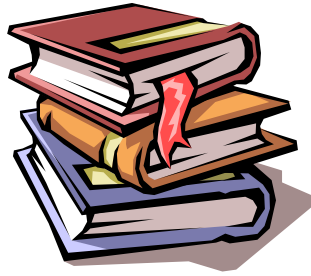




Sưu tầm



**BỘ ĐỀ THI TOÁN VÀO LỚP 10
CÁC TỈNH NĂM 2020-2021**

Tài liệu sưu tầm, ngày 03 tháng 8 năm 2020

BỘ ĐỀ TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 MÔN TOÁN

THPT CÁC TỈNH TRÊN CẢ NƯỚC NĂM HỌC 2020-2021

MÔN TOÁN

LỜI NÓI ĐẦU

Về nội dung kiến thức, kỹ năng: Tài liệu được biên soạn theo hướng bám Chuẩn kiến thức, kỹ năng của Bộ GDĐT, trong đó tập trung vào những kiến thức cơ bản, trọng tâm và kỹ năng vận dụng, được viết theo hình thức Bộ đề ôn thi dựa trên các đề thi năm 2020 các tỉnh trên cả nước. Mỗi đề thi đều có lời giải tóm tắt hoặc thang điểm chấm chi tiết.

Hy vọng đây là Bộ tài liệu ôn thi có chất lượng, góp phần quan trọng nâng cao chất lượng dạy - học ở các trường THCS và kỳ thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT năm học 2021-2022 và những năm tiếp theo.

Mặc dù đã có sự đầu tư lớn về thời gian, trí tuệ của đội ngũ những người biên soạn, song không thể tránh khỏi những hạn chế, sai sót. Mong được sự đóng góp của các thầy, cô giáo và các em học sinh trong toàn tỉnh để Bộ tài liệu được hoàn chỉnh hơn.

Chúc các thầy, cô giáo và các em học sinh thu được kết quả cao nhất trong các kỳ thi sắp tới!

MỤC LỤC

ĐỀ THI	Trang
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh An Giang năm 2020-2021	4
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Bà Rịa – Vũng Tàu năm 2020-2021	5
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Bắc Giang năm 2020-2021	11
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Bắc Cạn năm 2020-2021	18
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Bắc Ninh năm 2020-2021	24
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Bạc Liêu năm 2020-2021	32
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Bến Tre năm 2020-2021	37
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Bình Định năm 2020-2021	42
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Bình Dương năm 2020-2021	48
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Bình Phước năm 2020-2021	53
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Bình Thuận năm 2020-2021	58
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Cà Mau năm 2020-2021	62
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Cần Thơ năm 2020-2021	67
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Cao Bằng năm 2020-2021	75
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Đà Nẵng năm 2020-2021	80
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Đắk Lắk năm 2020-2021	87
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Đắk Nông năm 2020-2021	94
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Điện Biên năm 2020-2021	98
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Đồng Nai năm 2020-2021	103
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Đồng Tháp năm 2020-2021	111
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Gia Lai năm 2020-2021	115
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Hà Giang năm 2020-2021	120
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Hà Nam năm 2020-2021	124
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Hà Nam năm 2020-2021 (hệ chuyên)	130
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Hà Nội năm 2020-2021	134
Đề thi vào lớp 10 môn toán chuyên KHTN Hà Nội năm 2020-2021	139
Đề thi vào lớp 10 môn toán chuyên Sư Phạm Hà Nội năm 2020-2021	146
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Hà Tĩnh năm 2020-2021	153
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Hải Dương năm 2020-2021	158

Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Hải Phòng năm 2020-2021	165
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Hậu Giang năm 2020-2021	173
Đề thi vào lớp 10 môn toán thành phố Hồ Chí Minh năm 2020-2021	179
Đề vào lớp 10 toán thành phố Hồ Chí Minh năm 2020-2021 (hệ chuyên)	185
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Hòa Bình năm 2020-2021	194
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Hòa Bình năm 2020-2021 (hệ chuyên)	199
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Hòa Bình năm 2020-2021 (chuyên tin)	203
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Hưng Yên năm 2020-2021	208
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Khánh Hòa năm 2020-2021	214
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Kiên Giang năm 2020-2021	219
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Kum Tum năm 2020-2021	225
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Lai Châu năm 2020-2021	230
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Lâm Đồng năm 2020-2021	234
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Lạng Sơn năm 2020-2021	239
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Lào Cai năm 2020-2021	244
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Long An năm 2020-2021	250
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Nam Định năm 2020-2021	255
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Nghệ An năm 2020-2021	263
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Ninh Bình năm 2020-2021	269
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Ninh Thuận năm 2020-2021	273
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Phú Thọ năm 2020-2021	277
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Hưng Yên năm 2020-2021	284
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Quảng Bình năm 2020-2021	290
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Quảng Nam năm 2020-2021	294
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Quảng Nam năm 2020-2021	294
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Quảng Nam năm 2020-2021	294
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Quảng Nam năm 2020-2021	294
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Quảng Ngãi năm 2020-2021	298
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Quảng Ninh năm 2020-2021	302
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Quảng Trị năm 2020-2021	307
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Sóc Trăng năm 2020-2021	311

Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Sơn La năm 2020-2021	315
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Tây Ninh năm 2020-2021	320
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Thái Bình năm 2020-2021	324
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Thái Nguyên năm 2020-2021	330
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Thanh Hóa năm 2020-2021	337
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Thừa Thiên Huế năm 2020-2021	343
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Tiền Giang năm 2020-2021	349
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Trà Vinh năm 2020-2021	354
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Tuyên Quang năm 2020-2021	360
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Vĩnh Long năm 2020-2021	367
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Vĩnh Phúc năm 2020-2021	374
Đề thi vào lớp 10 môn toán tỉnh Yên Bái năm 2020-2021	381

ĐỀ CHÍNH THỨC

Đề số 1

Câu 1. (3,0 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

$$a) \sqrt{3}x - \sqrt{3} = \sqrt{3} \qquad b) \begin{cases} x + y = 7 \\ -x + 2y = 2 \end{cases} \qquad c) x^4 - 3x^2 - 4 = 0$$

Câu 2. (2,0 điểm) Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị là parabol (P)

- Vẽ đồ thị (P) trên hệ trục tọa độ
- Viết phương trình đường thẳng (d) có hệ số góc bằng -1 và cắt parabol (P) tại điểm có hoành độ bằng 1
- Với (d) vừa tìm được, tìm tọa độ giao điểm còn lại của (d) và (P)

Câu 3. (2,0 điểm)

Cho phương trình bậc hai $x^2 - 2x + m - 1 = 0$ (*) với m là tham số

- Tìm tất cả các giá trị m để phương trình (*) có nghiệm
- Tính theo m giá trị của biểu thức $A = x_1^3 + x_2^3$ với $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình (*). Tìm giá trị nhỏ nhất của A

Câu 4. (2,0 điểm)

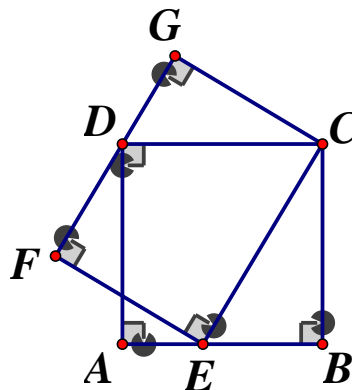
Cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn và nội tiếp trong đường tròn (O). Vẽ các đường cao AA', BB', CC' cắt nhau tại H

- Chứng minh rằng tứ giác $AB'HC'$ là tứ giác nội tiếp
- Kéo dài AA' cắt đường tròn (O) tại điểm D . Chứng minh rằng tam giác CDH cân

Câu 5. (1,0 điểm)

Cho $ABCD$ là hình vuông có cạnh $1dm$.

Trên cạnh AB lấy một điểm E . Dựng hình chữ nhật $CEFG$ sao cho điểm D nằm trên cạnh FG . Tính S_{CEFG}



ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$a) \sqrt{3}x - \sqrt{3} = \sqrt{3} \Leftrightarrow x - 1 = 1 \Leftrightarrow x = 2. S = \{2\}$$

$$b) \begin{cases} x + y = 7 \\ -x + 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y = 9 \\ x = 7 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = 4 \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(x; y) = (4; 3)$

c) Ta có:

$$x^4 - 3x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow x^4 - 4x^2 + x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2(x^2 - 4) + (x^2 - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 4)(x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4 = 0 \\ x^2 + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \\ x^2 = -1 (VN) \end{cases}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = -2; x = 2$

Câu 2.

a) Học sinh tự vẽ parabol $y = x^2$

b) **Viết phương trình (d)**

Gọi phương trình đường thẳng (d): $y = ax + b$

Vì đường thẳng (d) có hệ số góc bằng -1 nên $a = -1$ nên (d): $y = -x + b$

Gọi giao điểm của (d) và parabol (P) là $M(1; y)$

Vì $M(1; y) \in (P)$ nên $y^2 = x^2 = 1 \Rightarrow M(1; 1)$

Mà $M(1; 1) \in (d) \Rightarrow 1 = -1 + b \Rightarrow b = 2$

Vậy phương trình đường thẳng (d): $y = -x + 2$

c) **Tìm tọa độ giao điểm còn lại**

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$x^2 = -x + 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x + 2) - (x + 2) = 0 \Leftrightarrow (x + 2)(x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow y = 4 \\ x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = 1 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm còn lại là $(-2; 4)$

Câu 3.

a) **Tìm m để phương trình (*) có nghiệm**

Xét phương trình $x^2 - 2x + m - 1 = 0 (*)$ có $\Delta' = (-1)^2 - 1 \cdot (m - 1) = 2 - m$

Để phương trình (*) có nghiệm thì $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \neq 0 (\text{luôn đúng}) \\ 2 - m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 2$

Vậy với $m \leq 2$ thì phương trình (*) có nghiệm

b) **Tìm GTNN của A**

Áp dụng hệ thức Vi et vào phương trình (*) ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases}$. Ta có:

$$A = x_1^3 + x_2^3 = x_1^3 + 3x_1^2 x_2 + 3x_1 x_2^2 + x_2^3 - (3x_1^2 x_2 + 3x_1 x_2^2)$$

$$= (x_1 + x_2)^3 - 3x_1 x_2 (x_1 + x_2) = 2^3 - 3(m-1) \cdot 2$$

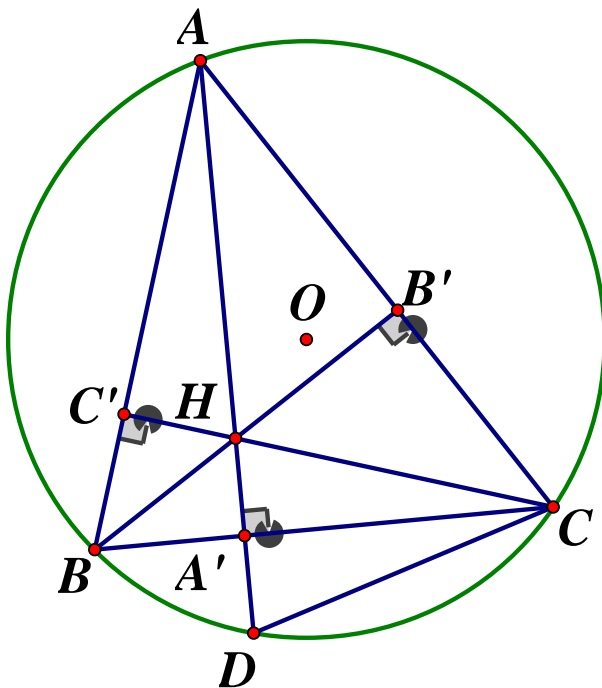
$$= 8 - 6m + 6 = 14 - 6m$$

Vì $m \leq 2$ nên ta có: $6m \leq 12 \Rightarrow 14 - 6m \geq 14 - 12 \Leftrightarrow A \geq 2$

Dấu "=" xảy ra khi $m = 2$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $A = 2 \Leftrightarrow m = 2$

Câu 4.



a) Chứng minh $AB'HC'$ là tứ giác nội tiếp

Ta có: $BB' \perp AC \Rightarrow \widehat{AB'H} = 90^\circ, CC' \perp AB \Rightarrow \widehat{AC'H} = 90^\circ$

Tứ giác $AB'HC'$ có: $\widehat{AB'H} + \widehat{AC'H} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow AB'HC'$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh $\triangle CDH$ cân

Ta có: $\widehat{BAA'} + \widehat{ABA'} = 90^\circ; \quad \widehat{BCC'} + \widehat{ABA'} = 90^\circ$

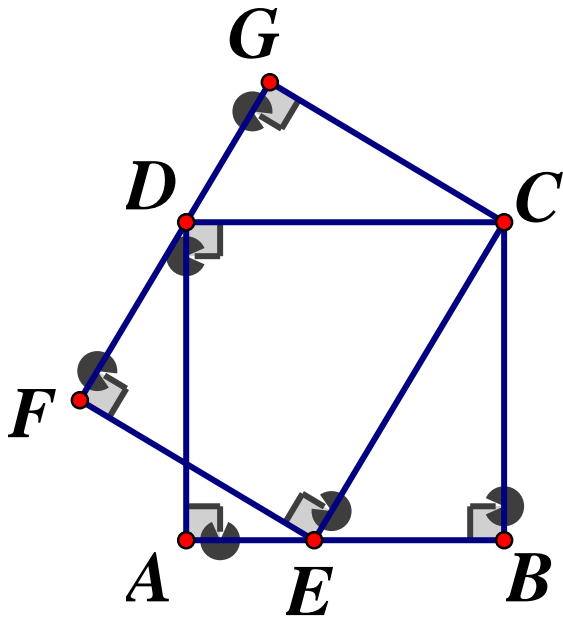
$$\Rightarrow \widehat{BAA'} = \angle BCC'$$

Lại có: $\angle BAA' = \angle BCD$ (cùng chắn \widehat{BD})

$$\Rightarrow \widehat{BCC'} = \widehat{BCD} (= \angle BAA')$$

Xét $\triangle CDH$ có CA' vừa là đường cao, vừa là đường trung tuyến nên là tam giác cân

Câu 5.



Ta có: $\widehat{DCG} = \widehat{BEC}$ (cùng phụ với \widehat{DCE})

Xét $\triangle DCG$ và $\triangle ECB$ có: $\widehat{G} = \widehat{B} = 90^\circ$, $\widehat{DCG} = \widehat{BEC}$ (cmt)

$$\Rightarrow \triangle DCG \sim \triangle ECB (g - g) \Rightarrow \frac{DC}{EC} = \frac{CG}{BC}$$

$$\Rightarrow EC \cdot CG = DC \cdot BC = 1 \cdot 1 = 1 (dm^2)$$

$$\text{Vậy } S_{EFGC} = EC \cdot CG = 1 dm^2$$

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 120 phút

Ngày thi: 21/07/2020

Đề số 2

Bài 1. (3,5 điểm)

- a) Giải phương trình : $x^2 + 2x - 3 = 0$
- b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x + y = 1 \\ x - y = -5 \end{cases}$$
- c) Rút gọn biểu thức : $A = \frac{4}{3 - \sqrt{5}} - \frac{\sqrt{20}}{2} - 5$
- d) Giải phương trình : $\left(\frac{x+2}{x+1}\right)^2 - \frac{1}{x+1} - 3 = 0$

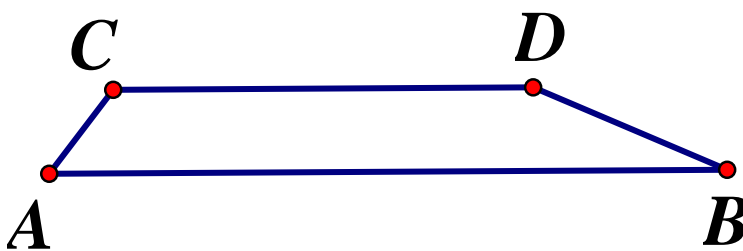
Bài 2. (2,0 điểm)

Cho parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $(d): y = mx - 2$ (với m là tham số)

- a) Vẽ parabol (P)
- b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + 2)(x_2 + 2) = 0$

Bài 3. (0,5 điểm)

Đoạn đường AB dài 5km , thường xuyên bị ùn tắc nên thời gian xe mô tô đi hết đoạn đường này mất khoảng 30 phút. Do vậy người ta xây một tuyến đường mới trên cao đi từ A đến B qua C và D như hình vẽ



Hỏi mô tô đi từ A đến B trên tuyến đường mới tiết kiệm được khoảng bao nhiêu thời gian so với đi trên đường cũ ?

Bài 4. (3,5 điểm) Cho nửa đường tròn (O) có đường kính AB . Lấy điểm C thuộc cung AB sao cho $AC > BC$ (C khác $A, C \neq B$). Hai tiếp tuyến của nửa đường tròn (O) tại A và C cắt nhau ở M .

- a) Chứng minh tứ giác $AOCM$ nội tiếp
- b) Chứng minh $\widehat{AOM} = \widehat{ABC}$

- c) Đường thẳng đi qua C và vuông góc với AB cắt MO tại H . Chứng minh $CM = CH$
- d) Hai tia AB và MC cắt nhau tại P , đặt $\widehat{COP} = \alpha$
- Chứng minh giá trị của biểu thức $\frac{(PA^2 - PC \cdot PM) \sin \alpha}{S_{MCP}}$ là một hằng số

Bài 5. (0,5 điểm)

Cho ba số thực dương a, b, c . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

$$P = \frac{1}{\sqrt{ab} + 2\sqrt{bc} + 2(a+c)} - \frac{2}{5\sqrt{a+b+c}}$$

ĐÁP ÁN**Bài 1.**

- a) **Giải phương trình** $x^2 + 2x - 3 = 0$

Phương trình có dạng $a + b + c = 1 + 2 - 3 = 0$ nên có hai nghiệm phân biệt:

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases} \quad \text{Vậy } S = \{-3; 1\}$$

- b) **Giải hệ phương trình**

$$\begin{cases} 3x + y = 1 \\ x - y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = -4 \\ y = 1 - 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 4 \end{cases}$$

- c) **Rút gọn biểu thức**

$$A = \frac{4}{3 - \sqrt{5}} - \frac{\sqrt{20}}{2} - 5 = \frac{4(3 + \sqrt{5})}{3^2 - 5} - \frac{2\sqrt{5}}{2} - 5 = \frac{4(3 + \sqrt{5})}{4} - \sqrt{5} - 5 = 3 + \sqrt{5} - \sqrt{5} - 5 = -2$$

Vậy $A = -2$

- d) **Giải phương trình** $\left(\frac{x+2}{x+1}\right)^2 - \frac{1}{x+1} - 3 = 0$

Điều kiện: $x \neq -1$

$$\left(\frac{x+2}{x+1}\right)^2 - \frac{1}{x+1} - 3 = 0 \Leftrightarrow (x+2)^2 - (x+1) - 3(x+1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 - x - 1 - 3x^2 - 6x - 3 = 0 \Leftrightarrow -2x^2 - 3x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(2x+3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \quad (tm) \\ x = -\frac{3}{2} \quad (tm) \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = \left\{-\frac{3}{2}; 0\right\}$$

Bài 2.

