu thức $B = \frac{x-4}{\sqrt{x}+2} + \frac{x+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ (với $x > 0$)

Câu 2. (2,0 điểm)

- a) Vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$

- b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x - y = 7 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}$$

Câu 3. (2,0 điểm)

- a) Giải phương trình $2x^4 - x^2 - 1 = 0$

- b) Xác định tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2mx + m^2 + m - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $|x_1 - x_2| = m$

Câu 4. (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O) có đường kính AB . Trên đường tròn (O) lấy điểm E (khác B) sao cho tiếp tuyến của (O) tại E cắt tia AB tại điểm C . Gọi d là đường thẳng vuông góc với đường thẳng AB tại C , D là giao điểm của đường thẳng AE và đường thẳng d , F là giao điểm thứ hai của đường thẳng BD và đường tròn (O)

- a) Chứng minh tứ giác $BCDE$ nội tiếp đường tròn
b) Chứng minh EF song song với đường thẳng d
c) Gọi I là giao điểm của BE và CF , H là giao điểm của EF và AB
Chứng minh $BC \cdot IF = 2IC \cdot BH$

Câu 5. (0,5 điểm)

Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$Q = \sqrt{2a+bc} + \sqrt{2b+ca} + \sqrt{2c+ab}$$

ĐÁP ÁN

Câu 1. (2,0 điểm)

c) Không sử dụng máy tính cầm tay, tính giá trị của biểu thức

$$A = \sqrt{18} - \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} + (1 - \sqrt{2})^2 = 3\sqrt{2} - \sqrt{2} + 3 - 2\sqrt{2} = 3$$

d) Rút gọn biểu thức $B = \frac{x-4}{\sqrt{x}+2} + \frac{x+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ (với $x > 0$)

$$\begin{aligned} B &= \frac{x-4}{\sqrt{x}+2} + \frac{x+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}} \\ &= \sqrt{x}-2 + \sqrt{x}+2 = 2\sqrt{x} \end{aligned}$$

Câu 2. (2,0 điểm)

c) Vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$

Học sinh tự vẽ đồ thị

d) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x - y = 7 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}$

$$\begin{cases} 3x - y = 7 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x - 3y = 21 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x = 33 \\ y = 3x - 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (3; 2)$

Câu 3. (2,0 điểm)

c) Giải phương trình $2x^4 - x^2 - 1 = 0$

$$2x^4 - x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow 2x^4 - 2x^2 + x^2 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 1)(2x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \\ x^2 = -\frac{1}{2} \text{ (ktm)} \end{cases}$$

d) Xác định tất cả các giá trị của tham số m để phương trình

$$x^2 - 2mx + m^2 + m - 3 = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt } x_1, x_2 \text{ sao cho } |x_1 - x_2| = m$$

$$\text{Ta có } \Delta' = (-m)^2 - (m^2 + m - 3) = -m + 3$$

$$\text{Để phương trình có hai nghiệm phân biệt } \Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow -m + 3 > 0 \Leftrightarrow m < 3$$

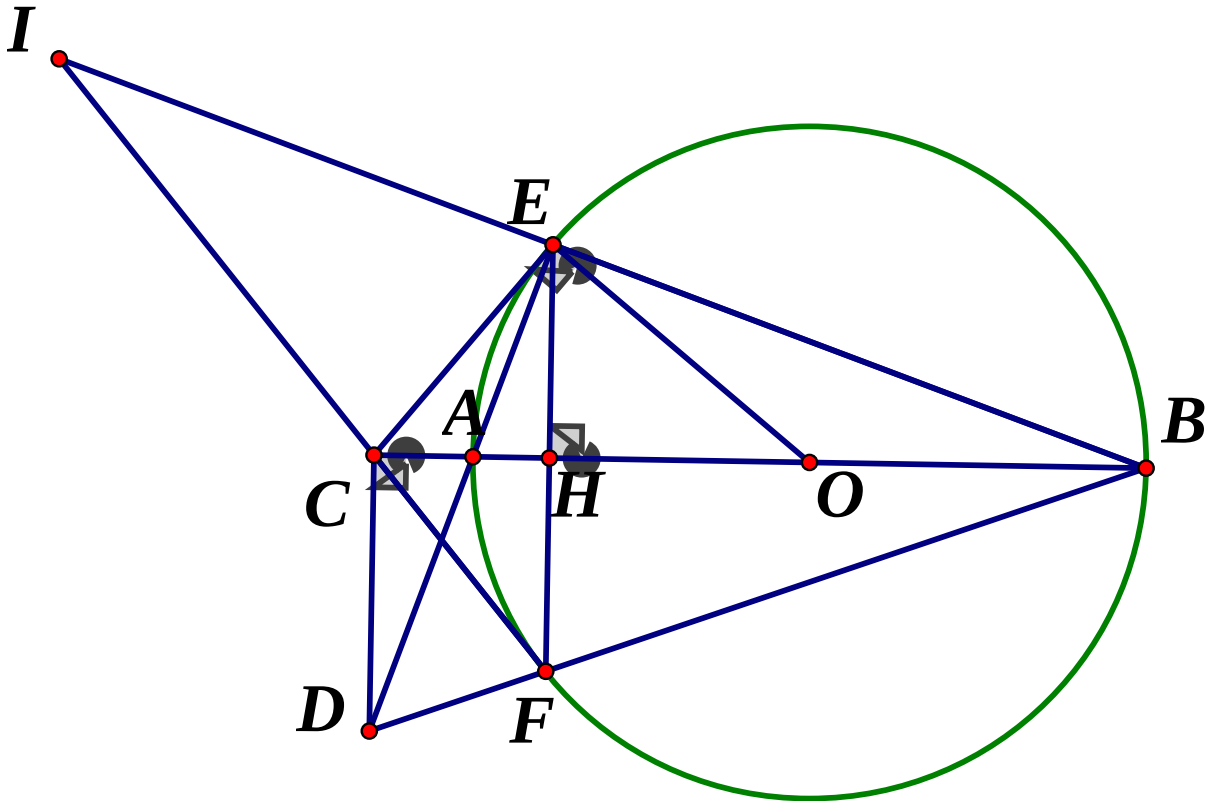
$$\text{Lúc đó, áp dụng hệ thức Vi-et ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = m^2 + m - 3 \end{cases}. \text{ Theo giả thiết, ta có:}$$

$$\begin{aligned}
|x_1 - x_2| &= m (m \geq 0) \Leftrightarrow (x_1 - x_2) = m^2 \\
&\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 - m^2 = 0 \\
&\Leftrightarrow (2m)^2 - 4(m^2 + m - 3) - m^2 = 0 \\
&\Leftrightarrow m^2 + 4m - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2(tm) \\ m = -6(ktm) \end{cases}
\end{aligned}$$

Vậy $m = 2$

Câu 4. (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O) có đường kính AB . Trên đường tròn (O) lấy điểm E (khác B) sao cho tiếp tuyến của (O) tại E cắt tia AB tại điểm C . Gọi d là đường thẳng vuông góc với đường thẳng AB tại C , D là giao điểm của đường thẳng AE và đường thẳng d , F là giao điểm thứ hai của đường thẳng BD và đường tròn (O)



d) Chứng minh tứ giác $BCDE$ nội tiếp đường tròn

Ta có $E \in (O) \Rightarrow \angle AEB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \angle DEB = 90^\circ$

Ta có $DC \perp AB$ tại C (gt) $\Rightarrow \angle DCB = 90^\circ$

Tứ giác $BDCE$ có $\angle DEB = \angle DCB = 90^\circ$ mà hai góc này cùng nhìn BD dưới một góc không đổi nên $BDCE$ là tứ giác nội tiếp

e) Chứng minh EF song song với đường thẳng d

Tứ giác $BDCE$ nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \angle DCE + \angle DBE = 180^\circ \Rightarrow \angle DCE + \angle FBE = 180^\circ$

Xét (O) có $\angle FBE = \angle FEC$ (cùng chắn cung EF)

Nên suy ra $\angle DCE + \angle FEC = 180^\circ \Rightarrow EF \parallel CD$ hay $EF \parallel d$

f) Gọi I là giao điểm của BE và CF , H là giao điểm của EF và AB

Chứng minh $BC \cdot IF = 2IC \cdot BH$

Ta có : $\begin{cases} EF \parallel CD \text{ (cmt)} \\ AB \perp CD \end{cases} \Rightarrow EF \perp AB \text{ tại } H$

Xét (O) có $EF \perp AB$ tại H mà EF là dây không đi qua tâm, AB là đường kính của đường tròn nên H là trung điểm EF (đường kính dây cung)

$\triangle CEF$ có CH là đường cao đồng thời trung tuyến nên $\triangle CEF$ cân tại C

$\Rightarrow \angle CFE = \angle CEF$ mà $\angle CEF = \angle EBF$ (cmt) $\Rightarrow \angle CFE = \angle EBF \Rightarrow \angle IFE = \angle IBF$

Xét $\triangle IEF$ và $\triangle IFB$ có :

$\angle BIF$ chung, $\angle IFE = \angle IBF \Rightarrow \triangle IEF \sim \triangle IFB$ (g.g) $\Rightarrow \frac{FI}{FE} = \frac{BI}{BF}$

Xét $\triangle BEF$ có BH là đường cao đồng thời trung tuyến nên $\triangle BEF$ cân tại B

$\Rightarrow BH$ là tia phân giác của góc $IBF \Rightarrow \frac{BI}{BF} = \frac{CI}{CF}$ (định lý đường phân giác)

$\Rightarrow \frac{FI}{FE} = \frac{BI}{BF} = \frac{CI}{CF} \Rightarrow \frac{IC}{IF} = \frac{FC}{FE} = \frac{FC}{2FH}$ (1)

Ta có: $EF \parallel CD \Rightarrow \angle CDE = \angle DEF = \angle AEF$ (so le trong)

Vì H là trung điểm của EF nên A là điểm chính giữa cung nhỏ EF

$\Rightarrow \angle CEA = \angle AEF$ (2 góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)

$\Rightarrow \angle CDE = \angle CAE$ hay $\angle CDE = \angle CED \Rightarrow \triangle CDE$ cân tại $C \Rightarrow CD = CE$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{IC}{IF} = \frac{FC}{FE} = \frac{FC}{2FH} = \frac{CD}{2EH}$

Mặt khác $EF \parallel d$ (cmt) $\Rightarrow \frac{CD}{FH} = \frac{BC}{BH}$ (Ta-let) $\Rightarrow \frac{IC}{IF} = \frac{BC}{2BH}$

Vậy $BC.IF = 2IC.BH(dfcm)$

Câu 5. (0,5 điểm)

Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$Q = \sqrt{2a + bc} + \sqrt{2b + ca} + \sqrt{2c + ab}$$

Ta có :

$$\sqrt{2a + bc} = \sqrt{(a + b + c)a + bc} = \sqrt{a^2 + ab + ac + bc} = \sqrt{(a + b)(a + c)}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho 2 số thực dương $a + b, a + c$ ta có :

$$(a + b) + (a + c) \geq 2\sqrt{(a + b)(a + c)} \Rightarrow \sqrt{(a + b)(a + c)} \leq \frac{2a + b + c}{2} \Rightarrow \sqrt{2a + bc} \leq \frac{2a + b + c}{2}$$

$$\text{Cmtt: } \sqrt{2b + ca} \leq \frac{a + 2b + c}{2}; \sqrt{2c + ab} \leq \frac{a + b + 2c}{2}$$

$$\Rightarrow Q \leq \frac{2a + b + c}{2} + \frac{a + 2b + c}{2} + \frac{a + b + 2c}{2} = 2(a + b + c) = 4$$

$$\text{Vậy } \text{Max}Q = 4 \Leftrightarrow a = b = c = \frac{2}{3}$$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NGÃI

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2022-2023

Ngày thi: 22/6/2023

Môn : TOÁN

Thời gian làm bài : 120 phút

Bài 1. (2,0 điểm)

- Thực hiện phép tính $2\sqrt{100} - 5\sqrt{25}$
- Cho hàm số $y = -2x^2$ có đồ thị (P)
 - Vẽ (P)
 - Bằng phép tính, tìm tọa độ các giao điểm của (P) với đường thẳng (d): $y = x - 3$

Bài 2. (2,0 điểm)

- Giải phương trình và hệ phương trình sau :
 - $x^2 + 2x - 8 = 0$
 - $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$
- Cho phương trình $x^2 + (m-2)x - m = 0$ với m là tham số
 - Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m
 - Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình. Tìm m để $x_1^2 - x_1 + x_2^2 - x_2 = 2$

Bài 3. (1,5 điểm) Một tổ may gồm 47 công nhân cả nam và nữ được giao nhiệm vụ may 350 chiếc áo cho cổ động viên để cổ vũ đội tuyển U23 Việt Nam tại SEA GAME 31. Để hoàn thành nhiệm vụ, mỗi công nhân nam may 8 chiếc áo, mỗi công nhân nữ may 7 chiếc áo. Tính số công nhân nam và số công nhân nữ của tổ may đó

Bài 4. (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O), bán kính R có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Một điểm P di chuyển trên cung nhỏ AC của đường tròn (O) (P khác A, C). Tiếp tuyến tại P của đường tròn (O) cắt các đường thẳng AB, CD lần lượt tại E, F. Nối DP cắt AB tại G

- Chứng minh rằng 4 điểm O, G, P, C cùng thuộc một đường tròn
- Chứng minh rằng tam giác EPG cân tại E
- Trong trường hợp $PE = 5PF$, tính diện tích tam giác OEF theo R
- Chứng minh rằng khi điểm P di chuyển, tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BPG luôn thuộc một đường thẳng cố định

Bài 5. (1,0 điểm) Cho hai số dương x, y thay đổi thỏa mãn $x + 2y = 4$

- Chứng minh $xy \leq 2$
- Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = xy + \frac{16}{xy} + \frac{x^2 - 2x + 2}{x^2}$

ĐÁP ÁN

Bài 1. (2,0 điểm)

3. Thực hiện phép tính $2\sqrt{100} - 5\sqrt{25} = 2.10 - 5.5 = -5$

4. Cho hàm số $y = -2x^2$ có đồ thị (P)

c) Vẽ (P)

d) Bằng phép tính, tìm tọa độ các giao điểm của (P) với đường thẳng

$$(d): y = x - 3$$

c) Học sinh tự vẽ đồ thị (P)

d) Ta có phương trình hoành độ giao điểm :

$$-2x^2 = x - 3 \Leftrightarrow 2x^2 + x - 3 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 2x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(2x+3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow y=-2 \\ x=-\frac{3}{2} \Rightarrow y=-\frac{9}{4} \end{cases}$$

Vậy giao điểm của (P) và (d) là $A(1; -2), B\left(-\frac{3}{2}; -\frac{9}{4}\right)$

Bài 2. (2,0 điểm)

3. Giải phương trình và hệ phương trình sau :

$$a) x^2 + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow (x+4)(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + 2y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 2y = 2 \\ x + 2y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 5 \\ y = 2x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

4. Cho phương trình $x^2 + (m-2)x - m = 0$ với m là tham số

c) Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m

$$\text{Ta có } \Delta = (m-2)^2 - 4.1.(-m) = m^2 + 4 > 0 (\forall m)$$

Nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m

d) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình. Tìm m để

$$x_1^2 - x_1 + x_2^2 - x_2 = 2$$

Áp dụng hệ thức Vi-et ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 - m \\ x_1 x_2 = -m \end{cases}$. Theo đề ta có

$$x_1^2 - x_1 + x_2^2 - x_2 = 2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - (x_1 + x_2) - 2 = 0$$

$$\text{hay } (2-m)^2 - 2.(-m) - (2-m) - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 0 \end{cases}$$

Vậy $m \in \{1; 0\}$

Bài 3. (1,5 điểm) Một tổ may gồm 47 công nhân cả nam và nữ được giao nhiệm vụ may 350 chiếc áo cho cổ động viên để cổ vũ đội tuyển U23 Việt Nam tại SEA GAME 31. Để hoàn thành nhiệm vụ, mỗi công nhân nam may 8 chiếc áo, mỗi công nhân nữ may 7 chiếc áo. Tính số công nhân nam và số công nhân nữ của tổ may đó
Gọi số công nhân nam nữ lần lượt là x, y (người) ($x, y \in \mathbb{N}^*, x; y < 47$)

Vì tổ may gồm 47 công nhân $\Rightarrow x + y = 47$ (1)

Và mỗi công nhân nam may 8 chiếc áo, mỗi công nhân nữ may 7 chiếc áo, may được tổng cộng 350 chiếc áo nên ta có phương trình $8x + 7y = 350$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 47 \\ 8x + 7y = 350 \end{cases} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \begin{cases} x = 26 \\ y = 21 \end{cases} \text{ (tmdk)}$$

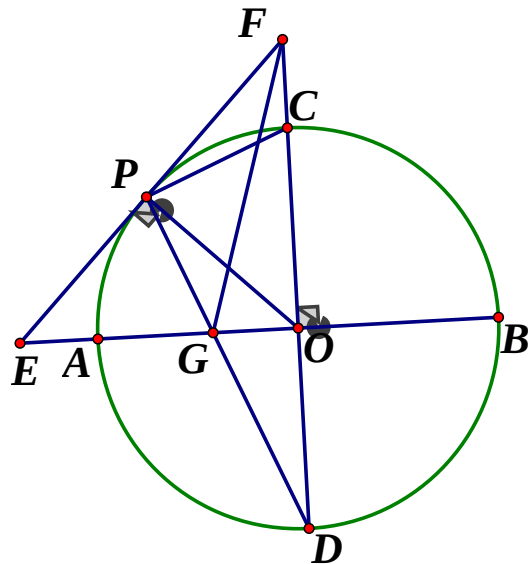
Vậy tổ có 26 công nhân nam và 21 công nhân nữ

Bài 4. (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O) , bán kính R có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Một điểm P di chuyển trên cung nhỏ AC của đường tròn (O) (P khác A, C).

Tiếp tuyến tại P của đường tròn (O) cắt các đường thẳng AB, CD lần lượt tại E, F .

Nối DP cắt AB tại G



e) Chứng minh rằng 4 điểm O, G, P, C cùng thuộc một đường tròn

$$AB \perp CD \text{ tại } O \Rightarrow \angle COA = 90^\circ \Rightarrow \angle COG = 90^\circ$$

$$\text{Xét } (O) \text{ có: } \angle CPD = 90^\circ \text{ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)} \Rightarrow \angle CPG = 90^\circ$$

$$\text{Tứ giác } OGPC \text{ có } \angle COG + \angle CPG = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \text{ mà 2 góc này đối nhau}$$

Nên $OGPC$ là tứ giác nội tiếp

Vậy 4 điểm O, G, P, C cùng thuộc một đường tròn

f) Chứng minh rằng tam giác EPG cân tại E

EF là tiếp tuyến của (O) nên $\angle EPO = 90^\circ$ (tính chất tiếp tuyến của đường tròn)

$$\Rightarrow \angle EPG + \angle GPO = 90^\circ$$

$$AB \perp CD \text{ tại } O \text{ (gt)} \Rightarrow \angle AOD = 90^\circ \Rightarrow \angle GOD = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle DGO + \angle GDO = 90^\circ (\Delta DGO \text{ vuông tại } O)$$

$$\text{Ta có } \Delta DOP \text{ cân tại } O \text{ (} OD = OP = R \text{)} \Rightarrow \angle GPO = \angle GDO \Rightarrow \angle EPG = \angle DGO$$

Lại có $\angle EGP = \angle DGO$ (hai góc đối đỉnh)

$$\Rightarrow \angle EPG = \angle EGP \Rightarrow \Delta EPG \text{ cân tại } E$$

g) Trong trường hợp $PE = 5PF$, tính diện tích tam giác OEF theo R

ΔOEF vuông tại O , đường cao OP , áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có

$$OP^2 = PE \cdot PF \Leftrightarrow R^2 = 5PF \cdot PF \Leftrightarrow PF = \frac{R}{\sqrt{5}} \Rightarrow PE = R\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow EF = PE + PF = \frac{R}{\sqrt{5}} + R\sqrt{5} = \frac{(1 + \sqrt{5})R}{\sqrt{5}}$$

$$\text{Diện tích tam giác } OEF : S = \frac{1}{2} OP \cdot EF = \frac{1}{2} R \cdot \frac{(1 + \sqrt{5})R}{\sqrt{5}} = \frac{(1 + \sqrt{5})R^2}{2\sqrt{5}}$$

h) Chứng minh rằng khi điểm P di chuyển, tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BPG luôn thuộc một đường thẳng cố định

$$\angle GBP = \angle ABD \left(\widehat{BD} = \widehat{AD} \right) \Rightarrow DB \text{ là tiếp tuyến của } (BPG) \text{ tâm } I$$

$$\text{Nên } IB \perp BD \Rightarrow I \in BC$$

Vậy tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BPG luôn đi qua BC cố định

Bài 5. (1,0 điểm) Cho hai số dương x, y thay đổi thỏa mãn $x + 2y = 4$

e) Chứng minh $xy \leq 2$

$$\text{Ta có : } x + 2y = 4 \Leftrightarrow x^2 + 4y^2 + 4xy = 16$$

$$\text{Áp dụng BĐT Cosi: } x^2 + 4y^2 \geq 2\sqrt{x^2 \cdot 4y^2} = 4xy$$

Khi đó :

$$x^2 + 4y^2 + 4xy \geq 4xy + 4xy = 8xy \Leftrightarrow 16 \geq 8xy \Leftrightarrow xy \leq 2 \text{ (đpcm)}$$

f) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = xy + \frac{16}{xy} + \frac{x^2 - 2x + 2}{x^2}$

Ta có :

$$P = xy + \frac{16}{xy} + \frac{x^2 - 2x + 2}{x^2} = xy + \frac{16}{xy} + \left(\frac{x^2 - 2x + 2}{x^2} - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2}$$

$$= \left(xy + \frac{4}{xy} \right) + \frac{12}{xy} + \frac{(x-2)^2}{2x^2} + \frac{1}{2} \geq 2\sqrt{xy \cdot \frac{4}{xy}} + \frac{12}{2} + \frac{1}{2} = 10,5 \text{ (do } xy \leq 2)$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = \frac{4}{xy} \\ (x-2)^2 = 0 \\ x+2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \min P = 10,5 \Leftrightarrow x = 2, y = 1$$

Câu 1. (2,75 điểm)

a) Thực hiện phép tính: $2\sqrt{9} - \sqrt{4}$

b) Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{2}{x-1}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 1$

c) Tìm các giá trị của m để đường thẳng $(d): y = 2x + 3m$ đi qua điểm $B(1;5)$

d) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x - y = 7 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

Câu 2. (1,75 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x - 2m - 1 = 0$ (m là tham số)

a) Giải phương trình với $m = 2$

b) Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $2x_1 + 3x_2 + 3x_1x_2 = -11$

Câu 3. (1,5 điểm) Hai đội công nhân cùng làm một công việc thì hoàn thành tròn 12 ngày. Nếu họ làm riêng thì đội II hoàn thành công việc hết nhiều thời gian hơn đội I là 10 ngày. Hỏi nếu làm riêng, mỗi đội phải làm trong bao nhiêu ngày để xong công việc

Câu 4. (3,5 điểm) Cho đường tròn tâm O , đường kính AB , dây CD vuông góc với AB tại F . Gọi M là một điểm thuộc cung nhỏ BC (M khác B , M khác C), hai đường thẳng AM và CD cắt nhau tại E

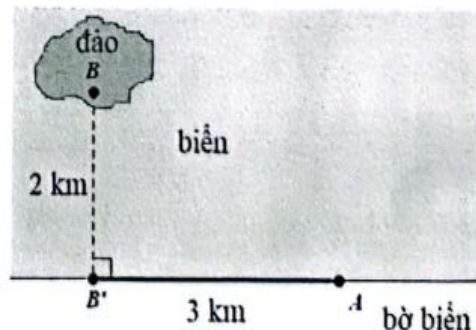
a) Chứng minh tứ giác $BMEF$ nội tiếp

b) Chứng minh tia MA là phân giác của góc CMD

c) Chứng minh $AC^2 = AE \cdot AM$

d) Gọi I là giao điểm của hai đường thẳng MD và AB , N là giao điểm của hai đường thẳng AM và BC . Chứng minh tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CEN nằm trên đường thẳng CI

Câu 5. (0,5 điểm) Một tỉnh dự định làm đường điện từ điểm A trên bờ biển đến điểm B trên một hòn đảo. B cách bờ một khoảng $BB' = 2\text{km}$, A cách B' một khoảng $AB' = 3\text{km}$ (hình vẽ). Biết chi phí làm 1km đường điện trên bờ là 5 tỷ đồng, dưới nước là 13 tỷ đồng. Tìm vị trí điểm C trên đoạn bờ biển AB' sao cho khi làm đường điện theo đường gấp khúc ACB thì chi phí thấp nhất (coi bờ biển là đường thẳng).



---Hết---

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (2,75 điểm)

a) Thực hiện phép tính: $2\sqrt{9} - \sqrt{4}$

b) Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{2}{x-1}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 1$

c) Tìm các giá trị của m để đường thẳng $(d): y = 2x + 3m$ đi qua điểm $B(1;5)$

d) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ x + y = 2 \end{cases}$

Lời giải

a) Ta có $2\sqrt{9} - \sqrt{4} = 2 \cdot 3 - 2 = 6 - 2 = 4$

b) $A = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{2}{x-1}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 1$

$$\begin{aligned} \Rightarrow A &= \left(\frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} + \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \right) : \frac{2}{x-1} \\ &= \frac{\sqrt{x}+1+\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} : \frac{2}{x-1} = \frac{2\sqrt{x}}{x-1} \cdot \frac{x-1}{2} = \sqrt{x} \end{aligned}$$

c) Tìm các giá trị của m để đường thẳng $(d): y = 2x + 3m$ đi qua điểm $B(1;5)$

Thay $x=1$ và $y=5$ vào hàm số $y = 2x + 3m$ ta được:

$$5 = 2 \cdot 1 + 3m \Leftrightarrow 3m = 5 - 2 \Leftrightarrow 3m = 3 \Leftrightarrow m = 1$$

d) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 9 \\ x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (3; -1)$

Câu 2. (1,75 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x - 2m - 1 = 0$ (m là tham số)

a) Giải phương trình với $m = 2$

b) Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $2x_1 + 3x_2 + 3x_1x_2 = -11$

Lời giải

a) Thay $m = 2$ vào phương trình ta được: $x^2 - 2x - 5 = 0$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot (-5) = 24 > 0$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{2 + \sqrt{24}}{2} = 1 + \sqrt{6}; \quad x_2 = \frac{2 - \sqrt{24}}{2} = 1 - \sqrt{6}$$

b) Xét phương trình $x^2 - 2(m-1)x - 2m - 1 = 0$

$$\Delta = 4m^2 + 8 > 0 \text{ với mọi } m$$

Suy ra phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m

Áp dụng hệ thức Viét ta có: $x_1 + x_2 = 2m - 2$; $x_1 x_2 = -2m - 1$

Theo đề bài ta có $2x_1 + 3x_2 + 3x_1 x_2 = -11 \Leftrightarrow 2(x_1 + x_2) + x_2 + 3x_1 x_2 = -11$

$$\Leftrightarrow 2(2m - 2) + x_2 + 3(-2m - 1) = -11 \Leftrightarrow 4m - 4 + x_2 - 6m - 3 = -11 \Leftrightarrow x_2 = 2m - 4$$

Thay $x_2 = 2m - 4$ vào phương trình ban đầu ta được:

$$(2m - 4)^2 - (2m - 2)(2m - 4) - 2m - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 16m + 16 - 4m^2 + 8m + 4m - 8 - 2m - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow -6m + 7 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{7}{6}$$

Câu 3. (1,5 điểm) Hai đội công nhân cùng làm một công việc thì hoàn thành tròn 12 ngày. Nếu họ làm riêng thì đội II hoàn thành công việc hết nhiều thời gian hơn đội I là 10 ngày. Hỏi nếu làm riêng, mỗi đội phải làm trong bao nhiêu ngày để xong công việc.

Lời giải

Gọi thời gian đội thứ nhất hoàn thành công việc là x (ngày) ($x > 0$)

Suy ra thời gian đội thứ hai hoàn thành công việc là $x + 10$ (ngày)

Trong 1 ngày đội I làm được $\frac{1}{x}$ (công việc), đội II làm được $\frac{1}{x + 10}$ (công việc).

Vì hai người hoàn thành công việc trong 12 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{12}{x} + \frac{12}{x + 10} = 1 \Rightarrow 12(x + 10) + 12x = x(x + 10)$$

$$\Leftrightarrow 12x + 120 + 12x = x^2 + 10x \Leftrightarrow x^2 - 14x - 120 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 20 \text{ (thỏa mãn); } x_2 = -6 \text{ (loại)}$$

Vậy thời gian đội thứ nhất hoàn thành công việc là 20 (ngày)

Thời gian đội thứ hai hoàn thành công việc là 30 (ngày).

Câu 4. (3,5 điểm) Cho đường tròn tâm O , đường kính AB , dây CD vuông góc với AB tại F . Gọi M là một điểm thuộc cung nhỏ BC (M khác B , M khác C), hai đường thẳng AM và CD cắt nhau tại E

a) Chứng minh tứ giác $BMEF$ nội tiếp

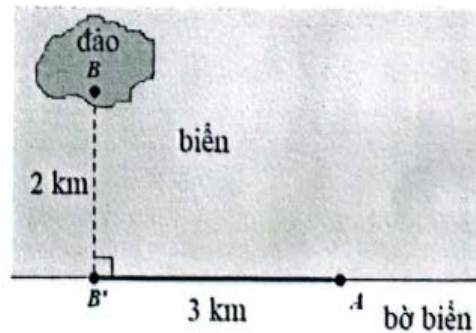
b) Chứng minh tia MA là phân giác của góc CMD

c) Chứng minh $AC^2 = AE \cdot AM$

d) Gọi I là giao điểm của hai đường thẳng MD và AB , N là giao điểm của hai đường thẳng AM và BC . Chứng minh tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CEN nằm trên đường thẳng CI

Lời giải

Câu 5. (0,5 điểm) Một tỉnh dự định làm đường điện từ điểm A trên bờ biển đến điểm B trên một hòn đảo. B cách bờ một khoảng $BB' = 2\text{ km}$, A cách B' một khoảng $AB' = 3\text{ km}$ (hình vẽ). Biết chi phí làm 1km đường điện trên bờ là 5 tỷ đồng, dưới nước là 13 tỷ đồng. Tìm vị trí điểm C trên đoạn bờ biển AB' sao cho khi làm đường điện theo đường gấp khúc ACB thì chi phí thấp nhất (coi bờ biển là đường thẳng).