- a) Học sinh tự vẽ đồ thị hàm số
b) Tìm các giá trị m

Xét phương trình hoành độ giao điểm : $-x^2 = mx - 2 \Leftrightarrow x^2 + mx - 2 = 0(*)$

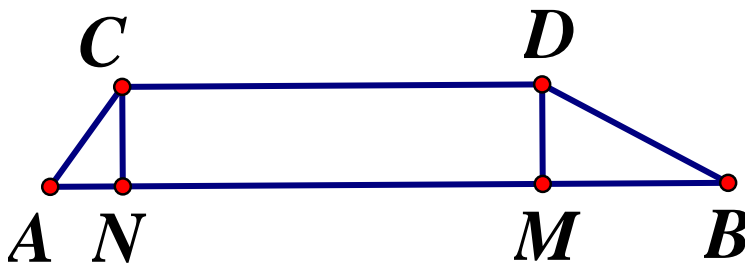
Phương trình (*) có: $\Delta = m^2 - 4.1.(-2) = m^2 + 8 > 0(\forall m)$, do đó phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m . Nên đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 . Áp dụng định lý Vi - et ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -m \\ x_1 x_2 = -2 \end{cases} . \text{ Theo bài ra ta có:}$$

$$(x_1 + 2)(x_2 + 2) = 0 \Leftrightarrow x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) + 4 = 0$$

$$-2 + 2.(-m) + 4 = 0 \Leftrightarrow 2m = 2 \Leftrightarrow m = 1$$

Vậy $m = 1$

Bài 3.

Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của D và C trên AB

Áp dụng định lý Pytago cho ΔACN vuông tại N ta có:

$$AN = \sqrt{AC^2 - CN^2} = \sqrt{0,3^2 - 0,03^2} = \sqrt{\frac{891}{10000}} = \frac{9\sqrt{11}}{100} (km)$$

Ta có: $CDMN$ là hình chữ nhật $\Rightarrow NM = CD = 4km$

$$\Rightarrow MB = AB - AN - MN = 5 - 4 - \frac{9\sqrt{11}}{100} = \frac{100 - 9\sqrt{11}}{100} (km)$$

Áp dụng định lý Pytago cho ΔBDM vuông tại M ta có:

$$DB = \sqrt{MB^2 + DM^2} = \sqrt{\left(\frac{100 - 9\sqrt{11}}{100}\right)^2 + 0,03^2} \approx 0,702(km)$$

Thời gian mô tô đi hết quãng đường AC là: $t_1 = \frac{0,3}{10} = 0,03(h) = 1,8$ (phút)

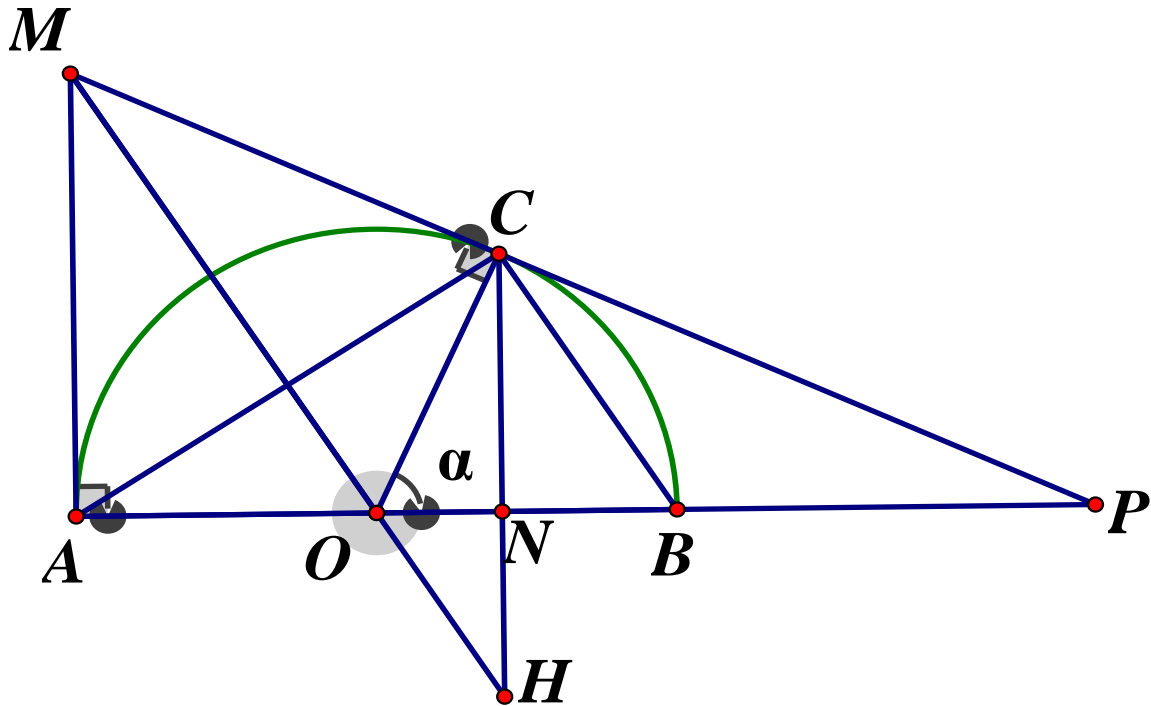
Thời gian mô tô đi hết quãng đường CD là: $t_2 = \frac{4}{30} = \frac{2}{15}(h) = 8$ (phút)

Thời gian mô tô đi hết quãng đường DB là: $t_3 = \frac{0,702}{35} \approx 0,02(h) = 1,2$ (phút)

Nên thời gian mô tô đi trên tuyến đường mới là : $1,8 + 8 + 1,2 = 11$ (phút)

Vậy thời gian mô tô đi trên tuyến đường mới tiết kiệm được: $30 - 11 = 19$ (phút)

Bài 4.

a) Chứng minh tứ giác $AOCM$ nội tiếp

Vì MA, MB là các tiếp tuyến của (O) nên $\widehat{MAO} = \widehat{MCO} = 90^\circ$

Xét tứ giác $AOCM$ có: $\widehat{MAO} + \widehat{MCO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $AOCM$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $\angle AOM = \angle ABC$

Vì $AOCM$ là tứ giác nội tiếp (cmt) nên $\widehat{AOM} = \angle ACM$ (hai góc nội tiếp cùng chắn \widehat{AM}). Lại có: $\widehat{ACM} = \widehat{ABC}$ (cùng chắn \widehat{AC}) $\Rightarrow \angle AOM = \angle ABC$

c) Chứng minh $CM = CH$

Gọi $CH \cap AB = \{N\}$

Theo ý b, ta có: $\widehat{AOM} = \angle ABC$

Mà hai góc này ở vị trí đồng vị nên $OM \parallel BC$

$\Rightarrow BC \parallel MH \Rightarrow \widehat{CHM} = \widehat{BCH} = \widehat{BCN}$ (1) (so le trong)

Ta lại có:

$\angle BCN + \angle ABC = 90^\circ$ (do $\triangle BCN$ vuông tại N)

$\angle CAB + \angle ABC = 90^\circ$ (phụ nhau) $\Rightarrow \angle BCN = \angle CAB$ (cùng phụ với $\angle ABC$)

Lại có: $\angle CAB = \angle CAO = \angle CMO = \angle CMH$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung OC)

$\Rightarrow \widehat{BCN} = \widehat{CMH}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{CHM} = \widehat{CMH} \Rightarrow \triangle CMH$ cân tại C $\Rightarrow CH = CM$ (dpcm)

d) Chứng minh giá trị biểu thức ... là một hằng số

Xét ΔPOC và ΔPMA có: \widehat{APM} chung; $\widehat{PCO} = \angle PMA (= 90^\circ) \Rightarrow \Delta POC \sim \Delta PMA (g.g)$

$\Rightarrow \frac{PC}{PA} = \frac{PO}{PM} \Rightarrow PC \cdot PM = PO \cdot PA$. Lại có: $S_{ACP} = \frac{1}{2} CN \cdot AP$. Khi đó ta có:

$$\frac{(PA^2 - PC \cdot PM) \sin \alpha}{S_{ACP}} = \frac{(PA^2 - PO \cdot PA) \sin \alpha}{\frac{1}{2} CN \cdot AP}$$

$$= \frac{PA \cdot (PA - PO) \sin \alpha}{\frac{1}{2} CN \cdot AP} = \frac{2 \cdot OA \cdot \sin \alpha}{CN}$$

Xét ΔOCN vuông ta có: $\sin \alpha = \frac{CN}{OC} = \frac{CN}{OA} \Rightarrow \frac{OA}{CN} = \frac{1}{\sin \alpha}$

$$\Rightarrow \frac{(PA^2 - PC \cdot PM) \sin \alpha}{S_{MCP}} = 2 \sin \alpha \cdot \frac{1}{\sin \alpha} = 2$$

Vậy $\frac{(PA^2 - PC \cdot PM) \sin \alpha}{S_{MCP}} = 2 = \text{constast} (dfcm)$

Bài 5. Xét biểu thức: $M = \sqrt{ab} + 2\sqrt{bc} + 2(a+c) = \sqrt{ab} + \sqrt{4bc} + 2(a+c)$

Áp dụng bất đẳng thức *Co - si* ta có:
$$\begin{cases} \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \\ \sqrt{4bc} \leq \frac{4b+c}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow M = \sqrt{ab} + \sqrt{4bc} + 2(a+c) = \frac{5(a+b+c)}{2}$$

$$P \geq \frac{2}{5} \left(\frac{1}{a+b+c} - \frac{1}{\sqrt{a+b+c}} \right)$$

Đặt $\frac{1}{\sqrt{a+b+c}} = t$

$$\Rightarrow P \geq \frac{2}{5}(t^2 - t) = \frac{2}{5} \left(t^2 - 2t \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right) - \frac{1}{10} = \frac{2}{5} \left(t - \frac{1}{2} \right)^2 - \frac{1}{10} \geq 0 - \frac{1}{10} = -\frac{1}{10}$$

Dấu "=" xảy ra
$$\begin{cases} a=b \\ 4b=c \\ \frac{1}{\sqrt{a+b+c}} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=b=\frac{2}{3} \\ c=\frac{8}{3} \end{cases}$$

Vậy $\text{Min} P = -\frac{1}{10} \Leftrightarrow a=b=\frac{2}{3}; c=\frac{8}{3}$

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Đề số 3

Phần I. TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm)

Câu 1. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 5\text{cm}$, $AC = 12\text{cm}$. Độ dài cạnh BC bằng:

- A. $\sqrt{119}$ (cm) B. 13 (cm) C. 17 (cm) D. $\sqrt{7}$ (cm)

Câu 2. Nếu $x \geq 3$ thì biểu thức $\sqrt{(3-x)^2} + 1$ bằng:

- A. $x - 4$ B. $x - 2$ C. $4 - x$ D. $x - 3$

Câu 3. Cho hàm số $y = ax^2$ (a là tham số khác 0). Tìm tất cả các giá trị của a để đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $M(-1; 4)$

- A. $a = -1$ B. $a = 4$ C. $a = -4$ D. $a = 1$

Câu 4. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $x^2 + 2x + 2m - 11 = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

- A. 6 B. 4 C. 7 D. 5

Câu 5. Giá trị của biểu thức $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$ bằng:

- A. 8 B. 16 C. 4 D. 2

Câu 6. Biết phương trình $x^2 + 2bx + c = 0$ có hai nghiệm $x_1 = 1$ và $x_2 = 3$. Giá trị của biểu thức $b^3 + c^3$ bằng

- A. 19 B. 9 C. -19 D. 28

Câu 7. Tìm tất cả các giá trị của a để biểu thức $\sqrt{a+2}$ có nghĩa là:

- A. $a \geq 2$ B. $a \geq -2$ C. $a > 2$ D. $a > -2$

Câu 8. Hàm số nào trong các hàm số cho dưới đây đồng biến trên \mathbb{R}

- A. $y = 2020x + 1$ B. $y = \frac{1-x}{2}$ C. $y = -2020x + 3$ D. $y = 1 - 4x$

Câu 9. Cho hai đường thẳng $(d): y = 4x + 7$ và $(d'): y = m^2x + m + 5$ (m là tham số khác 0). Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng (d') song song với đường thẳng (d)

- A. $m = \pm 2$ B. $m = -2$ C. $m = 4$ D. $m = 2$

Câu 10. Biết hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y = 7 \\ x + 2y = -2 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $4x_0 + y_0 = 1$ B. $4x_0 + y_0 = 3$ C. $4x_0 + y_0 = -1$ D. $4x_0 + y_0 = 5$

Câu 11. Cho hàm số $y = 10x - 5$. Tính giá trị của y khi $x = -1$

- A. -5 B. 15 C. -15 D. 5

Câu 12. Căn bậc hai số học của 121 là:

- A. -11 B. 11 và -11 C. 11 D. 12

Câu 13. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + 3y = m \end{cases}$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của m để

hệ đã cho có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$ thỏa mãn $3x_0 + 4y_0 = 2021$

A. $m = 2020$ B. $m = 2021$ C. $m = 2018$ D. $m = 2019$

Câu 14. Cho đường thẳng $(d): y = (m - 3)x + 2m + 7$ (m là tham số khác 3). Tìm tất cả các giá trị của m để hệ số góc của đường thẳng (d) bằng 3

A. $m = -2$ B. $m = -5$ C. $m = 6$ D. $m = 0$

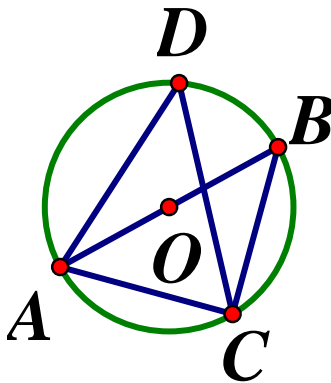
Câu 15. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH , Biết $BC = 10\text{cm}$, $AH = 5\text{cm}$. Giá trị $\cos \widehat{ACB}$ bằng:

A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Câu 16. Biết phương trình $x^2 + 2x - 15 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Giá trị của biểu thức $x_1 \cdot x_2$ bằng:

A. -2 B. 15 C. 2 D. -15

Câu 17. Trong hình vẽ bên dưới, hai điểm C, D thuộc đường tròn (O) đường kính AB và $\widehat{BAC} = 35^\circ$. Số đo \widehat{ADC} bằng



A. 65° B. 35° C. 55° D. 45°

Câu 18. Cho đường tròn tâm O , bán kính $R = 10\text{cm}$. Gọi AB là một dây cung của đường tròn đã cho, $AB = 12\text{cm}$. Tính khoảng cách từ tâm O đến dây cung AB .

A. $8(\text{cm})$ B. $6(\text{cm})$ C. $2(\text{cm})$ D. $16(\text{cm})$

Câu 19. Tính giá trị biệt thức Δ của phương trình $2x^2 + 8x - 3 = 0$

A. $\Delta = 88$ B. $\Delta = -88$ C. $\Delta = 22$ D. $\Delta = 40$

Câu 20. Cho đoạn thẳng AC , B là điểm thuộc đoạn AC sao cho $BC = 3BA$. Gọi AT là một tiếp tuyến của đường tròn đường kính BC (T là tiếp điểm), $BC = 6\text{cm}$. Độ dài đoạn thẳng AT bằng:

A. $3(\text{cm})$ B. $6(\text{cm})$ C. $5(\text{cm})$ D. $4(\text{cm})$

Phần II. TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x - 3y = 10 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$$

b) Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{x}{3\sqrt{x}-x} \right) : \frac{\sqrt{x}+3}{x-9}$ với $x > 0, x \neq 9$

Câu 2. (1,0 điểm) Cho phương trình: $x^2 - (m+1)x + 2m - 8 = 0(1)$, m là tham số

a) Giải phương trình (1) khi $m = 2$

b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

$$x_1^2 + x_2^2 + (x_1 - 2)(x_2 - 2) = 11$$

Câu 3. (1,5 điểm) Một công ty X dự định điều động một số xe để chở 100 tấn hàng. Khi sắp khởi hành thì 5 xe được điều đi làm việc khác nên mỗi xe còn lại phải chở thêm 1 tấn hàng so với dự định. Tính số xe mà công ty X dự định điều động, biết mỗi xe chở khối lượng hàng như nhau ?

Câu 4. (2,0 điểm) Cho đường tròn tâm O , bán kính $R = 3cm$. Gọi A, B là hai điểm phân biệt cố định trên đường tròn $(O; R)$ (AB không là đường kính). Trên tia đối của tia BA lấy một điểm M (M khác B). Qua M kẻ hai tiếp tuyến MC, MD với đường tròn đã cho (C, D là hai tiếp điểm)

a) Chứng minh tứ giác $OCMD$ nội tiếp trong một đường tròn

b) Đoạn thẳng OM cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm E . Chứng minh rằng khi

$$\widehat{CMD} = 60^\circ \text{ thì } E \text{ là trọng tâm của tam giác } MCD$$

c) Gọi N là điểm đối xứng của M qua O . Đường thẳng đi qua O vuông góc với MN cắt các tia MC, MD lần lượt tại các điểm P và Q . Khi M di động trên tia đối của tia BA , tìm vị trí của điểm M để tứ giác $MPNQ$ có diện tích nhỏ nhất

Câu 5. (0,5 điểm) Cho hai số dương a, b thỏa mãn $a + 2b = 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{ab} + \frac{3}{a^2 + 4b^2} \geq 14$$

ĐÁP ÁN

I. Trắc nghiệm

1B 2B 3B 4D 5C 6A 7B 8A 9B 10A
11C 12C 13D 14C 15D 16D 17C 18A 19A 20D

II. Tự luận

Câu 1.

$$a) \begin{cases} x - 3y = 10 \\ 2x + y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 6y = 20 \\ 2x + y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7y = -21 \\ x = \frac{-1-y}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -3 \\ y = \frac{-1+3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; -3)$

b) Điều kiện : $x > 0; x \neq 9$

$$A = \left(\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{x}{3\sqrt{x}-x} \right) : \frac{\sqrt{x}+3}{x-9} = \left(\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{x}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)} \right) \cdot \frac{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}{\sqrt{x}+3}$$

$$= \frac{2\sqrt{x}-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} \cdot \frac{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}{\sqrt{x}+3} = \sqrt{x}$$

Câu 2.

a) Giải phương trình (1) khi $m = 2$

Với $m = 2$ ta có phương trình $x^2 - 3x - 4 = 0$

Phương trình có dạng $a - b + c = 1 + 3 - 4 = 0$ nên có hai nghiệm $\begin{cases} x = 4 \\ x = -1 \end{cases}$

b) Xét phương trình $x^2 - (m+1)x + 2m - 8 = 0(1)$

Ta có:

$$\Delta = [-(m+1)]^2 - 4 \cdot (2m-8) = m^2 + 2m + 1 - 8m + 32$$

$$= m^2 - 6m + 33 = (m^2 - 6m + 9) + 24 = (m-3)^2 + 24 > 0 (\forall m)$$

Vì $(m-3)^2 \geq 0 \Rightarrow (m-3)^2 + 24 > 0 \Rightarrow \Delta > 0$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân

biệt với mọi m , áp dụng hệ thức Vi et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 1 \\ x_1 x_2 = 2m - 8 \end{cases}$

Theo đề bài ta có:

$$x_1^2 + x_2^2 + (x_1 - 2)(x_2 - 2) = 11 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4 = 11$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m+1)^2 - (2m-8) - 2(m+1) - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 2m + 1 - 2m + 8 - 2m - 2 - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow m(m-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$$

Vậy $m = 0; m = 2$ thì thỏa đề.

Câu 3.