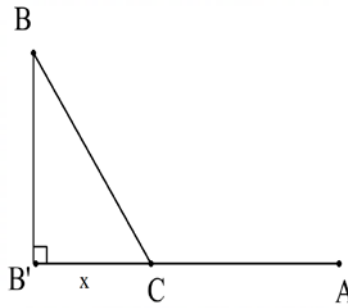
Lời giải

Đặt $B'C = x \text{ (km)}$ (đk: $0 \leq x \leq 3$)

$$\Rightarrow AC = 3 - x \text{ (km)},$$

$$BC = \sqrt{2^2 + x^2} \text{ (km)}$$

Tổng số tiền làm đường điện theo đường gấp khúc ACB là:



$$T = 13\sqrt{2^2 + x^2} + 5(3 - x) \text{ (tỷ đồng)}$$

Ta có:

$$13\sqrt{2^2 + x^2} = \sqrt{169(2^2 + x^2)} = \sqrt{(12^2 + 5^2)(2^2 + x^2)} \geq \sqrt{(24 + 5x)^2} = 24 + 5x \text{ (BĐT Bunhiacopxki)}$$

$$\Rightarrow T \geq 24 + 5x + 15 - 5x = 39$$

$$\text{Dấu đẳng thức xảy ra khi } \frac{12}{2} = \frac{5}{x} \Leftrightarrow x = \frac{5}{6}$$

Vậy C cách B' một khoảng $\frac{5}{6}\text{ km}$ thì chi phí thấp nhất.

Câu 1. (2,0 điểm)

Bằng các phép biến đổi đại số, hãy rút gọn các biểu thức sau:

$$A = \sqrt{27} - \sqrt{12};$$

$$B = \sqrt{a} - \frac{a-4}{\sqrt{a}+2}, \text{ với } a \geq 0.$$

Câu 2. (1,0 điểm)

Giải phương trình $(x-1)^2 - x + 1 = 0$.

Câu 3. (3,0 điểm)

Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng $(d): y = 2x - m$ (m là tham số).

a) Vẽ (P) .

b) Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1.

c) Tìm giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có tọa độ $(x_1; y_1)$ và $(x_2; y_2)$ sao cho biểu thức $Q = x_1 x_2 (y_1 + y_2 - 2)$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu 4. (1,0 điểm)

Nhằm phục vụ khán giả cổ vũ giải bóng đá U23 châu Á, một xưởng may phải may 2000 áo cổ động viên trong một số ngày quy định. Trong ba ngày đầu, mỗi ngày xưởng may đúng số áo theo kế hoạch. Từ ngày thứ tư, nhờ cải tiến kỹ thuật, mỗi ngày xưởng may được nhiều hơn 30 áo so với số áo phải may trong một ngày theo kế hoạch. Vì thế, trước khi hết thời hạn một ngày, xưởng đã may được 1980 áo. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày xưởng phải may bao nhiêu áo?

Câu 5. (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) bán kính R , đường kính AB , tiếp tuyến Ax . Trên Ax lấy điểm P sao cho $AP > R$. Gọi M là tiếp điểm của tiếp tuyến thứ hai kẻ từ P của đường tròn (O) .

a) Chứng minh $AOMP$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $BM \parallel OP$.

c) Đường thẳng qua O vuông góc với AB cắt BM tại N , OM cắt PN tại J .

i) Chứng minh $AONP$ là hình chữ nhật.

ii) Gọi K là tâm của hình chữ nhật $AONP$ và I là giao điểm của PM và ON . Chứng minh I, J, K thẳng hàng.

---Hết---

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (2,0 điểm)

Bằng các phép biến đổi đại số, hãy rút gọn các biểu thức sau:

$$A = \sqrt{27} - \sqrt{12};$$

$$B = \sqrt{a} - \frac{a-4}{\sqrt{a}+2}, \text{ với } a \geq 0.$$

Lời giải

Rút gọn các biểu thức:

$$A = \sqrt{27} - \sqrt{12} = \sqrt{9 \cdot 3} - \sqrt{4 \cdot 3} = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = \sqrt{3};$$

$$B = \sqrt{a} - \frac{a-4}{\sqrt{a}+2}, \text{ với } a \geq 0.$$

$$B = \sqrt{a} - \frac{a-4}{\sqrt{a}+2} = \sqrt{a} - \frac{(\sqrt{a}+2)(\sqrt{a}-2)}{\sqrt{a}+2} = \sqrt{a} - (\sqrt{a}-2) = \sqrt{a} - \sqrt{a} + 2 = 2.$$

Câu 2. (1,0 điểm)

Giải phương trình $(x-1)^2 - x + 1 = 0$.

Lời giải

$$(x-1)^2 - x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 - (x-1) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-1-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}.$$

Vậy phương trình có tập nghiệm là $S = \{1; 2\}$.

Câu 3. (3,0 điểm) Giải các phương trình, hệ phương trình sau:

Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng $(d): y = 2x - m$ (m là tham số).

a) Vẽ (P) .

b) Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1.

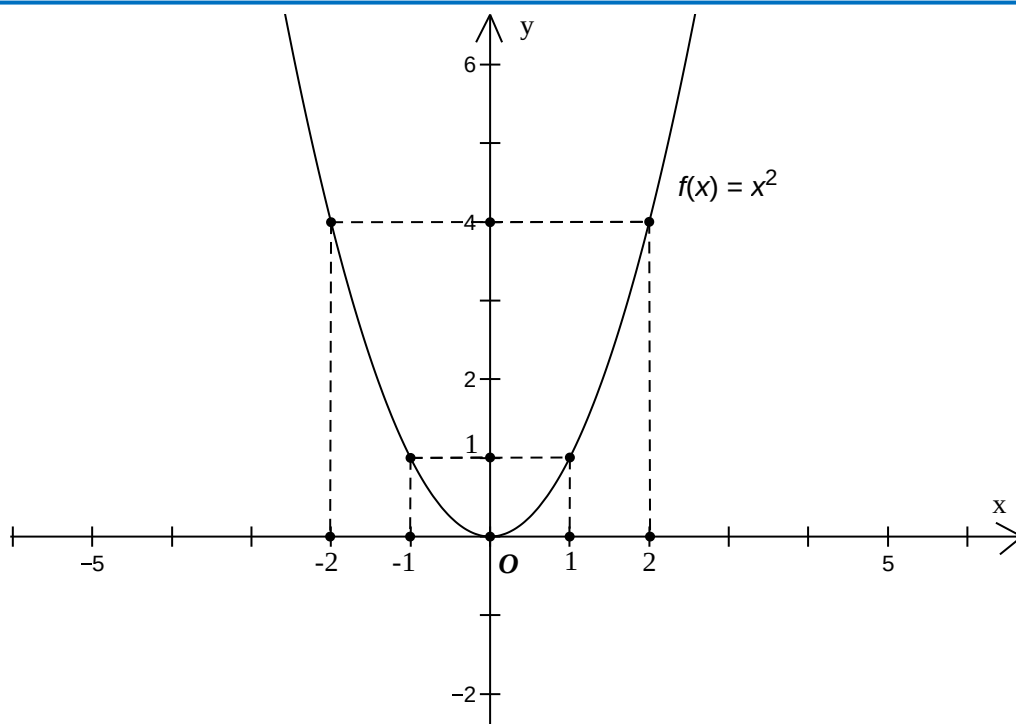
c) Tìm giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có tọa độ $(x_1; y_1)$ và $(x_2; y_2)$ sao cho biểu thức $Q = x_1 x_2 (y_1 + y_2 - 2)$ đạt giá trị lớn nhất.

Lời giải

a) Vẽ $(P): y = x^2$, ta có bảng sau:

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

Vậy đồ thị hàm số $y = x^2$ là một Parabol qua $(-2; 4), (-1; 1), (0; 0), (1; 1), (2; 4)$ và nhận Oy làm trục đối xứng.



b) Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1.

Để đường thẳng $(d): y = 2x - m$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1 thì $y = 1$ khi $x = 0$

Thay $x = 0; y = 1$ vào phương trình đường thẳng $(d) \Rightarrow 1 = 2.0 - m \Leftrightarrow m = -1$.

Vậy $m = -1$ là giá trị cần tìm.

c) Tìm giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có tọa độ $(x_1; y_1)$ và $(x_2; y_2)$ sao cho biểu thức $Q = x_1 x_2 (y_1 + y_2 - 2)$ đạt giá trị lớn nhất.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) :

$$x^2 = 2x - m \Leftrightarrow x^2 - 2x + m = 0 \quad (1);$$

Để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt thì (1) phải có hai nghiệm phân biệt

$$\Rightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow (-1)^2 - 1.m > 0 \Leftrightarrow m < 1;$$

Khi đó phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ là hoành độ giao điểm của (d) và (P) ,

$$\Rightarrow y_1 = 2x_1 - m; y_2 = 2x_2 - m.$$

Theo hệ thức Vi-et, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = m \end{cases};$

Theo bài ra, ta có:

$$Q = x_1 x_2 (y_1 + y_2 - 2) = x_1 x_2 (2x_1 - m + 2x_2 - m - 2) = x_1 x_2 [2(x_1 + x_2) - 2m - 2]$$

$$= m(2.2 - 2m - 2)$$

$$= -2m^2 + 2m$$

$$= -2(m^2 - m)$$

$$= -2\left(m^2 - 2.m.\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\right)$$

$$= -2\left[\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}\right]$$

$$= -2\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2} \text{ với } \forall m$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } m - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2} (tm)$$

$$\text{Vậy } \text{Max} Q = \frac{1}{2} \text{ khi } m = \frac{1}{2}.$$

Câu 4. (1,0 điểm)

Nhằm phục vụ khán giả cổ vũ giải bóng đá U23 châu Á, một xưởng may phải may 2000 áo cổ động viên trong một số ngày quy định. Trong ba ngày đầu, mỗi ngày xưởng may đúng số áo theo kế hoạch. Từ ngày thứ tư, nhờ cải tiến kỹ thuật, mỗi ngày xưởng may được nhiều hơn 30 áo so với số áo phải may trong một ngày theo kế hoạch. Vì thế, trước khi hết thời hạn một ngày, xưởng đã may được 1980 áo. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày xưởng phải may bao nhiêu áo?

Lời giải

Gọi số áo mà xưởng phải may mỗi ngày theo kế hoạch là x (chiếc), ($x < 2000$ $x \in \mathbb{N}^*$).

Thì số ngày phải may theo kế hoạch là $\frac{2000}{x}$ (ngày).

Số áo may được trong ba ngày đầu là: $3x$ (chiếc)

Thực tế từ ngày thứ tư, mỗi ngày xưởng may được $(x + 30)$ (chiếc)

Số ngày may thực tế là $3 + \frac{1980 - 3x}{x + 30}$ (ngày).

Vì số ngày may thực tế sớm hơn kế hoạch một ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{2000}{x} = 3 + \frac{1980 - 3x}{x + 30} + 1 \Rightarrow 2000(x + 30) = 4x(x + 30) + x(1980 - 3x)$$

$$\Leftrightarrow 2000x + 60000 = 4x^2 + 120x + 1980x - 3x^2 \Leftrightarrow x^2 + 100x - 60000 = 0$$

Giải phương trình ta được: $x_1 = 200$ (thỏa mãn); $x_2 = -300$ (loại);

Vậy theo kế hoạch mỗi ngày xưởng phải may 200 chiếc áo.

Câu 5. (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) bán kính R , đường kính AB , tiếp tuyến Ax . Trên Ax lấy điểm P sao cho $AP > R$. Gọi M là tiếp điểm của tiếp tuyến thứ hai kẻ từ P của đường tròn (O) .

a) Chứng minh $AOMP$ là tứ giác nội tiếp.

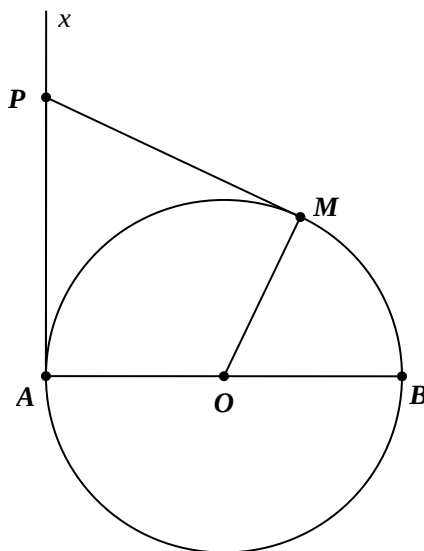
b) Chứng minh $BM \parallel OP$.

c) Đường thẳng qua O vuông góc với AB cắt BM tại N , OM cắt PN tại J .

i) Chứng minh $AONP$ là hình chữ nhật.

ii) Gọi K là tâm của hình chữ nhật $AONP$ và I là giao điểm của PM và ON . Chứng minh I, J, K thẳng hàng.

Lời giải



a) Chứng minh $AOMP$ là tứ giác nội tiếp.

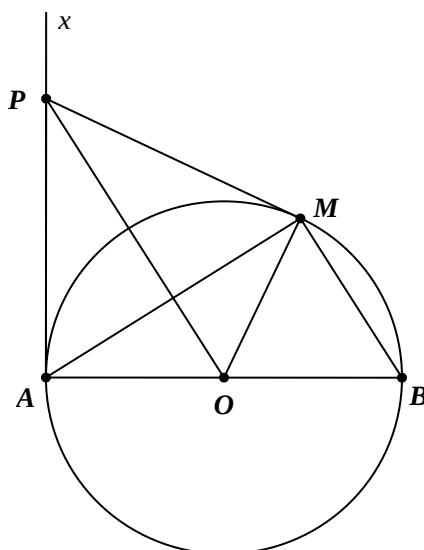
Ta có $\begin{cases} PA \perp OA \\ PM \perp OM \end{cases}$ (tính chất tiếp tuyến)

$$\Rightarrow \begin{cases} \angle OAP = 90^\circ \\ \angle OMP = 90^\circ \end{cases}$$

Xét tứ giác $AOMP$ có: $\angle OAP + \angle OMP = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow$ tứ giác $AOMP$ nội tiếp (Dhnb)

b) Chứng minh $BM \parallel OP$.



Ta có $\widehat{AMB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow BM \perp AM$;

Mặt khác ta có: $PA = PM$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$\Rightarrow$ Điểm P thuộc đường trung trực của đoạn thẳng AM (1)

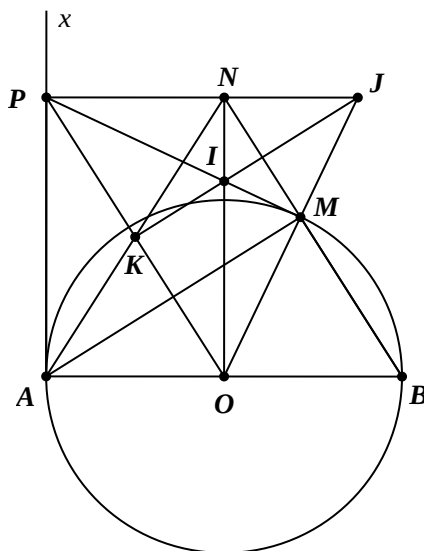
Lại có $OA = OM (= R)$

$\Rightarrow$ Điểm O thuộc đường trung trực của đoạn thẳng AM (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow OP$ là trung trực của $AM \Rightarrow OP \perp AM \Rightarrow BM \parallel OP$ (cùng vuông góc với AM).

c) Đường thẳng qua O vuông góc với AB cắt BM tại N , OM cắt PN tại J .

i) Chứng minh $AONP$ là hình chữ nhật.



Xét $\triangle AOP$ và $\triangle OBN$ có:

$$\widehat{PAO} = \widehat{NOB} (= 90^\circ);$$

$$OA = OB \text{ (bán kính (O))};$$

$$\widehat{AOP} = \widehat{OBN} \text{ (hai góc đồng vị, } BM \parallel OP \text{)};$$

$$\Rightarrow \triangle AOP = \triangle OBN \text{ (g.c.g)} \Rightarrow OP = BN;$$

Tứ giác $OBNP$ có $OP = BN$ (chứng minh trên); $OP \parallel BN$ ($OP \parallel BM$) $\Rightarrow$ tứ giác $OBNP$ là hình bình hành $\Rightarrow OB \parallel NP$; $OB = NP \Rightarrow OA \parallel NP$; $OA = NP \Rightarrow$ tứ giác $AONP$ là hình bình hành có $\widehat{OAP} = 90^\circ \Rightarrow AONP$ là hình chữ nhật.

ii) Gọi K là tâm của hình chữ nhật $AONP$ và I là giao điểm của PM và ON . Chứng minh I, J, K thẳng hàng.

Vì $AONP$ là hình chữ nhật $\Rightarrow ON \perp PJ$; Lại có $PM \perp OJ$ (tính chất của tiếp tuyến) $\Rightarrow ON, PM$ là hai đường cao của $\triangle OPJ$ cắt nhau tại $I \Rightarrow I$ là trực tâm của $\triangle OPJ \Rightarrow JI$ là đường cao của $\triangle OPJ$ (1);

Mặt khác vì K là tâm của hình chữ nhật $AONP \Rightarrow K$ là trung điểm của $OP \Rightarrow JK$ là trung tuyến của $\triangle OPJ$ (2);

Xét $\triangle OPJ$ có: $\widehat{OPJ} = \widehat{POA}$ (hai góc so le trong, $OA \parallel NP$), mà $\widehat{POA} = \widehat{POJ}$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow \widehat{OPJ} = \widehat{POJ} \Rightarrow \triangle OPJ$ cân tại J (3);

Từ (1), (2) và (3) ta có $IJ \equiv JK \Rightarrow I, J, K$ thẳng hàng.

---Hết---

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG TRỊ

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT

Khóa ngày 06 tháng 6 năm 2022

Môn thi: TOÁN

Thời gian: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1. (2,0 điểm)

Bằng các phép biến đổi đại số, hãy rút gọn các biểu thức sau:

$$A = \sqrt{27} - \sqrt{12};$$

$$B = \sqrt{a} - \frac{a-4}{\sqrt{a}+2}, \text{ với } a \geq 0.$$

Câu 2. (1,0 điểm)

Giải phương trình $(x-1)^2 - x + 1 = 0$.

Câu 3. (3,0 điểm)

Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng $(d): y = 2x - m$ (m là tham số).

a) Vẽ (P) .

b) Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1.

c) Tìm giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có tọa độ $(x_1; y_1)$ và $(x_2; y_2)$ sao cho biểu thức $Q = x_1 x_2 (y_1 + y_2 - 2)$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu 4. (1,0 điểm)

Nhằm phục vụ khán giả cổ vũ giải bóng đá U23 châu Á, một xưởng may phải may 2000 áo cổ động viên trong một số ngày quy định. Trong ba ngày đầu, mỗi ngày xưởng may đúng số áo theo kế hoạch. Từ ngày thứ tư, nhờ cải tiến kỹ thuật, mỗi ngày xưởng may được nhiều hơn 30 áo so với số áo phải may trong một ngày theo kế hoạch. Vì thế, trước khi hết thời hạn một ngày, xưởng đã may được 1980 áo. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày xưởng phải may bao nhiêu áo?

Câu 5. (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) bán kính R , đường kính AB , tiếp tuyến Ax . Trên Ax lấy điểm P sao cho $AP > R$. Gọi M là tiếp điểm của tiếp tuyến thứ hai kẻ từ P của đường tròn (O) .

a) Chứng minh $AOMP$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $BM \parallel OP$.

c) Đường thẳng qua O vuông góc với AB cắt BM tại N , OM cắt PN tại J .

i) Chứng minh $AONP$ là hình chữ nhật.

ii) Gọi K là tâm của hình chữ nhật $AONP$ và I là giao điểm của PM và ON . Chứng minh I, J, K thẳng hàng.

HẾT

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
SÓC TRĂNG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2022-2023

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài : 120 phút

Bài 1. (1,0 điểm) Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{2}(\sqrt{72} - 2\sqrt{8})$

Bài 2. (2,0 điểm) Giải hệ phương trình và phương trình

a)
$$\begin{cases} x + 5y = 7 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases}$$

b) $x^2 - x - 20 = 0$

Bài 3. (2,0 điểm) Cho hàm số $y = 2x^2$ có đồ thị là parabol (P) và hàm số $y = 2x + \sqrt{m}$ có đồ thị là đường thẳng (d) (với m là tham số và $m \geq 0$)

a) Vẽ đồ thị (P) trên mặt phẳng tọa độ Oxy

b) Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt

Bài 4. (1,5 điểm) Năm 2021, Thủ tướng chính phủ đã phê duyệt dự án xây dựng công trình đường cao tốc Châu Đốc – Cần Thơ- Sóc Trăng, dự án này có ý nghĩa đặc biệt quan trọng, sẽ góp phần phát triển kinh tế xã hội của tỉnh Sóc Trăng nói riêng và khu vực đồng bằng Sông Cửu Long nói chung. Theo ước tính chiều dài toàn tuyến cao tốc từ Châu Đốc đến Sóc Trăng là 188km. Biết rằng vận tốc ô tô đi trên đường cao tốc lớn hơn vận tốc ô tô đi trên đường quốc lộ là 34km/h . Vì vậy nếu ô tô di chuyển trên quãng đường 188km thì việc di chuyển trên đường cao tốc sẽ rút ngắn được 68 phút so với việc di chuyển trên đường quốc lộ. tính vận tốc của ô tô khi di chuyển trên đường cao tốc

Bài 5. (3,0 điểm) Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB . Lấy điểm C trên nửa đường tròn sao cho $CA < CB$. Gọi I là trung điểm của CB , kẻ IH vuông góc với AB tại H

a) Chứng minh $AHIC$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh $BA.BH = BC.BI$

c) Gọi D là giao điểm của AC và HI ; E là giao điểm của BD với nửa đường tròn M là trung điểm ID , K là trung điểm EC . Chứng minh ba điểm O, K, M thẳng hàng

Bài 6. (0,5 điểm) Bánh ống lá dứa là một món ăn dân dã ở Sóc Trăng. Để làm nên một chiếc bánh ống thơm ngon, người ta sử dụng khuôn bánh là một ống nhôm có dạng hình trụ, có chiều cao 20cm và có đường kính đáy là 8cm. Tính thể tích của ống nhôm đó

ĐÁP ÁN

Bài 1. (1,0 điểm) Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{2}(\sqrt{72} - 2\sqrt{8})$

$$A = \sqrt{2}(\sqrt{72} - 2\sqrt{8}) = \sqrt{144} - 2\sqrt{16} = 12 - 2.4 = 4$$

Bài 2. (2,0 điểm) Giải hệ phương trình và phương trình

$$a) \begin{cases} x + 5y = 7 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 10y = 14 \\ 15x - 10y = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 17x = 34 \\ y = \frac{3x - 4}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm (2;1)

$$b) x^2 - x - 20 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4x - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - 5) + 4(x - 5) = 0 \Leftrightarrow (x - 5)(x + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -4 \end{cases}$$

$$S = \{5; -4\}$$

Bài 3. (2,0 điểm) Cho hàm số $y = 2x^2$ **có đồ thị là parabol (P) và hàm số**

$y = 2x + \sqrt{m}$ **có đồ thị là đường thẳng (d) (với m là tham số và $m \geq 0$)**

c) Vẽ đồ thị (P) trên mặt phẳng tọa độ Oxy

Học sinh tự vẽ (P)

d) Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt

$$\text{Xét phương trình hoành độ giao điểm : } 2x^2 - 2x - \sqrt{m} = 0(*)$$

Để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt thì phương trình (*) phải có hai nghiệm phân biệt $\Rightarrow \Delta' = (-1)^2 - 2 \cdot (-\sqrt{m}) > 0 \Leftrightarrow 1 + 2\sqrt{m} > 0$ (luôn đúng với mọi $m \geq 0$)

Vậy (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi $m \geq 0$

Bài 4. (1,5 điểm) Năm 2021, Thủ tướng chính phủ đã phê duyệt dự án xây dựng công trình đường cao tốc Châu Đốc – Cần Thơ- Sóc Trăng, dự án này có ý nghĩa đặc biệt quan trọng, sẽ góp phần phát triển kinh tế xã hội của tỉnh Sóc Trăng nói riêng và khu vực đồng bằng Sông Cửu Long nói chung. Theo ước tính chiều dài toàn tuyến cao tốc từ Châu Đốc đến Sóc Trăng là 188km. Biết rằng vận tốc ô tô đi trên đường cao tốc lớn hơn vận tốc ô tô đi trên đường quốc lộ là 34km/h. Vì vậy nếu ô tô di chuyển trên quãng đường 188km thì việc di chuyển trên đường cao tốc sẽ rút ngắn được 68 phút so với việc di chuyển trên đường quốc lộ. tính vận tốc của ô tô khi di chuyển trên đường cao tốc

$$\text{Đổi } 68\text{phút} = \frac{17}{15} \text{ giờ}$$

Gọi vận tốc ô tô di chuyển trên đường cao tốc là $x(km/h)$ ($x > 34$)

Vận tốc ô tô di chuyển trên đường quốc lộ là $x - 34(km/h)$

Thời gian ô tô đi quãng đường $188km$ trên đường cao tốc là $\frac{188}{x}(h)$

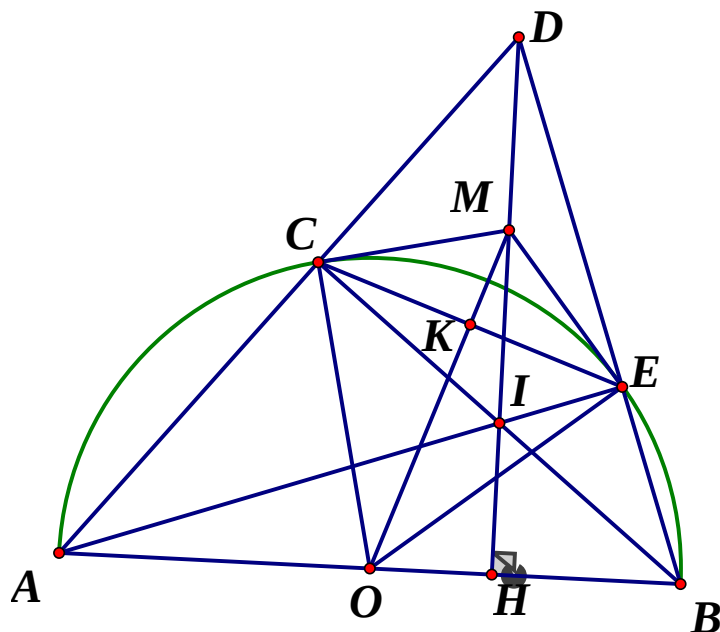
Thời gian ô tô đi trên quãng đường $188km$ trên đường quốc lộ là $\frac{188}{x-34}(h)$

Vì nếu ô tô di chuyển trên quãng đường $188km$ thì việc di chuyển trên đường cao tốc sẽ rút ngắn được 68phút so với việc di chuyển trên đường quốc lộ nên ta có phương trình :

$$\frac{188}{x-34} - \frac{188}{x} = \frac{17}{15} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \begin{cases} x = 94(tm) \\ x = -60(ktm) \end{cases}$$

Vậy vận tốc ô tô di chuyển trên đường cao tốc là $94km/h$

Bài 5. (3,0 điểm) Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB . Lấy điểm C trên nửa đường tròn sao cho $CA < CB$. Gọi I là trung điểm của CB , kẻ IH vuông góc với AB tại H



d) Chứng minh $AHIC$ là tứ giác nội tiếp

Ta có $\angle ACB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \angle ACI = 90^\circ$
 $\angle AHI = 90^\circ$ (do $IH \perp AB$ tại H)

Xét tứ giác $AHIC$ có $\angle ACI + \angle AHI = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà hai góc này đối nhau
 $\Rightarrow AHIC$ là tứ giác nội tiếp

e) Chứng minh $BA \cdot BH = BC \cdot BI$

Xét tam giác BHI và tam giác BCA có :

$\angle BHI = \angle BCA = 90^\circ$; $\angle ABC$ chung

$$\Rightarrow \triangle BHI \sim \triangle BCA (g.g) \Rightarrow \frac{BH}{BC} = \frac{BI}{BA} \Rightarrow BA \cdot BH = BC \cdot BI (đpcm)$$

f) Gọi D là giao điểm của AC và HI ; E là giao điểm của BD với nửa đường tròn M là trung điểm ID , K là trung điểm EC . Chứng minh ba điểm O, K, M thẳng hàng

Ta có $\angle ACB = 90^\circ$ (cmt) $\Rightarrow BC \perp AC$ nên tam giác CDI vuông tại M

$$\Rightarrow CM \text{ là trung tuyến ứng với cạnh huyền } DI \Rightarrow CM = \frac{1}{2}DI = MD = MI$$

$\triangle MIC$ cân tại $M \Rightarrow \angle MCI = \angle MIC$

Mà $\angle MIC = \angle BIH$ (đối đỉnh) $\Rightarrow \angle MCI = \angle BIH$

Ta có $OC = OB \Rightarrow \triangle OBC$ cân tại $O \Rightarrow \angle OCB = \angle OBC$ (tính chất)

$$\Rightarrow \angle MCI + \angle OCB = \angle BIH + \angle OBC = 90^\circ \text{ (do } \triangle BIH \text{ vuông tại H)} \Rightarrow \angle OCM = 90^\circ$$

$\Rightarrow MC \perp OC$ tại C nên MC là tiếp tuyến của (O) tại C

Xét tam giác ABD có hai đường cao DH, BC cắt nhau tại I nên I là trực tâm $\triangle ABD$

$\Rightarrow AI \perp BD$. Lại có $\angle AEB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên $AE \perp BD$

$\Rightarrow A, I, E$ thẳng hàng

Cmtt ta có ME là tiếp tuyến của (O) tại E nên $MC = ME$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow M$ thuộc trung trực của CE . ta có :

$OC = OE (= R)$ nên O thuộc trung trực của CE

$KC = KE$ (gt) nên K thuộc trung trực của CE

$\Rightarrow O, K, M$ cùng thuộc trung trực CE nên O, K, M thẳng hàng (đpcm)

Bài 6. (0,5 điểm) Bánh ống lá dứa là một món ăn dân dã ở Sóc Trăng. Để làm nên một chiếc bánh ống thơm ngon, người ta sử dụng khuôn bánh là một ống nhôm có dạng hình trụ, có chiều cao $20cm$ và có đường kính đáy là $8cm$. Tính thể tích của ống nhôm đó

Bán kính đáy của hình trụ là $r = 8 : 2 = 4 (cm)$

Thể tích của ống nhôm hình trụ đó là $\pi \cdot 4^2 \cdot 20 = 320\pi (cm^3)$

Vậy thể tích ống nhôm là $320\pi cm^3$

I. Trắc nghiệm (2,0 điểm)

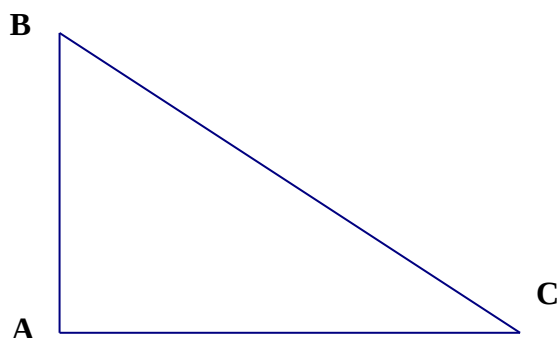
Câu 1. Rút gọn biểu thức $P = \sqrt{16a^2b}$ với $a \geq 0, b \geq 0$

- A.** $P = 4a\sqrt{b}$ **B.** $P = 16a\sqrt{b}$ **C.** $P = 4a^2\sqrt{b}$ **D.** $P = 4a^2b$

Câu 2. Đồ thị hàm số $y = -2x + 1$ đi qua điểm nào dưới đây

- A.** $M(0; -1)$ **B.** $N(0; 1)$ **C.** $Q(1; 0)$ **D.** $P(1; -2)$

Câu 3. Cho tam giác ABC vuông tại A



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $\tan C = \frac{AB}{BC}$ **B.** $\tan C = \frac{AC}{AB}$ **C.** $\tan C = \frac{AC}{BC}$ **D.** $\tan C = \frac{AB}{AC}$

Câu 4. Cho phương trình $x + 2y - 1 = 0$ có nghiệm $(x; y)$ là

- A.** $(0; 0)$ **B.** $(1; 2)$ **C.** $(1; 0)$ **D.** $(1; -1)$

Câu 5. Phương trình nào dưới đây là phương trình bậc hai một ẩn?