Gọi số xe mà công ty dự kiến điều động là $x(xe) (x > 5, x \in \mathbb{N}^*)$

Khi đó mỗi xe chờ được số tấn hàng: $\frac{100}{x}$ (tấn hàng)

Sau khi điều 5 xe đi làm việc khác, số xe còn lại đi chờ hàng : $x - 5$ (xe)

\Rightarrow Thực tế mỗi xe phải chờ số tấn hàng : $\frac{100}{x-5}$ (tấn hàng)

Thực tế mỗi xe phải chờ thêm 1 tấn hàng nên ta có phương trình:

$$\frac{100}{x-5} - \frac{100}{x} = 1 \Leftrightarrow 100x - 100(x-5) = x(x-5)$$

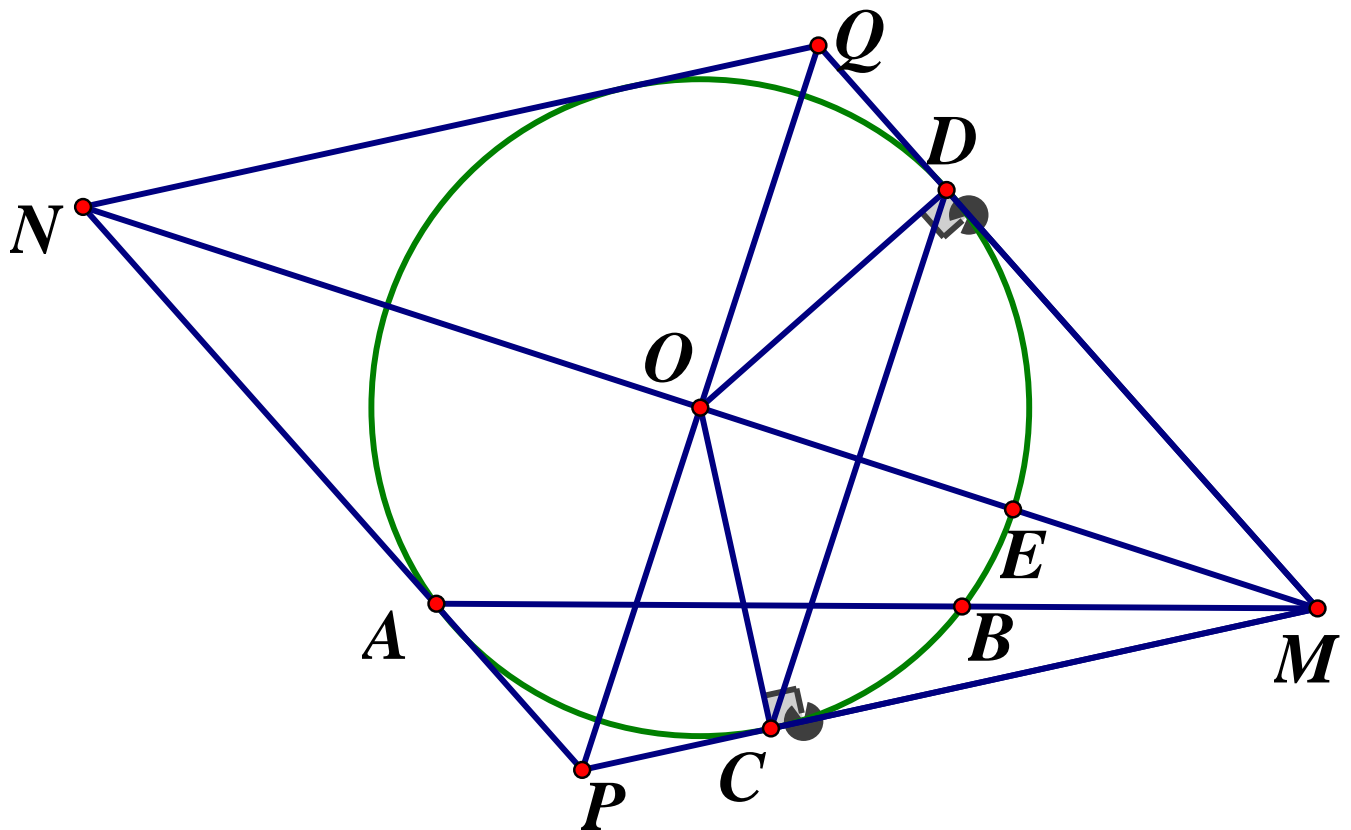
$$\Leftrightarrow 100x - 100x + 500 = x^2 - 5x - 500 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 25x + 20x - 500 = 0 \Leftrightarrow x(x-25) + 20(x-25) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-25)(x+20) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 25(tm) \\ x = -20(ktm) \end{cases}$$

Vậy ban đầu công ty dự định điều động 25 xe.

Câu 4.



a) Chứng minh tứ giác $OCMD$ nội tiếp

Xét đường tròn tâm O có MC, MD là các tiếp tuyến $\Rightarrow \widehat{OCM} = \widehat{ODM} = 90^\circ$

Tứ giác $OCMD$ có: $\widehat{OCM} + \widehat{ODM} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow OCMD$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh E là trọng tâm ΔMCD

Xét đường tròn (O) có MC, MD là hai tiếp tuyến cắt nhau tại M nên $MC = MD$ và MO

là tia phân giác của \widehat{CMD}

$$\text{Mà } \widehat{CMD} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{OMD} = \frac{1}{2} \widehat{CMD} = \frac{1}{2} \cdot 60^\circ = 30^\circ$$

Xét ΔODM vuông có $OD = R = 3\text{cm}, \widehat{OMD} = 30^\circ$

Ta có:

$$\sin \widehat{DMO} = \frac{OD}{OM} \Rightarrow OM = \frac{OD}{\sin 30^\circ} = \frac{3}{\frac{1}{2}} = 6(\text{cm}) \Rightarrow EM = OM - OE = 6 - 3 = 3(\text{cm})$$

Lại có: $\begin{cases} MD = MC \\ OD = OC = R \end{cases}$ nên OM là đường trung trực của đoạn DC . Gọi I là giao điểm

của OM và $DC \Rightarrow OM \perp DC$ tại I

Theo hệ thức lượng trong tam giác ODM vuông ta có:

$$OD^2 = OI \cdot OM \Leftrightarrow OI = \frac{OD^2}{OM} = \frac{3^2}{6} = \frac{3}{2} \Rightarrow IM = OM - OI = 6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$$

$$\text{Từ đó ta có: } \frac{ME}{MI} = \frac{3}{\frac{9}{2}} = \frac{2}{3} \Rightarrow ME = \frac{2}{3} MI$$

Xét tam giác MCD có $MC = MD$ và $\widehat{CMD} = 60^\circ$ nên ΔMCD là tam giác đều có MI là

đường phân giác nên MI cũng là trung tuyến. Lại có $ME = \frac{2}{3} MI(\text{cmt})$ nên E là trọng

tâm tam giác MCD (đpcm)

c) Tìm vị trí của M để S_{MNPQ} min

Vì N đối xứng với M qua O nên $OM = ON$

Xét hai tam giác vuông $\Delta OQM, \Delta OPM$ có cạnh OM chung, $\widehat{OMQ} = \widehat{OMP}$

Suy ra $\Delta OQM = \Delta OPM$ (g.c.g) $\Rightarrow OP = OQ$

Diện tích tứ giác $MPNQ$ là:

$$S_{MPNQ} = \frac{1}{2} MN \cdot PQ = \frac{1}{2} \cdot 2OM \cdot 2OQ = 4 \cdot \frac{1}{2} OM \cdot OQ = 4S_{OQM} = 4 \cdot OD \cdot MQ = 4R \cdot MQ$$

Xét ΔOQM vuông tại O có OD là đường cao, theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta

$$\text{có: } OD^2 = DQ \cdot DM \Leftrightarrow R^2 = DQ \cdot DM$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô si ta có: $QM = DQ + DM \geq 2\sqrt{DQ \cdot DM} = 2\sqrt{R^2} = 2R$

Hay $QM_{\min} = 2R \Leftrightarrow QD = DM = R$

Từ đó S_{MPNQ} nhỏ nhất là $8R^2 \Leftrightarrow MQ = 2R$

Khi đó: Xét $\triangle MDB$ & $\triangle MAD$ có: \widehat{DMB} chung; $\widehat{MDB} = \widehat{MAD}$ (cùng chắn \widehat{BD})

$$\Rightarrow \triangle MDB \sim \triangle MAD (g - g) \Rightarrow \frac{MD}{MA} = \frac{MB}{MD} \Rightarrow MD^2 = MA \cdot MB \Rightarrow MA \cdot MB = R^2$$

Đặt $AB = a, MB = x$ (a không đổi, $a, x > 0$)

Ta có:

$$MA \cdot MB = R^2 \Leftrightarrow x(x+a) = R^2 \Leftrightarrow x^2 + ax - R^2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-a + \sqrt{a^2 + 4R^2}}{2} \text{ (do } x > 0)$$

Vậy điểm M thuộc tia đối của tia AB và cách B một khoảng bằng $MB = \frac{-a + \sqrt{a^2 + 4R^2}}{2}$

không đổi thì tứ giác $MPNQ$ có diện tích nhỏ nhất là $8R^2$

Câu 5.

$$1 = a + 2b \geq 2\sqrt{a \cdot 2b} = 2\sqrt{2ab} \Rightarrow 2\sqrt{2ab} \leq 1 \Rightarrow \sqrt{2ab} \geq \frac{1}{2} \Rightarrow ab \leq \frac{1}{8}. \text{ Ta có:}$$

$$\frac{1}{ab} + \frac{3}{a^2 + 4b^2} = \frac{1}{4ab} + \frac{3}{4ab} + \frac{3}{a^2 + 4b^2} = \frac{1}{4ab} + 3\left(\frac{1}{4ab} + \frac{1}{a^2 + 4b^2}\right)$$

Áp dụng bất đẳng thức $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y}$ ta có:

$$\frac{1}{4ab} + \frac{1}{a^2 + 4b^2} \geq \frac{4}{4ab + a^2 + 4b^2} = \frac{4}{(a+2b)^2} = 4$$

$$\text{Lại có: } ab \leq \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{1}{4ab} \geq \frac{1}{4 \cdot \frac{1}{8}} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4ab} + 3\left(\frac{1}{4ab} + \frac{1}{a^2 + 4b^2}\right) \geq 2 + 3 \cdot 4 = 14$$

$$\text{Vậy } \frac{1}{ab} + \frac{3}{a^2 + 4b^2} \geq 14. \text{ Dấu "=" xảy ra khi } a = 2b = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Đề số 4

Câu 1. (1,5 điểm)

a) Tính $A = \sqrt{12} + \sqrt{27} - 4\sqrt{3}$

b) Rút gọn biểu thức $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{x-9} \right) \cdot \frac{2\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1} \begin{matrix} (x \geq 0, x \neq 1) \\ (x \neq 9) \end{matrix}$

Câu 2. (2,5 điểm)

a) Giải phương trình $5x - 7 = 0$

b) Giải hệ phương trình sau $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$

c) Hai lớp 9A và 9B của một trường, quyên góp vở ủng hộ các bạn học sinh vùng khó khăn. Lớp 9A mỗi bạn ủng hộ 2 quyển, lớp 9B mỗi bạn ủng hộ 3 quyển, cả hai lớp ủng hộ được 160 quyển. Tính số học sinh mỗi lớp biết tổng số học sinh của cả hai lớp là 65 em.

Câu 3. (1,5 điểm)

a) Vẽ đồ thị hàm số $y = x^2$

b) Đường thẳng song song với trục hoành, cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 và cắt parabol $y = x^2$ tại hai điểm M, N . Tính diện tích tam giác OMN

Câu 4. (1,5 điểm) Cho phương trình $x^2 + (2m - 1)x - 2m = 0$ (với m là tham số)

a) Giải phương trình với $m = 1$

b) Chứng minh phương trình luôn có nghiệm với mọi m

c) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Tìm m để $A = x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 5. (3,0 điểm) Cho nửa đường tròn (O) đường kính MN , điểm P thuộc nửa đường tròn $(PM > PN)$. Kẻ bán kính OK vuông góc với MN cắt dây MP tại E . Gọi d là tiếp tuyến tại P của nửa đường tròn. Đường thẳng đi qua E và song song với MN cắt d ở F . Chứng minh rằng:

a) Tứ giác $MPEO$ nội tiếp đường tròn

b) $ME \cdot MP = MO \cdot MN$

c) $OF \parallel MP$

d) Gọi I là chân đường cao hạ từ P xuống MN . Hãy tìm vị trí điểm P để IE vuông góc với MP

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$a) A = \sqrt{12} + \sqrt{27} - 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

b) Với $x \geq 0, x \neq 1, x \neq 9$. Ta có:

$$\begin{aligned} B &= \left(\frac{1}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{x-9} \right) \cdot \frac{2\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1} = \frac{\sqrt{x}-3+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} \cdot \frac{2(\sqrt{x}+3)}{\sqrt{x}-1} \\ &= \frac{3(\sqrt{x}-1) \cdot 2}{(\sqrt{x}-3) \cdot (\sqrt{x}-1)} = \frac{6}{\sqrt{x}-3} \end{aligned}$$

Câu 2.

a) Giải phương trình:

$$5x - 7 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{7}{5} \quad S = \left\{ \frac{7}{5} \right\}$$

b) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 3 \\ y = 2 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; 1)$

c) Tính số học sinh mỗi lớp

Gọi số học sinh lớp 9A và lớp 9B lần lượt là x, y (học sinh) ($x, y \in \mathbb{N}^*, x, y < 65$)

Tổng số học sinh 2 lớp là 65 nên ta có phương trình $x + y = 65$ (1)

Số quyển vở lớp 6A quyên góp là: $2x$ (quyển)

Số quyển vở lớp 6B quyên góp là: $3y$ (quyển)

Hai lớp quyên góp được 160 quyển vở nên ta có phương trình $2x + 3y = 160$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 65 \\ 2x + 3y = 160 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 3y = 195 \\ 2x + 3y = 160 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 35 \\ y = 30 \end{cases} (tm)$$

Vậy 9A: 35 học sinh, 9B: 30 học sinh.

Câu 3.

a) Học sinh tự vẽ đồ thị

b) Tính diện tích OMN

Đường thẳng song song với trục hoành cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 nên có phương trình $(d) y = 2$

Hoành độ các điểm M, N là nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm $x^2 = 2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(-\sqrt{2}; 2) \\ N(\sqrt{2}; 2) \end{cases}$$

Khi đó ta có: $MN = 2\sqrt{2}$. Gọi $\{H\} = MN \cap Oy \Rightarrow H(0; 2) \Rightarrow OH \perp MN$ và $OH = 2$

$$\text{Vậy } S_{OMN} = \frac{1}{2}OH.MN = \frac{1}{2}.2.2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \text{ (dvd)}t$$

Câu 4.

a) Giải phương trình khi $m=1$

Với $m = 1$ ta có phương trình $x^2 + x - 2 = 0$

$$\text{Phương trình có dạng } a + b + c = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

Vậy với $m = 1 \Leftrightarrow S = \{-2; 1\}$

b) Chứng minh phương trình luôn có nghiệm với mọi m

Xét phương trình $x^2 + (2m - 1)x - 2m = 0$ ta có:

$$\Delta = (2m - 1)^2 + 4.2m = 4m^2 - 4m + 1 + 8m = 4m^2 + 4m + 1 = (2m + 1)^2 \geq 0 (\forall m)$$

Vậy phương trình đã cho luôn có hai nghiệm với mọi m

c) Tìm GTNN

Phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m . Áp dụng hệ thức Vi-

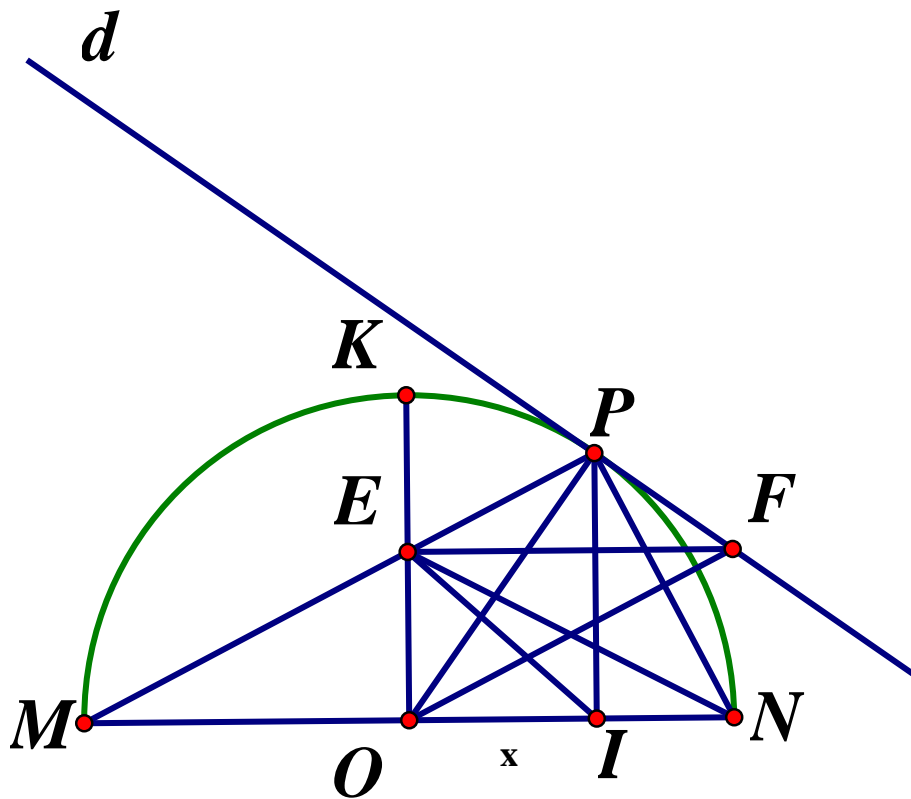
$$\text{et ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = -2m + 1 \\ x_1 x_2 = 2m \end{cases}. \text{ Theo đề bài ta có:}$$

$$\begin{aligned} A &= x_1^2 + x_2^2 - 4x_1 x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 6x_1 x_2 \\ &= (1 - 2m)^2 + 6.2m = 4m^2 - 4m + 1 + 12m = 4m^2 + 8m + 1 \\ &= 4(m^2 + 2m + 1) - 3 = 4(m + 1)^2 - 3 \end{aligned}$$

$$\text{Vì } (m + 1)^2 \geq 0 (\forall m) \Rightarrow 4(m + 1)^2 \geq 0 \Rightarrow 4(m + 1)^2 - 3 \geq -3 (\forall m)$$

$$\text{Vậy } A_{\min} = -3 \Leftrightarrow m = -1$$

Câu 5.



a) Tứ giác $NPEO$ nội tiếp đường tròn

Vì $\angle MPN$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn nên $\angle MPN = 90^\circ \Rightarrow \angle EPN = 90^\circ$

Xét tứ giác $NPEO$ có $\widehat{EPN} + \widehat{EON} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow NPEO$ là tứ giác nội tiếp

b) $ME.MP = MO.MN$

Xét $\triangle MOE$ và $\triangle MPN$ có: \widehat{PMN} chung; $\widehat{MOE} = \widehat{MPN} = 90^\circ$

$$\Rightarrow \triangle MOE \sim \triangle MPN (g.g) \Rightarrow \frac{MO}{MP} = \frac{ME}{MN} \Rightarrow ME.MP = MO.MN \text{ (đpcm)}$$

c) OF song song với MP

Vì $EF \parallel MN$ (gt) mà $MN \perp OK$ nên $EF \perp OK \Rightarrow \widehat{OEF} = 90^\circ = \widehat{OPF} \Rightarrow OEPF$ là tứ giác nội tiếp

Lại có $NPEO$ là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow 5$ điểm O, E, P, F, N cùng thuộc một đường tròn nên tứ giác $OEFN$ cũng là tứ giác nội tiếp

$$\Rightarrow \widehat{EON} + \widehat{EFN} = 180^\circ \text{ mà } \widehat{EON} = 90^\circ \text{ (gt)} \Rightarrow \widehat{EFN} = 90^\circ$$

Xét tứ giác $OEFN$ có: $\widehat{EON} = \widehat{OEF} = \widehat{EFN} = 90^\circ \Rightarrow OEFN$ là hình chữ nhật (tứ giác có 3 góc vuông) $\Rightarrow \widehat{ONF} = 90^\circ \Rightarrow NF$ là tiếp tuyến của (O) tại N

$$\Rightarrow \widehat{FNP} = \widehat{NMP} \text{ (cùng chắn } \widehat{NP})$$

Mà $\widehat{NMP} = \widehat{OMP} = \widehat{OPM}$ (do ΔOMP cân tại O)

$$\Rightarrow \widehat{FNP} = \widehat{OPM} = \widehat{OPE}$$

Mà $\widehat{FNP} = \widehat{FOP}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn \widehat{FP}). $\Rightarrow \widehat{OPE} = \widehat{FOP}$