- A.** $2x + y - 1 = 0$ **B.** $x^2 - 2x + 3 = 0$ **C.** $3x - 5 = 0$ **D.** $x^4 - 2x^2 - 4 = 0$

Câu 6. Tìm a để đồ thị hàm số $y = ax^2$ đi qua điểm $M(1; 2)$

- A.** $a = 2$ **B.** $a = 1$ **C.** $a = 4$ **D.** $a = \sqrt{2}$

Câu 7. Trong một đường tròn, nếu góc nội tiếp chắn cung có số đo 80° thì số đo góc nội tiếp đó bằng

- A.** 20° **B.** 80° **C.** 40° **D.** 60°

Câu 8. Nếu phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ với $a \neq 0$ có hai nghiệm x_1 và x_2 , thì $x_1 + x_2$ bằng

- A.** $\frac{b}{a}$ **B.** $\frac{c}{a}$ **C.** $\frac{-c}{a}$ **D.** $\frac{-b}{a}$

Câu 9. Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính R là

- A.** $S = 4\pi R^2$ **B.** $S = 4\pi R$ **C.** $S = \frac{4}{3}\pi R^2$ **D.** $S = 2\pi R^2$

Câu 10. Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O) , khi đó số đo góc $\widehat{B} + \widehat{D}$ bằng

- A.** 360° **B.** 120° **C.** 90° **D.** 180°

II. Tự luận (8,0 điểm)

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Tìm điều kiện xác định của biểu thức: $A = \sqrt{x+1} + \sqrt{x-2}$

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 2x + y = 6 \end{cases}$$

c) Giải phương trình: $x^2 - 3x - 4 = 0$

Câu 2. (1,0 điểm)

Một người đi xe máy từ A đến B với vận tốc 30km/h ; lúc trở về người đó đi với vận tốc 40km/h nên thời gian lúc về ít hơn thời gian lúc đi 30 phút. Tính quãng đường AB .

Câu 3. (1,0 điểm)

Cho phương trình $2x^2 + (2m-1)x - m - 1 = 0$ với m là tham số, biết phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 . Tìm m để biểu thức $F = 4x_1^2 + 2x_1x_2 + 4x_2^2 - 1$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O . Các đường cao AE, BF cắt nhau tại trực tâm H của tam giác, AO cắt đường tròn tại điểm thứ hai M .

a) Chứng minh tứ giác $EHFC$ nội tiếp được đường tròn.

b) Chứng minh tứ giác $BHCM$ là hình bình hành.

c) Chứng minh $CO \perp EF$.

Câu 5. (1,0 điểm)

a) Giải phương trình: $\sqrt[3]{x-2} + \sqrt{x+1} = 3$.

b) Xác định đường thẳng $(d): y = ax + b$, biết rằng (d) đi qua điểm $A(3;2)$, cắt trục tung tại điểm có tung độ nguyên dương, cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là số nguyên tố.

---Hết---

HƯỚNG DẪN GIẢI

I. Trắc nghiệm (2,0 điểm)

Câu 1. Rút gọn biểu thức $P = \sqrt{16a^2b}$ với $a \geq 0, b \geq 0$

A. $P = 4a\sqrt{b}$

B. $P = 16a\sqrt{b}$

C. $P = 4a^2\sqrt{b}$

D. $P = 4a^2b$

Lời giải

A. $P = 4a\sqrt{b}$

Câu 2. Đồ thị hàm số $y = -2x + 1$ đi qua điểm nào dưới đây

A. $M(0; -1)$

B. $N(0; 1)$

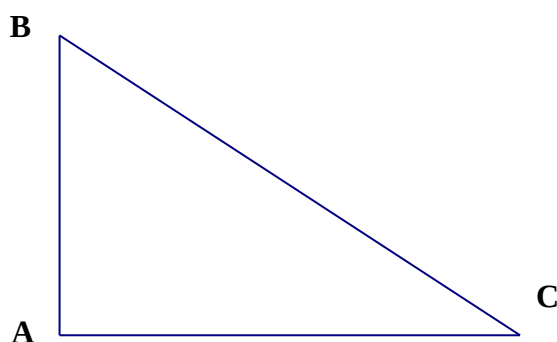
C. $Q(1; 0)$

D. $P(1; -2)$

Lời giải

B. $N(0; 1)$

Câu 3. Cho tam giác ABC vuông tại A



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\tan C = \frac{AB}{BC}$

B. $\tan C = \frac{AC}{AB}$

C. $\tan C = \frac{AC}{BC}$

D. $\tan C = \frac{AB}{AC}$

Lời giải

D. $\tan C = \frac{AB}{AC}$

Câu 4. Cho phương trình $x + 2y - 1 = 0$ có nghiệm $(x; y)$ là

A. $(0; 0)$

B. $(1; 2)$

C. $(1; 0)$

D. $(1; -1)$

Lời giải

C. $(1; 0)$

Câu 5. Phương trình nào dưới đây là phương trình bậc hai một ẩn?

A. $2x + y - 1 = 0$

B. $x^2 - 2x + 3 = 0$

C. $3x - 5 = 0$

D. $x^4 - 2x^2 - 4 = 0$

Lời giải

B. $x^2 - 2x + 3 = 0$

Câu 6. Tìm a để đồ thị hàm số $y = ax^2$ đi qua điểm $M(1; 2)$

A. $a = 2$

B. $a = 1$

C. $a = 4$

D. $a = \sqrt{2}$

Lời giải

A. $a = 2$

Câu 7. Trong một đường tròn, nếu góc nội tiếp chắn cung có số đo 80° thì số đo góc nội tiếp đó bằng

A. 20°

B. 80°

C. 40°

D. 60°

Lời giải

C. 40°

Câu 8. Nếu phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ với $a \neq 0$ có hai nghiệm x_1 và x_2 , thì $x_1 + x_2$ bằng

- A. $\frac{b}{a}$ B. $\frac{c}{a}$ C. $\frac{-c}{a}$ D. $\frac{-b}{a}$

Lời giải

D. $\frac{-b}{a}$

Câu 9. Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính R là

- A. $S = 4\pi R^2$ B. $S = 4\pi R$ C. $S = \frac{4}{3}\pi R^2$ D. $S = 2\pi R^2$

Lời giải

A. $S = 4\pi R^2$

Câu 10. Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn (O) , khi đó số đo góc $\widehat{B} + \widehat{D}$ bằng

- A. 360° B. 120° C. 90° D. 180°

Lời giải

D. 180°

II. Tự luận (8,0 điểm)

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Tìm điều kiện xác định của biểu thức: $A = \sqrt{x+1} + \sqrt{x-2}$

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 2x + y = 6 \end{cases}$$

c) Giải phương trình: $x^2 - 3x - 4 = 0$

Lời giải

a) ĐKXD: $\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x-2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 2$

Vậy điều kiện xác định của biểu thức A là $x \geq 2$

b) $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 2x + y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 3 \\ 4x + 2y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 15 \\ x - 2y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 0 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (3; 0)$

c) Ta có: $1 - (-3) + (-4) = 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = -1; x_2 = 4$

Câu 2. (1,0 điểm)

Một người đi xe máy từ A đến B với vận tốc 30km/h ; lúc trở về người đó đi với vận tốc 40km/h nên thời gian lúc về ít hơn thời gian lúc đi 30 phút. Tính quãng đường AB .

Lời giải

Gọi độ dài quãng đường AB là x (km) (điều kiện $x > 0$)

Thời gian xe máy đi từ A đến B là $\frac{x}{30}$ (giờ)

Thời gian xe máy đi từ A đến B là $\frac{x}{40}$ (giờ)

Vì thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút $= \frac{1}{2}$ giờ nên ta có phương trình

$$\frac{x}{30} - \frac{x}{40} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x \left(\frac{1}{30} - \frac{1}{40} \right) = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{120} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = 60(tm)$$

Vậy độ dài quãng đường AB dài 60 km

Câu 3. (1,0 điểm)

Cho phương trình $2x^2 + (2m-1)x - m - 1 = 0$ với m là tham số, biết phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 . Tìm m để biểu thức $F = 4x_1^2 + 2x_1x_2 + 4x_2^2 - 1$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

Ta có: $\Delta = (2m-1)^2 - 4.2.(-m-1) = 4m^2 + 4m + 9 = (2m+1)^2 + 8 > 0$ với mọi m

Do đó phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m

Theo Vi-ét ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-2m+1}{2} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{-m-1}{2} \end{cases}$$

Ta có:

$$\begin{aligned} F &= 4x_1^2 + 2x_1x_2 + 4x_2^2 - 1 = 4(x_1 + x_2)^2 - 8x_1x_2 + 2x_1x_2 - 1 \\ &= 4(x_1 + x_2)^2 - 6x_1x_2 - 1 \end{aligned}$$

Thay Vi-et vào ta có:

$$\begin{aligned} F &= 4\left(\frac{-2m+1}{2}\right)^2 - 6\left(\frac{-m-1}{2}\right) - 1 \\ &= (-2m+1)^2 - 3(-m-1) - 1 \\ &= 4m^2 - 4m + 1 + 3m + 3 - 1 \\ &= 4m^2 - m + 3 = \left(2m - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{47}{16} \geq \frac{47}{16} \end{aligned}$$

Do đó giá trị nhỏ nhất của F là $\frac{47}{16}$ khi $2m - \frac{1}{4} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{8}$

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O . Các đường cao AE, BF cắt nhau tại trực tâm H của tam giác, AO cắt đường tròn tại điểm thứ hai M .

a) Chứng minh tứ giác $EHFC$ nội tiếp được đường tròn.

b) Chứng minh tứ giác $BHCM$ là hình bình hành.

c) Chứng minh $CO \perp EF$.

Lời giải

a) Vì AE, BF là các đường cao nên $\widehat{HFC} = \widehat{HEC} = 90^\circ$

Xét tứ giác $EHFC$ có $\widehat{HFC} + \widehat{HEC} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà chúng là hai góc đối nên tứ giác $EHFC$ nội tiếp được đường tròn.

b) Ta có $\widehat{ACM} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $MC \perp AC$ mà $BH \perp AC$ (BF là đường cao)

$$\Rightarrow MC \parallel BH$$

Tương tự: $MB \parallel CH$

Ta có $MB \parallel CH$, $MC \parallel BH$ nên tứ giác $BHCM$ là hình bình hành.

c) Kẻ tiếp tuyến Cx như hình vẽ, suy ra $Cx \perp OC$

Ta có $\widehat{BAC} = \widehat{ACx}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung AC) (1)

Xét tứ giác có $\widehat{AEB} = \widehat{AFB} = 90^\circ$ (AE, BF là các đường cao) mà chúng cùng nhìn AB nên tứ giác $ABEF$ nội tiếp đường tròn)

$$\Rightarrow \widehat{ABE} = \widehat{EFC} \text{ (cùng bù với } \widehat{AFE} \text{)} \quad (2)$$

Từ (1), (2) suy ra $\widehat{ACx} = \widehat{EFC}$ mà chúng so le trong nên $Cx \parallel EF$ mà $Cx \perp OC \Rightarrow OC \perp EF$

Vậy $CO \perp EF$.

Câu 5. (1,0 điểm)

a) Giải phương trình: $\sqrt[3]{x-2} + \sqrt{x+1} = 3$.

b) Xác định đường thẳng $(d): y = ax + b$, biết rằng (d) đi qua điểm $A(3;2)$, cắt trục tung tại điểm có tung độ nguyên dương, cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là số nguyên tố.

Lời giải

a) ĐKXD: $x \geq -1$

$$\text{Đặt } \sqrt[3]{x-2} = a; \sqrt{x+1} = b; b \geq 0 \Rightarrow x-2 = a^3; x+1 = b^2 \Rightarrow a^3 - b^2 = -3 \quad (1)$$

$$\text{Ta có } a + b = 3 \Rightarrow b = 3 - a \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2) suy ra } a^3 - (3-a)^2 = -3$$

$$\Leftrightarrow a^3 - a^2 + 6a - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2(a-1) + 6(a-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (a-1)(a^2 + 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow a-1 = 0 \text{ (do } a^2 + 6 > 0 \text{)}$$

$$\Leftrightarrow a = 1 \Rightarrow b = 2$$

$$\text{Ta có } x = 1^3 + 2 = 3 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy phương trình có nghiệm là $x = 3$.

b) Vì đường thẳng (d) đi qua điểm $A(3;2)$ nên thay $x = 3; y = 2$ vào (d) ta có

$$2 = 3a + b \Leftrightarrow b = 2 - 3a. \text{ Khi đó } (d): y = ax + 2 - 3a$$

$$\text{Vì } (d) \text{ cắt trục tung nên } x = 0 \Rightarrow y = 2 - 3a \text{ là số nguyên dương} \Rightarrow \begin{cases} a < \frac{2}{3} \\ a = \frac{2-y}{3} \end{cases}$$

$$\text{Vì } (d) \text{ cắt trục hoành nên } y = 0 \Rightarrow ax + 2 - 3a = 0 \Rightarrow x = \frac{3a-2}{a}; a \neq 0$$

$$\text{mà } x \text{ là số nguyên tố nên } \begin{cases} \frac{3a-2}{a} \geq 2 \\ a = \frac{-2}{x-3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ a = \frac{-2}{x-3} \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \frac{-2}{x-3} = \frac{2-y}{3} \Leftrightarrow (x-3)(2-y) = -6$$

Lập bảng:

$x-3$	-1	1	-2	2	-3	3	-6	6
$2-y$	6	-6	3	-3	2	-2	1	-1
x	2	4	1	5	0	6	-3	9
y	-4	8	-1	5	0	4	1	3
	Loại	Loại	Loại	Chọn	Loại	Loại	Loại	Loại

Với $x=5; y=5$ thì $a=-1$

Vậy $a=-1$.

---Hết---

Câu 1. (1,0 điểm) Tính giá trị của biểu thức $P = (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{7})^2 - (\sqrt{3})^2$

Câu 2. (1,0 điểm) Giải phương trình $x^2 + 5x + 6 = 0$

Câu 3. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$$

Câu 4. (1,0 điểm) Vẽ đồ thị của hàm số $y = -x^2$.

Câu 5. (1,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 5$ và $AC = 12$. Tính độ dài cạnh BC và trung tuyến AM (M thuộc BC).

Câu 6. (1,0 điểm) Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng (d): $y = 2x + 6$ với trục hoành $y = 0$.

Câu 7. (1,0 điểm) Cho phương trình $x^2 + 3x + m - 2 = 0$. Tìm các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 = 2x_2$

Câu 8. (1,0 điểm) Căn cứ diễn biến mực nước hồ Dầu Tiếng và tình hình khí tượng thủy văn trên lưu vực, để chủ động phòng chống lũ cho công trình và khu vực hạ du, Công ty khai thác thủy lợi hồ Dầu Tiếng dự định xả một lượng nước ở hồ với lưu lượng 15 triệu m^3 trong một ngày. Do tình hình thời tiết có chiều hướng xấu Công ty đã quyết định điều chỉnh lưu lượng xả lên 20 triệu m^3 mỗi ngày nên đã hoàn thành công việc sớm hơn thời gian dự kiến 2 ngày. Hỏi Công ty đã xả bao nhiêu m^3 nước?

Câu 9. (1,0 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và $\widehat{BAC} < 60^\circ$ nội tiếp trong đường tròn (O). Trên đoạn thẳng OA lấy điểm I ($IA < IO$), đường thẳng qua I vuông góc OA cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại M và N. Chứng minh tứ giác BCNM nội tiếp.

Câu 10. (1,0 điểm) Cho đường tròn (O) có đường kính $AB = 2\sqrt{2022}$. Lấy điểm C trên (O) sao cho $AC < BC$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của C trên AB (H khác A). Kẻ HK vuông góc BC tại K. Tính $HK^2 + OK^2$.

---Hết---

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (1,0 điểm) Tính giá trị của biểu thức $P = (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{7})^2 - (\sqrt{3})^2$

Lời giải

$$P = (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{7})^2 - (\sqrt{3})^2 = 2 + 7 - 3 = 6$$

Câu 2. (1,0 điểm) Giải phương trình $x^2 + 5x + 6 = 0$

Lời giải

$$\text{Phương trình: } x^2 + 5x + 6 = 0 \quad (a=1, b=5, c=6)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= 5^2 - 4.1.6 = 1 > 0, \sqrt{\Delta} = 1$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 + 1}{2.1} = -2$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 - 1}{2.1} = -3$$

Vậy phương trình có tập nghiệm là $S = \{-2; -3\}$

Câu 3. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 3 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$

Lời giải

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 3x - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 2 \\ 3x - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 3x - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 3.1 - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$$

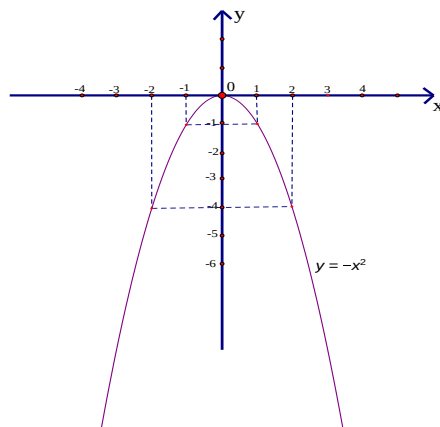
Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; -2)$

Câu 4. (1,0 điểm) Vẽ đồ thị của hàm số $y = -x^2$.

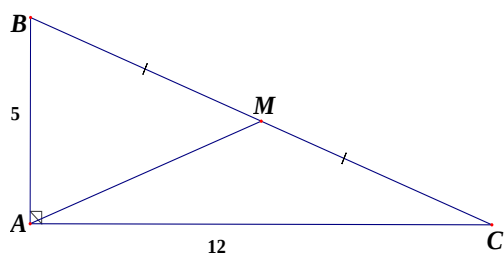
Lời giải

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$y = -x^2$	-4	-1	0	-1	-4



Câu 5. (1,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A có AB = 5 và AC = 12. Tính độ dài cạnh BC và trung tuyến AM (M thuộc BC).



Lời giải

Xét ΔABC vuông tại A có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \text{ (định lý Pytago)}$$

$$\text{Hay } BC^2 = 5^2 + 12^2 = 169$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{169} = 13$$

ΔABC vuông tại A có AM là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền BC (gt)

$$\Rightarrow AM = \frac{1}{2}BC = 6,5$$

Vậy BC = 13; AM = 6,5

Câu 6. (1,0 điểm) Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng (d): $y = 2x+6$ với trục hoành $y = 0$.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d): $y = 2x+6$ và $y = 0$, ta có

$$2x + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x = -6$$

$$\Leftrightarrow x = -3$$

Vậy giao điểm của đường thẳng (d): $y = 2x+6$ với trục hoành có tọa độ là $(-3;0)$

Câu 7. (1,0 điểm) Cho phương trình $x^2 + 3x + m - 2 = 0$. Tìm các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 = 2x_2$

Lời giải

$$\text{Phương trình: } x^2 + 3x + m - 2 = 0 \quad (1)$$

$$\text{Ta có } \Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4m + 8$$

$$\Delta = 17 - 4m$$

Phương trình (1) có nghiệm khi $\Delta \geq 0$

$$\Leftrightarrow 17 - 4m \geq 0$$

$$\Leftrightarrow m \leq \frac{17}{4} \quad (*)$$

$$\text{Theo định lý Vi-ét, ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = -3 \\ x_1 \cdot x_2 = m - 2 \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{Giải hệ phương trình: } \begin{cases} x_1 + x_2 = -3 \\ x_1 = 2x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

Thay $x_1 = -2$ và $x_2 = -1$ vào (2) ta có $m - 2 = 2 \Leftrightarrow m = 4$ (TMĐK $(*)$)

Vậy $m = 4$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 = 2x_2$

Câu 8. (1,0 điểm) Căn cứ diễn biến mực nước hồ Dầu Tiếng và tình hình khí tượng thủy văn trên lưu vực, để chủ động phòng chống lũ cho công trình và khu vực hạ du, Công ty khai thác thủy lợi hồ Dầu Tiếng dự định xả một lượng nước ở hồ với lưu lượng 15 triệu m^3 trong một ngày. Do tình hình thời tiết có chiều hướng xấu Công ty đã quyết định điều chỉnh lưu lượng xả lên 20 triệu m^3

mỗi ngày nên đã hoàn thành công việc sớm hơn thời gian dự kiến 2 ngày. Hỏi Công ty đã xả bao nhiêu m^3 nước?

Lời giải

Gọi x (triệu m^3) là lượng nước công ty đã xả ra . Điều kiện: $x > 20$

Thời gian xả nước theo dự định $\frac{x}{15}$ (ngày)

Thời gian xả nước theo tình hình thực tế $\frac{x}{20}$ (ngày)

Do công ty điều chỉnh lưu lượng xả mỗi ngày nên đã hoàn thành công việc sớm hơn dự kiến 2 ngày, ta có phương trình

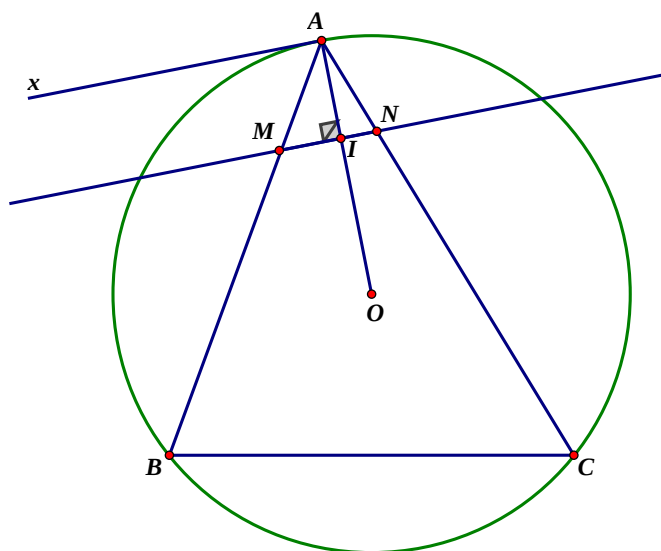
$$\frac{x}{15} - \frac{x}{20} = 2$$

$$\Leftrightarrow x = 120 \text{ (TMĐK)}$$

Vậy lượng nước công ty đã xả ra là 120 triệu m^3

Câu 9. (1,0 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và $\widehat{BAC} < 60^\circ$ nội tiếp trong đường tròn (O). Trên đoạn thẳng OA lấy điểm I ($IA < IO$), đường thẳng qua I vuông góc OA cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại M và N . Chứng minh tứ giác BCNM nội tiếp.

Lời giải



Qua A kẻ tiếp tuyến Ax với (O)

Ta có $\left. \begin{array}{l} Ax \perp OA \\ MN \perp OA \end{array} \right\} \Rightarrow MN \parallel Ax \Rightarrow \widehat{xAM} = \widehat{AMN}$ (so le trong) hay $\widehat{xAB} = \widehat{AMN}$ (1)

Mặt khác ta có:

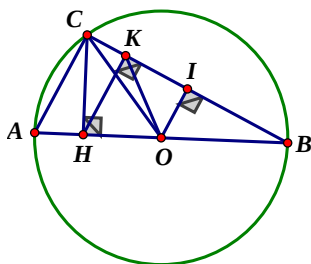
$\widehat{xAB} = \widehat{ACB}$ (góc nội tiếp, góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn $\widehat{AB}$) (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{ACB} = \widehat{AMN}$

Do đó tứ giác BCNM nội tiếp (tứ giác có góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong của đỉnh đối diện)

Câu 10. (1,0 điểm) Cho đường tròn (O) có đường kính $AB = 2\sqrt{2022}$. Lấy điểm C trên (O) sao cho $AC < BC$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của C trên AB (H khác A). Kẻ HK vuông góc BC tại K. Tính $HK^2 + OK^2$.

Lời giải



Kẻ $OI \perp BC$ tại I

Xét tam giác CHB vuông tại H, đường cao HK, ta có

$$HK^2 = CK.KB \text{ (hệ thức lượng)}$$

$$HK^2 = (CI - KI)(BI + KI)$$

$$HK^2 = CI^2 - KI^2 \text{ (do } OI \perp BC \text{ tại I nên } CI = IB = \frac{1}{2}BC \text{) (1)}$$

$$\text{Do } \triangle KOI \text{ vuông tại I nên } KI^2 = KO^2 - OI^2 \text{ (2)}$$

$$\text{Mà } \triangle COI \text{ vuông tại I nên } CI^2 = CO^2 - OI^2 \text{ (3)}$$

$$\text{Thay (2), (3) vào (1) ta được } HK^2 = CO^2 - OI^2 - KO^2 + OI^2$$

$$\text{Hay } HK^2 + OK^2 = CO^2 = \left(\sqrt{2022}\right)^2 = 2022$$

$$\text{Vậy } HK^2 + OK^2 = 2022$$

---Hết---

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề gồm có 01 trang)

Thời gian làm bài : 120 phút (không kể giao đề)

Câu 1. (2,0 điểm) Cho biểu thức $A = \left(\frac{1}{3-\sqrt{x}} - \frac{1}{3+\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{3+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ với $x > 0$ và $x \neq 9$

- 1) Rút gọn biểu thức A
- 2) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$
- 3) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để $A > \frac{1}{2}$

Câu 2. (2,0 điểm) Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + my = 1 \\ mx - y = -m \end{cases}$ với m là tham số

- 1) Giải hệ phương trình với $m = 1$
- 2) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất $(x; y)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $S = x + y$

Câu 3. (2,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = x + 2$

- 1) Tìm tọa độ hai giao điểm A, B của (d) với (P)
- 2) Gọi (c) là đường thẳng đi qua điểm $C(-1; 4)$ và song song với đường thẳng (d) . Viết phương trình đường thẳng (c)

Câu 4. (3,5 điểm)

- 1) Từ điểm M nằm ngoài đường tròn $(O; R)$, kẻ tiếp tuyến MA (A là tiếp điểm) và cát tuyến MBC không đi qua tâm O (điểm B nằm giữa hai điểm M, C). Gọi H là trung điểm BC . Đường thẳng OH cắt đường tròn $(O; R)$ tại hai điểm N, K (trong đó điểm K thuộc cung BAC). Gọi D là giao điểm của AN và BC
 - a) Chứng minh tứ giác $AKHD$ là tứ giác nội tiếp
 - b) Chứng minh $\angle NAB = \angle NBD$ và $NB^2 = NA \cdot ND$
 - c) Chứng minh rằng khi đường tròn $(O; R)$ và điểm M cố định đồng thời cát tuyến MBC thay đổi thì điểm D nằm trên một đường tròn cố định
- 2) Một hình trụ có chu vi đáy bằng $20\pi (cm^2)$ và chiều cao bằng $7 (cm)$. Tính thể tích của hình trụ đó

Câu 5. (0,5 điểm)

Cho các số dương a, b, c thay đổi và thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 2022$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$M = \sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} + \sqrt{2b^2 + bc + 2c^2} + \sqrt{2c^2 + ca + 2a^2}$$

ĐÁP ÁN

Câu 1. (2,0 điểm) Cho biểu thức $A = \left(\frac{1}{3-\sqrt{x}} - \frac{1}{3+\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{3+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ với $x > 0$ và $x \neq 9$

4) Rút gọn biểu thức A

$$A = \left(\frac{1}{3-\sqrt{x}} - \frac{1}{3+\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{3+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{3+\sqrt{x}-3+\sqrt{x}}{(3-\sqrt{x})(3+\sqrt{x})} \cdot \frac{3+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{2\sqrt{x}}{(3-\sqrt{x})\sqrt{x}} = \frac{2}{3-\sqrt{x}}$$

5) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$

$$x = 4 \text{ (tmdk)} \Rightarrow A = \frac{2}{3-\sqrt{4}} = 2$$

6) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để $A > \frac{1}{2}$

$$A > \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2}{3-\sqrt{x}} - \frac{1}{2} > 0 \Leftrightarrow \frac{4-3+\sqrt{x}}{2(3-\sqrt{x})} > 0 \Leftrightarrow \frac{1+\sqrt{x}}{2(3-\sqrt{x})} > 0$$

$$\text{do } 1+\sqrt{x} > 0 \Rightarrow A > \frac{1}{2} \Leftrightarrow (3-\sqrt{x}) > 0 \Leftrightarrow x < 9$$

$$\text{Kết hợp ĐKXD} \Rightarrow 0 < x < 9 \Rightarrow x \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\} \text{ (do } x \in \mathbb{N})$$

$$\text{Vậy để } A > \frac{1}{2} \text{ thì } x \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$$

Câu 2. (2,0 điểm) Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + my = 1 \\ mx - y = -m \end{cases}$ với m là tham số

3) Giải hệ phương trình với $m = 1$

Thay $m = 1$ vào hệ phương trình ta có :

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 0 \\ y = 1 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases}$$

Hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (0; 1)$

4) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất $(x; y)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $S = x + y$

$$+) \text{ Với } m = 0. \text{ Hệ phương trình có nghiệm duy nhất } \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$+) \text{ Với } m \neq 0, \text{ ta có : } \frac{a}{a'} = \frac{1}{m}; \frac{b}{b'} = \frac{m}{-1} = -m$$