Mà 2 góc này ở vị trí so le trong nên $OF // MP$

d) Tìm vị trí điểm P.....

$$\text{Đặt } OI = x, MN = 2R \Rightarrow IN = R - x \text{ (} 0 < x < R \text{)}$$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông MPN ta có:

$$PI^2 = MI \cdot NI = (R + x)(R - x) = R^2 - x^2 \Rightarrow PI = \sqrt{R^2 - x^2}$$

Ta có: $OK // PI$ (cùng vuông góc với MN) nên áp dụng định lý Ta let ta có:

$$\frac{OE}{PI} = \frac{MO}{MI} \Rightarrow \frac{OE}{\sqrt{R^2 - x^2}} = \frac{R}{R + x} \Leftrightarrow OE = \frac{R\sqrt{R^2 - x^2}}{R + x}$$

Để $IE \perp MP$ thì $IE // PN$ (do $MP \perp PN$), khi đó $\widehat{OIE} = \widehat{INP}$ (hai góc đồng vị)

$$\text{Xét tam giác } OIE \text{ có: } \tan \widehat{OIE} = \frac{OE}{OI} = \frac{R\sqrt{R^2 - x^2}}{x(R + x)}$$

$$\text{Xét tam giác vuông } IPN \text{ có } \tan \widehat{INP} = \frac{IP}{IN} = \frac{\sqrt{R^2 - x^2}}{R - x}$$

$$\text{Vì } \widehat{OIE} = \widehat{INP} \Rightarrow \tan \angle OIE = \tan \angle INP$$

$$\Rightarrow \frac{R\sqrt{R^2 - x^2}}{x(R+x)} = \frac{\sqrt{R^2 - x^2}}{R-x} \Leftrightarrow R(R-x) = x(R+x)$$

$$\Leftrightarrow R^2 - Rx = xR + x^2 \Leftrightarrow x^2 + 2Rx - R^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -R + R\sqrt{2} = R(\sqrt{2} - 1) \text{ (tm)} \\ x_2 = -R - R\sqrt{2} < 0 \text{ (ktm)} \end{cases} \Rightarrow x = R(\sqrt{2} - 1) = OI$$

$$\Rightarrow \tan \angle INP = \frac{\sqrt{R^2 - x^2}}{R-x} = \frac{\sqrt{R^2 - R^2(\sqrt{2} - 1)^2}}{R - R(\sqrt{2} - 1)} = \frac{R\sqrt{2\sqrt{2} - 2}}{R(2 - \sqrt{2})} = \frac{\sqrt{2\sqrt{2} - 2}}{2 - \sqrt{2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\sqrt{2} - 1}} = \sqrt{\sqrt{2} + 1}$$

$$\Rightarrow \tan \angle MNP = \tan \angle INP = \sqrt{\sqrt{2} + 1}$$

Vậy khi điểm P nằm trên đường tròn (O) thỏa mãn $\tan \angle MNP = \sqrt{\sqrt{2} + 1}$ thì $IE \perp MP$

Đề số 5

I. Trắc nghiệm

Câu 1. Đường thẳng $y = 2 - x$ có hệ số góc là

- A. 2 B. -1 C. 45^0 D. 1

Câu 2. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số bậc nhất ?

- A. $y = \frac{1}{x}$ B. $y = \sqrt{x}$ C. $y = x^2$ D. $y = 2020 - x$

Câu 3. Đường tròn $(O; R)$ có hai bán kính OA và OB vuông góc với nhau, gọi H là trung điểm của đoạn thẳng AB . Khi đó, OH bằng:

- A. $\frac{R}{2}$ B. $\frac{R\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{R\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{R}{\sqrt{3}}$

Câu 4. Tam giác ABC vuông tại A , $\sin C = \frac{2}{5}$, cạnh $BC = 10cm$. Độ dài cạnh AB là

- A. $2cm$ B. $4cm$ C. $6cm$ D. $2\sqrt{2}cm$

Câu 5. Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O) . Các tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) cắt nhau tại M . Số đo góc BMC bằng:

- A. 90^0 B. 120^0 C. 45^0 D. 60^0

Câu 6. Hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y)$ là:

- A. $(-2; -1)$ B. $(2; 1)$ C. $(1; 2)$ D. $(-1; -2)$

Câu 7. Biểu thức $\sqrt{(\sqrt{7} - 5)^2} + \sqrt{(2 - \sqrt{7})^2}$ có giá trị bằng:

- A. 7 B. $2\sqrt{7} + 3$ C. $2\sqrt{7} - 3$ D. 3

Câu 8. Khi $x = 6$, biểu thức $x + 8$ có giá trị bằng:

- A. 6 B. 8 C. 2 D. 14

Câu 9. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $HB = 4cm$, $HC = 9cm$ độ dài AH là:

A. $6cm$ B. $36cm$ C. $\sqrt{13}cm$ D. $9cm$

Câu 10. Phương trình nào dưới đây có hai nghiệm là 3 và -2 ?

A. $x^2 - 6x + 1 = 0$ B. $x^2 + x - 6 = 0$ C. $x^2 + 6x - 1 = 0$ D. $x^2 - x - 6 = 0$

Câu 11. Khi $x = 7$, biểu thức $\frac{3}{\sqrt{x+2}}$ có giá trị bằng:

A. -1 B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 1

Câu 12. Điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{1-x}$ là

A. $x < 1$ B. $x \geq 1$ C. $x > 1$ D. $x \leq 1$

Câu 13. Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O) . Đường cao AH cắt cung nhỏ BC tại M . Số đo góc BCM là

A. 45° B. 60° C. 50° D. 30°

Câu 14. Hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 1 \\ mx - y = 2 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất khi

A. $m \neq -1$ B. $m = -1$ C. $m \neq 1$ D. $m \neq 0$

Câu 15. Cho tam giác ABC vuông cân tại A nội tiếp đường tròn (O) đường kính BC . tia phân giác của góc ABC cắt đường tròn (O) tại M ($M \neq B$). Khi đó góc MOC có số đo bằng

A. 60° B. 45° C. $22^\circ 33'$ D. 30°

Câu 16. Hình vuông có diện tích $16cm^2$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp hình vuông đó là :

A. $2\sqrt{2}cm$ B. $4cm$ C. $2cm$ D. $\sqrt{2}cm$

Câu 17. Đường thẳng $y = 2x$ đi qua điểm nào ?

A. $(1; 2)$ B. $C(2; 2)$ C. $D(-2; -1)$ D. $B(2; 1)$

Câu 18. Khi $x = 16$, biểu thức $\frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-1}}$ có giá trị bằng:

A. -2 B. $\frac{18}{15}$ C. 2 D. $\frac{7}{2}$

Câu 19. Phương trình $2x^2 - x - 6 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Khi đó, tổng $x_1 + x_2$ bằng

A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. -3 D. 3

Câu 20. Giá trị của $\sqrt{\sqrt{5}+1} \cdot \sqrt{\sqrt{5}-1}$ bằng:

A.4 B.2 C. $2\sqrt{6}$ D.-2

Câu 21. Các giao điểm của parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = -x + 2$ là:

A. $D(-1;1)$ và $C(-2;4)$ B. $A(1;1)$ và $B(2;4)$

C. $A(1;1)$ và $C(-2;4)$ D. $(-1;1)$ và $B(2;4)$

Câu 22. Tam giác ABC vuông tại A, $AB = 3cm$, $BC = 5cm$ thì $\tan C$ bằng:

A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

Câu 23. Trong các hệ phương trình sau, hệ nào vô nghiệm ?

A. $\begin{cases} x = 3 \\ x + 2y = 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 2y = 9 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2y = 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 2y = 6 \end{cases}$

Câu 24. Cho tam giác ABC vuông tại A, cạnh $BC = 10cm$, bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác đó bằng:

A.3cm B.4cm C.2,5cm D.5cm

Câu 25. Đường thẳng $y = x + m - 1$ cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 1 khi

A. $m = 2$ B. $m = 0$ C. $m = 1$ D. $m = -1$

Câu 26. Tập nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$ là

A. $\{1; -2\}$ B. $\{-1; 2\}$ C. $\{1; 2\}$ D. $\{-1; -2\}$

Câu 27. Cho hai đường tròn $(O; 13cm)$ và $(O'; 10cm)$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B.

Đoạn OO' cắt $(O); (O')$ lần lượt tại E và F. Biết $EF = 3cm$, độ dài của OO' là

A.20cm B.18cm C.19cm D.16cm

Câu 28. Cho điểm M thuộc nửa đường tròn đường kính $AB = 2R$ (M không trùng với A, B). Gọi d là tiếp tuyến của nửa đường tròn tại M; P và Q lần lượt là chân các đường vuông góc hạ từ A và B xuống d. Khi đó, $AP + BQ$ bằng:

A. $R\sqrt{2}$ B.2R C. $R\sqrt{3}$ D. $\frac{3R}{2}$

Câu 29. Biết hệ phương trình $\begin{cases} 2ax + by = 5 \\ (a-1)x + (b+2)y = 6 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y) = (1; 2)$. Khi đó,

$3a + 4b$ bằng:

A.8 B.4 C.7 D. $\frac{5}{2}$

Câu 30. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\sqrt{x^2 - 4x + 3}$ bằng

A.0 B.không tồn tại C.-1 D.1

Câu 31. Có bao nhiêu cặp số nguyên a, b để biểu thức $93 + 62\sqrt{3}$ viết được dưới dạng $(a + b\sqrt{3})^2$ với $a, b \in \mathbb{Z}$?

- A.1 B.2 C.0 D.4

Câu 32. Gọi M, N là các giao điểm của parabol $y = x^2$ và đường thẳng $y = x + 2$. Diện tích tam giác OMN bằng:

- A.6 B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ C.3 D.1,5

II. Tự luận

Câu 1. (2,0 điểm)

- a) Giải phương trình $x^2 + 6x + 8 = 0$
- b) Rút gọn biểu thức $P = \frac{2}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}-5}{x-1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$. Tìm x để $P = 1$

Câu 2. (1,0 điểm)

Trong thư viện của một trường, tổng số sách tham khảo môn Ngữ văn và môn Toán là 155 cuốn. Dự định trong thời gian tới nhà trường cần mua thêm tổng số 45 cuốn sách Ngữ văn và Toán, trong đó số sách môn Ngữ văn cần mua bằng $\frac{1}{3}$ số sách môn Ngữ văn hiện có, số sách môn Toán cần mua bằng $\frac{1}{4}$ số sách môn Toán hiện có. Hỏi số sách tham khảo của mỗi môn Ngữ văn và Toán ban đầu là bao nhiêu?

Câu 3. (2,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A . Trên cạnh AC lấy điểm M khác C sao cho $AM > MC$. Vẽ đường tròn tâm O đường kính MC , đường tròn này cắt BC tại E ($E \neq C$) và cắt đường thẳng BM tại D ($D \neq M$)

- a) Chứng minh $ADCB$ là một tứ giác nội tiếp
- b) Chứng minh $\widehat{ABM} = \widehat{AEM}$ và EM là tia phân giác của góc \widehat{AED}
- c) Gọi G là giao điểm của ED và AC . Chứng minh rằng $CG.MA = CA.GM$

Câu 4. (1,0 điểm)

Cho phương trình bậc hai $ax^2 - x + c = 0$ (x là ẩn số) có hai nghiệm thực dương x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 \leq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{a^2 - c}{ac + a^2}$

ĐÁP ÁN

I. Phần trắc nghiệm

1B	2D	3B	4B	5D	6B	7D
	8D					
9A	10D	11D	12D	13D	14A	5B
	16A					
17A	18C	19A	20B	21C	22D	23B
	24D					
25B	26C	27A	28B	29A	30A	31C
	32C					

II. Phần tự luận

Câu 1.

a) Giải phương trình

$$x^2 + 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 4x + 8 = 0 \Leftrightarrow x(x+2) + 4(x+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)(x+4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+2=0 \\ x+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ x=-4 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm là $S = \{-4; -2\}$

b) Rút gọn

Điều kiện: $x \geq 0, x \neq 1$

$$P = \frac{2}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}-5}{x-1} = \frac{2(\sqrt{x}+1) + 2(\sqrt{x}-1) + \sqrt{x}-5}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$$

$$= \frac{2\sqrt{x}+2+2\sqrt{x}-2+\sqrt{x}-5}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{5\sqrt{x}-5}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{5(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{5}{\sqrt{x}+1}$$

$$P=1 \Leftrightarrow \frac{5}{\sqrt{x}+1} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x}+1=5 \Leftrightarrow x=16(tm)$$

Vậy $x=16$ thì $P=1$

Câu 2.

Gọi số sách tham khảo Ngữ văn và Toán thư viện đang có là x, y (cuốn)

$$(x, y \in \mathbb{N}^*, x, y < 155)$$

Ban đầu, thư viện có 155 cuốn sách tham khảo 2 môn nên ta có phương trình

$$x + y = 155 \quad (1)$$

Số sách tham khảo môn Ngữ văn cần mua thêm là $\frac{1}{3}x$ (cuốn)

Số sách tham khảo môn Toán cần mua thêm là $\frac{1}{4}y$ (cuốn)

Thư viện đã mua thêm 45 cuốn sách tham khảo 2 môn này nên ta có phương trình:

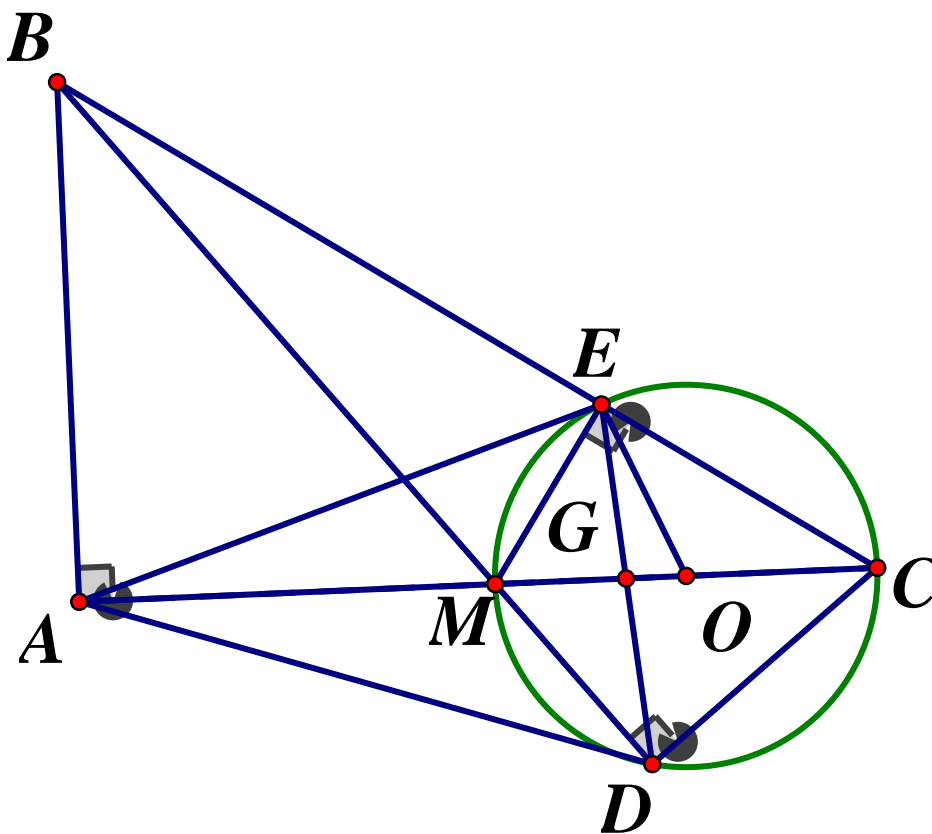
$$\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y = 45 \Leftrightarrow 4x + 3y = 540 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} x + y = 155 \\ 4x + 3y = 540 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 3y = 465 \\ 4x + 3y = 540 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 75 \\ y = 155 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 75(tm) \\ y = 80(tm) \end{cases}$$

Vậy ban đầu thư viện có 75 cuốn sách tham khảo Ngữ văn, 80 cuốn sách tham khảo môn Toán

Câu 3.



a) ADCB là tứ giác nội tiếp

Xét đường tròn (O) ta có: \widehat{MDC} là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn

$$\Rightarrow \widehat{MDC} = 90^\circ \text{ hay } \widehat{BDC} = 90^\circ$$

Xét tứ giác ADCB có $\angle BAC = \angle BDC = 90^\circ$ mà A, D là 2 đỉnh kề nhau

Nên ADCB là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh $\widehat{ABM} = \widehat{AEM}$ và EM là tia phân giác của góc \widehat{AED}

Xét đường tròn (O) ta có: \widehat{MEC} là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn

$$\Rightarrow \widehat{MEC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{BEM} = 90^\circ \text{ (hai góc kề bù)}$$

Xét tứ giác $ABEM$ ta có: $\widehat{BAM} + \widehat{BEM} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow ABEM$ là tứ giác nội tiếp

$$\Rightarrow \widehat{ABM} = \widehat{AEM} \text{ (cùng chắn cung } AM)$$

Ta có: $\widehat{MED} = \widehat{MCD}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn \widehat{MD} của (O)) (1)

Vì $ADCB$ là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \widehat{ACD} = \widehat{ABD}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn \widehat{AD}) (2)

$$\text{Lại có } \widehat{ABM} = \widehat{AEM} \text{ (cmt) hay } \widehat{ABD} = \widehat{AEM} \quad (3)$$

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow \widehat{AEM} = \widehat{MED} \Rightarrow ME$ là phân giác của \widehat{AED} (dpcm)

c) Chứng minh rằng $CG.MA = CA.GM$

Xét $\triangle AEG$ ta có: EM là phân giác trong của tam giác (cmt) $\Rightarrow \frac{AE}{EG} = \frac{AM}{MG}$ (tính chất

đường phân giác) $\Rightarrow \frac{AE}{EG} = \frac{AM}{MG}$ (tính chất đường phân giác)

Lại có: $ME \perp EC$ (cmt) $\Rightarrow EC$ là đường phân giác ngoài tại đỉnh E của $\triangle AEG$

$$\Rightarrow \frac{AE}{EG} = \frac{AC}{CG} \text{ (tính chất đường phân giác)}$$

$$\Rightarrow \frac{AM}{MG} = \frac{AC}{CG} \left(= \frac{AG}{EG} \right) \Rightarrow AM.CG = AC.MG \text{ (dpcm)}$$

Câu 4. Tìm giá trị nhỏ nhất của....

Phương trình $ax^2 - x + c = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt x_1, x_2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ -\frac{b}{a} > 0 \\ \frac{c}{a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ 1 - 4ac > 0 \\ \frac{1}{a} > 0 \\ \frac{c}{a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ac > \frac{1}{4} \\ a > 0 \\ c > 0 \end{cases}$$

$$\text{Áp dụng hệ thức Vi - et ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{1}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

Theo đề bài ta có: $x_1 + x_2 \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{a} \leq 1 \Leftrightarrow a \geq 1$ (do $a > 0$) $\Rightarrow a^2 \geq 1$

Lại có: $ac \leq \frac{1}{4} \Rightarrow c \leq \frac{1}{4a} \leq \frac{1}{4}$

$$\Rightarrow P = \frac{a^2 - c}{ac + a^2} \geq \frac{a^2 - \frac{1}{4}}{\frac{1}{4} + a^2} = \frac{a^2 + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}}{a^2 + \frac{1}{4}} = 1 - \frac{1}{2\left(a^2 + \frac{1}{4}\right)} \geq 1 - \frac{1}{2\left(1 + \frac{1}{4}\right)} = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ ac=\frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ c=\frac{1}{4} \end{cases}$

Vậy $MinP = \frac{3}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ c=\frac{1}{4} \end{cases}$

SỞ GIÁO DỤC, KHOA HỌC
VÀ CÔNG NGHỆ BẠC LIÊU

KỶ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2020 – 2021

Môn thi: TOÁN (Không chuyên)

Ngày thi: 14/07/2020

Thời gian: 120 phút (Không kể thời gian giao đề)

ĐỀ CHÍNH THỨC

Đề số 6

Câu 1. (4,0 điểm)

- a) Rút gọn biểu thức $A = 2\sqrt{3} + 5\sqrt{48} + \sqrt{125} - 5\sqrt{5}$
b) Tìm điều kiện của x để biểu thức $B = \sqrt{3x-4}$ có nghĩa

Câu 2. (4,0 điểm)

- a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ x - 4y = 3 \end{cases}$$

b) Cho *Parabol* $(P): y = 2x^2$ và đường thẳng $(d): y = 3x + b$. Xác định giá trị của b bằng phép tính để đường thẳng (d) tiếp xúc với parabol (P)

Câu 3. (6,0 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - (m-1)x - m = 0(1)$ (với m là tham số)

- a) Giải phương trình (1) khi $m = 4$
b) Chứng minh phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi giá trị của m
c) Xác định các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1(3+x_1) + x_2(3+x_2) = -4$

Câu 4. (6,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng OA , E là điểm thay đổi trên đường tròn (O) sao cho E không trùng với A và B . Dụng đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt là các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A và B . Gọi d đường thẳng qua E và vuông góc với EI . Đường thẳng d cắt d_1, d_2 lần lượt tại M, N

- a) Chứng minh tứ giác $AMEI$ nội tiếp
b) Chứng minh $\triangle IAE$ đồng dạng với $\triangle NBE$. Từ đó chứng minh $IB \cdot NE = 3IE \cdot NB$
c) Khi điểm E thay đổi, chứng minh tam giác MNI vuông tại I và tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác MNI theo R

ĐÁP ÁN

Câu 1.

a) Rút gọn biểu thức:

Ta có:

$$A = 2\sqrt{3} + 5\sqrt{48} + \sqrt{125} - 5\sqrt{5} = 2\sqrt{3} + 5 \cdot 4\sqrt{3} + 5\sqrt{5} - 5\sqrt{5} = 2\sqrt{3} + 20\sqrt{3} = 22\sqrt{3}$$

b) Tìm điều kiện của x

$$\text{Biểu thức } B = \sqrt{3x-4} \text{ có nghĩa khi và chỉ khi } 3x-4 \geq 0 \Leftrightarrow 3x \geq 4 \Leftrightarrow x \geq \frac{4}{3}$$

$$\text{Vậy biểu thức } B = \sqrt{3x-4} \text{ có nghĩa khi } x \geq \frac{4}{3}$$

Câu 2.

a) Giải hệ phương trình:

Ta có:

$$\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ x - 4y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 8 \\ y = \frac{x-3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = \frac{2-3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\text{Vậy nghiệm của hệ phương trình là } (x; y) = \left(2; -\frac{1}{4}\right)$$

b) Cho parabol

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$2x^2 = 3x + b \Leftrightarrow 2x^2 - 3x - b = 0(*)$$

Số giao điểm của (P) và (d) bằng số nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm, do đó để (d) tiếp xúc với parabol (P) thì phương trình $(*)$ phải có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-b) = 0 \Leftrightarrow 9 + 8b = 0 \Leftrightarrow b = -\frac{9}{8}$$

$$\text{Vậy để } (d) \text{ tiếp xúc với parabol } (P) \text{ thì } b = -\frac{9}{8}$$

Câu 3.

a) Giải phương trình khi $m = 4$

Thay $m = 4$ vào phương trình (1) ta có:

$$x^2 - 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + x - 4 = 0 \Leftrightarrow x(x-4) + (x-4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)(x-4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ x-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=4 \end{cases}$$

Vậy khi $m = 4$ thì tập nghiệm của phương trình là $S = \{-1; 4\}$

b) Chứng minh phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi m

$$x^2 - (m-1)x - m = 0 \quad (1) \text{ có:}$$

$$\Delta = (m-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-m) = m^2 - 2m + 1 + 4m$$

$$\Delta = m^2 + 2m + 1 = (m+1)^2 \geq 0 (\forall m \in \mathbb{R})$$

Vậy phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi giá trị của m

c) Xác định giá trị của m để phương trình.....

Theo ý b: ta có: $\Delta = (m+1)^2$

Để phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thì $\Delta > 0$

$\Leftrightarrow m+1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1$. Khi đó áp dụng định lý Vi - et ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m-1 \\ x_1 x_2 = -m \end{cases} \quad (m \neq -1). \text{ Theo bài ra ta có:}$$

$$x_1(3+x_1) + x_2(3+x_2) = -4 \Leftrightarrow 3x_1 + x_1^2 + 3x_2 + x_2^2 = -4$$

$$\Leftrightarrow 3(x_1 + x_2) + (x_1^2 + x_2^2) = -4 \Leftrightarrow 3(x_1 + x_2) + (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = -4$$

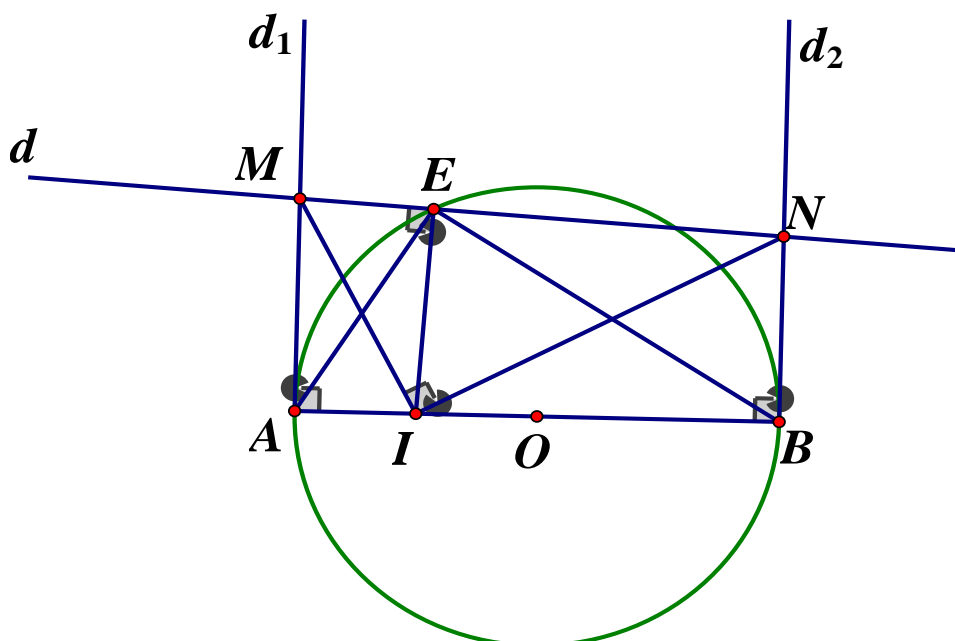
$$\Leftrightarrow 3(m-1) + (m-1)^2 - 2 \cdot (-m) = -4 \Leftrightarrow m^2 + 3m + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow m(m+1) + 2(m+1) = (m+1)(m+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+1=0 \\ m+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-1(ktm) \\ m=-2(tm) \end{cases}$$

Vậy $m = -2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

Câu 4.



a) Chứng minh tứ giác $AMEI$ nội tiếp

Vì d_1 là tiếp tuyến của (O) tại A nên $\widehat{IAM} = 90^\circ$

Vì $d \perp EI$ tại E nên $\widehat{IEM} = 90^\circ$

Xét tứ giác $AMEI$ có $\widehat{IAM} + \widehat{IEM} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Vậy tứ giác $AMEI$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°)

b) Chứng minh $\triangle IAE$ đồng dạng với $\triangle NBE$. Từ đó chứng minh $IB \cdot NE = 3IE \cdot NB$

Vì \widehat{AEB} là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn nên $\widehat{AEB} = 90^\circ$

Ta có: $\widehat{AEI} + \widehat{IEB} = \widehat{AEB} = 90^\circ$; $\widehat{BEN} + \widehat{IEB} = \widehat{IEN} = 90^\circ$ (do $d \perp IE$)

$\Rightarrow \widehat{AEI} = \widehat{BEN}$ (cùng phụ với \widehat{IEB})

Xét $\triangle IAE$ và $\triangle NBE$ có: $\widehat{AEI} = \widehat{BEN}$ (cmt); $\widehat{IAE} = \widehat{NBE}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn \widehat{BE})

$$\Rightarrow \triangle IAE \sim \triangle NBE (g.g) \Rightarrow \frac{IE}{NE} = \frac{IA}{NB} \text{ (hai cạnh tương ứng)} \Rightarrow IA \cdot NE = IE \cdot NB \quad (1)$$

Mà I là trung điểm của OA (gt) $\Rightarrow OA = 2IA$

Lại có O là trung điểm của $AB \Rightarrow AB = 2OA = 4IA$

$\Rightarrow IB = AB - IA = 4IA - IA = 3IA$. Khi đó ta có:

$$(1) \Leftrightarrow 3IA \cdot NE = 3IE \cdot NB \text{ (nhân cả 2 vế với 3)} \Rightarrow IB \cdot NE = 3IE \cdot NB \text{ (dfcm)}$$

c) Chứng minh $\triangle MNI$ vuông tại I và tìm GTNN của S_{MNI} theo R

Xét tứ giác $BNEI$ có: $\widehat{IEN} = 90^\circ$ (do $d \perp IE$ tại E)

$\widehat{IBN} = 90^\circ$ (do d_2 là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B)

$$\Rightarrow \widehat{IEN} + \widehat{IBN} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

\Rightarrow Tứ giác $BNEI$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°)

$\Rightarrow \widehat{INE} = \widehat{IEB} = \widehat{ABE}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung IE)

Lại có: Tứ giác $AMEI$ là tứ giác nội tiếp (ý a)

$\Rightarrow \widehat{IME} = \widehat{IAE} = \widehat{BAE}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung IE)

Xét tam giác MNI có:

$$\widehat{INE} + \widehat{IME} = \widehat{ABE} + \widehat{BAE} = 90^\circ \text{ (do } \widehat{AEB} = 90^\circ \text{ (cmt) nên } \triangle AEB \text{ vuông tại E)}$$

$\Rightarrow \triangle MNI$ vuông tại I (tam giác có tổng hai góc nhọn bằng 90°)

$$\text{Ta có: } S_{\triangle MNI} = \frac{1}{2} IM \cdot IN$$

$$\text{Đặt } \widehat{AIM} = \alpha \text{ (} 0 < \alpha < 90^\circ \text{)} \Rightarrow \widehat{BIN} = 90^\circ - \alpha$$

Xét $\triangle AIM$ vuông ta có: $\cos \alpha = \frac{AI}{IM} \Rightarrow IM = \frac{AI}{\cos \alpha}$

Xét $\triangle BIN$ vuông ta có: $\cos(90^\circ - \alpha) = \frac{BI}{IN} \Rightarrow IN = \frac{BI}{\cos(90^\circ - \alpha)} = \frac{BI}{\sin \alpha}$

$$\Rightarrow S_{\triangle MNI} = \frac{1}{2} IM \cdot IN = \frac{1}{2} \cdot \frac{AI}{\cos \alpha} \cdot \frac{BI}{\sin \alpha} = \frac{AI \cdot BI}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}$$

Ta có: $AB = 4AI$ (cmt) $\Rightarrow AI = \frac{1}{4} AB = \frac{R}{2}, BI = \frac{3}{4} AB = \frac{3R}{2}$

$$\Rightarrow S_{\triangle MNI} = \frac{\frac{3R^2}{4}}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}$$

Do $\frac{3R^2}{4}$ không đổi nên diện tích tam giác MNI đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow \sin \alpha \cdot \cos \alpha$ đạt giá trị lớn nhất.

Vì $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ nên $\sin \alpha, \cos \alpha > 0$. Áp dụng BĐT Cô – si ta có:

$$\sin \alpha \cdot \cos \alpha \leq \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{2} = \frac{1}{2} (\forall \alpha)$$

$$\Rightarrow S_{\triangle MNI} \leq \frac{3R^2}{4} : \frac{1}{2} = \frac{3R^2}{2}. \text{ Dấu "=" xảy ra}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \cos \alpha \\ \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha \end{cases} \Rightarrow \sin \alpha = \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác MNI là $\frac{3R^2}{2}$, đạt được khi $\widehat{AIM} = 45^\circ$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BẾN TRE

ĐỀ CHÍNH THỨC

Đề số 7

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CÔNG LẬP
NĂM HỌC 2020 – 2021

Môn: TOÁN (chung)

Thời gian: 120 phút (không kể phát đề)

Câu 1. (1,0 điểm)

a) Trục căn thức ở mẫu của biểu thức $\frac{18}{\sqrt{3}}$

b) Tìm x biết: $\sqrt{4x} + \sqrt{9x} = 15$

Câu 2. (1,0 điểm) Cho hàm số bậc nhất $y = (7 - \sqrt{18})x + 2020$

a) Hàm số trên đồng biến hay nghịch biến trên \mathbb{R} ? Vì sao?

b) Tính giá trị của y khi $x = 7 + \sqrt{18}$

Câu 3. (1,0 điểm) Cho hàm số $y = 2x^2$ có đồ thị (P)

a) Vẽ (P)

b) Tìm tọa độ của các điểm thuộc (P) có tung độ bằng 2

Câu 4. (2,5 điểm)

a) Giải phương trình: $x^2 + 5x - 7 = 0$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 7x - y = 18 \\ 2x + y = 9 \end{cases}$

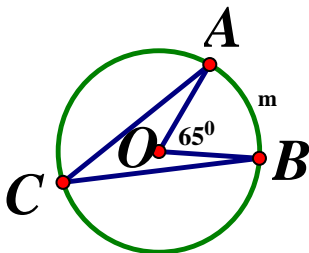
c) Tìm các giá trị của tham số m để phương trình

$$x^2 - 2(m+5)x + m^2 + 3m - 6 = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt}$$

Câu 5. (1,0 điểm) Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hai hàm số $y = x + (5 + m)$ và $y = 2x + (7 - m)$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục hoành.

Câu 6. (0,75 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại B có đường cao BH ($H \in AC$), biết $AB = 6\text{cm}$, $AC = 10\text{cm}$. Tính độ dài các đoạn thẳng BC , BH .

Câu 7. (0,75 điểm) Trên đường tròn (O) lấy hai điểm A, B sao cho $\widehat{AOB} = 65^\circ$ và điểm C như hình vẽ. Tính số đo \widehat{AmB} , \widehat{ACB} và số đo \widehat{ACB}



Câu 8. (2,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) và có các đường cao BE, CF cắt nhau tại H ($E \in AC, F \in AB$)

- Chứng minh tứ giác $AEHF$ nội tiếp
- Chứng minh $AH \perp BC$
- Gọi P, G là hai giao điểm của đường thẳng EF và đường tròn (O) sao cho điểm E nằm giữa hai điểm P và điểm F . Chứng minh AO là đường trung trực của đoạn thẳng PG

ĐÁP ÁN

Câu 1.

a) Ta có: $\frac{18}{\sqrt{3}} = \frac{18\sqrt{3}}{3} = 6\sqrt{3}$

b) Tìm x biết:

$$\sqrt{4x} + \sqrt{9x} = 15 (x \geq 0) \Leftrightarrow 2\sqrt{x} + 3\sqrt{x} = 15$$

$$\Leftrightarrow 5\sqrt{x} = 15 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 3 \Leftrightarrow x = 9 (tm)$$

Vậy $x = 9$

Câu 2.

a) Hàm số $y = (7 - \sqrt{18})x + 2020$ có $a = 7 - \sqrt{18}$

Ta có: $7 = \sqrt{49} > \sqrt{18} \Leftrightarrow 7 - \sqrt{18} > 0 \Leftrightarrow a > 0$ nên hàm số đã cho đồng biến trên \mathbb{R}

b) Tính giá trị...

Thay $x = 7 + \sqrt{18}$ và hàm số $y = (7 - \sqrt{18})x + 2020$ ta được:

$$y = (7 - \sqrt{18})(7 + \sqrt{18}) + 2020 = 49 - 18 + 2020 = 2051$$

Vậy với $x = 7 + \sqrt{18}$ thì $y = 2051$

Câu 3.

a) Học sinh tự vẽ (P)

b) **Tìm tọa độ.....**

Gọi điểm $N(x; 2)$ thuộc (P): $y = 2x^2$

$$\text{Ta có: } 2 = 2x^2 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Vậy ta có hai điểm thỏa mãn đề bài là $(1; 2); (-1; 2)$

Câu 4.

a) **Giải phương trình:** $x^2 + 5x - 7 = 0$

Ta có: $\Delta = 5^2 - 4.1.(-7) = 53 > 0$ nên phương trình đã cho có hai nghiệm

$$\begin{cases} x = \frac{-5 + \sqrt{53}}{2} \\ x = \frac{-5 - \sqrt{53}}{2} \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm: $x = \frac{-5 \pm \sqrt{53}}{2}$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 7x - y = 18 \\ 2x + y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x = 27 \\ y = 7x - 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 7 \cdot 3 - 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(x; y) = (3; 3)$

c) Tìm các giá trị của m.....

Xét phương trình: $x^2 - 2(m+5)x + m^2 + 3m - 6 = 0$

Ta có:

$$\Delta' = [-(m+5)]^2 - (m^2 + 3m - 6) = m^2 + 10m + 25 - m^2 - 3m + 6 = 7m + 31$$

Để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thì

$$\Delta' > 0 \Leftrightarrow 7m + 31 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{31}{7}$$

Vậy với $m > -\frac{31}{7}$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.

Câu 5.

Xét đường thẳng $(d): y = x + (5 + m)$ có $a = 1$ và đường thẳng $(d'): y = 2x + (7 - m)$ có $a' = 2$

Vì $a \neq a'$ nên hai đường thẳng $(d), (d')$ cắt nhau

Gọi $M(x; y)$ là giao điểm hai đường thẳng $(d), (d')$

Vì $M(x; y)$ thuộc trục hoành nên $M(x; 0)$

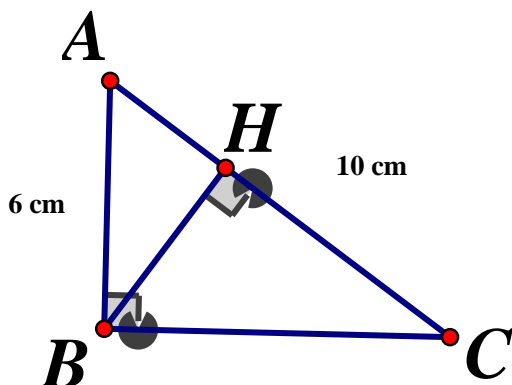
Lại có $M(x; 0)$ thuộc $(d): y = x + (5 + m)$ nên ta có: $x + 5 + m = 0 \Leftrightarrow x = -5 - m$

Vì $M(x; 0) \in (d'): y = 2x + (7 - m) \Rightarrow 2x + 7 - m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{m-7}{2}$

$$\Rightarrow -5 - m = \frac{m-7}{2} \Leftrightarrow m - 7 = -2m - 10 \Leftrightarrow 3m = -3 \Leftrightarrow m = -1$$

Vậy $m = -1$ là giá trị cần tìm.

Câu 6.