Hệ phương trình có nghiệm duy nhất khi

$$\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'} \Leftrightarrow \frac{1}{m} \neq -m \Leftrightarrow -m^2 \neq 1 \text{ với mọi } m \text{ (luôn đúng)}$$

Nên hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất với mọi m

$$\text{Ta có : } \begin{cases} x + my = 1 \\ mx - y = -m \end{cases}$$

Th1: $m = 0$, phương trình có nghiệm $x = 1, y = 0 \Rightarrow S = x + y = 0 + 1 = 1$

Th2: $m \neq 0$

$$\begin{cases} x + my = 1 \\ mx - y = -m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - my \\ m(1 - my) - y = -m \end{cases} \dots\dots\dots \begin{cases} x = 1 - \frac{2m^2}{m^2 + 1} \\ y = \frac{2m}{m^2 + 1} \end{cases}$$

Khi đó :

$$x + y = 1 - \frac{2m^2}{m^2 + 1} + \frac{2m}{m^2 + 1} = \frac{-m^2 + 2m + 1}{m^2 + 1} = S$$

$$\Leftrightarrow -m^2 + 2m + 1 = Sm^2 + S \Leftrightarrow (S + 1)m^2 - 2m + S - 1 = 0$$

Để phương trình có nghiệm thì

$$\Delta'_m = 1 - (S + 1)(S - 1) = 1 - (S^2 - 1) = 2 - S^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq S \leq \sqrt{2}$$

$$\text{Vậy } \max = \sqrt{2} \Leftrightarrow m = -1 + \sqrt{2}$$

Câu 3. (2,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = x + 2$

3) Tìm tọa độ hai giao điểm A, B của (d) với (P)

Xét phương trình hoành độ giao điểm :

$$x^2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \Rightarrow y_1 = 1 \\ x_2 = 2 \Rightarrow y_2 = 4 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm $(d), (P)$ là $A(-1; 1), B(2; 4)$

4) Gọi (c) là đường thẳng đi qua điểm $C(-1; 4)$ và song song với đường thẳng (d) . Viết phương trình đường thẳng (c)

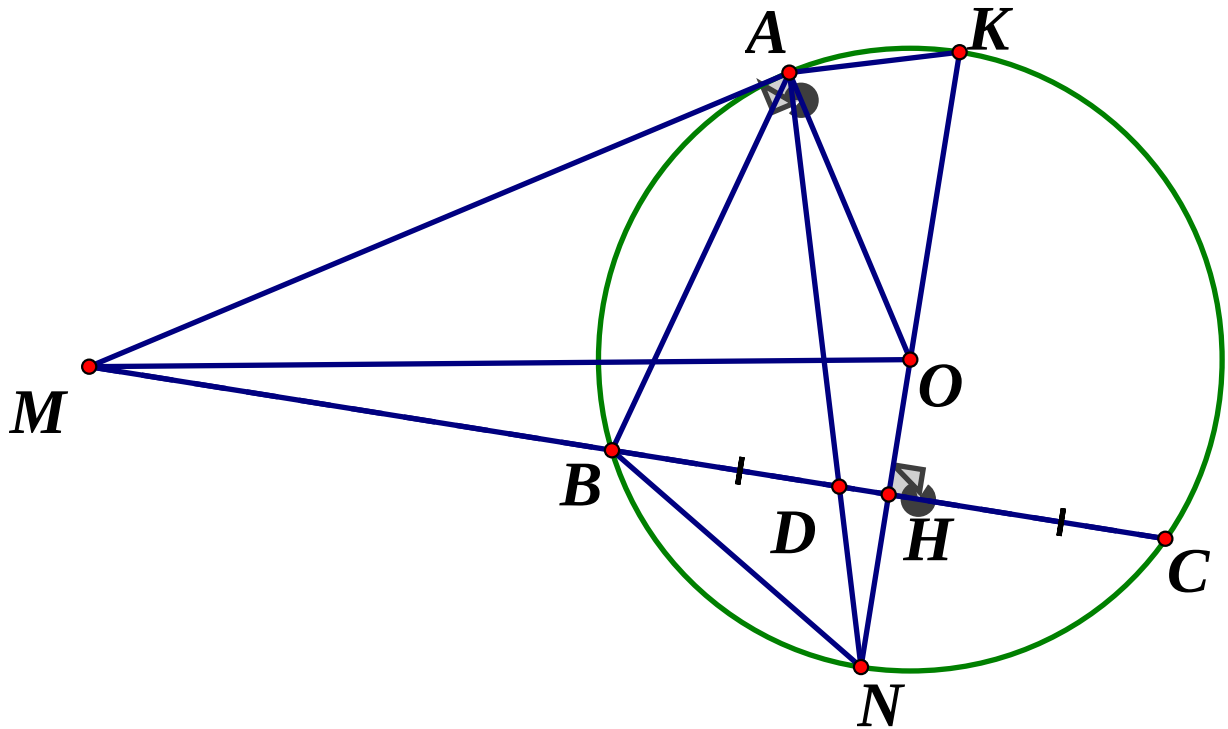
Vì $(c) // (d)$ nên phương trình đường thẳng (c) có dạng $y = x + m (m \neq 2)$

$$\text{Vì } (c) \text{ đi qua } C(-1; 4) \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow 4 = -1 + m \Leftrightarrow m = 5 (tm)$$

Vậy phương trình đường thẳng $(c): y = x + 5$

Câu 4. (3,5 điểm)

- 3) Từ điểm M nằm ngoài đường tròn $(O; R)$, kẻ tiếp tuyến MA (A là tiếp điểm) và cát tuyến MBC không đi qua tâm O (điểm B nằm giữa hai điểm M, C). Gọi H là trung điểm BC . Đường thẳng OH cắt đường tròn $(O; R)$ tại hai điểm N, K (trong đó điểm K thuộc cung BAC). Gọi D là giao điểm của AN và BC



d) Chứng minh tứ giác $AKHD$ là tứ giác nội tiếp

Ta có $\angle KAN = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \angle KAD = 90^\circ$

H là trung điểm của $BC \Rightarrow OH \perp BC$ (tính chất đường kính – dây cung)

$\Rightarrow \angle KHD = 90^\circ$

Xét tứ giác $AKHD$ có $\angle KAD + \angle KHD = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$, mà hai góc này đối diện

Nên tứ giác $AKHD$ nội tiếp

e) Chứng minh $\angle NAB = \angle NBD$ và $NB^2 = NA \cdot ND$

Vì H là trung điểm $BC \Rightarrow N$ là điểm chính giữa cung $BC \Rightarrow \widehat{BN} = \widehat{CN}$

$\Rightarrow \angle NAB = \angle NBC = \angle NBD$ (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)

Xét $\triangle NBD$ và $\triangle NAB$ có :

$\angle ANB$ chung, $\angle NBD = \angle NAB$ (cmt) $\Rightarrow \triangle NBD \sim \triangle NAB$ (g.g)

$\Rightarrow \frac{NB}{ND} = \frac{NA}{NB}$ (2 cặp cạnh tương ứng tỉ lệ) $\Rightarrow NB^2 = NA \cdot ND$ (dpcm)

f) Chứng minh rằng khi đường tròn $(O; R)$ và điểm M cố định đồng thời cát tuyến MBC thay đổi thì điểm D nằm trên một đường tròn cố định

$$\angle MDA = \frac{1}{2} \widehat{AB} + \frac{1}{2} \widehat{NC} = \frac{1}{2} \widehat{AB} + \frac{1}{2} \widehat{NB} = \frac{1}{2} \widehat{AN} \Rightarrow \Delta MAD \text{ cân tại } M$$

$\Rightarrow MD = MA$ mà MA không đổi nên $D \in (M; MA)$

4) Một hình trụ có chu vi đáy bằng $20\pi (cm^2)$ và chiều cao bằng $7 (cm)$. Tính thể tích của hình trụ đó

Chu vi đáy của hình trụ : $2\pi R = 20\pi \Leftrightarrow R = 10 (cm)$

Thể tích của hình trụ đó là : $V = \pi \cdot 10^2 \cdot 7 = 2800\pi (cm^3)$

Câu 5. (0,5 điểm)

Cho các số dương a, b, c thay đổi và thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 2022$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$M = \sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} + \sqrt{2b^2 + bc + 2c^2} + \sqrt{2c^2 + ca + 2a^2}$$

Ta có :

$$\begin{aligned} 4(2a^2 + ab + 2b^2) &= 5(a^2 + 2ab + b^2) + 3(a^2 - 2ab + b^2) \\ &= 5(a+b)^2 + 3(a-b)^2 \geq 5(a+b)^2 \quad (do (a-b)^2 \geq 0) \end{aligned}$$

Vì a, b là các số dương nên :

$$2\sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} \geq \sqrt{5}(a+b) \Leftrightarrow \sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(a+b) \quad (1)$$

Dấu bằng xảy ra khi $a = b$

Chúng minh tương tự ta có :

$$\sqrt{2b^2 + bc + 2c^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(b+c) \quad (2). \text{ Dấu bằng xảy ra khi } b = c$$

$$\text{Và } \sqrt{2c^2 + ca + 2a^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(c+a) \quad (3). \text{ Dấu bằng xảy ra } c = a$$

Cộng vế theo vế của (1), (2), (3) ta có :

$$\sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} + \sqrt{2b^2 + bc + 2c^2} + \sqrt{2c^2 + ca + 2a^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2} \cdot 2(a+b+c) = 2022\sqrt{5}$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = c \\ a + b + c = 2022 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = 674$$

$$\text{Vậy } \min P = 2022\sqrt{5} \Leftrightarrow a = b = c = 674$$

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Dành cho tất cả thí sinh)

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề
(Đề thi gồm có 01 trang, 10 câu, mỗi câu 1,0 điểm)

Câu 1. Không dùng máy tính cầm tay, giải phương trình $2x^2 - 3x - 2 = 0$.

Câu 2. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $y = 2x + 1$ với trục hoành, trục tung.

Câu 3. Không dùng máy tính cầm tay, giải hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 3x + 2y = -1 \end{cases}$.

Câu 4. Tìm điều kiện của x để biểu thức $\sqrt{2x-1}$ có nghĩa.

Câu 5. Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{2}{x-2\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{4}{x-4} \right)$ với $x > 0$ và $x \neq 4$.

a) Rút gọn biểu thức P ;

b) Tìm x để $P = \frac{7}{3}$.

Câu 6. Hai đội công nhân cùng làm chung một công việc thì hoàn thành trong 12 giờ. Nếu làm riêng thì thời gian hoàn thành công việc của đội thứ hai ít hơn đội thứ nhất là 7 giờ. Hỏi khi làm riêng, mỗi đội hoàn thành công việc đó trong bao lâu?

Câu 7. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $AB = 6$ cm và diện tích tam giác ABC bằng 24 cm^2 . Tính độ dài các đoạn thẳng AC, BC, AH .

Câu 8. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D . Kẻ BH vuông góc với DC tại H . Biết $BH = 12$ cm, $AB = 4$ cm, $DC = 9$ cm.

a) Tính độ dài đoạn thẳng BC ;

b) Chứng minh đường thẳng AD là tiếp tuyến của đường tròn đường kính BC .

Câu 9. Cho hình vuông $ABCD$ có $AB = 4$ cm. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC .

a) Tính độ dài đoạn thẳng AM ;

b) Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác AMC .

Câu 10. Cho tam giác ABC ($BC < AB < AC$) có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) . Kẻ $AK \perp BC$ ($K \in BC$), $BI \perp AC$ ($I \in AC$). Gọi H là trực tâm của tam giác ABC . Đường tròn ngoại tiếp tam giác AIH cắt đường thẳng KI tại điểm M ($M \neq I$). Gọi N là giao điểm của hai đường thẳng AM và BC .

a) Chứng minh bốn điểm C, I, M, N cùng thuộc một đường tròn;

b) Gọi P là giao điểm của hai đường thẳng AC và HN . Chứng minh $\frac{PA}{PH} = \frac{KN}{KH}$.

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Dành cho tất cả thí sinh)

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề

HƯỚNG DẪN CHẤM

(Bản hướng dẫn chấm gồm có 05 trang)

I. Hướng dẫn chung

- Giám khảo cần nắm vững yêu cầu của hướng dẫn chấm để đánh giá đúng bài làm của thí sinh. Thí sinh làm cách khác đáp án nếu đúng vẫn cho điểm tối đa.

- Khi vận dụng đáp án và thang điểm, giám khảo cần chủ động, linh hoạt với tinh thần trân trọng bài làm của học sinh.

- Nếu có việc chi tiết hóa điểm các ý cần phải đảm bảo không sai lệch với tổng điểm và được thống nhất trong toàn hội đồng chấm thi.

- Điểm toàn bài là tổng điểm của các câu hỏi trong đề thi, chấm điểm lẻ đến 0,25 và không làm tròn.

II. Đáp án và thang điểm

Câu 1. Không dùng máy tính cầm tay, giải phương trình $2x^2 - 3x - 2 = 0$.

Lời giải

Ta có $\Delta = 9 + 16 = 25 > 0$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{3+5}{4} = 2$; $x_2 = \frac{3-5}{4} = -\frac{1}{2}$.

Câu 2. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $y = 2x + 1$ với trục hoành, trục tung.

Lời giải

- Với $y = 0$, $2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$. Do đó tọa độ giao điểm với trục hoành là $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

- Với $x = 0$, $y = 2 \cdot 0 + 1 = 1$. Do đó tọa độ giao điểm với trục tung là $(0; 1)$.

Câu 3. Không dùng máy tính cầm tay, giải hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 3x + 2y = -1 \end{cases}$.

Lời giải

Ta có $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 3x + 2y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y + 5 \\ 3(2y + 5) + 2y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$

Câu 4. Tìm điều kiện của x để biểu thức $\sqrt{2x-1}$ có nghĩa.

Lời giải

$\sqrt{2x-1}$ có nghĩa khi $2x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$.

Câu 5. Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{2}{x-2\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{4}{x-4} \right)$ với $x > 0$ và $x \neq 4$.

a) Rút gọn biểu thức P ;

b) Tìm x để $P = \frac{7}{3}$.

Lời giải

a) $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{2}{x-2\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{4}{x-4} \right) = \frac{x-2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} : \frac{1}{\sqrt{x}-2} = \frac{x-2}{\sqrt{x}}$.

$$b) P = \frac{7}{3} \Leftrightarrow \frac{x-2}{\sqrt{x}} = \frac{7}{3} \Leftrightarrow 3x - 7\sqrt{x} - 6 = 0 \quad (1).$$

Đặt $t = \sqrt{x} (t \geq 0)$.

$$\text{Phương trình (1)} \Leftrightarrow 3t^2 - 7t - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = -\frac{2}{3} \text{ (loại)} \end{cases}.$$

Ta có $t = 3 \Leftrightarrow x = 9$ (thỏa mãn).

Câu 6. Hai đội công nhân cùng làm chung một công việc thì hoàn thành trong 12 giờ. Nếu làm riêng thì thời gian hoàn thành công việc của đội thứ hai ít hơn đội thứ nhất là 7 giờ. Hỏi khi làm riêng, mỗi đội hoàn thành công việc đó trong bao lâu?

Lời giải

Gọi x, y (giờ) lần lượt là thời gian hoàn thành công việc của hai đội khi làm riêng, $x > 0, y > 0$.

Suy ra trong một giờ đội thứ nhất hoàn thành được $\frac{1}{x}$ công việc, đội thứ hai hoàn thành được $\frac{1}{y}$ công việc.

$$\text{Theo giả thiết ta có hệ phương trình } \begin{cases} x - y = 7 \\ \frac{12}{x} + \frac{12}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 7 \\ \frac{12}{y+7} + \frac{12}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 7 \\ y = 21 \\ y = -4 \text{ (loại)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 28 \\ y = 21 \end{cases}.$$

Vậy khi làm riêng thời gian hoàn thành của đội thứ nhất và đội thứ hai lần lượt là 28 giờ và 21 giờ.

Câu 7. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $AB = 6$ cm và diện tích tam giác ABC bằng 24 cm^2 . Tính độ dài các đoạn thẳng AC, BC, AH .

Lời giải

$$\text{Ta có } AC = \frac{2S_{ABC}}{AB} = \frac{48}{6} = 8(\text{cm}).$$

$$\text{Theo định lý Py-ta-go } BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 10(\text{cm}).$$

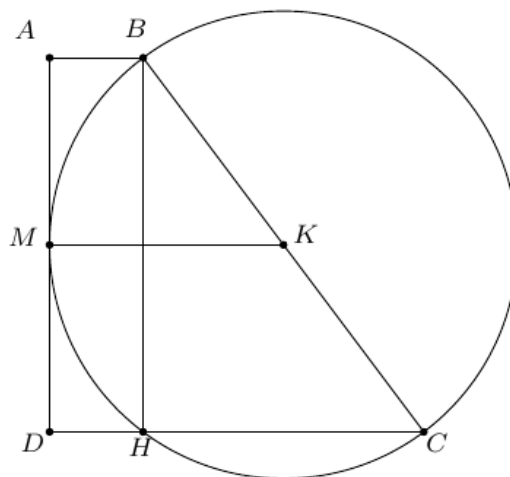
$$\text{Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông } AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{6 \cdot 8}{10} = 4,8(\text{cm}).$$

Câu 8. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D . Kẻ BH vuông góc với DC tại H . Biết $BH = 12$ cm, $AB = 4$ cm, $DC = 9$ cm.

a) Tính độ dài đoạn thẳng BC ;

b) Chứng minh đường thẳng AD là tiếp tuyến của đường tròn đường kính BC .

Lời giải



a) Tứ giác $ABHD$ có $\widehat{BAD} = \widehat{ADH} = \widehat{BHD} = 90^\circ$ nên là hình chữ nhật.
Suy ra $DH = AB = 4 \Rightarrow HC = DC - DH = 5(\text{cm})$.

Áp dụng định lí Py-ta-go ta có $BC = \sqrt{BH^2 + HC^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13(\text{cm})$.

b) Gọi K, M lần lượt là trung điểm các cạnh BC, AD .

Để thấy K là tâm đường tròn đường kính BC, MK là đường trung bình của hình thang $ABCD$. Ta có

$$MK = \frac{AB+CD}{2} = \frac{13}{2} = \frac{BC}{2}, \text{ do đó } M \text{ thuộc đường tròn đường kính } BC.$$

$$(1) \text{ Ta lại có } \begin{cases} MK \parallel CD \\ CD \perp AD \end{cases} \Rightarrow MK \perp AD. \quad (2)$$

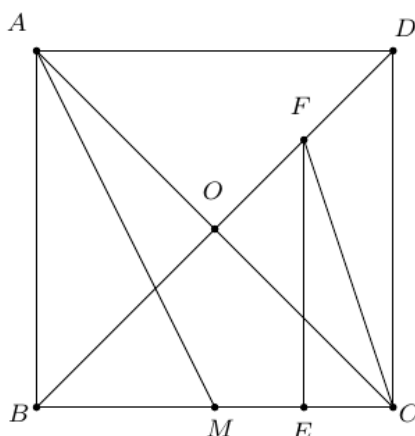
Từ (1) và (2) suy ra AD là tiếp tuyến của của đường tròn đường kính BC .

Câu 9. Cho hình vuông $ABCD$ có $AB = 4 \text{ cm}$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC .

a) Tính độ dài đoạn thẳng AM ;

b) Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác AMC .

Lời giải



a) Áp dụng định lí Py-ta-go $AM = \sqrt{AB^2 + BM^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$.

b) Gọi O là tâm hình vuông $ABCD; E, F$ lần lượt là trung điểm của MC và OD .

Để thấy BD là đường trung trực đoạn AC . (1)

Ta có $\frac{BF}{BD} = \frac{BE}{BC} = \frac{3}{4}$ suy ra $EF \parallel CD$, mà $CD \perp MC$ nên $EF \perp MC$.

Khi đó EF là đường trung trực của đoạn MC . (2)

Từ (1) và (2) suy ra F là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AMC và FC là bán kính của đường tròn đó.

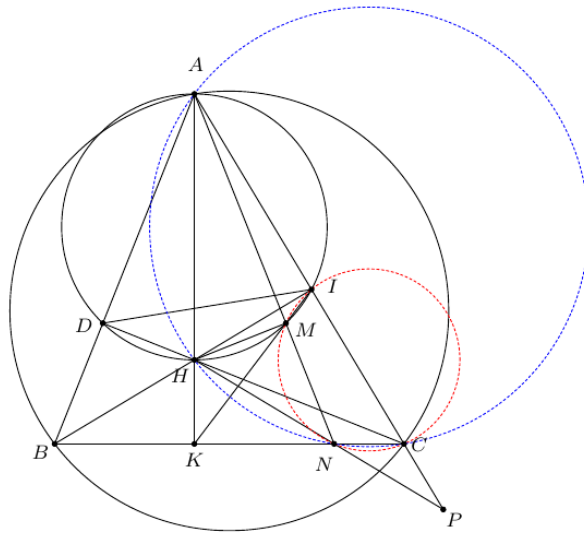
Áp dụng định lí Py-ta-go $FC = \sqrt{EF^2 + EC^2} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}(\text{cm})$.

Câu 10. Cho tam giác ABC ($BC < AB < AC$) có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O). Kẻ $AK \perp BC$ ($K \in BC$), $BI \perp AC$ ($I \in AC$). Gọi H là trực tâm của tam giác ABC . Đường tròn ngoại tiếp tam giác AIH cắt đường thẳng KI tại điểm M ($M \neq I$). Gọi N là giao điểm của hai đường thẳng AM và BC .

a) Chứng minh bốn điểm C, I, M, N cùng thuộc một đường tròn;

b) Gọi P là giao điểm của hai đường thẳng AC và HN . Chứng minh $\frac{PA}{PH} = \frac{KN}{KH}$.

Lời giải



a) Tam giác AIH vuông tại I nên AH là đường kính đường tròn ngoại tiếp tam giác AIH . Gọi D là giao điểm của AB và đường tròn ngoại tiếp tam giác AIH , vì AH là đường kính nên $AB \perp DH$.

Mà $CH \perp AB$ suy ra ba điểm C, H, D thẳng hàng.

Ta có $\widehat{BIC} = \widehat{BDC} = 90^\circ$ nên tứ giác $BCID$ nội tiếp, suy ra $\widehat{ACB} = \widehat{ADI}$. (1) Ta lại có $\widehat{ADI} = \widehat{AMI}$ (cùng chắn cung $\widehat{AI}$). (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{ACB} = \widehat{AMI}$ nên tứ giác $CIMN$ nội tiếp.

b) Các tứ giác $AHMI, CIMN$ nội tiếp suy ra $\begin{cases} KH.KA = KM.KI \\ KM.KI = KN.KC \end{cases} \Rightarrow KH.KA = KN.KC$

Do đó tứ giác $AHNC$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{KAN} = \widehat{KCH}$ và $\widehat{PHC} = \widehat{PAN}$.

Hai tam giác vuông AKN và CKH có $\widehat{KAN} = \widehat{KCH}$ nên đồng dạng suy ra $\frac{KN}{KH} = \frac{AN}{HC}$

Hai tam giác PHC và PNA có $\begin{cases} \widehat{APH} \text{ (chung)} \\ \widehat{PHC} = \widehat{PAN} \end{cases}$ nên đồng dạng suy ra $\frac{PA}{PH} = \frac{KN}{KH}$.

---- Hết ---

Câu I (2,0 điểm) Cho biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} - \frac{3\sqrt{x}}{x-1} \right) : \frac{1}{x+2\sqrt{x}+1} + 1 \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$

- 1) Rút gọn biểu thức P
- 2) Tìm tất cả các giá trị của x để $P < 2$

Câu II. (2,0 điểm)

- 1) Cho hai điểm M, N thuộc đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ và có hoành độ lần lượt là $x_M = -2, x_N = 1$. Xác định a, b để đường thẳng $(d): y = ax + b$ đi qua hai điểm M, N

2) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{2}{x+1} - \frac{3}{y-4} = -5 \\ \frac{4}{x+1} + \frac{5}{y-4} = 23 \end{cases}$$

Câu III. (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2(m+2)x + m^2 + 2m + 4 = 0$ (m là tham số)

- 1) Giải phương trình khi $m = 2$
- 2) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1| - |x_2| = 6$

Câu IV. (3,0 điểm) Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và AC . Đường thẳng MN cắt cung nhỏ BC của đường tròn (O) tại P

- 1) Chứng minh tứ giác $OMCN$ nội tiếp
- 2) Gọi D là điểm bất kỳ trên cạnh AB (D khác A, B). Đường tròn ngoại tiếp tam giác BPD cắt cạnh BC tại điểm I khác B , K là giao điểm của hai đường thẳng DI và AC . Chứng minh $PK \cdot PB = PC \cdot PD$
- 3) Gọi G là giao điểm khác P của AP với đường tròn ngoại tiếp tam giác BPD , đường thẳng IG cắt AB tại E . Chứng minh rằng khi D di chuyển trên cạnh AB thì tỉ số $\frac{AD}{AE}$ không đổi

Câu V. (1,0 điểm) Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn $a + b + c = abc$. Chứng

minh rằng : $\frac{b}{a\sqrt{b^2+1}} + \frac{c}{b\sqrt{c^2+1}} + \frac{a}{c\sqrt{a^2+1}} \geq \frac{3}{2}$

ĐÁP ÁN

Câu I (2,0 điểm) Cho biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} - \frac{3\sqrt{x}}{x-1} \right) : \frac{1}{x+2\sqrt{x}+1} + 1 \begin{pmatrix} x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{pmatrix}$

1) Rút gọn biểu thức P

$$P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} - \frac{3\sqrt{x}}{x-1} \right) : \frac{1}{x+2\sqrt{x}+1} + 1 \begin{pmatrix} x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{pmatrix}$$

$$P = \left(\frac{\sqrt{x}+1+2\sqrt{x}-2-3\sqrt{x}}{x-1} \right) \cdot (\sqrt{x}+1)^2 + 1$$
$$= \frac{-\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1} + 1 = \frac{-\sqrt{x}-1+\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1} = \frac{-2}{\sqrt{x}-1}$$

2) Tìm tất cả các giá trị của x để $P < 2$

$$P < 2 \Leftrightarrow \frac{-2}{\sqrt{x}-1} - 2 < 0 \Leftrightarrow \frac{-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} < 0$$

Do $-2\sqrt{x} \leq 0, \forall x \geq 0; x \neq 1$ nên $\sqrt{x}-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1 (tm)$

Câu II. (2,0 điểm)

1) Cho hai điểm M, N thuộc đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ và có hoành độ lần lượt

là $x_M = -2, x_N = 1$. Xác định a, b để đường thẳng (d): $y = ax + b$ đi qua hai điểm M, N

Do 2 điểm $M, N \in (P) y = -\frac{1}{2}x^2$ mà $x_M = -2 \Rightarrow y_M = -2$

$$\Rightarrow x_N = 1 \Rightarrow y_N = -\frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } M(-2; -2), N\left(1; -\frac{1}{2}\right)$$

Vì (d): $y = ax + b$ đi qua $M(-2; -2)$ và $N\left(1; -\frac{1}{2}\right)$ nên ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} -2a + b = -2 \\ a + b = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{1}{2}x - 1$$

2) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{2}{x+1} - \frac{3}{y-4} = -5 \\ \frac{4}{x+1} + \frac{5}{y-4} = 23 \end{cases}$$

Câu III. (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2(m+2)x + m^2 + 2m + 4 = 0$ (m là tham số)

1) Giải phương trình khi $m = 2$

$$\text{Khi } m = 2 \Rightarrow x^2 - 8x + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 6 \end{cases}$$

2) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

$$|x_1| - |x_2| = 6$$

$$\Delta' = (m+2)^2 - m^2 - 2m - 4 = 2m > 0 \Leftrightarrow m > 0 (*)$$

Áp dụng định lý Viet ta có :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+2) = 2m+4 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = m^2 + 2m + 4 \end{cases} \quad (2)$$

Vì $x_1, x_2 = m^2 + 2m + 4 = (m+1)^2 + 3 > 0$. Do đó phương trình có 2 nghiệm phân biệt cùng dấu

*)Th1: $x_1 > 0; x_2 > 0$. Khi đó $x_1 - x_2 = 6$ (3). Kết hợp với (1) ta có hệ phương

$$\text{trình } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m+4 \\ x_1 - x_2 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_1 = 2m+10 \\ x_1 + x_2 = 2m+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = m+5 \\ x_2 = m-1 \end{cases}$$

$$\text{Do } \begin{cases} x_1 > 0 \\ x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+5 > 0 \\ m-1 > 0 \end{cases} \Rightarrow m > 1$$

$$\Leftrightarrow (m+5)(m-1) = m^2 + 2m + 4 \Leftrightarrow m^2 + 4m - 5 - m^2 - 2m - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2m - 9 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{9}{2} (tm)$$