Xét tam giác ABC vuông tại B , theo định lý *Pytago* ta có:

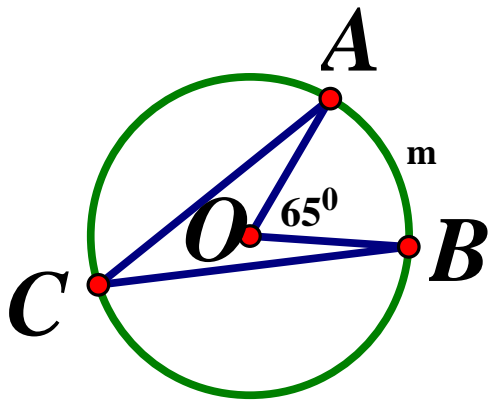
$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Leftrightarrow BC^2 = AC^2 - AB^2 = 10^2 - 6^2 = 64 \Rightarrow BC = \sqrt{64} = 8\text{cm}$$

Xét ΔABC vuông tại B có chiều cao BH , theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:

$$BH.AC = AB.BC \Leftrightarrow BH = \frac{AB.BC}{AC} = \frac{6.8}{10} = 4,8(\text{cm})$$

Vậy $BC = 8\text{cm}, BH = 4,8\text{cm}$

Câu 7.



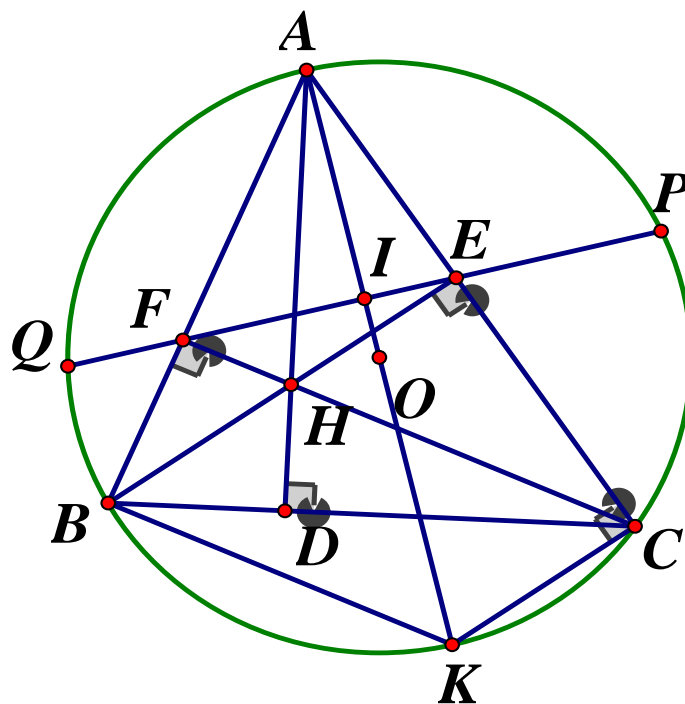
Ta có: \widehat{AOB} là góc ở tâm chắn cung \widehat{AmB} nên sd cung $\widehat{AmB} = \widehat{AOB} = 65^\circ$. Lại có:

$$sd \widehat{ACB} + sd \widehat{AmB} = 360^\circ \Rightarrow sd \widehat{ACB} = 360^\circ - 65^\circ = 295^\circ$$

$$\widehat{ACB} \text{ là góc nội tiếp chắn } \widehat{AmB} \text{ nên } \widehat{ACB} = \frac{1}{2} sd \widehat{AmB} = \frac{1}{2} . 65^\circ = 32,5^\circ$$

Vậy $sd \widehat{AmB} = 65^\circ, sd \widehat{ACB} = 295^\circ, \widehat{ACB} = 32,5^\circ$

Câu 8.



a) Chứng minh tứ giác $AEHF$ nội tiếp

Ta có: $CF \perp AB \Rightarrow \widehat{AFC} = 90^0, BE \perp AC \Rightarrow \widehat{AEB} = 90^0$

Tứ giác $AFHE$ có $\widehat{AFH} + \widehat{AEH} = 90^0 + 90^0 = 180^0 \Rightarrow$ Tứ giác $AFHE$ nội tiếp

b) Chứng minh $AH \perp BC$

Kéo dài AH cắt BC tại D

Do BE, CF là các đường cao trong tam giác và $BE \cap CF = \{H\}$ nên H là trực tâm của $\Delta ABC \Rightarrow AD$ là đường cao trong $\Delta ABC \Rightarrow AD \perp BC \Rightarrow AH \perp BC$ (dpcm)

c) Chứng minh AO là đường trung trực của đoạn thẳng PG

Xét tứ giác $BFEC$ có $\widehat{BFC} = \widehat{BEC} = 90^0$ nên là tứ giác nội tiếp (hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh đối diện dưới các góc bằng nhau)

$\Rightarrow \widehat{AFE} = \widehat{ACB}$ (cùng bù với \widehat{BFE}) (1)

Kẻ đường kính AA' , Gọi I là giao điểm của AO và PG

Tứ giác $BACA'$ nội tiếp nên $\widehat{BAA'} = \widehat{BCA'}$ (cùng chắn $\widehat{BA'}$) (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $\widehat{AFE} + \widehat{BAA'} = \widehat{ACB} + \widehat{BC'A}$

Mà $\widehat{ACB} + \widehat{BCA'} = \widehat{A'CA} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Nên $\widehat{AFE} + \widehat{BAA'} = 90^0$ hay $\widehat{AFI} + \widehat{FAI} = 90^0$

$\Rightarrow \widehat{AIF} = 90^0 \Rightarrow AO \perp PG$ tại I .

$\Rightarrow I$ là trung điểm của PG (tính chất đường kính dây cung)

Nên AO là đường trung trực của PG

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH

ĐỀ CHÍNH THỨC

Đề số 8

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2020-2021

Môn thi: TOÁN

Ngày thi: 18/7/2020

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1. (2,0 điểm)

1. Giải phương trình: $\frac{x+1}{2} = x-3$

2. Cho biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1} - \frac{2\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1} \right) \cdot (x-1)$ ($x \geq 0; x \neq 1$)

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$

b) Rút gọn biểu thức A và tìm giá trị lớn nhất của A

Bài 2. (2,0 điểm)

Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2(m-1)x - 2m + 5$ (m là tham số)

a) Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị m

b) Tìm các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ tương ứng là x_1, x_2 dương và $|\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}| = 2$

Bài 3. (1,5 điểm)

Trong kỳ thi chọn học sinh giỏi lớp 9 cấp trường, tổng số học sinh đạt giải của cả hai lớp 9A1 và 9A2 là 22 em, chiếm tỉ lệ 40% trên tổng số học sinh dự thi của hai lớp trên. Nếu tính riêng từng lớp thì lớp 9A1 có 50% học sinh dự thi đạt giải và lớp 9A2 có 28% học sinh dự thi đạt giải. Hỏi mỗi lớp có tất cả bao nhiêu học sinh dự thi?

Bài 4. (3,5 điểm)

Cho đường tròn tâm O , đường kính AB và d là một tiếp tuyến của đường tròn (O) tại điểm A . Trên đường thẳng d lấy điểm M (khác A) và trên đoạn OB lấy điểm N (khác O và B). Đường thẳng MN cắt đường tròn (O) tại hai điểm C và D sao cho C nằm giữa M và D . Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng CD

a) Chứng minh tứ giác $AOHM$ nội tiếp trong một đường tròn

b) Kẻ đoạn DK song song với MO (K nằm trên đường thẳng AB). Chứng minh rằng

$$\widehat{MDK} = \widehat{BAH} \text{ và } MA^2 = MC \cdot MD$$

c) Đường thẳng BC cắt đường thẳng OM tại điểm I . Chứng minh rằng đường thẳng AI song song với đường thẳng BD

Bài 5. (1,0 điểm)

Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $x + y = \sqrt{10}$. Tìm giá trị của x và y để biểu thức $A = (x^4 + 1)(y^4 + 1)$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất đó.

ĐÁP ÁN

Bài 1.

$$1) \frac{x+1}{2} = x-3 \Leftrightarrow x+1 = 2x-6 \Leftrightarrow x=7$$

$$\text{Vậy } S = \{7\}$$

2)

a) Thay $x = 4$ (tmdk) vào biểu thức A ta có:

$$A = \left(\frac{\sqrt{4}+2}{\sqrt{4}+1} - \frac{2\sqrt{4}-2}{\sqrt{4}-1} \right) \cdot (4-1) = \left(\frac{4}{3} - \frac{2}{1} \right) \cdot 3 = -2$$

$$\text{Vậy khi } x=4 \Rightarrow A=-2$$

b) Rút gọn:

$$A = \left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1} - \frac{2(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}-1} \right) \cdot (x-1) = \frac{\sqrt{x}+2-2\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}+1)} \cdot (\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)$$

$$= -\sqrt{x} \cdot (\sqrt{x}-1) = -x + \sqrt{x}$$

Ta có:

$$A = -(x - \sqrt{x}) = - \left[(\sqrt{x})^2 - 2 \cdot \sqrt{x} \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} \right)^2 \right] + \frac{1}{4} = - \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{1}{4}$$

$$\text{Vì } \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2} \right)^2 \geq 0 \Rightarrow A \leq \frac{1}{4} (\forall x \geq 0, x \neq 1)$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{4} (tm)$$

$$\text{Vậy } A_{\max} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$$

Bài 2.**a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt**

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$x^2 = 2(m-1)x - 2m + 5 \Leftrightarrow x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0 (*). \text{ Phương trình (*) có:}$$

$$\Delta' = (m-1)^2 - 2m + 5 = m^2 - 2m + 1 - 2m + 5 = m^2 - 4m + 4 + 2 = (m-2)^2 + 4$$

$$\text{Vì } (m-2)^2 \geq 0 (\forall m) \Rightarrow (m-2)^2 + 2 > 0 (\forall m)$$

b) Tìm các giá trị m

$$\text{Xét phương trình } x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0 (*)$$

Để đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 dương thì:

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 (\forall m) \\ 2(m-1) > 0 \\ 2m-5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{5}{2}. \text{ Khi đó áp dụng Vi-et ta có:}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 2 \\ x_1 x_2 = 2m - 5 \end{cases}. \text{ Theo đề bài ta có:}$$

$$|\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}| = 2 \Leftrightarrow (\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2})^2 = 4 \Leftrightarrow x_1 + x_2 - 2\sqrt{x_1 x_2} = 4$$

$$\Leftrightarrow 2m - 2 - 2\sqrt{2m - 5} = 4 \Leftrightarrow 2m - 6 = 2\sqrt{2m - 5} \Leftrightarrow \sqrt{2m - 5} = m - 3$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m - 3 \geq 0 \\ (m - 3)^2 = 2m - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 3 \\ m^2 - 6m + 9 = 2m - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 3 \\ m^2 - 8m + 14 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 + \sqrt{2}(tm) \\ m = 4 - \sqrt{2}(tm) \end{cases}$$

Vậy $m = 4 + \sqrt{2}$ thỏa mãn bài toán.

Bài 3.

Gọi số học sinh dự thi của lớp 9A1 và 9A2 lần lượt là x, y (học sinh) ($x, y \in \mathbb{N}$)

Vì số học sinh đạt giải là 22 em, chiếm tỉ lệ 40% trên tổng số học sinh dự thi của hai lớp nên ta có phương trình $(x + y) \cdot 40\% = 22 \Leftrightarrow x + y = 55(1)$

Nếu tính riêng từng lớp thì:

Lớp 9A1 có số học sinh đạt giải là $50\% x = \frac{1}{2}x$ (học sinh)

Lớp 9A2 có số học sinh đạt giải là $28\% y = \frac{7}{25}y$ (học sinh)

Vì cả hai lớp có 22 học sinh đạt giải nên ta có phương trình:

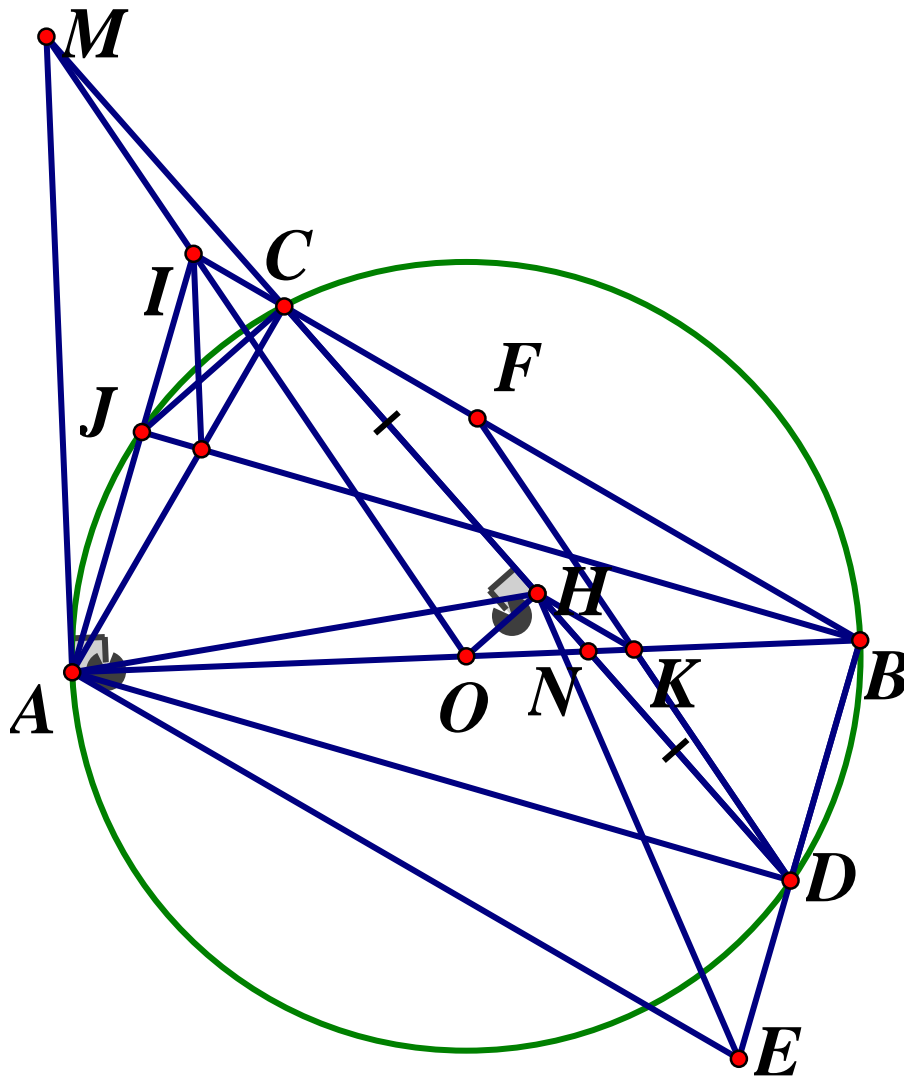
$$\frac{1}{2}x + \frac{7}{25}y = 22 \Leftrightarrow 25x + 14y = 1100(2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 55 \\ 25x + 14y = 1100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25x + 25y = 1375 \\ 25x + 14y = 1100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11y = 275 \\ x = 55 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 \\ y = 25 \end{cases} (tm)$$

Vậy số học sinh dự thi là 9A1: 30 học sinh; 9A2: 25 học sinh.

Bài 4.



a) Chứng minh AOHM là tứ giác nội tiếp

Ta có: MA là tiếp tuyến của $(O) \Rightarrow \widehat{MAO} = 90^\circ$

H là trung điểm của $CD \Rightarrow OH \perp CD = \{H\}$ (đường kính – dây cung)

$\Rightarrow \widehat{OHC} = \widehat{OHM} = 90^\circ$

Xét tứ giác $AOHM$ có: $\widehat{MAO} + \widehat{OHM} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà hai góc này đối diện nên $AOHM$ là tứ giác nội tiếp (đpcm)

b) Chứng minh $\angle MDH = \angle BAH$ và $MA^2 = MC.MD$

Ta có: $DK \parallel MO$ (gt) $\Rightarrow \angle MDK = \angle DMO$ (hai góc so le trong)

Vì $AOHM$ là tứ giác nội tiếp (cm câu a) $\Rightarrow \widehat{HMO} = \widehat{HAO}$ (cùng chắn \widehat{OH})

Hay $\widehat{BAD} = \widehat{DMO} \Rightarrow \widehat{BAH} = \widehat{MDK} (= \widehat{DMO})$ (đpcm)

Xét $\triangle AMC$ và $\triangle DMA$ ta có: \widehat{M} chung; $\widehat{MDA} = \widehat{MAC}$ (cùng chắn \widehat{AC})

$\Rightarrow \triangle AMC \sim \triangle DMA$ (g.g) $\Rightarrow \frac{AM}{DM} = \frac{MC}{MA} \Leftrightarrow MA^2 = MC.MD$ (đpcm)

c) Chứng minh $AI \parallel BD$

Gọi E là giao điểm của MO và BD . Kéo dài DK cắt BC tại F

Xét tứ giác $AHKD$ có $\widehat{HAK} = \widehat{KDH}$ (câu b)

$\Rightarrow AHKD$ là tứ giác nội tiếp (hai đỉnh kề cùng nhìn cạnh đối diện dưới các góc bằng nhau) $\Rightarrow \angle DAK = \angle DHK$ (góc nội tiếp cùng chắn \widehat{DK})

Mà $\angle DAK = \angle DCB$ (cùng chắn \widehat{DB}) nên $\widehat{DHK} = \widehat{DCB}$

Hai góc này ở vị trí đồng vị nên $HK // CB \Rightarrow HK // CF$

Trong tam giác DCF , $HK // CF$, H là trung điểm CD nên K là trung điểm FD

$\Rightarrow DK = KF$. Lại có: $DK // MO \Rightarrow DF // IE \Rightarrow \frac{DK}{OE} = \frac{FK}{OI} \left(= \frac{BK}{BO} \right)$

Mà $DK = KF$ (cmt) $\Rightarrow OE = OI$

Xét tứ giác $AIBE$ có hai đường chéo IE và AB cắt nhau tại trung điểm O của mỗi đường nên $AIBE$ là hình bình hành $\Rightarrow AI // BE \Rightarrow AI // BD$ (dfcm)

Bài 5.