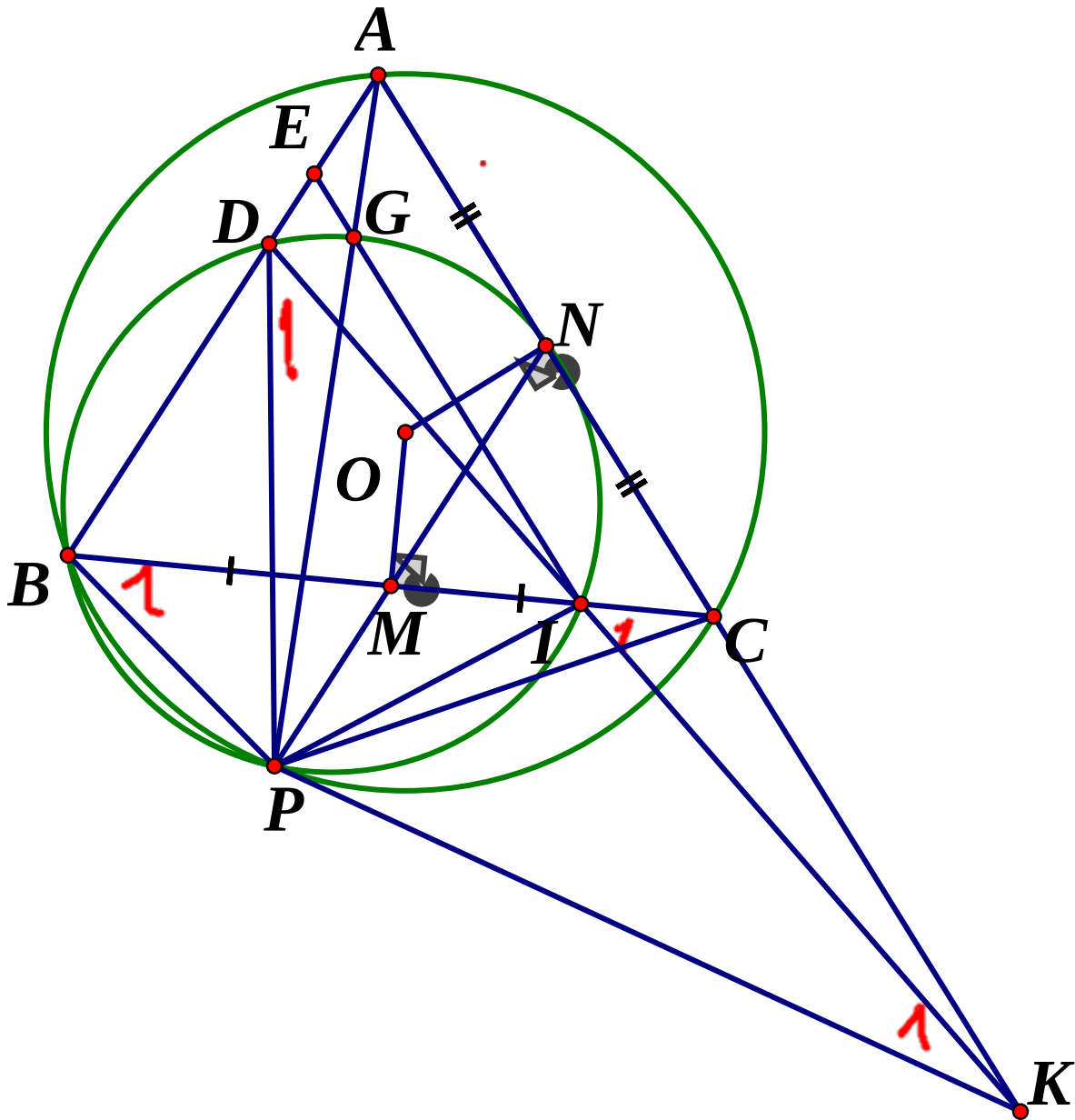
*) $x_1 < 0; x_2 < 0 \Rightarrow x_2 - x_1 = 6$. Kết hợp với (1) ta có hpt :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m+4 \\ -x_1 + x_2 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = m+5 < 0 \\ x_1 = m-1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -5$$

$$\Rightarrow (m+5)(m-1) = m^2 + 2m + 4 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{9}{2} (ktm)$$

$$\text{Vậy } m = \frac{9}{2}$$

Câu IV. (3,0 điểm) Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và AC . Đường thẳng MN cắt cung nhỏ BC của đường tròn (O) tại P



1) Chứng minh tứ giác $OMCN$ nội tiếp

Ta có $\angle ONC + \angle OMC = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow OMCN$ là tứ giác nội tiếp

2) Gọi D là điểm bất kỳ trên cạnh AB (D khác A, B). Đường tròn ngoại tiếp tam giác BPD cắt cạnh BC tại điểm I khác B , K là giao điểm của hai đường thẳng DI và AC . Chứng minh $PK.PB = PC.PD$

Xét $\triangle PBC$ và $\triangle PDK$ có : $\angle B_1 = \angle D_1$; $\angle C_1 = \angle K_1$

$$\Rightarrow \triangle PBC \sim \triangle PDK (g.g) \Rightarrow \frac{PB}{PD} = \frac{PC}{PK} \Rightarrow BP.PK = PD.PC (dfcm)$$

3) Gọi G là giao điểm khác P của AP với đường tròn ngoại tiếp tam giác BPD , đường thẳng IG cắt AB tại E . Chứng minh rằng khi D di chuyển trên cạnh AB thì tỉ số $\frac{AD}{AE}$ không đổi

Ta có 4 điểm B, D, G, I cùng nằm trên một đường tròn và 4 điểm C, P, B, A cùng nằm trên một đường tròn $\Rightarrow \angle PGI = \angle PBI$ (cùng chắn cung PI)

và $\angle PBC = \angle PAC$ (cùng chắn $\widehat{PC}$)

$$\Rightarrow \angle PGI = \angle PAC \Rightarrow IG \parallel CA \Rightarrow \frac{AD}{AE} = \frac{KD}{KI} \quad (1)$$

Trên cạnh PC lấy điểm J sao cho $\angle KPI = \angle CPJ$

Theo câu b, tứ giác $PICK$ nội tiếp $\Rightarrow \angle IPK = 180^\circ - \angle KCI = \angle BCA \Rightarrow J$ là điểm cố định $\Rightarrow \frac{CB}{CJ}$ là hằng số (2)

$$\text{Mặt khác, ta có : } \Delta PKI \sim \Delta PCJ (g.g) \Rightarrow \frac{KI}{CJ} = \frac{PK}{PC} \quad (3)$$

$$\text{Lại có } \Delta PKD \sim \Delta PCB (g.g) \Rightarrow \frac{PK}{PC} = \frac{KD}{CB} \quad (4)$$

$$\text{Từ (3), (4)} \Rightarrow \frac{KI}{CJ} = \frac{KD}{CB} \Rightarrow \frac{CB}{CJ} = \frac{KD}{KI} \quad (5)$$

$$\text{Từ (1), (5)} \Rightarrow \frac{AD}{AE} = \frac{CB}{CJ} = \text{hằng số (đpcm)}$$

Câu V. (1,0 điểm) Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn $a + b + c = abc$. Chứng

minh rằng : $\frac{b}{a\sqrt{b^2+1}} + \frac{c}{b\sqrt{c^2+1}} + \frac{a}{c\sqrt{a^2+1}} \geq \frac{3}{2}$

$$\text{Từ giả thiết } a + b + c = abc \Leftrightarrow \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} = 1$$

Đặt $\frac{1}{a} = x, \frac{1}{b} = y, \frac{1}{c} = z$. Khi đó :

$$x^2 + 1 = x^2 + xy + yz + zx = (x + y)(x + z)$$

$$y^2 + 1 = (y + z)(y + x)$$

$$z^2 + 1 = (z + x)(z + y)$$

Ta có :

$$\frac{x}{\sqrt{y^2+1}} + \frac{y}{\sqrt{z^2+1}} + \frac{z}{\sqrt{x^2+1}} = \frac{x}{\sqrt{(y+x)(y+z)}} + \frac{y}{\sqrt{(z+x)(z+y)}} + \frac{z}{\sqrt{(x+y)(x+z)}}$$

$$\geq \frac{2x}{x+2y+z} + \frac{2y}{x+y+2z} + \frac{2z}{2x+y+z} \geq \frac{2(x+y+z)^2}{(x+y+z)^2 + xy + yz + zx}$$

$$\geq \frac{2(x+y+z)^2}{(x+y+z)^2 + \frac{(x+y+z)^2}{3}} = \frac{3}{2} \quad (\text{đpcm})$$

Dấu "=" xảy ra khi $a = b = c = \sqrt{3}$

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THANH HÓA**

ĐỀ CHÍNH THỨC

**KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2022-2023**

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài : **120** phút (không kể giao đề)

Ngày thi : 18/06/2022

(Đề thi có 05 câu, gồm 01 trang)

Câu I. (2,0 điểm)

Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{x-3}{x-1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

- 1) Rút gọn biểu thức P
- 2) Tìm các giá trị của x để $\frac{1}{P} = \frac{4}{3}$

Câu II. (2,0 điểm)

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d) có phương trình $y = (2-m)x + m + 1$ (m là tham số). Tìm m để đường thẳng (d) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2
2. Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} 3x + 2y = 11 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$$

Câu III. (2,0 điểm)

1. Giải phương trình : $-x^2 + 4x - 3 = 0$
2. Cho phương trình $x^2 - x + m - 1 = 0$ (m là tham số). Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $\frac{2}{x_1^2} + \frac{5}{x_1 x_2} = \frac{4}{x_2^2} \left(\frac{1}{x_1^2} - 1 \right)$

Câu IV. (3,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC có $AB < AC$ và nội tiếp đường tròn (O). Gọi H là chân đường cao hạ từ đỉnh A của tam giác ABC và E là hình chiếu vuông góc của điểm B lên đường thẳng AO

- 1) Chứng minh AEHB là tứ giác nội tiếp
- 2) Chứng minh đường thẳng HE vuông góc với đường thẳng AC
- 3) Gọi M là trung điểm của cạnh BC. Tính tỉ số $\frac{ME}{MH}$

Câu V. (1,0 điểm)

Cho ba số thực dương x, y, z thay đổi thỏa mãn điều kiện $xy + yz + zx = 3xyz$.
Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = \frac{x}{1+y^2} + \frac{y}{1+z^2} + \frac{z}{1+x^2} + \frac{3}{2}xyz$

ĐÁP ÁN

Câu I. (2,0 điểm)

Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{x-3}{x-1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

3) Rút gọn biểu thức P

$$\begin{aligned} P &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{x-3}{x-1} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1) - 2\sqrt{x}(\sqrt{x}-1) + x-3}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \\ &= \frac{x + \sqrt{x} - 2x + 2\sqrt{x} + x - 3}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{3(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{3}{\sqrt{x}+1} \end{aligned}$$

4) Tìm các giá trị của x để $\frac{1}{P} = \frac{4}{3}$

$$\frac{1}{P} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow P = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{x}+1} = \frac{3}{4} \Rightarrow \sqrt{x}+1=4 \Rightarrow x=9(\text{tmdk})$$

Vậy $x=9$

Câu II. (2,0 điểm)

3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng (d) có phương trình $y = (2-m)x + m+1$ (m là tham số). Tìm m để đường thẳng (d) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2

Đường thẳng (d) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2 nên ta có :

$$0 = (2-m) \cdot 2 + m + 1 \Leftrightarrow m = 5$$

Vậy $m=5$

4. Giải hệ phương trình :

$$\begin{cases} 3x+2y=11 \\ x-2y=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x+2y=11 \\ x-2y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x=12 \\ y=\frac{x-1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y)=(3;1)$

Câu III. (2,0 điểm)

3. Giải phương trình : $-x^2 + 4x - 3 = 0$

$$-x^2 + 4x - 3 = 0 \Leftrightarrow -x^2 + x + 3x - 3 = 0 \Leftrightarrow -x(x-1) + 3(x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(3-x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{3; 1\}$

4. Cho phương trình $x^2 - x + m - 1 = 0$ (m là tham số). Tìm các giá trị của m để

phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $\frac{2}{x_1^2} + \frac{5}{x_1 x_2} = \frac{4}{x_2^2} \left(\frac{1}{x_1^2} - 1 \right)$

Ta có $\Delta = (-1)^2 - 4(m-1) = -4m + 5$

Phương trình có hai nghiệm $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{5}{4}$

Theo hệ thức Vi-et ta có :
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1(1) \\ x_1 x_2 = m - 1(2) \end{cases}$$

Theo đề bài, ta có $x_1 x_2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$

$$\frac{2}{x_1^2} + \frac{5}{x_1 x_2} = \frac{4}{x_2^2} \left(\frac{1}{x_1^2} - 1 \right) \Leftrightarrow 2x_2^2 + 5x_1 x_2 = 4 - 4x_1^2$$

$$\Leftrightarrow 2(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 + 2x_1^2 + 5x_1 x_2 - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(x_1 + x_2)^2 + x_1 x_2 + 2x_1^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow 2 + m - 1 + 2x_1^2 - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x_1^2 + m - 3 = 0(*)$$

Vì x_1 là nghiệm của phương trình $x^2 - x + m - 1 = 0$ nên $x_1^2 = x_1 - m + 1$

Thay vào (*) ta được :

$$2(x_1 - m + 1) + m - 3 = 0 \Leftrightarrow x_1 = \frac{m+1}{2}. \text{ Thay vào (1) ta có :}$$

$$\frac{m+1}{2} + x_2 = 1 \Rightarrow x_2 = \frac{1-m}{2}$$

Thay $x_1 = \frac{m+1}{2}; x_2 = \frac{1-m}{2}$ vào (2) ta được:

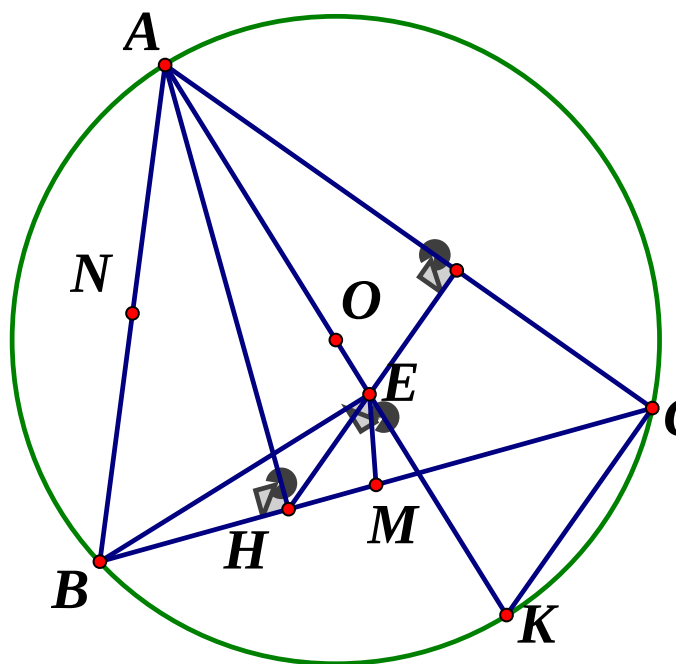
$$\frac{m+1}{2} \cdot \frac{1-m}{2} = m-1 \Rightarrow 1-m^2 = 4m-4$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 4m - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1(ktm) \\ m = -5(tm) \end{cases}$$

Vậy $m = -5$

Câu IV. (3,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC có $AB < AC$ và nội tiếp đường tròn (O) . Gọi H là chân đường cao hạ từ đỉnh A của tam giác ABC và E là hình chiếu vuông góc của điểm B lên đường thẳng AO



4) Chứng minh $AEHB$ là tứ giác nội tiếp

Ta có :

$$AH \perp BC \Rightarrow \angle AHB = 90^\circ, \quad AE \perp BE \Rightarrow \angle AEB = 90^\circ$$

Tứ giác $AEHB$ có $\angle AHB = \angle AEB = 90^\circ$ cùng nhìn cạnh AB dưới 1 góc không đổi
 $\Rightarrow AEHB$ là tứ giác nội tiếp

5) Chứng minh đường thẳng HE vuông góc với đường thẳng AC

Kéo dài AO cắt đường tròn (O) tại K khi đó AK là đường kính của đường tròn tâm O , ta có C thuộc đường tròn $(O) \Rightarrow \angle ACK = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)
 $\Rightarrow CK \perp AC$

Tứ giác $AEHB$ nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \angle EHC = \angle BAE$ (hai góc cùng bù với $\angle BHE$)

$$\Rightarrow \angle EHC = \angle BAK$$

Xét (O) có : $\angle BAK = \angle BCK$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BK)

$\Rightarrow \angle EHC = \angle BCK$ mà hai góc này ở vị trí so le trong $\Rightarrow HE \parallel CK$

$$\text{Ta có } \begin{cases} CK \perp AC (\text{cmt}) \\ CK \parallel HE \end{cases} \Rightarrow HE \perp AC (\text{dpcm})$$

6) Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Tính tỉ số $\frac{ME}{MH}$

Gọi N là trung điểm của AB

Ta có N là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác ABHE $\Rightarrow NE = NH$ (1)

Tam giác ABC có : M, N lần lượt là trung điểm BC, AB

Suy ra MN là đường trung bình của tam giác ABC $\Rightarrow MN \parallel AC$

Mà $HE \perp AC$ (cmt) $\Rightarrow MN \perp HE$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow MN$ là đường trung trực của HE $\Rightarrow MH = ME \Rightarrow \frac{ME}{MH} = 1$

Câu V. (1,0 điểm)

Cho ba số thực dương x, y, z thay đổi thỏa mãn điều kiện $xy + yz + zx = 3xyz$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = \frac{x}{1+y^2} + \frac{y}{1+z^2} + \frac{z}{1+x^2} + \frac{3}{2}xyz$

Ta có: $xy + yz + zx = 3xyz \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 3$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq \frac{9}{x+y+z} \Leftrightarrow 3 \geq \frac{9}{x+y+z} \Leftrightarrow x+y+z \geq 3$$

$$\text{Ta có : } \frac{x}{1+y^2} + \frac{xy^2}{1+y^2} = \frac{x(1+y^2)}{x+y^2} = x \Leftrightarrow \frac{x}{1+y^2} = x \left(1 - \frac{y^2}{1+y^2} \right)$$

$$\text{Theo bất đẳng thức AM-GM ta có : } x \left(1 - \frac{y^2}{1+y^2} \right) \geq x \left(1 - \frac{y}{2} \right) = x - \frac{xy}{2} \Rightarrow \frac{x}{1+y^2} \geq x - \frac{xy}{2}$$

Chứng minh tương tự : $\frac{y}{1+z^2} \geq y - \frac{yz}{2}; \frac{z}{1+x^2} \geq z - \frac{zx}{2}$. Ta có :

$$\begin{aligned} Q &= \frac{x}{1+y^2} + \frac{y}{1+z^2} + \frac{z}{1+x^2} + \frac{3}{2}xyz \\ &= \frac{x}{1+y^2} + \frac{y}{1+z^2} + \frac{z}{1+x^2} + \frac{xy + yz + zx}{2} \\ &\geq (x+y+z) - \left(\frac{xy}{2} + \frac{yz}{2} + \frac{zx}{2} \right) + \frac{xy + yz + zx}{2} = x+y+z \geq 3 \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi $x = y = z = 1$

Vậy $\min Q = 3 \Leftrightarrow x = y = z = 1$

Tuyển sinh vào **10**

Tỉnh Thừa Thiên Huế

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THỪA THIÊN HUẾ
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KÌ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT

Khóa thi ngày 09 tháng 6 năm 2022

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: (1,5 điểm)

a) Tìm điều kiện của a để biểu thức $A = \sqrt{x-3}$ có nghĩa.

b) Không sử dụng máy tính cầm tay, tính giá trị biểu thức: $B = \sqrt{2}(\sqrt{8} - \sqrt{3}) + \sqrt{6}$.

c) Rút gọn biểu thức $C = \frac{x}{\sqrt{x}+x} + \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$ với $x > 0$; $x \neq 1$.

Câu 2: (1,5 điểm)

a. Không dùng máy tính, giải hệ phương trình $\begin{cases} x-2y=1 \\ 3x+y=10 \end{cases}$.

b. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y = 2mx - 1$. Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1; 2)$

Câu 3: (1,0 điểm) Hưởng ứng chiến dịch tình nguyện “Mùa hè xanh” để giúp học sinh vùng cao đến trường thuận lợi hơn, hai tổ thanh niên A và B tham gia sửa một đoạn đường. Nếu hai tổ cùng làm thì trong 8 giờ xong việc. Nếu làm riêng thì thời gian hoàn thành công việc của tổ A ít hơn tổ B là 12 giờ. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi tổ sửa xong đoạn đường đó trong bao lâu?

Câu 4: (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3 = 0$ (1) với x là ẩn số.

a) Giải phương trình (1) với $m = 0$.

b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có nghiệm.

c) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có nghiệm x_1, x_2 sao cho biểu thức $F = x_1^2 + x_2^2 + x_1 + x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 5: (3,0 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, $AB < AC$ và nội tiếp đường tròn (O) . Gọi BE , CF là các đường cao và H là trực tâm của tam giác ABC .

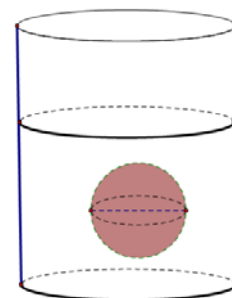
a) Chứng minh tứ giác $AEHF$ là tứ giác nội tiếp.

b) Đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AEHF$ cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai I (A không trùng với I).

Chứng minh hai tam giác IBC và IFE đồng dạng với nhau.

c) Hai đường thẳng BC và EF cắt nhau tại K . Chứng minh ba điểm A, I, K thẳng hàng.

Câu 6: (1,0 điểm) Người ta nhúng chìm hoàn toàn một viên bi sắt đặc vào một cốc thủy tinh chứa nước có dạng hình trụ thì nước trong cốc dâng lên thêm 2cm và không tràn ra ngoài cốc (như hình vẽ bên). Biết đường kính đáy của cốc bằng 6cm (bỏ qua bề dày thành cốc). Tính thể tích viên bi.



----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: (1,5 điểm)

a) Tìm điều kiện của a để biểu thức $A = \sqrt{x-3}$ có nghĩa.

b) Không sử dụng máy tính cầm tay, tính giá trị biểu thức: $B = \sqrt{2}(\sqrt{8} - \sqrt{3}) + \sqrt{6}$.

c) Rút gọn biểu thức $C = \frac{x}{\sqrt{x}+x} + \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$ với $x > 0$; $x \neq 1$.

Giải:

a) Biểu thức $A = \sqrt{x-3}$ có nghĩa khi $x-3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 3$.
Vậy A có nghĩa khi $x \geq 3$

b) $B = \sqrt{2}(\sqrt{8} - \sqrt{3}) + \sqrt{6} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{8} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{6} = 4$

c) Với $x > 0$; $x \neq 1$, ta có:

$$\begin{aligned} C &= \frac{x}{\sqrt{x}+x} + \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} = \frac{\sqrt{x}\sqrt{x}}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})} + \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \\ &= \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = 1 \end{aligned}$$

Câu 2: (1,5 điểm)

a. Không dùng máy tính, giải hệ phương trình $\begin{cases} x-2y=1 \\ 3x+y=10 \end{cases}$.

b. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y = 2mx - 1$. Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1;2)$

Giải:

$$\text{a) } \begin{cases} x-2y=1 \\ 3x+y=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1+2y \\ 3(1+2y)+y=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y) = (3; 1)$.

b) Đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1;2)$ nên:

$$2 = 2m \cdot 1 - 1 \Leftrightarrow 2m = 3 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}.$$

Câu 3: (1,0 điểm) Hướng ứng chiến dịch tình nguyện “ Mùa hè xanh” để giúp học sinh vùng cao đến trường thuận lợi hơn, hai tổ thanh niên A và B tham gia sửa một đoạn đường. Nếu hai tổ cùng làm thì trong 8 giờ xong việc. Nếu làm riêng thì thời gian hoàn thành công việc của tổ A ít hơn tổ B là 12 giờ. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi tổ sửa xong đoạn đường đó trong bao lâu?

Giải:

Gọi x (giờ) là thời gian tổ thanh niên A sửa xong đoạn đường đó một mình.

Gọi y (giờ) là thời gian tổ thanh niên B sửa xong đoạn đường đó một mình.

Điều kiện: $x, y > 0$.

Trong 1 giờ, tổ thanh niên A làm riêng sửa được $\frac{1}{x}$ đoạn đường và tổ thanh niên B làm riêng sửa được

$\frac{1}{y}$ đoạn đường.

Nếu hai tổ cùng làm thì trong 8 giờ là xong việc nên ta có phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8}$ (1).

Nếu làm riêng thì thời gian hoàn thành công việc của tổ A ít hơn tổ B là 12 giờ nên ta có phương trình $y - x = 12$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8} \\ y - x = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{x+12} = \frac{1}{8} \\ y = x+12 \end{cases} (*)$$

Xét phương trình (*) $\Rightarrow 8.(x+12) + 8x = x(x+12)$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 96 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12(TM) \Rightarrow y = 24(TM) \\ x = -8(L) \end{cases}$$

Vậy: Thời gian tổ thanh niên A sửa xong đoạn đường đó một mình là 12 giờ.

Thời gian tổ thanh niên B sửa xong đoạn đường đó một mình là 24 giờ.

Câu 4: (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3 = 0$ (1) với x là ẩn số.

a) Giải phương trình (1) với $m = 0$.

b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có nghiệm.

c) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có nghiệm x_1, x_2 sao cho biểu thức $F = x_1^2 + x_2^2 + x_1 + x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Giải:

a) Với $m = 0$, phương trình (1) trở thành: $x^2 + 2x - 3 = 0$

Ta có: $a + b + c = 1 + 2 + (-3) = 0$ nên phương trình có hai nghiệm là: $x_1 = 1; x_2 = -3$

Vậy khi $m = 0$, phương trình có nghiệm $x_1 = 1; x_2 = -3$.

b) Ta có: $\Delta = [-2(m-1)]^2 - 4.1.(m^2 - 3) = 4(m^2 - 2m + 1) - 4(m^2 - 3) = -8m + 16$.

Để phương trình (1) có nghiệm thì $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow -8m + 16 \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 2$.

Vậy $m \leq 2$ thì phương trình (1) có nghiệm.

c) Với $m \leq 2$, theo định lí Vi-et ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 x_2 = m^2 - 3 \end{cases}$$

Ta có: $F = x_1^2 + x_2^2 + x_1 + x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 + x_1 + x_2$

$$= [2(m-1)]^2 - 2(m^2 - 3) + 2(m-1) = 2m^2 - 6m + 8 = 2\left(m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{7}{2} \geq \frac{7}{2}, \text{ với mọi } m \leq 2.$$

Dấu "=" xảy ra khi $m - \frac{3}{2} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$.

Vậy $m = \frac{3}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

Câu 5: (3,0 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, $AB < AC$ và nội tiếp đường tròn (O) . Gọi BE , CF là các đường cao và H là trực tâm của tam giác ABC .

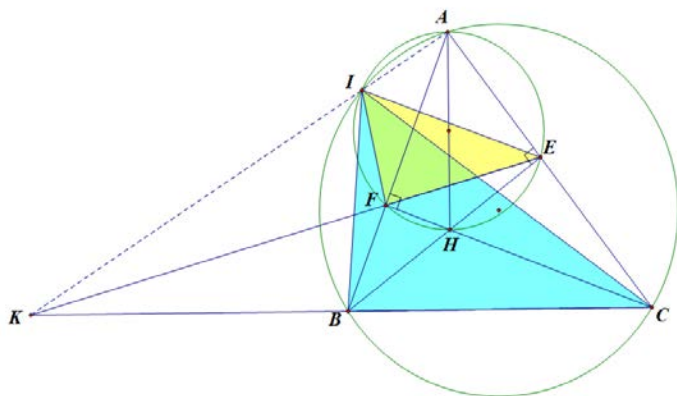
a) Chứng minh tứ giác $AEHF$ là tứ giác nội tiếp.

b) Đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AEHF$ cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai I (A không trùng với I).

Chứng minh hai tam giác IBC và IFE đồng dạng với nhau.

c) Hai đường thẳng BC và EF cắt nhau tại K . Chứng minh ba điểm A, I, K thẳng hàng.

Giải:



- a) Xét tứ giác $AEHF$, ta có: $\widehat{AFH} = 90^\circ$ (Vì CF là đường cao của tam giác ABC)
 $\widehat{AEH} = 90^\circ$ (Vì BE là đường cao của tam giác ABC)

Do đó $\widehat{AFH} + \widehat{AEH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Vậy tứ giác $AEHF$ là tứ giác nội tiếp.

- b) Xét tứ giác $AEHF$, ta có: $\widehat{IEF} = \widehat{IAF}$ (cùng chắn $\widehat{IF}$)
 $\widehat{IAF} = \widehat{IBC}$ (cùng chắn $\widehat{IB}$)

Do đó $\widehat{IEF} = \widehat{IBC}$

Tương tự, $\widehat{FIE} = \widehat{FAE}$ (cùng chắn $\widehat{EF}$)

$\widehat{FAE} = \widehat{BIC}$ (cùng chắn $\widehat{BC}$)

Do đó $\widehat{FIE} = \widehat{BIC}$

Xét $\triangle IBC$ và $\triangle IFE$, ta có: $\widehat{IEF} = \widehat{IBC}$ (cmt)

$\widehat{FIE} = \widehat{BIC}$ (cmt)

Do đó $\triangle IBC \sim \triangle IFE$ (g - g)

c)

Tứ giác $IAEF$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{IFK} = \widehat{IAE}$

Tứ giác $IABC$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{IBK} = \widehat{IAE}$

Suy ra $\widehat{IFK} = \widehat{IBK}$

Suy ra tứ giác $IFBK$ nội tiếp (có hai đỉnh B, F kề cùng nhìn cạnh IK dưới một góc bằng nhau).

Vậy $\widehat{KIF} + \widehat{KBF} = 180^\circ$, mà $\widehat{KBF} = \widehat{FEC} = \widehat{FIA}$

$\Rightarrow \widehat{KIF} + \widehat{FIA} = 180^\circ$ hay ba điểm A, I, K thẳng hàng.

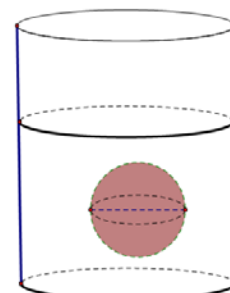
Câu 6: (1,0 điểm) Người ta nhấn chìm hoàn toàn một viên bi sắt đặc vào một cốc thủy tinh chứa nước có dạng hình trụ thì nước trong cốc dâng lên thêm 2cm và không tràn ra ngoài cốc (như hình vẽ bên). Biết đường kính đáy của cốc bằng 6cm (bỏ qua bề dày thành cốc). Tính thể tích viên bi.

Giải:

Bán kính đáy của cốc bằng $R = \frac{6}{2} = 3\text{cm}$.

Thể tích viên bi chính là thể tích nước dâng lên nên thể tích viên bi là:

$$V = \pi \cdot 3^2 \cdot 2 = 18\pi (\text{cm}^3)$$



**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH TIỀN GIANG**

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề thi có 01 trang, gồm 05 bài)

**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM HỌC 2022-2023**

Môn thi : TOÁN
Thời gian làm bài : 90 phút
(không kể thời gian phát đề)
Ngày thi : 17/06/2022

Bài 1. (3,0 điểm)

- 1) Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{(3 + \sqrt{5})^2} - \sqrt{5}$
- 2) Giải phương trình và hệ phương trình sau :
 - a) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$
 - b) $\begin{cases} 5x + y = 11 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$
- 3) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 4x - 3$. Không giải phương trình, tính giá trị của biểu thức $B = 3x_1^2 + 3x_2^2 - 5x_1x_2$

Bài 2. (2,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = -2x + 3$

- 1) Vẽ parabol (P) . Bằng phép tính, tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d)
- 2) Viết phương trình đường thẳng (d') song song với (d) và tiếp xúc với (P) .
Tính tọa độ tiếp điểm M của (d') và (P)

Bài 3. (1,5 điểm)

Một xe tải đi theo hướng từ A đến B cách nhau 210km. Sau 2 giờ, cũng trên quãng đường đó, một ô tô khởi hành theo hướng từ B đến A với vận tốc lớn hơn vận tốc xe tải là 10km/h . Tính vận tốc của xe tải, biết hai xe gặp nhau tại nơi cách A một khoảng bằng 150km.

Bài 4. (2,5 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Kẻ các đường cao AD và BE ($D \in BC, E \in AC$)

- a) Chứng minh tứ giác $ABDE$ nội tiếp đường tròn và xác định tâm O của đường tròn đó
- b) Chứng minh rằng $CD.CB = CE.CA$
- c) Giả sử $\angle ACB = 60^\circ, AB = 6\text{cm}$. Tính diện tích hình quạt tròn giới hạn bởi hai bán kính OD, OE và cung nhỏ DE của đường tròn (O)

Bài 5. (1,0 điểm) Một hình nón có bán kính đường tròn đáy là 5cm và độ dài đường sinh là 13cm. Tính diện tích xung quanh và thể tích hình nón

ĐÁP ÁN

Bài 1. (3,0 điểm)

4) Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{(3 + \sqrt{5})^2} - \sqrt{5} = 3 + \sqrt{5} - \sqrt{5} = 3$

5) Giải phương trình và hệ phương trình sau :

a) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^4 - 4x^2 + x^2 - 4 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2(x^2 - 4) + (x^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 4)(x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2 \\ x^2 = -1 (ktm) \end{cases}$$

b) $\begin{cases} 5x + y = 11 \\ 3x - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x = 16 \\ y = 3x - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

6) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 4x - 3$. Không giải phương trình, tính giá trị của biểu thức $B = 3x_1^2 + 3x_2^2 - 5x_1x_2$

Ta có : $\Delta' = (-2)^2 + 3 = 7 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

Áp dụng Vi-et ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1x_2 = -3 \end{cases}$. Theo bài ta có :

$$B = 3x_1^2 + 3x_2^2 - 5x_1x_2 = 3(x_1 + x_2)^2 - 11x_1x_2 = 3.4^2 - 11.(-3) = 81$$

Bài 2. (2,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = -2x + 3$

3) Vẽ parabol (P). Bằng phép tính, tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d)

Học sinh tự vẽ (P). Ta có phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d)

$$x^2 = -2x + 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \Rightarrow y_1 = 1 \\ x_2 = -3 \Rightarrow y_2 = 9 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm (P) và (d) là $(1;1), (-3;9)$

4) Viết phương trình đường thẳng (d') song song với (d) và tiếp xúc với (P). Tính tọa độ tiếp điểm M của (d') và (P)

Đường thẳng $(d') \parallel (d)$ nên có dạng : $y = -2x + b (b \neq 3)$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d') và (P) ta có :

$$x^2 = -2x + b \Leftrightarrow x^2 + 2x - b = 0 (*)$$

Để (d') tiếp xúc với (P) thì phương trình $(*)$ có nghiệm duy nhất

$$\Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow 1 + b = 0 \Leftrightarrow b = -1$$

$$\text{Với } b = -1 \Rightarrow (*) \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow M(-1; 1)$$

Vậy tọa độ tiếp điểm của (d') và (P) là $M(-1; 1)$

Bài 3. (1,5 điểm)

Một xe tải đi theo hướng từ A đến B cách nhau 210km. Sau 2 giờ, cũng trên quãng đường đó, một ô tô khởi hành theo hướng từ B đến A với vận tốc lớn hơn vận tốc xe tải là 10km/h . Tính vận tốc của xe tải, biết hai xe gặp nhau tại nơi cách A một khoảng bằng 150km.

Gọi vận tốc xe tải : $x(\text{km/h}) (x > 0) \Rightarrow$ vận tốc ô tô: $x + 10(\text{km/h})$

Thời gian xe tải đi từ A đến lúc gặp nhau : $\frac{150}{x}(h)$

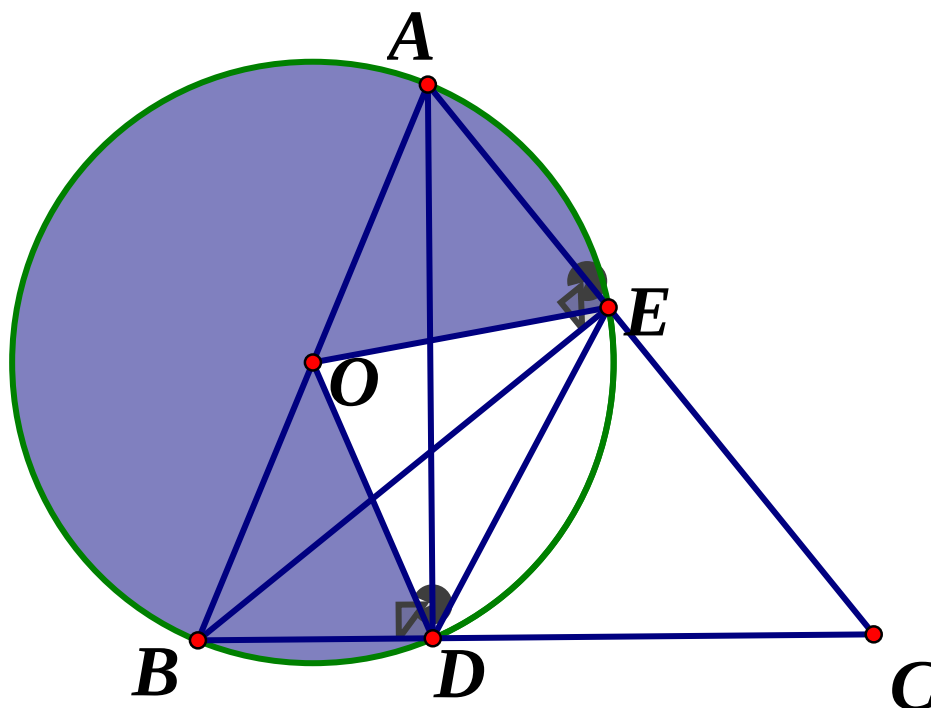
Thời gian ô tô đi từ B đến lúc gặp nhau : $\frac{210 - 150}{x + 10} = \frac{60}{x + 10}(h)$

Do sau 2 giờ, ô tô khởi hành theo hướng từ B đến A và gặp xe tải đi từ A đến B tại nơi cách A một khoảng bằng 150km nên ta có phương trình :

$$\frac{150}{x} = 2 + \frac{60}{x + 10} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow 2x^2 - 70x - 1500 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50(tm) \\ x = -15(ktm) \end{cases}$$

Vậy vận tốc xe tải là 50km/h

Bài 4. (2,5 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Kẻ các đường cao AD và BE ($D \in BC, E \in AC$)



d) Chứng minh tứ giác $ABDE$ nội tiếp đường tròn và xác định tâm O của đường tròn đó

Ta có :

$AD \perp BC \Rightarrow \angle ADB = 90^\circ \Rightarrow \triangle ADB$ vuông tại $D \Rightarrow D \in$ đường tròn đường kính AB

Cmtt suy ra E cũng thuộc đường tròn đường kính AB

Vì $\angle ADB = \angle AEB = 90^\circ$ nên tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABDE$ là trung điểm O của AB

e) Chứng minh rằng $CD.CB = CE.CA$

Tứ giác $ABDE$ nội tiếp $\Rightarrow \angle BAC = \angle EDC$ (cùng chắn cung $\widehat{BDE}$)

Xét $\triangle EDC$ và $\triangle BAC$ có :

$\angle ACB$ chung, $\angle EDC = \angle BAC$ (gt)

$$\Rightarrow \triangle EDC \sim \triangle BAC (g.g) \Rightarrow \frac{CD}{AC} = \frac{CE}{BC} \Rightarrow CD.CB = CE.CA (dpcm)$$

f) Giả sử $\angle ACB = 60^\circ, AB = 6cm$. Tính diện tích hình quạt tròn giới hạn bởi hai bán kính OD, OE và cung nhỏ DE của đường tròn (O)

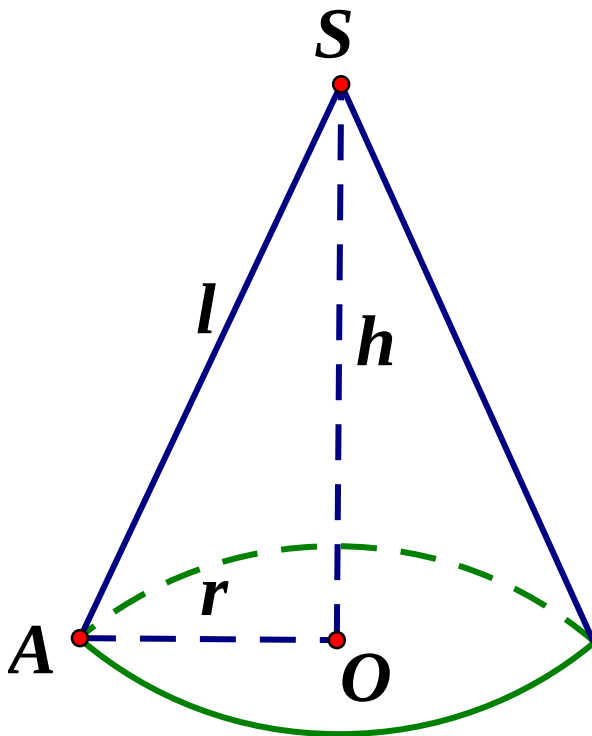
Ta có O là tâm đường tròn đường kính $AB \Rightarrow OA = OB = \frac{AB}{2} = 3cm \Rightarrow OD = OE = 3cm$

$$\triangle ADC \text{ vuông tại } C \Rightarrow \angle DAC + \angle ACD = 90^\circ \Rightarrow \angle DAC = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

Xét (O) có $\angle DOE = 2\angle DAC$ (góc ở tâm và góc nội tiếp cùng chắn 1 cung)

$$\Rightarrow \angle DOE = 60^\circ \Rightarrow S_{\text{quat_can_tim}} = S_{qDOE} = \frac{\pi \cdot 3^2 \cdot 60^\circ}{360^\circ} = \frac{3\pi}{2} (cm^2)$$

Bài 5. (1,0 điểm) Một hình nón có bán kính đường tròn đáy là $5cm$ và độ dài đường sinh là $13cm$. Tính diện tích xung quanh và thể tích hình nón



Gọi h, l, r lần lượt là chiều cao, đường sinh và bán kính đáy của hình nón

Áp dụng định lý Pytago trong $\triangle SOA$ vuông ta có :

$$h^2 + r^2 = l^2 \Rightarrow h = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12(cm)$$

$$\Rightarrow S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 5 \cdot 13 = 65\pi (cm^2)$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 5^2 \cdot 12 = 100\pi (cm^3)$$

I. PHẦN CHUNG DÀNH CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH (7,0 ĐIỂM)

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Tính giá trị biểu thức : $A = \sqrt{12} - 2\sqrt{27} + 3\sqrt{75}$

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x + y = 11 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$$

Câu 2. (2,0 điểm) Cho Parabol $(P): y = x^2$

a) Lập bảng giá trị và vẽ (P)

b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và đường thẳng $(d): y = 4x - 3$ bằng phép tính

Câu 3. (3,0 điểm) Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) . Hai đường cao BE, CF cắt nhau tại H ($E \in AC, F \in AB$). Chứng minh rằng :

a) Tứ giác $BCEF$ nội tiếp đường tròn

b) $AE \cdot BC = EF \cdot AB$

c) $OA \perp EF$

II. PHẦN TỰ CHỌN (3,0 ĐIỂM)

Thí sinh chọn một trong hai đề sau đây

Đề 1

Câu 4. (1,0 điểm) Giải phương trình $x^4 - x^2 - 12 = 0$

Câu 5. (1,0 điểm) Sân vận động Quốc gia Mỹ Đình (Quận Nam Từ Liêm – Hà Nội) có mặt sân bóng hình chữ nhật với chiều dài hơn chiều rộng $37m$ và có diện tích là $7140m^2$. Hãy tính chiều dài và chiều rộng của mặt sân bóng đá này

Câu 6. (1,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - mx + m - 1 = 0$ (m là tham số). Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = x_1 + x_2$

Đề 2

Câu 4. (1,0 điểm) Giải phương trình : $2x^2 - 5x + 2 = 0$

Câu 5. (1,0 điểm) Một máy giặt và một tivi có giá tổng cộng 28690000 đồng. Sau khi giảm giá 10% cho một máy giặt và 15% cho một tivi, tổng số tiền mua hai sản phẩm này chỉ còn lại 24961000 đồng. Tính giá tiền mỗi sản phẩm trước khi giảm giá

Câu 6. (1,0 điểm) Cho biểu thức $B = x - 2\sqrt{x-2} + 2022$ (với $x \geq 2$). Với giá trị nào của x thì B đạt giá trị nhỏ nhất ? Tìm giá trị nhỏ nhất đó.

ĐÁP ÁN

I. PHẦN CHUNG DÀNH CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH (7,0 ĐIỂM)

Câu 1. (2,0 điểm)

c) Tính giá trị biểu thức : $A = \sqrt{12} - 2\sqrt{27} + 3\sqrt{75} = 2\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 15\sqrt{3} = 11\sqrt{3}$

d) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x + y = 11 \\ 2x - y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 15 \\ y = 2x - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (3; 2)$

Câu 2. (2,0 điểm) Cho Parabol $(P): y = x^2$

c) Lập bảng giá trị và vẽ (P)

Học sinh tự lập bảng và vẽ (P)

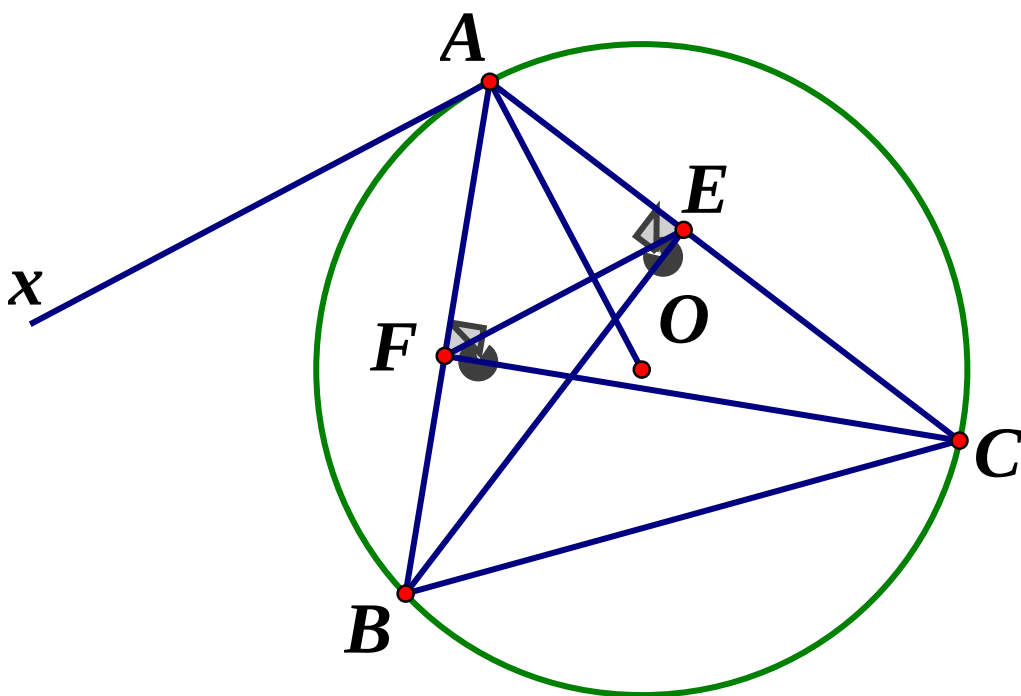
d) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và đường thẳng $(d): y = 4x - 3$ bằng phép tính

Ta có phương trình hoành độ giao điểm là :

$$x^2 = 4x - 3 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 1 \\ x = 3 \Rightarrow y = 9 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm là $(1; 1); (3; 9)$

Câu 3. (3,0 điểm) Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) . Hai đường cao BE, CF cắt nhau tại H ($E \in AC, F \in AB$). Chứng minh rằng :



d) Tứ giác $BCEF$ nội tiếp đường tròn

Tứ giác $BCEF$ có $\angle BEC = \angle BFC = 90^\circ$ (do $BE \perp AC, CF \perp AB$)

Mà 2 góc này cùng nhìn cạnh $BC \Rightarrow$ tứ giác $BCEF$ nội tiếp đường tròn

e) $AE \cdot BC = EF \cdot AB$

Tứ giác $BCEF$ nội tiếp nên $\angle FBC = \angle AEF$ (cùng bù với $\angle FEC$)

Xét $\triangle AEF$ và $\triangle ABC$ có : $\angle BAC$ chung, $\angle FBC = \angle AEF$ (cmt)

$$\Rightarrow \triangle AEF \sim \triangle ABC (g.g) \Rightarrow \frac{AE}{EF} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow AE \cdot BC = EF \cdot AB (dfcm)$$

f) $OA \perp EF$

Kẻ tiếp tuyến Ax đi qua điểm A của đường tròn $(O) \Rightarrow Ax \perp OA$ (1)

Tứ giác $BCEF$ nội tiếp $\Rightarrow \angle AFE = \angle ACB$ (góc trong và góc ngoài tại đỉnh đối diện)

Mà $\angle xAB = \angle ACB$ (cùng chắn cung AB) $\Rightarrow \angle AFE = \angle xAB$, mà 2 góc này ở vị trí so le trong) nên $Ax \parallel EF$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow OA \perp EF$ (dpcm)

II. PHẦN TỰ CHỌN (3,0 ĐIỂM)

Thí sinh chọn một trong hai đề sau đây

Đề 1

Câu 4. (1,0 điểm) Giải phương trình $x^4 - x^2 - 12 = 0$

$$x^4 - x^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow x^4 - 4x^2 + 3x^2 - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 4)(x^2 + 3) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$$

Câu 5. (1,0 điểm) Sân vận động Quốc gia Mỹ Đình (Quận Nam Từ Liêm – Hà Nội) có mặt sân bóng hình chữ nhật với chiều dài hơn chiều rộng $37m$ và có diện tích là $7140m^2$. Hãy tính chiều dài và chiều rộng của mặt sân bóng đá này

Gọi chiều rộng mặt sân là $x(m)$ ($x > 0$) $\Rightarrow$ chiều dài mặt sân là $x + 37(m)$

Vì diện tích mặt sân là $7140m^2$ nên ta có phương trình :

$$x(x + 37) = 7140 \Leftrightarrow x^2 + 37x - 7140 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 68(tm) \\ x = -105(ktm) \end{cases}$$

Vậy chiều rộng mặt sân là 68, chiều dài là $68 + 37 = 105m$

Câu 6. (1,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - mx + m - 1 = 0$ (m là tham số). **Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn**

$$x_1^2 + x_2^2 = x_1 + x_2$$

Ta có : $\Delta = (-m)^2 - 4(m - 1) = (m - 2)^2$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow (m - 2)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 2$

Áp dụng hệ thức Vi-et $\Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases}$. Theo giả thiết:

$$x_1^2 + x_2^2 = x_1 + x_2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - (x_1 + x_2) - 2x_1x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - m - 2m + 2 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 3m + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1(tm) \\ m = 2(ktm) \end{cases}$$

Vậy $m = 1$

Đề 2

Câu 4. (1,0 điểm) Giải phương trình : $2x^2 - 5x + 2 = 0$

$$2x^2 - 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 4x - x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x(x-2) - (x-2) = 0 \Leftrightarrow (x-2)(2x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Câu 5. (1,0 điểm) Một máy giặt và một tivi có giá tổng cộng 28690000 đồng.

Sau khi giảm giá 10% cho một máy giặt và 15% cho một tivi, tổng số tiền mua hai sản phẩm này chỉ còn lại 24961000 đồng. Tính giá tiền mỗi sản phẩm trước khi giảm giá

Gọi giá tiền của máy giặt và tivi là x, y (ngàn đồng) ($0 < x, y < 28690$)

Vì giảm giá 10% cho một máy giặt và 15% cho một tivi, tổng số tiền mua hai sản phẩm này chỉ còn lại 24961000 đồng nên ta có phương trình :

$$0,9x + 0,85y = 24961 \quad (1)$$

Và một máy giặt và một tivi có giá tổng cộng 28690000 đồng nên ta có phương trình : $x + y = 28690 \quad (2)$. Từ (1), (2) ta có hệ :

$$\begin{cases} x + y = 28690 \\ 0,9x + 0,85y = 24961 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 11490 \\ y = 17200 \end{cases} (tm)$$

Vậy giá tiền 1 máy giặt, 1 tivi lần lượt là 11490000 đồng, 17200000 đồng

Câu 6. (1,0 điểm) Cho biểu thức $B = x - 2\sqrt{x-2} + 2022$ (với $x \geq 2$). Với giá trị nào của x thì B đạt giá trị nhỏ nhất? Tìm giá trị nhỏ nhất đó.

Ta có :

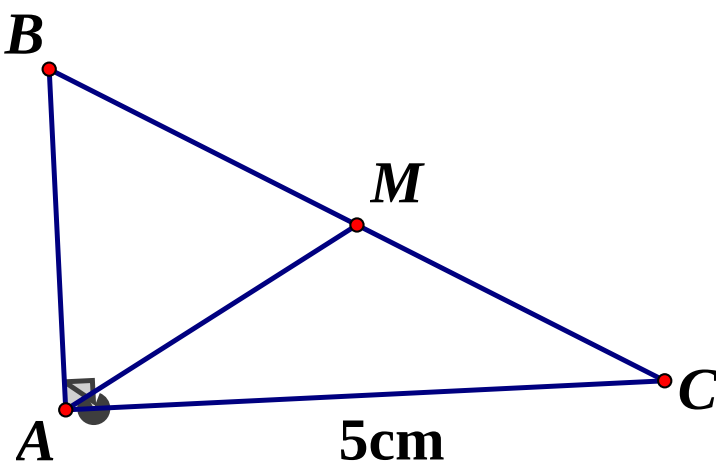
$$\begin{aligned} B &= x - 2\sqrt{x-2} + 2022 = x - 2 - 2\sqrt{x-2} + 1 + 2023 \\ &= (\sqrt{x-2} - 1)^2 + 2023 \geq 2023 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{Min } B = 2023 \Leftrightarrow \sqrt{x-2} - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 3(tm)$$

Vậy $\text{Min } B = 2023 \Leftrightarrow x = 3$

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (7,5 điểm) Chọn phương án trả lời đúng duy nhất trong các câu sau

Câu 1. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 5\text{cm}$, $\sin B = \frac{5}{6}$. Độ dài trung tuyến AM bằng



A. 4cm

B. 6cm

C. 3cm

D. 5cm

Câu 2. Đồ thị hàm số $y = 2x - 1$ đi qua điểm

A. $Q(3; -2)$

B. $N(3; 2)$

C. $P(-2; 3)$

D. $M(2; 3)$

Câu 3. Cho đường tròn $(O_1; 10\text{cm})$ và $(O_2; 4\text{cm})$ với $O_1O_2 = 6\text{cm}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

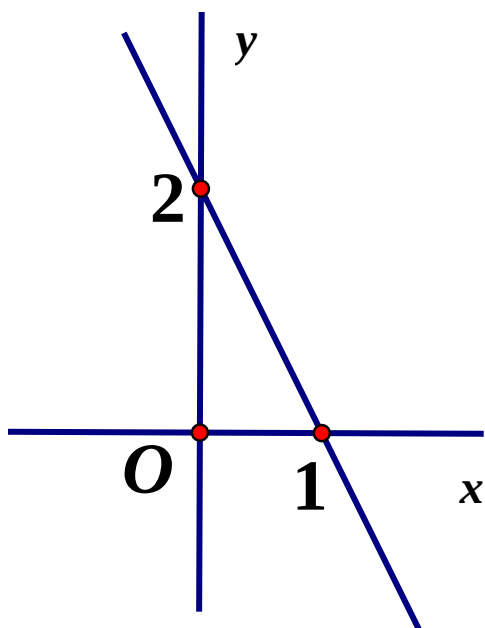
A. Hai đường tròn tiếp xúc trong

B. Hai đường tròn cắt nhau

C. (O_1) đựng (O_2)

D. Hai đường tròn tiếp xúc ngoài

Câu 4. Cho hàm số $y = ax + b$ có đồ thị như hình vẽ



Khẳng định nào dưới đây đúng ?

A. $a = 2, b = 1$

B. $a = 1, b = 2$

C. $a = 2, b = 2$

D. $a = -2, b = 2$

Câu 5. Trong một đường tròn. Khẳng định nào dưới đây **sai** ?

A. Đường kính đi qua trung điểm của dây thì vuông góc với dây đó

B. Đường kính là dây lớn nhất

C. Đường kính vuông góc với dây thì đi qua trung điểm của dây đó .

D. Hai dây bằng nhau thì cách đều tâm

Câu 6. Giá trị của biểu thức $A = \sqrt{x} - 2$ tại $x = 9$ bằng

A. 7

B. -5

C. $\sqrt{7}$

D. 1

Câu 7. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên R ?

A. $y = (1 - \sqrt{2})x$

B. $y = 2x - 3$

C. $y = 1 - x$

D. $y = -2x + 6$

Câu 8. Hệ phương trình nào sau đây là hệ phương trình bậc nhất hai ẩn

$$A. \begin{cases} 2x^2 + y = 0 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$$

$$B. \begin{cases} x - 2y = 8 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

$$C. \begin{cases} 5x + y + z = 0 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$$

$$D. \begin{cases} 4x + y^2 = 2 \\ 6x - 3y = 1 \end{cases}$$

Câu 9. Biểu thức $\sqrt{x+1}$ xác định khi và chỉ khi

$$A. x \neq -1$$

$$B. x \geq -1$$

$$C. x > -1$$

$$D. x \leq -1$$

Câu 10. Rút gọn biểu thức $\sqrt{16x^2y^4}$ ta được:

$$A. -4xy^2$$

$$B. 4xy^2$$

$$C. 4x^2y^4$$

$$D. 4|x|y^2$$

Câu 11. Với giá trị nào của a thì đồ thị hàm số $y = ax - 2$ đi qua điểm $A(1;3)$?

$$A. a = \frac{5}{2}$$

$$B. a = \frac{-5}{2}$$

$$C. a = 5$$

$$D. a = -5$$

Câu 12. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $x^2 - 6x + 6 - 3m = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt ?

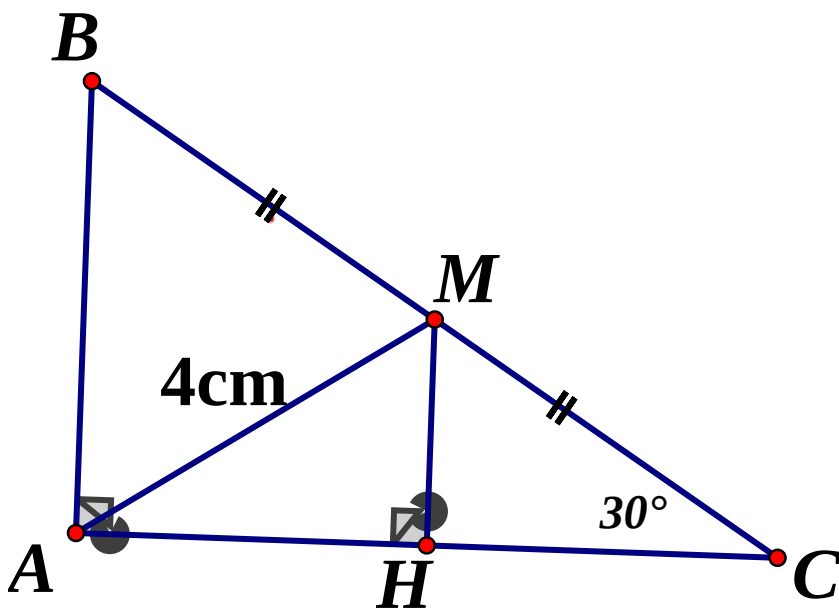
$$A. 3$$

$$B. 0$$

$$C. 2$$

$$D. 1$$

Câu 13. Cho tam giác ABC vuông tại A (tham khảo hình vẽ)



Độ dài trung tuyến $AM = 4cm$, $\angle ACB = 30^\circ$. Độ dài đoạn thẳng HM bằng :

A. $\frac{2\sqrt{3}}{2}cm$

B. $2,1cm$

C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}cm$

D. $2cm$

Câu 14. Cho hàm số $y = -x^2$. Khẳng định nào dưới đây đúng ?

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$

B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$

C. Hàm số nghịch biến khi $x > 0$

D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$

Câu 15. Phương trình nào dưới đây là phương trình bậc hai một ẩn ?

A. $x - \frac{2}{x^2} - \sqrt{2022} = 0$

B. $2x + \sqrt{2023} = 0$

C. $x^2 - 2y - 1 = 0$

D. $x^2 + 3x - 10 = 0$

Câu 16. Hình trụ có bán kính đáy r , chiều cao h có thể tích là :

A. $V = \pi rh$

B. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

C. $V = \pi r^2 h$

D. $V = 2\pi rh$

Câu 17. Hai hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$ và $\begin{cases} x + ay = 3 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$ tương đương với nhau khi và chỉ khi

A. $a = 2$

B. $a = -2$

C. $a = -1$

D. $a = 1$

Câu 18. Cho $x < 0$. Khẳng định nào dưới đây đúng ?

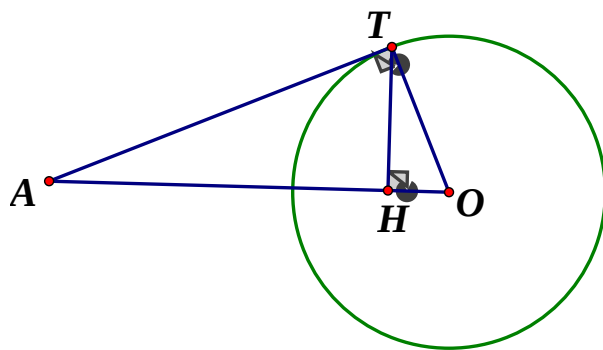
A. $\sqrt{16x^2} = -16x$

B. $\sqrt{16x^2} = -4x$

C. $\sqrt{16x^2} = 4x$

D. $\sqrt{16x^2} = 16x$

Câu 19. Cho đường tròn $(O; R)$, AT là tiếp tuyến của (O) và $AO = 3R$ (tham khảo hình vẽ)



Khẳng định nào dưới đây đúng ?

A. $\sin \angle OTH = \frac{1}{3}$ B. $\sin \angle OTH = \frac{1}{4}$ C. $\sin \angle OTH = \frac{\sqrt{2}}{4}$ D. $\sin \angle OTH = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

Câu 20. $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$ bằng

A. $1+\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2}-1$ C. $1-\sqrt{2}$ D. 1

Câu 21. Khối cầu có thể tích là $36\pi cm^3$ thì có bán kính là :

A. 3cm B. 2cm C. 4cm D. 5cm

Câu 22. Cho tam giác ABC vuông tại A, $AB = 6cm$, $AC = 8cm$. Đường cao AH

Khẳng định nào dưới đây đúng ?