Ta có:

$$\begin{aligned} A &= (x^4 + 1)(y^4 + 1) = x^4 + y^4 + (xy)^4 + 1 = (x^2 + y^2)^2 - 2(xy)^2 + (xy)^4 + 1 \\ &= \left[(x + y)^2 - 2xy \right]^2 - 2(xy)^2 + (xy)^4 + 1 \\ &= (x + y)^4 - 4(x + y)^2 \cdot xy + 4(xy)^2 - 2(xy)^2 + (xy)^4 + 1 \\ &= 100 - 40xy + 2(xy)^2 + (xy)^4 + 1 \\ &= (xy)^4 + 2(xy) - 40xy + 101 \end{aligned}$$

Đặt $t = xy$. Áp dụng bất đẳng thức Cô si ta có:

$$0 < xy \leq \left(\frac{x + y}{2} \right)^2 = \frac{(x + y)^2}{4} = \frac{5}{2}.$$

Khi đó ta có: $A = t^4 + 2t^2 - 40t + 101 \quad \left(0 < t \leq \frac{5}{2} \right)$

$$A = (t^4 - 8t^2 + 16) + (10t^2 - 40t + 40) + 45$$

$$A = (t^2 - 4)^2 + 10(t - 2)^2 + 45 \geq 45$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} t^2 - 4 = 0 \\ t - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow t = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 2 \\ x + y = \sqrt{10} \end{cases}$$

Khi đó x, y là nghiệm của phương trình: $X^2 - \sqrt{10}X + 2 = 0$

Ta có: $\Delta = (\sqrt{10})^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 2 > 0$, do đó phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$\begin{cases} X = \frac{\sqrt{10} - \sqrt{2}}{2} \\ X = \frac{\sqrt{10} + \sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (x; y) = \left(\frac{\sqrt{10} - \sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{10} + \sqrt{2}}{2} \right) \text{ hoặc } (x; y) = \left(\frac{\sqrt{10} + \sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{10} - \sqrt{2}}{2} \right)$$

$$\text{Vậy } A_{\min} = 45 \Leftrightarrow \Rightarrow (x; y) = \left(\frac{\sqrt{10} - \sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{10} + \sqrt{2}}{2} \right) \text{ hoặc}$$

$$(x; y) = \left(\frac{\sqrt{10} + \sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{10} - \sqrt{2}}{2} \right)$$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH DƯƠNG

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Đề số 9

KỶ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

Năm học 2020-2021

Môn thi : TOÁN

Ngày thi : 09/7/2020

Thời gian làm bài : 120 phút (không tính
phát đề)

Bài 1. (2 điểm)

Giải các phương trình, hệ phương trình sau:

$$1) x^2 + x - 12 = 0 \qquad 2) x^4 + 8x^2 - 9 = 0 \qquad 3) \begin{cases} 3x + y = -1 \\ 6x + y = 2 \end{cases}$$

Bài 2. (1,5 điểm)

Cho phương trình : $x^2 - 2020x + 2021 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Không giải phương trình, tính giá trị các biểu thức sau :

$$1) \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \qquad 2) x_1^2 + x_2^2$$

Bài 3. (1,5 điểm)

Cho Parabol (P): $y = \frac{3}{2}x^2$ và đường thẳng (d): $y = -\frac{3}{2}x + 3$

- 1) Vẽ đồ thị của (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ
- 2) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Bài 4. (1,5 điểm)

Cho biểu thức $A = \left(\frac{1}{x - \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{x\sqrt{x} - 2x + \sqrt{x}}$

- 1) Rút gọn biểu thức A
- 2) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 8 - 2\sqrt{7}$

Bài 5. (3,5 điểm)

Cho đường tròn ($O; 3cm$) có đường kính AB và tiếp tuyến Ax . Trên Ax lấy điểm C sao cho $AC = 8cm$, BC cắt đường tròn (O) tại D . Đường phân giác của góc CAD cắt đường tròn (O) tại M và cắt BC tại N

- 1) Tính độ dài đoạn thẳng AD
- 2) Gọi E là giao điểm của AD và MB . Chứng minh tứ giác $MNDE$ nội tiếp được trong đường tròn.
- 3) Chứng minh tam giác ABN là tam giác cân
- 4) Kẻ EF vuông góc AB ($F \in AB$). Chứng minh N, E, F thẳng hàng.

ĐÁP ÁN

Bài 1.

$$1) x^2 + x - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 4x - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-3) + 4(x-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-3)(x+4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-3=0 \\ x+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-4 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{3; -4\}$

$$2) x^4 + 8x^2 - 9 = 0$$

Đặt $t = x^2 (t \geq 0)$, phương trình đã cho trở thành : $t^2 + 8t - 9 = 0$

Phương trình có dạng $a + b + c = 1 + 8 - 9 = 0$ nên phương trình có hai nghiệm

$$\begin{cases} t_1 = 1(1m) \\ t_2 = -9(9m) \end{cases} \cdot t = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{\pm 1\}$

$$3) \begin{cases} 3x + y = -1 \\ 6x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 2y = -2 \\ 6x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 4 = -1 \\ y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -4 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; -4)$

Bài 2.

Xét phương trình : $x^2 - 2020x + 2021 = 0 (*)$

Ta có: $\Delta' = 1010^2 - 2021 = 1018079 > 0 \Rightarrow$ Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Áp dụng định lý Vi - et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2020 \\ x_1 x_2 = 2021 \end{cases}$

$$a) \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{2020}{2021}$$

$$b) x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 2020^2 - 2 \cdot 2021 = 4076358.$$

Bài 3.

- Học sinh tự lập bảng và vẽ đồ thị
- Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) ta có:

$$\frac{3}{2}x^2 = -\frac{3}{2}x + 3 \Leftrightarrow 3x^2 = -3x + 6 \Leftrightarrow 3x^2 + 3x - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x+2) - (x+2) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow y=\frac{3}{2} \\ x=-2 \Rightarrow y=6 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm là $A(-2;6)$ và $B\left(1;\frac{3}{2}\right)$

Bài 4.

- Rút gọn biểu thức A

$$A = \left(\frac{1}{x-\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{x\sqrt{x}-2x+\sqrt{x}} \begin{matrix} (x > 0) \\ (x \neq 1) \end{matrix}$$

$$A = \left[\frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \right] \cdot \frac{\sqrt{x}(x-2\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}+1} = \frac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}+1}$$

$$A = \sqrt{x} - 1$$

- Tính giá trị biểu thức A khi $x = 8 - 2\sqrt{7}$. Điều kiện: $0 < x \neq 1$

Ta có:

$$x = 8 - 2\sqrt{7} = (\sqrt{7})^2 - 2 \cdot \sqrt{7} \cdot 1 + 1^2 = (\sqrt{7} - 1)^2$$

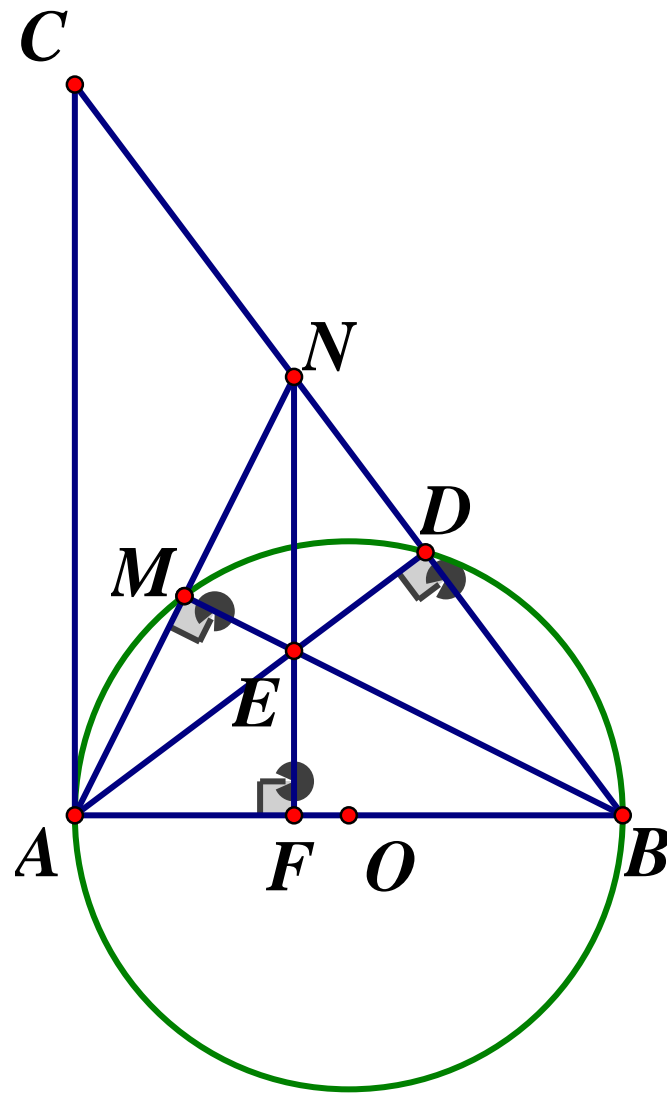
$$\Rightarrow \sqrt{x} = |\sqrt{7} - 1| = \sqrt{7} - 1 \text{ (Do } \sqrt{7} - 1 > 0)$$

Thay $\sqrt{x} = \sqrt{7} - 1$ (tmDKXD) vào biểu thức A ta có:

$$A = \sqrt{7} - 1 - 1 = \sqrt{7} - 2$$

Vậy khi $x = 8 - 2\sqrt{7}$ thì $A = \sqrt{7} - 2$

Bài 5.



1) Tính độ dài đoạn thẳng AD

Vì \widehat{ADB} nội tiếp nửa đường tròn (O) nên $\widehat{ADB} = 90^\circ \Rightarrow AD \perp BD$ hay $AD \perp BC$

Ta có: Ax là tiếp tuyến của (O) tại A nên $Ax \perp AB$ hay $AB \perp AC$

AB là đường kính của (O; 3cm) nên $AB = 2.3 = 6(\text{cm})$

Do đó ΔABC vuông tại A có đường cao AD

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABC ta có:

$$\frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{6^2} + \frac{1}{8^2} \Rightarrow \frac{1}{AD^2} = \frac{25}{576} \Rightarrow \sqrt{\frac{576}{25}} = 4,8(\text{cm})$$

Vậy $AD = 4,8\text{cm}$

2) Chứng minh $MNDE$ là tứ giác nội tiếp

Ta có: $AD \perp BC(\text{cmt}) \Rightarrow \widehat{EDN} = 90^\circ$

Tương tự ta có \widehat{AMB} là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O) nên $\widehat{AMB} = 90^\circ$

$$\Rightarrow AM \perp BM \text{ hay } AN \perp BM \Rightarrow \widehat{EMN} = 90^\circ$$

Xét tứ giác $MNDE$ có $\widehat{EDN} + \widehat{EMN} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Vậy tứ giác $MNDE$ là tứ giác nội tiếp.

3) Chứng minh $\triangle ABN$ là tam giác cân

Ta có: $\widehat{CAN} = \widehat{ABM}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến dây cung cùng chắn \widehat{AM})

$\widehat{MAD} = \widehat{MBD}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn \widehat{MD})

Mà $\widehat{CAN} = \widehat{MAD}$ (gt) $\Rightarrow \widehat{ABM} = \widehat{MBD}$, do đó BM là tia phân giác của \widehat{ABN}

Xét $\triangle ABN$ có BM là đường cao đồng thời là đường phân giác nên tam giác ABN cân tại B (đpcm)

4) Chứng minh N, E, F thẳng hàng

Xét $\triangle ABN$ có $AD \perp BN$ (cmt); $BM \perp AN$ (cmt); $AD \cap BM = \{E\}$ (gt)

$\Rightarrow E$ là trực tâm của tam giác ABN

Do đó NE là đường cao thứ ba của tam giác ABN nên $NE \perp AB$

Lại có: $EF \perp AB$ (gt)

\Rightarrow Qua điểm E nằm ngoài đường thẳng AB kẻ được hai đường thẳng EF, NE cùng vuông góc với $AB \Rightarrow NE \equiv EF$ (Tiên đề O clit)

Vậy N, E, F thẳng hàng (đpcm)

ĐỀ CHÍNH THỨC

Đề số 10

Câu 1. (2,0 điểm)

1. Tính giá trị các biểu thức sau :

$$A = \sqrt{64} - \sqrt{49} \qquad B = \sqrt{(4 + \sqrt{7})^2} - \sqrt{7}$$

2. Cho biểu thức
- $Q = \frac{x + 2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} - 3, (x \geq 0)$

- a) Rút gọn biểu thức Q
 b) Tìm giá trị của x để biểu thức $Q = 2$

Câu 2. (2,0 điểm)

1. Cho parabol
- $(P): y = x^2$
- và đường thẳng
- $(d): y = 2x + 3$

- a) Vẽ parabol (P) và đường thẳng (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ
 b) Tìm tọa độ giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d) bằng phép tính

2. Không sử dụng máy tính, giải hệ phương trình sau :
- $$\begin{cases} 2x - 3y = 3 \\ x + 3y = 6 \end{cases}$$

Câu 3. (2,5 điểm)

1. Cho phương trình ẩn
- $x: x^2 - 5x + (m - 2) = 0$
- (1)

- a) Giải phương trình (1) với $m = 6$
 b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn hệ

$$\text{thức } \frac{1}{\sqrt{x_1}} + \frac{1}{\sqrt{x_2}} = \frac{3}{2}$$

2. Một thửa đất hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng
- $4m$
- và có diện tích là
- $320m^2$
- . Tính chu vi thửa đất đó.

Câu 4. (1,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A , có cạnh $AC = 8cm, \hat{B} = 60^\circ$. Tính số đo góc \hat{C} và độ dài các cạnh AB, BC , đường trung tuyến AM của tam giác ABC

Câu 5. (2,5 điểm)

Từ một điểm T ở bên ngoài đường tròn (O) , Vẽ hai tiếp tuyến TA, TB với đường tròn (A, B là hai tiếp điểm). Tia TO cắt đường tròn (O) tại hai điểm phân biệt C và D (C nằm giữa T và O) và cắt đoạn thẳng AB tại điểm F

- a) Chứng minh : Tứ giác $TAOB$ nội tiếp
 b) Chứng minh: $TC.TD = TF.TO$

- c) Vẽ đường kính AG của đường tròn (O) . Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ điểm B đến AG , I là giao điểm của TG và BH . Chứng minh I là trung điểm của BH

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$1) A = \sqrt{64} - \sqrt{49} = 8 - 7 = 1$$

$$B = \sqrt{(4 + \sqrt{7})^2} - \sqrt{7} = |4 + \sqrt{7}| - \sqrt{7} = 4 + \sqrt{7} - \sqrt{7} = 4$$

2) a) Rút gọn biểu thức Q

Với $x \geq 0$ ta có:

$$Q = \frac{x + 2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} - 3 = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 2)}{\sqrt{x} + 2} - 3 = \sqrt{x} - 3$$

Vậy với $x \geq 0$ thì $Q = \sqrt{x} - 3$

b) Tìm giá trị của x để $Q = 2$

$$\text{Ta có: } Q = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} - 3 = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 5 \Leftrightarrow x = 25(tm)$$

Vậy để $Q = 2$ thì $x = 25$

Câu 2.

- 1) a) Học sinh tự vẽ (P) và (d)

b) Tìm tọa độ giao điểm

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) ta có:

$$x^2 = 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 3x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x+1) - 3(x+1) = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ x-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \Rightarrow y=1 \\ x=3 \Rightarrow y=9 \end{cases}$$

Vậy (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có tọa độ $(-1;1)$ và $(3;9)$

2) Giải hệ phương trình.....

$$\begin{cases} 2x - 3y = 3 \\ x + 3y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 9 \\ y = \frac{6-x}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (3;1)$

Câu 3.

1. a) Giải phương trình khi $m = 6$

Với $m = 6$ thì phương trình (1) trở thành:

$$x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x(x-1) - 4(x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-4)(x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=4 \end{cases}$$

Vậy với $m = 6$ thì tập nghiệm phương trình là $S = \{1; 4\}$

b) Tìm m để

Để phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt x_1, x_2 thì $\begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (-5)^2 - 4.(m-2) > 0 \\ 5 > 0 \text{ (luôn đúng)} \\ m-2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25 - 4m + 8 > 0 \\ m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 33 - 4m > 0 \\ m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m < \frac{33}{4}$$

Khi đó áp dụng hệ thức Vi - et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 x_2 = m - 2 \end{cases}$. Theo đề bài ta có:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{x_1}} + \frac{1}{\sqrt{x_2}} = \frac{3}{2} &\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}}{\sqrt{x_1 x_2}} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow 2(\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}) = 3\sqrt{x_1 x_2} \\ \Leftrightarrow 4(x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1 x_2}) &= 9x_1 x_2 \Leftrightarrow 4(5 + 2\sqrt{m-2}) = 9(m-2) \\ \Leftrightarrow 9(m-2) - 8\sqrt{m-2} - 20 &= 0 (*) \end{aligned}$$

Đặt $t = \sqrt{m-2} (t \geq 0)$, phương trình (*) trở thành:

$$\begin{aligned} 9t^2 - 8t - 20 = 0 &\Leftrightarrow 9t^2 - 18t + 10t - 20 = 0 \Leftrightarrow 9t(t-2) + 10(t-2) = 0 \\ \Leftrightarrow (t-2)(9t+10) = 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} t-2=0 \\ 9t+10=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=2(tm) \\ t=-\frac{10}{9}(ktm) \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{Với } t=2 \Rightarrow \sqrt{m-2} = 2 \Leftrightarrow m-2 = 4 \Leftrightarrow m = 6(tm)$$

Vậy $m = 6$

2. Tính chu vi thửa đất đó

Gọi chiều rộng thửa đất là $x(m)$, ($x > 0$) \Rightarrow Chiều dài thửa đất là $x + 4(m)$

Vì thửa đất có diện tích là $320m^2$, nên ta có phương trình :

$$x(x+4) = 320 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 320 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 16x + 20x - 320 = 0$$

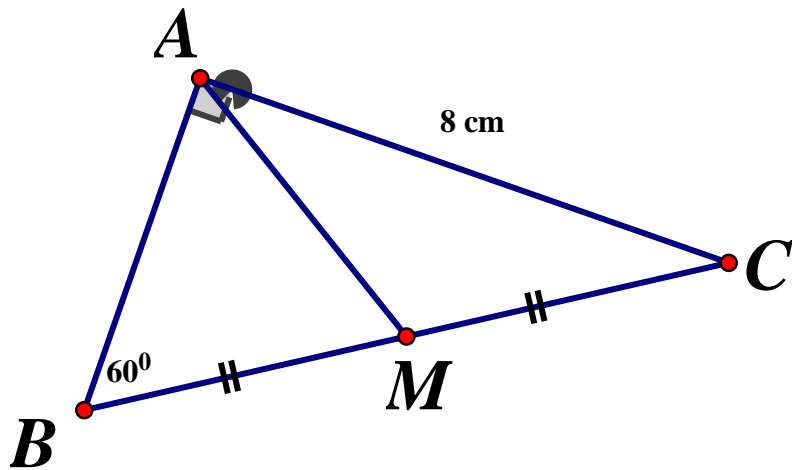
$$\Leftrightarrow x(x-16) + 20(x-16) = 0 \Leftrightarrow (x-16)(x+20) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-16=0 \\ x+20=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=16(tm) \\ x=-20(ktm) \end{cases}$$

\Rightarrow Chiều rộng thửa đất là $16m$, chiều dài thửa đất là $16 + 4 = 20m$

Vậy chu vi thửa đất đó là : $(16 + 20).2 = 72(m)$

Câu 4.