A. $\cos \angle ABH = \frac{4}{5}$ B. $\cos \angle ABH = \frac{4}{3}$ C. $\cos \angle ABH = \frac{3}{4}$ D. $\cos \angle ABH = \frac{3}{5}$

Câu 23. Cho đường tròn $(O; 10cm)$ có dây $AB = 16cm$. Khoảng cách từ tâm O đến dây AB bằng

A. 4cm B. 5cm C. 6cm D. 3cm

Câu 24. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$ là

A. $\begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$

Câu 25. Hình nón có chiều cao $h = 5cm$, bán kính đáy $r = 3cm$ có thể tích là

A. $75\pi cm^3$

B. $45\pi cm^3$

C. $15\pi cm^3$

D. $25\pi cm^3$

Câu 26. Một công ty có 85 xe chở khách gồm hai loại, một loại chở nhiều nhất 4 khách và một loại chở nhiều nhất 7 khách. Dùng tất cả số xe đó, công ty chở một lần tối đa 445 khách. Hỏi công ty đó có bao nhiêu xe 4 chỗ

A. 55 xe

B. 35 xe

C. 30 xe

D. 50 xe

Câu 27. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Khẳng định nào dưới đây đúng ?

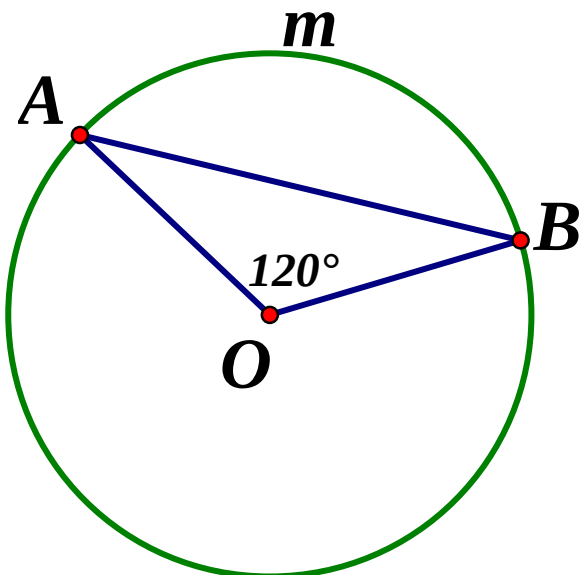
A. $AC^2 = CH.BH$

B. $AC^2 = CH.CB$

C. $AC^2 = AH.BC$

D. $AC^2 = AB.BC$

Câu 28. Trên đường tròn (O) , cho cung $\widehat{AmB}$ có số đo bằng 120° (tham khảo hình vẽ)



Số đo góc $\angle OAB$ bằng :

A. 30°

B. 35°

C. 40°

D. 60°

Câu 29. Căn bậc hai số học của 16 là

A. 4; -4

B. -4

C. 4

D. 16

Câu 30. Đồ thị của hàm số $y = -x^2$ đi qua điểm

A. $M(-2; -4)$

B. $N(-2; 4)$

C. $P(-1; 1)$

D. $Q(-4; 2)$

PHẦN II. TỰ LUẬN (2,5 điểm) Trình bày chi tiết lời giải trong các bài toán sau

Câu 31. (1,0 điểm) Giải phương trình $x(x-3) = 2x-4$

Câu 32. (1,0 điểm) Trên nửa đường tròn (O) đường kính AB lấy điểm C sao cho $AC > BC$ (C khác A và B). Gọi D là trung điểm của đoạn thẳng OA. Đường thẳng qua D và vuông góc với AB cắt AC tại E. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác BCED nội tiếp được

b) $AC.AE = \frac{AB^2}{4}$

Câu 33. (0,5 điểm) Cho các số dương a, b, c thỏa mãn $abc = 1$. Chứng minh rằng :

$$\left(a + \frac{1}{b} - 1\right) \left(b + \frac{1}{c} - 1\right) \left(c + \frac{1}{a} - 1\right) \leq 1$$

ĐÁP ÁN

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

1C 2D 3A 4D 5A 6D 7B 8B 9B 10D

11C 12C 13D 14C 15D 16C 17A 18B 19A 20B

21A 22D 23C 24B 25C 26D 27B 28A 29C 30A

PHẦN II. TỰ LUẬN

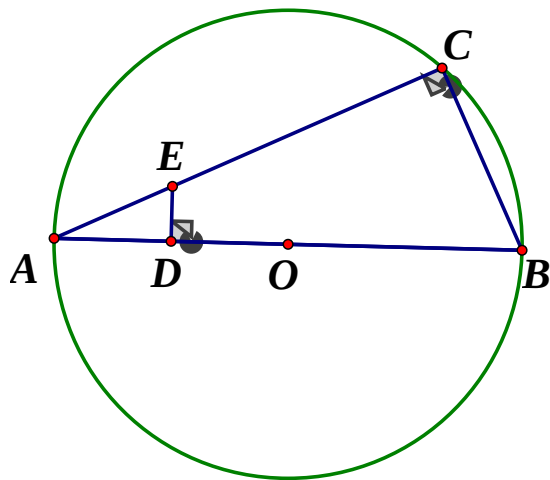
Câu 31. (1,0 điểm) Giải phương trình $x(x-3) = 2x-4$

$$x(x-3) = 2x-4 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 2x-4$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=4 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{1; 4\}$

Câu 32. (1,0 điểm) Trên nửa đường tròn (O) đường kính AB lấy điểm C sao cho $AC > BC$ (C khác A và B). Gọi D là trung điểm của đoạn thẳng OA. Đường thẳng qua D và vuông góc với AB cắt AC tại E. Chứng minh rằng:



a) Tứ giác BCED nội tiếp được

C thuộc đường tròn đường kính AB $\Rightarrow \angle ACB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow \angle ECB = 90^\circ$, mặt khác $ED \perp AB$ tại D (gt) $\Rightarrow \angle EDB = 90^\circ$

Tứ giác BCED có $\angle ECB + \angle EDB = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà hai góc này đối nhau

Suy ra $BCED$ là tứ giác nội tiếp

$$\text{b) } AC.AE = \frac{AB^2}{4}$$

Xét $\triangle AED$ và $\triangle ABC$ có :

$$\left. \begin{array}{l} \angle BAC \text{ chung} \\ \angle ADE = \angle ACB = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AED \sim \triangle ABC (g.g)$$

$$\Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC} \text{ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)} \Rightarrow AC.AE = AD.AB$$

$$\text{Mà } D \text{ là trung điểm của } AO(gt) \Rightarrow AD = \frac{1}{2}AO$$

$$O \text{ là tâm đường tròn đường kính } AB (gt) \Rightarrow AO = \frac{1}{2}AB$$

$$\text{Suy ra } AD = \frac{1}{2}AO = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}AB = \frac{1}{4}AB$$

$$\text{Do đó, } AC.AE = \frac{1}{4}AB.AB = \frac{AB^2}{4} (dpcm)$$

Câu 33. (0,5 điểm) Cho các số dương a, b, c thỏa mãn $abc = 1$. Chứng minh rằng :

$$\left(a + \frac{1}{b} - 1\right) \left(b + \frac{1}{c} - 1\right) \left(c + \frac{1}{a} - 1\right) \leq 1$$

$$\text{Đặt } a = \frac{x}{y}; b = \frac{y}{z}; c = \frac{z}{x}, \text{ với } x, y, z > 0$$

$$\text{BĐT} \Leftrightarrow \left(\frac{x}{y} + \frac{z}{y} - 1\right) \left(\frac{y}{z} + \frac{x}{z} - 1\right) \left(\frac{z}{x} + \frac{y}{x} - 1\right) \leq 1$$

$$\Leftrightarrow (x + y - z)(y + z - x)(z + x - y) \leq xyz (*)$$

Ta xét 3 số $x + y - z; y + z - x; z + x - y$

+) Nếu tồn tại 2 trong 3 số trên là số âm

Giả sử đó là $x + y - z$ và $y + z - x \Rightarrow (x + y - z) + (y + z - x) < 0 \Rightarrow 2y < 0$ (mâu thuẫn)
nên không thể tồn tại 2 số âm trong 3 số

+) Nếu tồn tại đúng 1 số âm trong 3 số, 2 số còn lại là không âm, thế thì $VT(*) \leq 0$

Còn về phải $(*) > 0$, hiển nhiên $VT \leq VP$

+) Nếu cả 3 số đều không âm

Sử dụng bất đẳng thức $ab \leq \frac{(a+b)^2}{4}$. Ta có :

$$(x + y - z)(y + z - x) \leq \frac{(2y)^2}{4} = y^2$$

Tương tự :

$$(y + z - x)(z + x - y) \leq z^2; (z + x - y)(x + y - z) \leq x^2$$

Nhân theo vế ta được :

$$\begin{aligned} & [(x + y - z)(y + z - x)(z + x - y)]^2 \leq (xyz)^2 \\ & \Rightarrow (x + y - z)(y + z - x)(z + x - y) \leq xyz \end{aligned}$$

Vậy ta có điều phải chứng minh.

Bài 1. (1,0 điểm) Tính giá trị biểu thức

a) $A = \sqrt{72} + \frac{1}{5}\sqrt{50} - \sqrt{162}$

b) $B = \frac{5\sqrt{2} - \sqrt{14}}{\sqrt{2}} + \sqrt{(\sqrt{7} - 2)^2}$

Bài 2. (2,0 điểm) Giải các phương trình và hệ phương trình sau

a) $x^2 + 5x + 4 = 0$

b) $x^2 - 3x = 0$

c) $\begin{cases} x - 2y = 7 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$

d) $x^4 - 8x^2 + 16 = 0$

Bài 3. (2,0 điểm)a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hàm số $y = 2x^2$ có đồ thị (P). Vẽ đồ thị (P)b) Cho phương trình $x^2 - 4x + m - 2 = 0$ (1) (x là ẩn số, m là tham số). Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2 = 2$ **Bài 4. (1,0 điểm)** Một xe máy và một ô tô cùng khởi hành đi từ thành phố A đến thành phố B cách nhau 120 km. Vì vận tốc của ô tô lớn hơn vận tốc của xe máy 10 km/h nên ô tô đến B sớm hơn xe máy 36 phút. Tính vận tốc của xe máy.**Bài 5. (1,0 điểm)** Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH (H thuộc BC). Biết $AB = 3\text{cm}, BC = 5\text{cm}$.

a) Tính độ dài các đoạn thẳng AC và AH

b) Gọi I là trung điểm của AC, tính độ dài đoạn thẳng AI và số đo góc ABI (làm tròn đến độ)

Bài 6. (2,5 điểm) Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O). Vẽ hai đường cao BE và CF của tam giác ABC cắt nhau tại H (E thuộc AC, F thuộc AB).

a) Chứng minh tứ giác AEHF nội tiếp được đường tròn

b) Chứng minh $BH \cdot BE = BF \cdot BA$ c) Đường thẳng CF cắt đường tròn (O) tại D ($D \neq C$). Gọi P, Q, I lần lượt là các điểm đối xứng của B qua AD, AC, CD; K là giao điểm của BP và AD. Chứng minh ba điểm P, I, Q thẳng hàng.**Bài 7. (0,5 điểm)** Giải phương trình $(x^2 + 2x + 3) \cdot (x^2 - 6x + 3) = -7x^2$ **HƯỚNG DẪN GIẢI****Bài 1. (1,0 điểm)** Tính giá trị biểu thức

a) $A = \sqrt{72} + \frac{1}{5}\sqrt{50} - \sqrt{162}$

b) $B = \frac{5\sqrt{2} - \sqrt{14}}{\sqrt{2}} + \sqrt{(\sqrt{7} - 2)^2}$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= \sqrt{72} + \frac{1}{5}\sqrt{50} - \sqrt{162} = \sqrt{2 \cdot 6^2} + \frac{1}{5}\sqrt{2 \cdot 5^2} - \sqrt{2 \cdot 9^2} = 6\sqrt{2} + \frac{1}{5} \cdot 5\sqrt{2} - 9\sqrt{2} \\ &= 6\sqrt{2} + \sqrt{2} - 9\sqrt{2} = (6 + 1 - 9)\sqrt{2} = -2\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } B &= \frac{5\sqrt{2}-\sqrt{14}}{\sqrt{2}} + \sqrt{(\sqrt{7}-2)^2} = \frac{5\sqrt{2}-\sqrt{14}}{\sqrt{2}} + \sqrt{(\sqrt{7}-2)^2} = \frac{5\sqrt{2}-\sqrt{7}\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}} + \sqrt{7}-2 \\ &= \frac{\sqrt{2}(5-\sqrt{7})}{\sqrt{2}} + \sqrt{7}-2 = 5-\sqrt{7}+\sqrt{7}-2 = 3 \end{aligned}$$

Bài 2. (2,0 điểm) Giải các phương trình và hệ phương trình sau

a) $x^2 + 5x + 4 = 0$

b) $x^2 - 3x = 0$

c) $\begin{cases} x - 2y = 7 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$

d) $x^4 - 8x^2 + 16 = 0$

Lời giải

a) Xét phương trình $x^2 + 5x + 4 = 0$ có $a = 1, b = 5, c = 4$

Ta thấy $a - b + c = 1 - 5 + 4 = 0$ nên phương trình có hai nghiệm $x_1 = -1; x_2 = -4$

Vậy phương trình có tập nghiệm là $S = \{-1; -4\}$

b) $x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow x(x - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$

Vậy phương trình có tập nghiệm là $S = \{0; 3\}$

c) $\begin{cases} x - 2y = 7 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 12 \\ x - 2y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ 3 - 2y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ 2y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là $(x; y) = (3; -2)$

d) $x^4 - 8x^2 + 16 = 0$

Đặt $x^2 = t, t \geq 0$. Khi đó phương trình đã cho trở thành

$$t^2 - 8t + 16 = 0 \Leftrightarrow (t - 4)^2 = 0 \Leftrightarrow t = 4 \text{ (thỏa mãn)}$$

Với $t = 4$ thì $x^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$

Vậy phương trình có tập nghiệm là $S = \{-2; 2\}$

Bài 3. (2,0 điểm)

a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hàm số $y = 2x^2$ có đồ thị (P). Vẽ đồ thị (P)

b) Cho phương trình $x^2 - 4x + m - 2 = 0$ (1) (x là ẩn số, m là tham số). Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2 = 2$

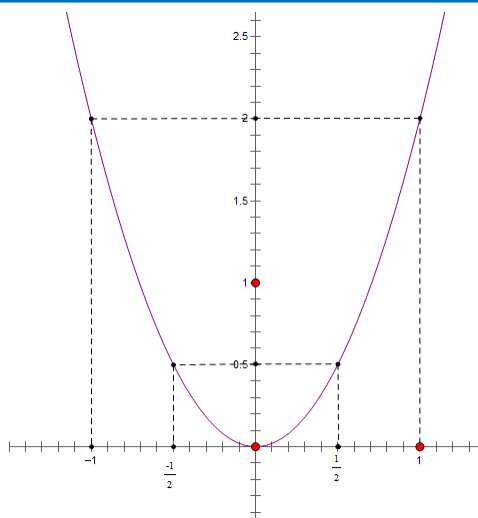
Lời giải

a)

Bảng giá trị

x	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1
$y = 2x^2$	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2

Đồ thị hàm số là đường cong đi qua các điểm $(-1; 2), (\frac{-1}{2}; \frac{1}{2}), (0; 0), (\frac{1}{2}; \frac{1}{2}), (1; 2)$



b) Xét phương trình $x^2 - 4x + m - 2 = 0$ (1) có $a = 1$; $b' = -2$; $c = m - 2$

$$\Delta' = 4 - m + 2 = 6 - m$$

Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 6 - m > 0 \Leftrightarrow m < 6$

Theo hệ thức Vi – et ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 \cdot x_2 = m - 2 \end{cases}$$

Theo đề bài ta có $(x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2 = 2$

$$\Leftrightarrow x_1^2 - 4x_1 + 4 + x_2^2 - 4x_2 + 4 = 2$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - 4(x_1 + x_2) + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4^2 - 2(m - 2) - 4 \cdot 4 + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow 16 - 2m + 4 - 16 + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2m = 10$$

$$\Leftrightarrow m = 5 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy $m = 5$ là giá trị cần tìm

Bài 4. (1.0 điểm) Một xe máy và một ô tô cùng khởi hành đi từ thành phố A đến thành phố B cách nhau 120 km. Vì vận tốc của ô tô lớn hơn vận tốc của xe máy 10 km/h nên ô tô đến B sớm hơn xe máy 36 phút. Tính vận tốc của xe máy.

Lời giải

Gọi vận tốc của xe máy là x (km/h) ($x > 0$)

Vận tốc của ô tô là $x + 10$ (km/h)

Thời gian xe máy đi từ A đến B là: $\frac{120}{x}$ (h)

Thời gian ô tô đi từ A đến B là: $\frac{120}{x + 10}$ (h)

Vì ô tô đến B sớm hơn xe máy 36 phút $= \frac{3}{5}$ (h) nên ta có phương trình

$$\frac{120}{x} - \frac{120}{x + 10} = \frac{3}{5}$$

$$\Leftrightarrow \frac{600(x + 10)}{5x(x + 10)} - \frac{600x}{5x(x + 10)} = \frac{3x(x + 10)}{5x(x + 10)}$$

$$\Rightarrow 600x + 6000 - 600x = 3x^2 + 30x$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 30x - 6000 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 10x - 2000 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 40)(x + 50) = 0$$

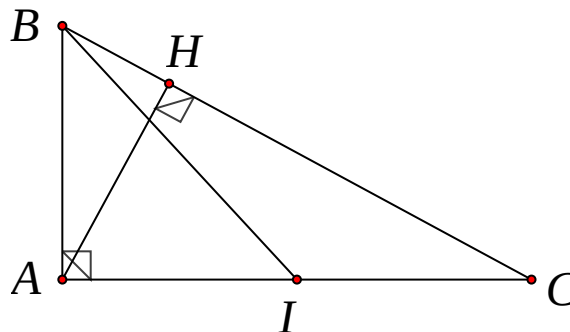
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 40 = 0 \\ x + 50 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40(tm) \\ x = -50(ktm) \end{cases}$$

Vậy vận tốc của xe máy là 40 (km/h)

Bài 5. (1,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH (H thuộc BC). Biết $AB = 3cm, BC = 5cm$.

- a) Tính độ dài các đoạn thẳng AC và AH
 b) Gọi I là trung điểm của AC , tính độ dài đoạn thẳng AI và số đo góc ABI (làm tròn đến độ)

Lời giải



- a) Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có
 $AB^2 + AC^2 = BC^2$ (định lý Pi-ta-go)
 $\Leftrightarrow 3^2 + AC^2 = 5^2$
 $\Leftrightarrow 9 + AC^2 = 25$
 $\Leftrightarrow AC^2 = 25 - 9 = 16$
 $\Leftrightarrow AC = 4cm$
 Áp dụng hệ thức lượng trong $\triangle ABC$ vuông tại A ta có:
 $AH \cdot BC = AB \cdot AC$
 $\Leftrightarrow AH \cdot 5 = 3 \cdot 4$
 $\Leftrightarrow AH = \frac{12}{5} = 2,4cm$

Vậy $AC = 4cm$ và $AH = 2,4cm$

- b) Ta có: $AI = \frac{1}{2} \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2cm$

Xét $\triangle ABI$ vuông có:

$$\tan \widehat{ABI} = \frac{AI}{AB} = \frac{2}{3} \Rightarrow \widehat{ABI} = 34^\circ$$

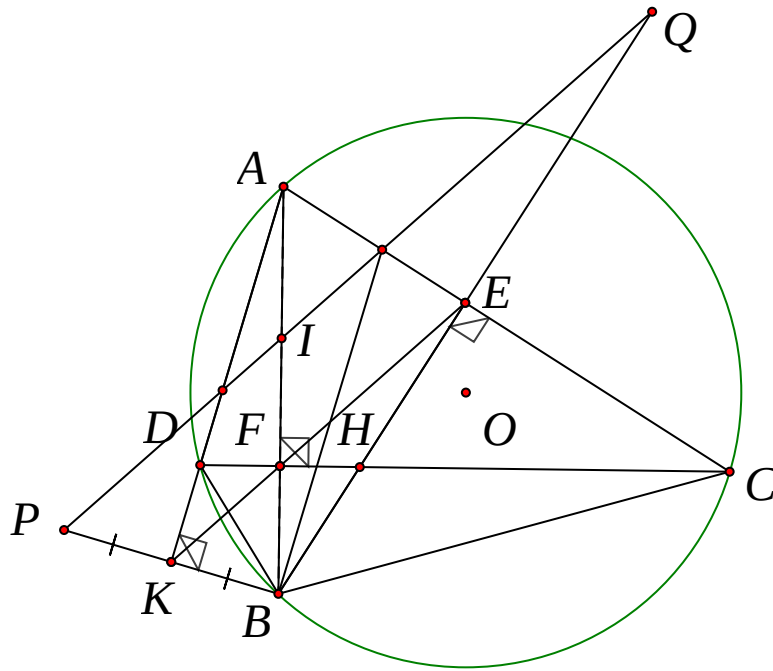
Vậy $AI = 2cm$ và $\tan \widehat{ABI} = 34^\circ$

Bài 6. (2,5 điểm) Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O) . Vẽ hai đường cao BE và CF của tam giác ABC cắt nhau tại H (E thuộc AC , F thuộc AB).

- a) Chứng minh tứ giác $AEHF$ nội tiếp được đường tròn
 b) Chứng minh $BH \cdot BE = BF \cdot BA$

c) Đường thẳng CF cắt đường tròn (O) tại D ($D \neq C$). Gọi P, Q, I lần lượt là các điểm đối xứng của B qua AD, AC, CD ; K là giao điểm của BP và AD . Chứng minh ba điểm P, I, Q thẳng hàng.

Lời giải



a) BE là đường cao của $\triangle ABC \Rightarrow \widehat{AEB} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{AEH} = 90^\circ$

$\Rightarrow \triangle AEH$ vuông tại E

$\Rightarrow E$ thuộc đường tròn đường kính AH (1)

CF là đường cao của $\triangle ABC \Rightarrow \widehat{AFC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{AFH} = 90^\circ$

$\Rightarrow \triangle AFH$ vuông tại F

$\Rightarrow F$ thuộc đường tròn đường kính AH (2)

Từ (1)(2) suy ra E, F thuộc đường tròn đường kính AH nên bốn điểm A, E, H, F cùng thuộc một đường tròn.

Vậy tứ giác $AEHF$ nội tiếp được đường tròn.

b) Tứ giác $AEHF$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{FAE} = \widehat{FHB}$ (cùng bù $\widehat{EHF}$)

$\Rightarrow \widehat{BAE} = \widehat{FHB}$

Xét $\triangle BAE$ và $\triangle BHF$ có:

$\widehat{ABE}$ chung

$\widehat{BAE} = \widehat{FHB}$ (cmt)

$\Rightarrow \triangle BAE \sim \triangle BHF$ (g.g)

$\Rightarrow \frac{BA}{BH} = \frac{BE}{BF} \Rightarrow BA \cdot BF = BH \cdot BE$ (đpcm)

c) Tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn $(O) \Rightarrow \widehat{KDB} = \widehat{ACB}$ (hai góc cùng bù với $\widehat{ADB}$)

Mà $\widehat{DKB} = \widehat{BEC} = 90^\circ$

$\Rightarrow \triangle DKB \sim \triangle CEB$ (g.g)

$$\Rightarrow \widehat{DBK} = \widehat{EBC} \quad (3)$$

$$\text{Tứ giác } DKBF \text{ nội tiếp} \Rightarrow \widehat{DFK} = \widehat{DBK} \quad (4)$$

$$\text{Tứ giác } BFEC \text{ nội tiếp} \Rightarrow \widehat{EFC} = \widehat{EBC} \quad (5)$$

$$\text{Từ } (3), (4), (5) \Rightarrow \widehat{DFK} = \widehat{EFC}$$

$$\text{Mà } \widehat{DFK} + \widehat{KFC} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{EFC} + \widehat{KFC} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow K, F, E \text{ thẳng hàng } (*)$$

Vì KF, FE lần lượt là đường trung bình của $\triangle BPI$ và $\triangle BIQ$

$$\Rightarrow \begin{cases} PI // KF \\ IQ // FE \end{cases} \quad (**)$$

Từ $(*)$ và $(**)$ suy ra P, I, Q thẳng hàng (theo tiên đề Ô – clit)

Bài 7. (0,5 điểm) Giải phương trình $(x^2 + 2x + 3) \cdot (x^2 - 6x + 3) = -7x^2$

Lời giải

$$(x^2 + 2x + 3) \cdot (x^2 - 6x + 3) = -7x^2 \quad (1)$$

+ Xét $x = 0$ thay vào phương trình (1) ta được $9 = -7 \cdot 0 = 0$ (vô lý)

$\Rightarrow x = 0$ không phải là nghiệm của phương trình (1)

+ Xét $x \neq 0$, chia cả hai vế của phương trình (1) cho x^2 , ta được:

$$\left(x + 2 + \frac{3}{x}\right) \cdot \left(x - 6 + \frac{3}{x}\right) = -7 \quad (*)$$

Đặt $t = x + \frac{3}{x}$ thay vào phương trình $(*)$ ta được:

$$(t + 2) \cdot (t - 6) = -7$$

$$\Leftrightarrow t^2 - 4t - 12 = -7$$

$$\Leftrightarrow t^2 - 4t - 5 = 0$$

$$\text{Ta có: } a - b + c = 1 - (-4) + (-5) = 0$$

Suy ra phương trình có hai nghiệm phân biệt $\begin{cases} t = -1 \\ t = 5 \end{cases}$

$$\text{Với } t = -1 \Rightarrow x + \frac{3}{x} = -1 \Rightarrow x^2 + x + 3 = 0$$

$$\text{Ta có: } \Delta = 1^2 - 4 \cdot 3 = -13 < 0$$

Suy ra phương trình vô nghiệm

$$\text{Với } t = 5 \Rightarrow x + \frac{3}{x} = 5 \Rightarrow x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$\text{Ta có: } \Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 3 = 13 > 0$$

Suy ra phương trình có hai nghiệm phân biệt
$$\begin{cases} x = \frac{5+\sqrt{13}}{2}(tm) \\ x = \frac{5-\sqrt{13}}{2}(tm) \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \left\{ \frac{5+\sqrt{13}}{2}; \frac{5-\sqrt{13}}{2} \right\}$

---Hết---

Quy định khi gõ lời giải:

1. Phong chữ: Times New Roman, cỡ chữ 12
2. Công thức gõ trên mathtype, cỡ chữ 12.
3. Hình vẽ được vẽ trên các phần mềm: geogebra; Geometer's Sketchpad
- 4.

I. Trắc nghiệm (2 điểm)

- Câu 1:** Biểu thức $P = \frac{2022}{x}$ có nghĩa khi và chỉ khi
A. $x < 0$. **B.** $x > 0$. **C.** $x \neq 0$. **D.** $x = 0$.
- Câu 2:** Hàm số $y = mx + 2023$ (m là tham số) nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi
A. $m \leq 0$. **B.** $m < 0$. **C.** $m > 0$. **D.** $m \geq 0$.
- Câu 3:** Tích hai nghiệm của phương trình $x^2 - 8x + 5 = 0$ là
A. 8. **B.** -8. **C.** -5. **D.** 5.
- Câu 4:** Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a, AD = 2a (a > 0)$. Khi đó bán kính đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$ bằng
A. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$ **B.** a . **C.** $a\sqrt{5}$. **D.** $2a$.

II. Tự luận (7 điểm)

- Câu 5. (1,25 điểm)** Giải phương trình $x^2 - 5x - 6 = 0$.
- Câu 6. (1,25 điểm)** Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$
- Câu 7. (1,0 điểm)** Cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = -2x + m - 1$ (với m là tham số).
 Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng d cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$ sao cho $(y_1 + y_2)^2 = 110 - x_1^2 - x_2^2$.
- Câu 8. (1,0 điểm)** Một phân xưởng theo kế hoạch phải may 900 bộ quần áo trong một thời gian quy định, mỗi ngày phân xưởng may được số bộ quần áo là như nhau. Khi thực hiện, do cải tiến kỹ thuật nên mỗi ngày phân xưởng may thêm được 10 bộ quần áo và hoàn thành kế hoạch trước 3 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày phân xưởng may được bao nhiêu bộ quần áo?
- Câu 9. (3,0 điểm)** Cho tam giác ABC nhọn, nội tiếp đường tròn $(O; R)$ và $AB < AC$. Ba đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC (D, E, F là chân các đường cao) đồng quy tại điểm H . Kẻ đường kính AK của đường tròn $(O; R)$. Gọi M là hình chiếu vuông góc của C trên đường thẳng AK .
a) Chứng minh rằng tứ giác $BCEF$ nội tiếp đường tròn.
b) Chứng minh rằng tam giác ABD đồng dạng với tam giác AKC và MD song song với BK .
c) Giả sử hai đỉnh B, C cố định trên đường tròn $(O; R)$ và đỉnh A di động trên cung lớn BC của đường tròn $(O; R)$. Chứng minh rằng đường thẳng MF luôn đi qua một điểm cố định và tìm vị trí của đỉnh A sao cho diện tích tam giác AEH lớn nhất.
- Câu 10. (0,5 điểm)** Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $x + y + z = 1$. Chứng minh rằng $\frac{yz}{x^2 + xyz} + \frac{2x}{y^2 + xyz} + \frac{xy}{z^2 + xyz} \geq \frac{1}{4x} + \frac{1}{4y} + \frac{1}{4z}$.

---Hết---

LỜI GIẢI

I. Trắc nghiệm (7 điểm)

Câu 1. Biểu thức $P = \frac{2022}{x}$ có nghĩa khi và chỉ khi

A. $x < 0$.

B. $x > 0$.

C. $x \neq 0$.

D. $x = 0$.

Lời giải

Biểu thức $P = \frac{2022}{x}$ có nghĩa khi và chỉ khi $x \neq 0$

Câu 2. Hàm số $y = mx + 2023$ (m là tham số) nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

A. $m \leq 0$.

B. $m < 0$.

C. $m > 0$.

D. $m \geq 0$.

Lời giải

Hàm số $y = mx + 2023$ (m là tham số) nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $m < 0$

Câu 3. Tích hai nghiệm của phương trình $x^2 - 8x + 5 = 0$ là

A. 8.

B. -8.

C. -5.

D. 5.

Lời giải

Ta có $\Delta' = (-4)^2 - 1 \cdot 5 = 11$

Do $\Delta' > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

Theo Vi - ét ta có $x_1 \cdot x_2 = \frac{5}{1} = 5$

Câu 5: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a, AD = 2a (a > 0)$. Khi đó bán kính đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$ bằng

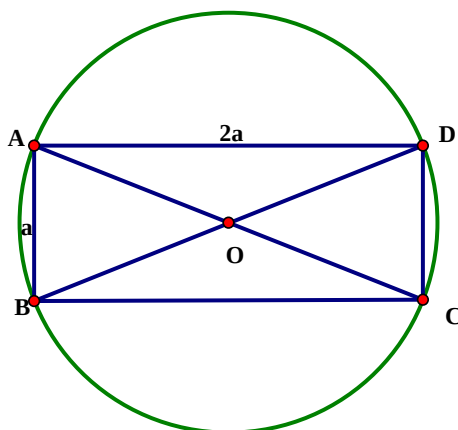
A. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$

B. a .

C. $a\sqrt{5}$.

D. $2a$.

Lời giải



Áp dụng định lí Pi ta có trong $\triangle ABD$ vuông tại A ta có

$$BD^2 = AB^2 + AD^2$$

$$BD^2 = a^2 + (2a)^2 = 5a^2$$

$$BD = \sqrt{5}a$$

Gọi O là giao điểm của AC và BD .

Ta có $ABCD$ là hình chữ nhật nên $OA = OB = OC = OD = \frac{BD}{2}$

Suy ra bán kính đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$ bằng $\frac{\sqrt{5}a}{2}$

II. Tự luận (3 điểm)

Câu 5. (1,25 điểm) Giải phương trình $x^2 - 5x - 6 = 0$.

Lời giải

Phương trình có $a - b + c = 1 - (-5) - 6 = 0$

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = -1; x_2 = 6$

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = -1; x_2 = 6$

Câu 6. (1,25 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 2y = 6 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 3 \cdot 2 + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; -1)$

Câu 7. (1,0 điểm) Cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = -2x + m - 1$ (với m là tham số).

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng d cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt

$A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$ sao cho $(y_1 + y_2)^2 = 110 - x_1^2 - x_2^2$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P)

$$x^2 = -2x + m - 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x - m + 1 = 0 \quad (1)$$

Để đường thẳng d cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$$\text{Hay } \Delta' > 0 \Leftrightarrow 1^2 - 1 \cdot (-m + 1) > 0 \Leftrightarrow m > 0$$

Vậy $m > 0$ thì đường thẳng d cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$

Khi đó ta có $y_1 = x_1^2; y_2 = x_2^2$

$$\text{Theo Vi - ét ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ x_1 \cdot x_2 = -m + 1 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = (-2)^2 - 2(-m + 1) = 2m + 2$$

Theo bài ra ta có

$$(y_1 + y_2)^2 = 110 - x_1^2 - x_2^2$$

$$\Leftrightarrow (x_1^2 + x_2^2)^2 = 110 - (x_1^2 + x_2^2)$$

$$\Leftrightarrow (2m + 2)^2 = 110 - (2m + 2)$$

$$\Leftrightarrow 2m^2 + 5m - 52 = 0$$

$$\text{Ta có } \Delta = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-52) = 441$$

Do $\Delta > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$m_1 = \frac{-5 + 21}{4} = 4 \text{ (thoả mãn điều kiện } m > 0 \text{)}$$

$$m_2 = \frac{-5 - 21}{4} = \frac{-13}{2} \text{ (không thoả mãn điều kiện } m > 0 \text{)}$$

Vậy $m = 4$ để đường thẳng d cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$ sao cho $(y_1 + y_2)^2 = 110 - x_1^2 - x_2^2$.

Câu 8. (1,0 điểm) Một phân xưởng theo kế hoạch phải may 900 bộ quần áo trong một thời gian quy định, mỗi ngày phân xưởng may được số bộ quần áo là như nhau. Khi thực hiện, do cải tiến kỹ thuật nên mỗi ngày phân xưởng may thêm được 10 bộ quần áo và hoàn thành kế hoạch trước 3 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày phân xưởng may được bao nhiêu bộ quần áo?

Lời giải

Gọi số bộ quần áo mà phân xưởng phải may trong mỗi ngày theo kế hoạch là x (bộ quần áo)

Điều kiện $x \in \mathbb{N}; x < 900$

Khi đó thời gian phân xưởng may xong 900 bộ quần áo theo kế hoạch là $\frac{900}{x}$ (ngày)

Thực tế mỗi ngày may được $x + 10$ (bộ quần áo) nên thời gian phân xưởng may xong 900 bộ quần áo là $\frac{900}{x + 10}$ (ngày)

Do hoàn thành kế hoạch sớm hơn 3 (ngày) nên ta có phương trình:

$$\frac{900}{x} - \frac{900}{x + 10} = 3$$

$$\Leftrightarrow 900(x + 10) - 900x = 3x(x + 10)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 10x - 3000 = 0$$

$$\text{Ta có } \Delta' = 5^2 - 1 \cdot (-3000) = 3025$$

Do $\Delta' > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt

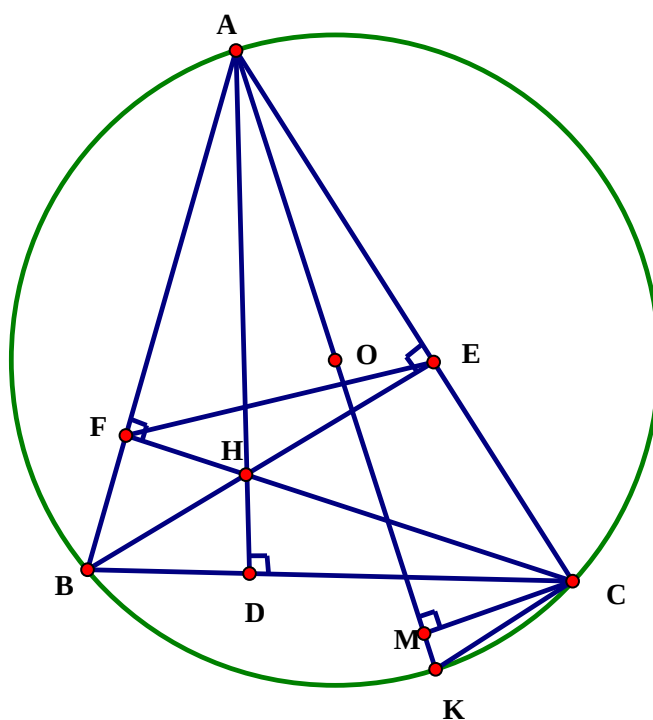
$$x_1 = \frac{-5 + 55}{1} = 50 \text{ (thoả mãn điều kiện)}$$

$$x_2 = \frac{-5 - 55}{1} = -60 \text{ (không thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy theo kế hoạch mỗi ngày phân xưởng phải may 50 bộ quần áo

- Câu 9. (3,0 điểm)** Cho tam giác ABC nhọn, nội tiếp đường tròn $(O; R)$ và $AB < AC$. Ba đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC (D, E, F là chân các đường cao) đồng quy tại điểm H . Kẻ đường kính AK của đường tròn $(O; R)$. Gọi M là hình chiếu vuông góc của C trên đường thẳng AK .
- a) Chứng minh rằng tứ giác $BCEF$ nội tiếp đường tròn.
b) Chứng minh rằng tam giác ABD đồng dạng với tam giác AKC và MD song song với BK .
c) Giả sử hai đỉnh B, C cố định trên đường tròn $(O; R)$ và đỉnh A di động trên cung lớn BC của đường tròn $(O; R)$. Chứng minh rằng đường thẳng MF luôn đi qua một điểm cố định và tìm vị trí của đỉnh A sao cho diện tích tam giác AEH lớn nhất.

Lời giải



a) Ta có $\widehat{BEC} = 90^\circ$ (vì BE là đường cao của $\triangle ABC$)

$\widehat{BFC} = 90^\circ$ (vì CF là đường cao của $\triangle ABC$)

$$\Rightarrow \widehat{BEC} = \widehat{BFC} = 90^\circ$$

Xét tứ giác $BCEF$ có $\widehat{BEC} = \widehat{BFC} = 90^\circ$ (theo chứng minh trên)

$\Rightarrow$ Đỉnh E và F là hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh BC dưới một góc không đổi 90°
Do đó tứ giác $BCEF$ nội tiếp (đpcm)

b)

* Chứng minh rằng tam giác ABD đồng dạng với tam giác AKC

Ta có $\widehat{ACK} = 90^\circ$ (là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

+ $\widehat{ABC} = \widehat{AKC}$ (cùng chắn $\widehat{AC}$)

Xét $\triangle ABD$ và $\triangle AKC$ có

$$\widehat{ADB} = \widehat{ACK} = 90^\circ$$

$\widehat{ABC} = \widehat{AKC}$ (theo chứng minh trên)

Do đó $\triangle ABD \sim \triangle AKC$ (g.g)

* MD song song với BK .

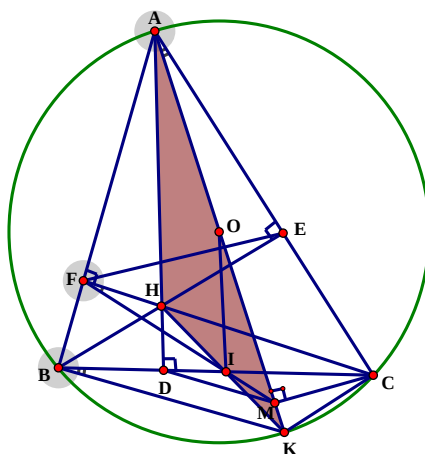
Xét đường tròn tâm (O) có $\widehat{CBK} = \widehat{KAC}$ (cùng chắn $\widehat{KC}$) (1)

Chứng minh tứ giác $ACMD$ nội tiếp

$$\Rightarrow \widehat{KAC} = \widehat{CDM} \text{ (cùng chắn } \widehat{MC}) \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{CBK} = \widehat{CDM} \Rightarrow DM \parallel BK$ (đpcm)

c)



Gọi I trung điểm BC

Ta có $\widehat{ACK} = 90^\circ$ (chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow CK \perp AC$

Mà $BE \perp AC$ (BE là đường cao của $\triangle ABC$)

Suy ra $CK \parallel BE$ (1)

Tương tự $BK \parallel CF$ (2)

Xét tứ giác $CHBK$ có $\begin{cases} CK \parallel BE \\ BK \parallel CF \end{cases}$

Suy ra tứ giác $CHBK$ là hình bình hành.

Mà I trung điểm của BC

Suy ra I, H, K thẳng hàng.

Xét $\triangle AHK$ có O là trung điểm của AK

I là trung điểm của HK

Suy ra OI là đường trung bình của $\triangle AHK \Rightarrow AH = 2OI$

Do OI không đổi nên AH không đổi

$$\text{Ta có } S_{\triangle AHE} = \frac{1}{2} AE \cdot HE \text{ (1)}$$

Ta có $\triangle AEH$ vuông tại E nên $AE^2 + EH^2 = AH^2$

Áp dụng bất đẳng thức cô si ta có

$$AH^2 = AE^2 + EH^2 \geq 2\sqrt{AE^2 \cdot EH^2} = 2AE \cdot HE$$

$$\Rightarrow AE \cdot HE \leq \frac{1}{2} AH^2 \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2) suy ra $S_{\triangle AHE} \leq \frac{1}{4} AH^2$ không đổi

$$\Rightarrow S_{\triangle AHE} = \frac{1}{4} AH^2$$

Dấu “=” xảy ra khi $AE = HE \Rightarrow \widehat{HAE} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{ACB} = 45^\circ$

Câu 10. (0,5 điểm) Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $x + y + z = 1$. Chứng minh

$$\text{rằng } \frac{yz}{x^2 + xyz} + \frac{zx}{y^2 + xyz} + \frac{xy}{z^2 + xyz} \geq \frac{1}{4x} + \frac{1}{4y} + \frac{1}{4z}.$$

$$\frac{yz}{x^2 + xyz} = \frac{yz}{x(x + yz)} = \frac{yz}{x[x(x + y + z) + yz]} = \frac{yz}{x(x + y)x + z}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho 3 số

$$\frac{yz}{x^2 + xyz} + \frac{x + y}{8xy} + \frac{x + z}{8xz} \geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{64x^3}} = \frac{3}{4x}$$

$$\Rightarrow \frac{yz}{x^2 + xyz} + \frac{1}{8} \cdot \left(\frac{2}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \geq \frac{3}{4x}$$

Tương tự

$$\frac{xz}{y^2 + xyz} + \frac{1}{8} \cdot \left(\frac{2}{y} + \frac{1}{x} + \frac{1}{z} \right) \geq \frac{3}{4y}$$

$$\frac{xy}{z^2 + xyz} + \frac{1}{8} \cdot \left(\frac{2}{z} + \frac{1}{y} + \frac{1}{x} \right) \geq \frac{3}{4z}$$

Cộng vế theo vế ta được

$$\frac{yz}{x^2 + xyz} + \frac{2x}{y^2 + xyz} + \frac{xy}{z^2 + xyz} \geq \frac{1}{4x} + \frac{1}{4y} + \frac{1}{4z}.$$

Dấu bằng xảy ra khi

$$\begin{cases} \frac{yz}{x^2 + xyz} = \frac{x + y}{8xy} = \frac{x + z}{8xz} \\ \frac{xz}{y^2 + xyz} = \frac{y + z}{8yz} = \frac{y + x}{8xy} \\ \frac{xy}{z^2 + xyz} = \frac{z + x}{8xz} = \frac{z + y}{8yz} \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z = \frac{1}{3}$$

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH YÊN BÁI**

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 04 trang, gồm 50 câu)

**KỶ THI TUYỂN SINH TRUNG HỌC
NĂM HỌC 2022-2023**

Môn thi : **Toán**

Thời gian : 90 phút (không kể thời gian giao đề)

Khóa thi ngày : 07/6/2022

Câu 1. Cho đường tròn $(O; 25cm)$. Dây lớn nhất của đường tròn có độ dài bằng

A. $50cm$

B. $20cm$

C. $625cm$

D. $25cm$

Câu 2. Công thức tính thể tích V của hình trụ có bán kính đáy r , chiều cao h là

A. $V = 2\pi rh$

B. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

C. $V = \pi r^2 h$

D. $V = \frac{1}{3}\pi rh$

Câu 3. Cho nửa đường tròn đường kính AB và điểm C thuộc nửa đường tròn sao cho $\widehat{sđ AC} = 110^\circ$. Kẻ tiếp tuyến Ax với nửa đường tròn. Số đo góc hợp bởi hai tia Ax, AC là :

A. 110°

B. 70°

C. 35°

D. 55°

Câu 4. Kết quả của phép toán $(x+1)(x-2)$ bằng :

A. $x^2 - x + 2$

B. $x^2 + x - 2$

C. $x^2 - x - 2$

D. $x^2 - 3x + 2$

Câu 5. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $\sin 37^\circ = \cos 53^\circ$

B. $\sin 37^\circ = \tan 53^\circ$

C. $\sin 37^\circ = \cos 43^\circ$

D. $\sin 37^\circ = \cot 53^\circ$

Câu 6. Số phần tử của tập hợp $M = \{a, b, c, d\}$ là

A. 3

B. 5

C. 2

D. 4

Câu 7. Cho $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Giá trị của $\tan \alpha$ bằng

A. $\frac{3}{4}$

B. $\frac{4}{5}$

C. $\frac{4}{3}$

D. $\frac{5}{3}$

Câu 8. Giá trị của biểu thức $\sqrt{25} - 3$ bằng

A. 16

B. 22

C. 2

D. -8

Câu 9. Nghiệm của phương trình $2x + 1 = 0$ là

A. $x = \frac{1}{2}$

B. $x = 2$

C. $x = -\frac{1}{2}$

D. $x = 1$

Câu 10. Điều kiện xác định của biểu thức $P = \sqrt{x-1} + \frac{1}{x+2}$ là

A. $x \geq 1; x \neq 2$

B. $x \geq 2$

C. $x \geq 1$

D. $x \geq 2$

Câu 11. Số ước nguyên dương của 24 là

A. 4

B. 12

C. 8

D. 24

Câu 12. Đường thẳng đi qua hai điểm $P(-1; 4)$ và $Q(2; -5)$ có phương trình là :

A. $y = x - 3$

B. $y = x + 3$

C. $y = -2x - 1$

D. $y = -3x + 1$

Câu 13. Cho hai số x, y thỏa mãn $\frac{x}{2} = \frac{y}{5}$ và $x + y = 14$. Giá trị của x là :

A. $x = -10$

B. $x = -4$

C. $x = 10$

D. $x = 4$

Câu 14. Cho tứ giác nội tiếp $ABCD$ có $\angle A = 70^\circ, \angle B = 60^\circ$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $\angle D = 130^\circ$

B. $\angle D = 110^\circ$

C. $\angle C = 110^\circ$

D. $\angle C = 120^\circ$

Câu 15. Số nghiệm của phương trình $x^2 - 6x + 10 = 0$ là

A. 1

B. 2

C. 3

D. 0

Câu 16. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên R ?

A. $y = 2x + 1$

B. $y = -2x + 3$

C. $y = -3 - x$

D. $y = 3 - 4x$

Câu 17. Cho đường tròn $(O; 5cm)$. Khoảng cách từ tâm O đến đường thẳng d là 6cm. Số điểm chung của đường thẳng d và đường tròn là

A. 1

B. 0

C. 2

D. Vô số

Câu 18. Cho hai đường tròn $(O; 3cm)$ và $(O'; 2cm)$. Biết $OO' = 4cm$. Vị trí tương đối của (O) và (O') là

A. Tiếp xúc trong

C. không có điểm chung

B. Tiếp xúc ngoài

D. cắt nhau

Câu 19. Cho hàm số $y = (m-1)x^2$. Các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số đã cho là một paraabol nằm phía dưới trục hoành là

A. $m > 1$

B. $m < 1$

C. $m = 1$

D. $m \neq 1$

Câu 20. Nghiệm tổng quát của phương trình $-x + 3y = 1$ là

A. $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = x + 1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3} \end{cases}$

C. $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3} \end{cases}$

D. $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3} \end{cases}$

Câu 21. Cho mặt cầu có thể tích $V = 288\pi cm^3$. Đường kính của mặt cầu là

A. $8cm$

B. $4cm$

C. $12cm$

D. $6cm$

Câu 22. Cho tam giác ABC vuông tại A có $\angle ABC = 30^\circ$ và $BC = 4cm$. Độ dài cạnh AC bằng :

A. $4\sqrt{3}cm$

B. $2\sqrt{3}cm$

C. $6cm$

D. $2cm$

Câu 23. Điều kiện của x để biểu thức $\sqrt{5-x}$ có nghĩa là

A. $x \neq 5$

B. $x \leq 5$

C. $x \geq 5$

D. $x > 5$

Câu 24. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị của hàm số $y = 2x + 2$?

A. $P(1; 0)$

B. $M(0; 2)$

C. $N(-1; 2)$

D. $Q(0; -1)$

Câu 25. Cho hai điểm A, B thuộc đường tròn tâm O . Biết $\angle AOB = 55^\circ$. Số đo của cung nhỏ AB bằng :

A. 135°

B. 55°

C. 110°

D. 35°

Câu 26. Biểu thức $2^3 \cdot 2^4 \cdot 2^5$ có giá trị bằng :

A. 2^{12}

B. 2^7

C. 2^2

D. 2^{60}

Câu 27. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $2x^2 - 3x + 1 = 0$. Khi đó

A. $x_1 x_2 = \frac{1}{2}$

B. $x_1 x_2 = \frac{3}{2}$

C. $x_1 x_2 = -\frac{1}{2}$

D. $x_1 x_2 = -\frac{3}{2}$

Câu 28. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3, AC = 4$. Khi đó, độ dài đoạn thẳng BC bằng

A.25

B.1

C.7

D.5

Câu 29. Đường thẳng đi qua điểm $A(0;4)$ và song song với đường thẳng $y = \frac{1}{3}x - 7$ có phương trình là :

A. $y = -3x + 4$

B. $y = -\frac{1}{3}x + 4$

C. $y = \frac{1}{3}x + 4$

D. $y = -3x - 4$

Câu 30. Giá trị lớn nhất của biểu thức $M = -x^2 + 4x - 10$ bằng :

A. -8

B. 0

C. -6

D. 6

Câu 31. Giá trị của biểu thức $\frac{\sqrt{8} - \sqrt{27}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} - \sqrt{6}$ bằng

A. 5

B. $5 + 2\sqrt{6}$

C. $5 - 2\sqrt{6}$

D. 6

Câu 32. Trong một đường tròn, góc nội tiếp chắn cung 80° có số đo bằng

A. 40° B. 20° C. 160° D. 100°

Câu 33. Hệ số góc của đường thẳng $y = 5x - 1$ là :

A. 1

B. -5

C. -1

D. 5

Câu 34. Đồ thị hàm số $y = -2022x^2$ đi qua điểm nào trong các điểm sau đây ?

A. $Q(0; -2022)$

B. $(-1; 2022)$

C. $M(-1; -2022)$

D. $(0; 2022)$

Câu 35. Phương trình nào sau đây **không phải** là phương trình bậc nhất hai ẩn ?

A. $x + 3y = -1$

B. $x + 2y = -1$

C. $\frac{1}{x} - 3y = 2$

D. $-x + 10y = 5$

Câu 36. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH ($H \in BC$). Biết $HB = 12,5$; $\angle B = 65^\circ$. Độ dài cạnh AC bằng (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

A. 25cm

B. 13,78cm

C. 64,41cm

D. 63,43cm

Câu 37. Cho parabol $(P): y = x^2$ có đường thẳng $d: y = 2mx - m + 3$. Giá trị của tham số m để (P) và d cắt nhau tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{3}{2}$ là

A.m = 6

B.m = -9

C.m = -6

D.m = 9

Câu 38. Cho đường tròn $(O; 15\text{cm})$, dây $AB = 24\text{cm}$. Một tiếp tuyến song song với AB cắt các tia OA, OB theo thứ tự tại E, F . Độ dài EF bằng

A. 42cm

B. 48cm

C. 20cm

D. 40cm

Câu 39. Cho hai đường tròn $(O; 12\text{cm})$ và $(I; 16\text{cm})$ cắt nhau tại 2 điểm A, B . Biết $AB = 19,2\text{cm}$ Khoảng cách OI bằng

A. $9,8\text{cm}$

B. $9,6\text{cm}$

C. 20cm

D. $5,6\text{cm}$

Câu 40. Cho đường thẳng $y = ax + b$ song song với đường thẳng $y = 4x - 3$ đồng thời cắt trục Ox tại A , cắt trục Oy tại B . Biết diện tích tam giác OAB bằng . Giá trị của biểu thức $T = a^2 + b^2$ là

A. $T = 40$

B. $T = 24$

C. $T = 32$

D. $T = 16$

Câu 41. Kết quả rút gọn biểu thức $A = \frac{4x}{x-9} + \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3} - \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3} \left(\begin{matrix} x \geq 0 \\ x \neq 9 \end{matrix} \right)$ có dạng $\frac{m\sqrt{x}+n}{\sqrt{x}-3}$ với $m, n \in \mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $m - n$ là :

A. -4

B. 3

C. 4

D. 2

Câu 42. Giá trị của tham số m để hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 5m + 1 \\ x + 3y = 5m + 3 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $x - y = 5$ là

A. $m = 3$

B. $m = -2$

C. $m = 6$

D. $m = 4$

Câu 43. Khoảng cách từ gốc tọa độ $O(0;0)$ đến đường thẳng $4x - 3y + 10 = 0$ bằng

A. 5

B. 10

C. 4

D. 2

Câu 44. Cho phương trình : $x^2 - 2x - m + 1 = 0$. Điều kiện của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu là :

A. $m > 3$

B. $m < -1$

C. $m > 1$

D. $m > 2$

Câu 45. Số nghiệm của phương trình $2x^4 - 3x^2 - 20 = 0$ là

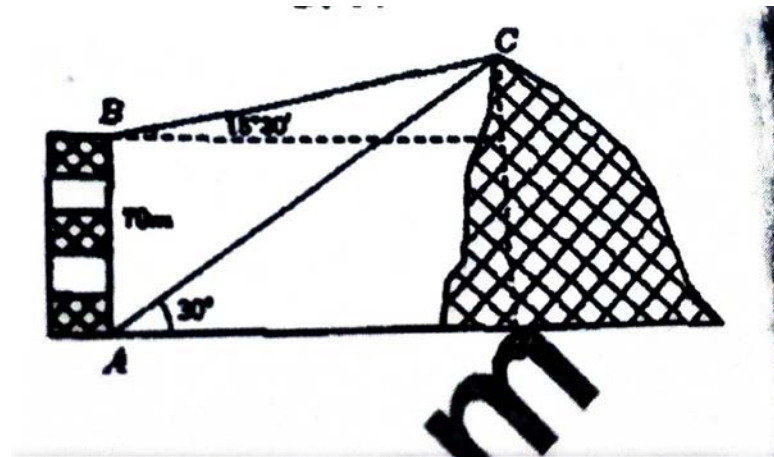
A. 1

B. 2

C. 4

D. 3

Câu 46. Từ hai vị trí A, B của một tòa nhà, người ta dùng một dụng cụ quan sát đỉnh C của ngọn núi (hình vẽ). Biết rằng chiều cao AB của tòa nhà là 70m, phương nhìn AC tạo với phương ngang góc 30° , phương nhìn BC tạo với phương ngang góc $15^\circ 30'$. Ngọn núi đó có chiều cao so với mặt đất gần với kết quả nào sau đây nhất?



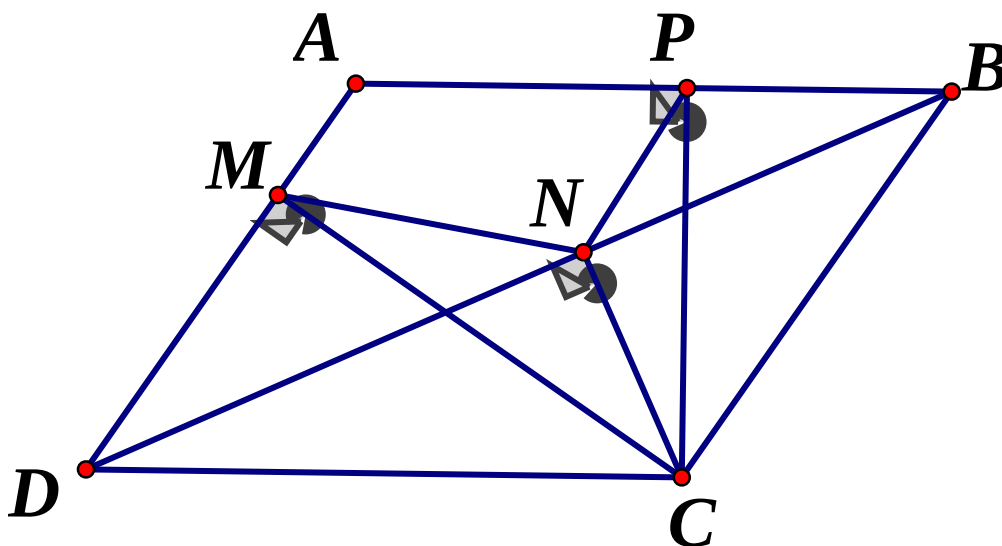
A. 130m

B. 145m

C. 140m

D. 135m

Câu 47. Cho hình bình hành ABCD ($\angle A > 90^\circ$). Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu của C lên AD, DB và AB. Biết $MN = 5\text{cm}$, $NP = 4\text{cm}$. Độ dài đoạn CN gần với kết quả nào sau đây nhất



A. 4,2

B. 4,6

C. 4,4

D. 4,8

Câu 48. Số các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2 - 2mx + 2m - 3 = 0$ có hai nghiệm nguyên phân biệt là :

A.4

B.3

C.1

D.2

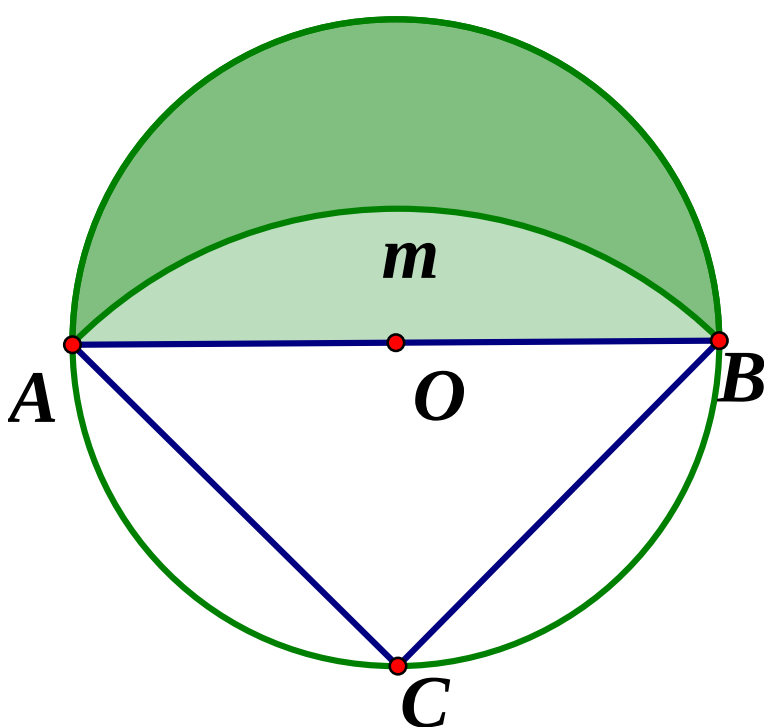
Câu 49. Cho các số dương x, y, z thỏa mãn $x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-z^2} + z\sqrt{1-x^2} = \frac{3}{2}$. Giá trị của biểu thức $P = x^4 + y^4 + z^4$ là

A. $\frac{3}{4}$

B.1

C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{4}$

Câu 50. Cho đường tròn (O) đường kính $AB = 2\sqrt{3}cm$ và C là điểm chính giữa của cung AB. Cung AmB có tâm C, bán kính CA (hình vẽ). Diện tích phần gạch chéo bằng :

A. $3\pi cm^2$ B. $\frac{9}{4} cm^2$ C. $3cm^2$ D. $\frac{4\pi}{3} cm^2$

ĐÁP ÁN

1A	2C	3D	4C	5A	6D	7C	8C	9C	10A
11C	12D	13D	14B	15D	16A	17B	18D	19B	20B
21C	22D	23B	24B	25B	26A	27A	28D	29C	30C
31A	32A	33D	34C	35C	36D	37B	38D	39C	40C
41C	42C	43D	44C	45B	46D	47C	48D	49A	50C