Vì $\triangle ABC$ vuông tại A nên $\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ$ (phụ nhau) $\Rightarrow \widehat{C} = 90^\circ - \widehat{B} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$
Ta có:

$$\tan 60^\circ = \frac{AC}{AB} \Rightarrow AB = \frac{AC}{\tan 60^\circ} = \frac{8}{\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{3} (cm)$$

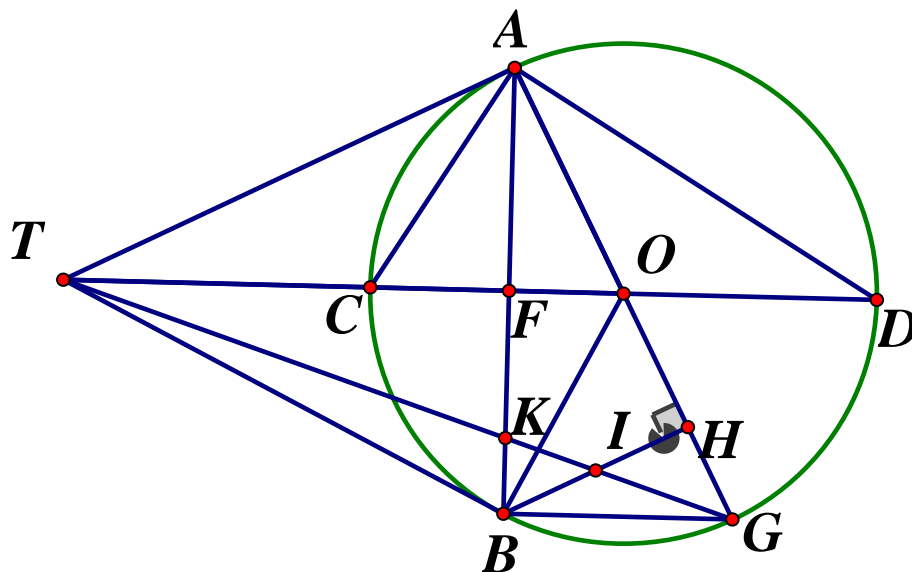
$$\sin 60^\circ = \frac{AC}{BC} \Rightarrow BC = \frac{AC}{\sin 60^\circ} = \frac{8}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{16\sqrt{3}}{3} (cm)$$

Tam giác ABC vuông tại A có đường trung tuyến AM ứng với cạnh huyền BC nên:

$$AM = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{16\sqrt{3}}{3} = \frac{8\sqrt{3}}{3} (cm)$$

Vậy $\widehat{C} = 30^\circ$, $AB = AM = \frac{8\sqrt{3}}{3} cm$, $BC = \frac{16\sqrt{3}}{3} cm$

Câu 5.



a) Chứng minh tứ giác $TAOH$ nội tiếp

Ta có: TA, TB là hai tiếp tuyến của (O) tại A, B (gt)

$$\Rightarrow \begin{cases} TA \perp OA \\ TB \perp OB \end{cases} \Rightarrow \widehat{TAO} = \widehat{TBO} = 90^\circ$$

Xét tứ giác $TAOB$ ta có: $\widehat{TAO} + \widehat{TBO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$, mà hai góc này là hai góc đối diện nên $TAOB$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh: $TC.TD = TF.TO$

Ta có: $OA = OB = R \Rightarrow O$ thuộc đường trung trực của AB

$TA = TB$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow T$ thuộc đường trung trực của AB

$\Rightarrow TO$ là đường trung trực của $AB \Rightarrow TO \perp AB = \{F\}$

Áp dụng hệ thức lượng cho ΔTAO vuông tại A có đường cao AF ta có:

$$TA^2 = TF.TO \quad (1)$$

Xét ΔTAC và ΔTDA ta có:

\hat{T} chung; $\widehat{TDA} = \widehat{TAC}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến dây cung cùng chắn \widehat{AC})

$$\Rightarrow \Delta TAC \sim \Delta TDA (g.g) \Rightarrow \frac{TA}{TD} = \frac{TC}{TA} \Rightarrow TA^2 = TC.TD \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow TF.TO = TC.TD (= TA^2)$ (dfcm)

c) Chứng minh I là trung điểm của BH

Gọi $AB \cap TG = \{K\}$

Ta có: $\begin{cases} AT \perp OA \Rightarrow AT \perp AG \\ BH \perp AG \end{cases} \Rightarrow BH \parallel AT \Rightarrow \widehat{ABH} = \widehat{TAB}$ (so le trong)

Mà $TA = TB$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) nên ΔTAB cân tại T

$\Rightarrow \widehat{TAB} = \widehat{TBA} \Rightarrow \widehat{ABH} = \widehat{TBA} \Rightarrow BK$ là phân giác của \widehat{TBH}

Ta có: $\widehat{ABG} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow BA \perp BG$ hay $BK \perp BG$

Do đó BK là phân giác ngoài của \widehat{TBH}

Áp dụng định lý đường phân giác ta có: $\frac{BI}{BT} = \frac{KI}{KT} = \frac{GI}{GT}$

Lại có $\frac{KI}{KT} = \frac{BI}{AT}; \frac{GI}{GT} = \frac{IH}{AT}$ (định lý Ta - lét)

Do đó $\frac{BI}{AT} = \frac{IH}{AT} \Rightarrow BI = IH$

Vậy I là trung điểm của BH (dfcm)

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH THUẬN

ĐỀ CHÍNH THỨC

Đề số 11

KỶ THI TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT CÔNG LẬP

Năm học 2020 – 2021

Môn thi: TOÁN

Thời gian : 120 phút

Bài 1. (1,0 điểm)

Rút gọn biểu thức $A = (\sqrt{6} + \sqrt{3}) \cdot \sqrt{3} - 3\sqrt{2}$

Bài 2. (2,0 điểm)

Giải phương trình và hệ phương trình sau:

$$a) x^2 + 2x - 3 = 0 \qquad b) \begin{cases} x + y = 7 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$$

Bài 3. (2,0 điểm)

- Vẽ đồ thị của hàm số $y = x^2$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy
- Cho hàm số $y = mx + n$ có đồ thị là (d) . Tìm giá trị m và n biết (d) song song với đường thẳng (d') : $y = x + 3$ và đi qua điểm $M(2;4)$

Bài 4. (1,0 điểm)

Lớp 9A có 80 quyển vở dự định khen thưởng học sinh giỏi cuối năm. Thực tế cuối năm tăng thêm 2 học sinh giỏi, nên mỗi phần thưởng giảm đi 2 quyển vở so với dự định. Hỏi cuối năm lớp 9A có bao nhiêu học sinh giỏi, biết mỗi phần thưởng có số quyển vở bằng nhau.

Bài 5. (4,0 điểm)

Cho nửa đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$. Trên đoạn thẳng OB lấy điểm M (M khác O và B). Đường thẳng vuông góc với MN tại N cắt các tiếp tuyến Ax, By của nửa đường tròn (O) lần lượt ở C và D (Ax, By và nửa đường tròn thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ AB)

- Chứng minh tứ giác $ACNM$ nội tiếp
- Chứng minh $AN \cdot MD = NB \cdot CM$
- Gọi E là giao điểm của AN và CM . Đường thẳng qua E và vuông góc với BD , cắt MD tại F . Chứng minh N, F, B thẳng hàng
- Khi $\widehat{ABN} = 60^\circ$, tính theo R diện tích của phần nửa hình tròn tâm O bán kính R nằm ngoài $\triangle ABN$

ĐÁP ÁN

Bài 1.

$$\begin{aligned}
 A &= (\sqrt{6} + \sqrt{3}) \cdot \sqrt{3} - 3\sqrt{2} \\
 &= \sqrt{18} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} - 3\sqrt{2} \\
 &= 3\sqrt{2} + 3 - 3\sqrt{2} \\
 &= 3
 \end{aligned}$$

Vậy $A = 3$

Bài 2. Giải phương trình và hệ phương trình

$$\begin{aligned}
 a) x^2 + 2x - 3 = 0 &\Leftrightarrow x^2 + 3x - x - 3 = 0 \Leftrightarrow x(x+3) - (x+3) = 0 \\
 &\Leftrightarrow (x-1)(x+3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-3 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy $S = \{1; -3\}$

$$b) \begin{cases} x+y=7 \\ 2x-y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x=12 \\ y=7-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (4; 3)$

Bài 3.

- a) Học sinh tự vẽ (P)
- b) Tìm m và n

Vì đường thẳng (d) song song với đường thẳng (d') : $y = x + 3$ nên ta có $\begin{cases} m=1 \\ n \neq 3 \end{cases}$

Khi đó phương trình đường thẳng (d) có dạng $y = x + n (n \neq 3)$

Mà $M(2; 4) \in (d) \Rightarrow 4 = 2 + n \Leftrightarrow n = 2 (tm)$

Vậy $m = 1, n = 2$

Bài 4.

Gọi số học sinh giỏi lớp 9A theo dự định là x (học sinh) ($x \in \mathbb{N}^*$)

\Rightarrow Dự định, mỗi phần thưởng có số quyển vở: $\frac{80}{x}$ (quyển vở)

Số học sinh giỏi thực tế của lớp 9A là: $x + 2$ (học sinh)

\Rightarrow Thực tế, mỗi phần thưởng có số quyển vở là: $\frac{80}{x+2}$ (quyển vở)

Thực tế mỗi phần thưởng giảm đi 2 quyển so với dự định nên ta có phương trình

$$\frac{80}{x} - \frac{80}{x+2} = 2 \Leftrightarrow 80(x+2) - 80x = 2x(x+2)$$

$$\Leftrightarrow 80x + 160 - 80x = 2x^2 + 4x$$

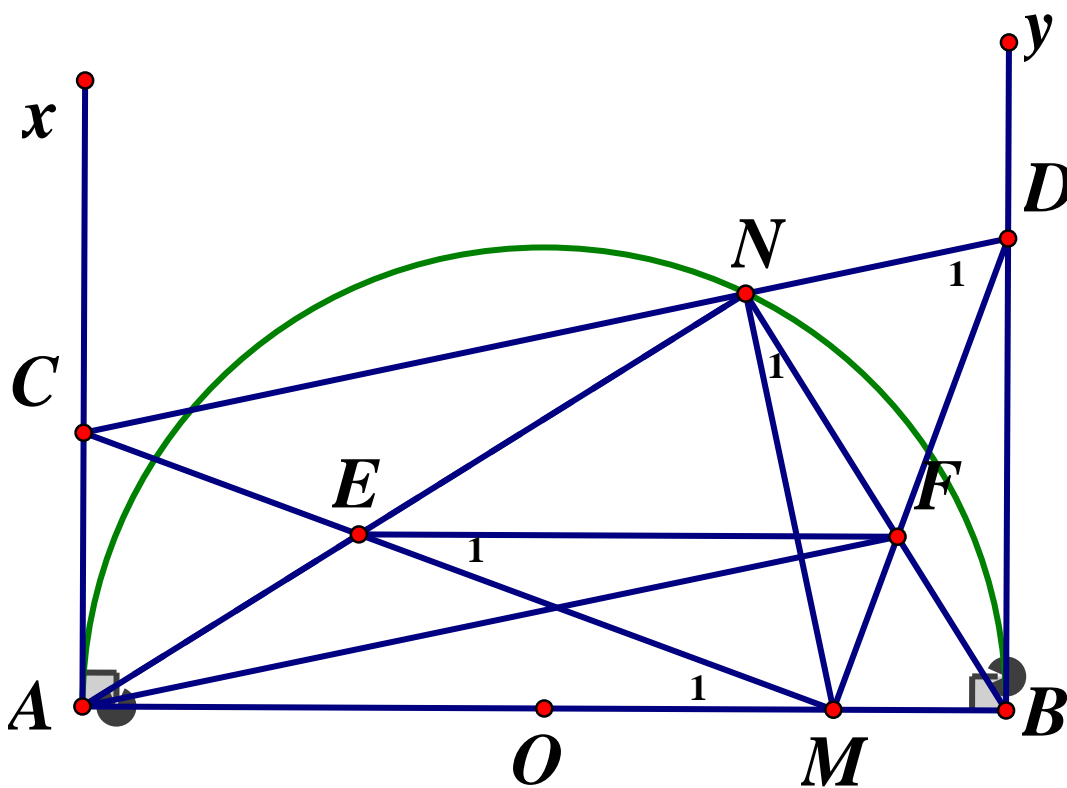
$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 80 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 10x - 8x - 80 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x+10) - 8(x+10) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+10)(x-8) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -10(\text{ktm}) \\ x = 8(\text{tm}) \end{cases}$$

Vậy cuối năm lớp 9A có $8 + 2 = 10$ học sinh giỏi.

Bài 5.



a) Chứng minh tứ giác ACNM nội tiếp

Vì AC là tiếp tuyến của (O) tại A nên $\widehat{MAC} = 90^\circ$

Vì $MN \perp CD$ tại N nên $\angle MNC = \angle MND = 90^\circ$

Xét tứ giác ACNM có: $\widehat{MAC} + \widehat{MNC} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow ACNM$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°)

b) Chứng minh $AN \cdot MD = NB \cdot CM$

Vì BD là tiếp tuyến của (O) tại B nên $\angle MBD = 90^\circ$

Xét tứ giác BMND có: $\angle MBD + \angle MND = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow BMND$ là tứ giác nội tiếp $\Leftrightarrow \angle MDN = \angle MBN$ (cùng chắn cung MN)

$$\Rightarrow \angle ABN = \angle MDC$$

Vì $ACNM$ là tứ giác nội tiếp (câu a) $\Rightarrow \angle MAN = \angle MCN$ (cùng chắn cung MN)

$$\Rightarrow \widehat{BAN} = \widehat{MCD}$$

Xét $\triangle ABN$ và $\triangle CDN$ có: $\angle ABN = \angle MDC$ (cmt); $\angle BAN = \angle MCD$ (cmt)

$$\Rightarrow \triangle ABN \sim \triangle CDM (g.g) \Rightarrow \frac{AN}{CM} = \frac{NB}{MD} \Rightarrow AN.MD = NB.CM (dfcm)$$

c) Chứng minh N, F, B thẳng hàng.

Gọi $E = BN \cap DM$, ta chứng minh $EF \perp BD$

Vì $\triangle ABN \sim \triangle CDM$ (cmt) nên $\widehat{ANB} = \widehat{CMD}$ mà $\widehat{ANB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \widehat{CMD} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{ENF} = \widehat{EMF} = 90^\circ$

Xét tứ giác $MENF$ có $\widehat{ENF} + \widehat{EMF} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow MENF$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°).

$\Rightarrow \widehat{N}_1 = \widehat{E}_1$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung MF)

Mà $\widehat{N}_1 = \widehat{D}_1$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BM) $\Rightarrow \widehat{E}_1 = \widehat{D}_1$ (1)

Vì $\triangle BDM$ vuông tại B nên $\widehat{D}_1 + \widehat{BMD} = 90^\circ$ (hai góc nhọn trong tam giác vuông phụ nhau)

Mà $\widehat{BMD} + \widehat{CMD} + \widehat{M}_1 = 180^\circ \Rightarrow \angle M_1 + \angle BMD = 180^\circ - \angle CMD = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

$\Rightarrow \widehat{D}_1 = \widehat{M}_1$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{E}_1 = \widehat{M}_1$ mà hai góc này ở vị trí so le trong nên

$EF \parallel AM$ hay $EF \parallel AB$. Lại có $AB \perp BD$ (gt) $\Rightarrow EF \perp BD$

Vậy đường thẳng qua E vuông góc với BD cắt MD tại $F \in BN$ (dfcm)

d) Khi $\angle ABN = 60^\circ$, tính theo R diện tích

Xét tam giác vuông ABN vuông tại N có $AB = 2R$, $\widehat{ABN} = 60^\circ$ (gt) ta có:

$$AN = AB.\sin \angle ABN = 2R.\sin 60^\circ = R\sqrt{3}$$

$$BN = AB.\cos \angle ABN = 2R.\cos 60^\circ = R$$

$$\Rightarrow S_{ABN} = \frac{1}{2} AN.BN = \frac{1}{2} R\sqrt{3}.R = \frac{R^2\sqrt{3}}{2}$$

Diện tích nửa hình tròn tâm $(O; R)$ là $S_r = \frac{1}{2} \pi R^2$

Vậy diện tích của phần nửa hình tròn tâm O , bán kính R nằm ngoài $\triangle ABN$ là:

$$S = S_r - S_{ABN} = \frac{1}{2} \pi R^2 - \frac{R^2\sqrt{3}}{2} = \frac{R^2}{2} (\pi - \sqrt{3})$$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
CÀ MAU

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN
NĂM HỌC 2020 – 2021

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Môn thi: Toán (không chuyên)

Ngày thi: 23/7/2020

Thời gian : 120 phút

Đề số 12

Bài 1. (1,0 điểm)

a) Tính giá trị của biểu thức $A = (5 - \sqrt{11})(5 + \sqrt{11}) - (3 - \sqrt{3})^2$

b) Rút gọn biểu thức $B = \frac{(x\sqrt{y} + y\sqrt{x})(\sqrt{x} - \sqrt{y})}{\sqrt{xy}} \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$

Bài 2.(1,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình: $-3x^4 + x^2 + 10 = 0$

b) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} 3x + 2y = -4 \\ -4x + y = -13 \end{cases}$

Bài 3.(1,5 điểm) Cho Parabol $(P): y = \frac{3}{2}x^2$

a) Vẽ đồ thị (P)

b) Tìm m để đường thẳng $(d): y = x + m$ cắt (P) tại hai điểm phân biệt

Bài 4.(1,5 điểm) Vừa qua, chính phủ đã điều chỉnh giảm 10% giá bán lẻ điện từ bậc 1 đến bậc 4 cho khách hàng sử dụng điện sinh hoạt bị ảnh hưởng bởi dịch Covid – 19 trong ba tháng 4,5,6 của năm 2020. Cụ thể như sau:

BẬC	GIÁ BÁN ĐIỆN (đã làm tròn đến đơn vị đồng/kWh)	
	Tháng 3 (trước điều chỉnh)	Tháng 4 (sau điều chỉnh)
Bậc 1: Cho kWh từ 0 – 50	1678 đồng/kWh	1510 đồng/kWh
Bậc 2: Cho kWh từ 51 – 100	1734 đồng/kWh	1561 đồng/kWh
Bậc 3: Cho kWh từ 101 – 200	2014 đồng/kWh	1813 đồng/kWh
Bậc 4: Cho kWh từ 201 – 300	2536 đồng/kWh	2282 đồng/kWh
Bậc 5: Cho kWh từ 301 – 400	2834 đồng/kWh	2834 đồng/kWh

Bậc 6: Cho kWh từ 401 trở lên	2927 đồng/kWh	2927 đồng/kWh
-------------------------------	---------------	---------------

Dựa vào các số liệu của bảng trên, hãy giải bài toán sau:

Gia đình của dì Năm Huệ đã trả tổng cộng 249580 đồng tiền điện sinh hoạt cho hết tháng 3 và tháng 4 năm 2020. Biết rằng trong hai tháng đó gia đình dì Năm Huệ tiêu thụ hết 155 kWh và mỗi tháng mức điện tiêu thụ chưa đến 100 kWh nhưng lớn hơn 50 kWh. Hãy tính xem điện tiêu thụ trong tháng 4 của gia đình dì Năm Huệ là bao nhiêu kWh ?

Bài 5.(1,5 điểm) Cho phương trình : $x^2 - 2(m + 4)x + m^2 - 8 = 0$ (m : tham số)

- Giải phương trình khi $m = -1$
- Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 và $A = x_1 + x_2 - 3x_1x_2$ đạt giá trị lớn nhất, tìm giá trị lớn nhất đó

Bài 6.

Câu 1. Cho tam giác ABC có các góc đều nhọn. Vẽ các đường cao BD, CE của tam giác ABC . Gọi H là giao điểm của BD, CE

- Chứng minh tứ giác $ADHE$ nội tiếp được đường tròn
- Chứng minh rằng: $DE.AC = BC.AE$
- Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Chứng minh rằng $OA \perp DE$

Câu 2. Tàu ngầm đang ở trên mặt biển bỗng đột ngột lặn xuống theo phương tạo với mặt nước biển một góc 20°

- Nếu tàu chuyển động theo phương lặn xuống $400m$ thì nó ở độ sâu bao nhiêu mét
- Tàu phải chạy bao nhiêu mét để đạt đến độ sâu $1000m$?

(Lâm tròn kết quả đến mét)

ĐÁP ÁN

Bài 1.

$$a) A = (5 - \sqrt{11})(5 + \sqrt{11}) - (3 - \sqrt{5})^2 = 25 - 11 - (9 - 6\sqrt{5} + 5) = 6\sqrt{5}$$

$$b) B = \frac{(x\sqrt{y} + y\sqrt{x})(\sqrt{x} - \sqrt{y})}{\sqrt{xy}} \begin{pmatrix} x > 0 \\ y > 0 \end{pmatrix} = \frac{\sqrt{xy}(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})}{\sqrt{xy}} = x - y$$

Bài 2.

$$a) -3x^4 + x^2 + 10 = 0$$

Đặt $t = x^2$, phương trình thành:

$$-3t^2 + t + 10 = 0 \Leftrightarrow -3t^2 + 6t - 5t + 10 = 0 \Leftrightarrow -3t(t - 2) - 5(t - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (t - 2)(-3t - 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2(tm) \\ t = \frac{-5}{3}(ktm) \end{cases} \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$$

$$b) \begin{cases} 3x + 2y = -4 \\ -4x + y = -13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = -4 \\ -8x + 2y = -26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x = 22 \\ y = 4x - 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -5 \end{cases}$$

Vậy $(x; y) = (2; -5)$

Bài 3.

- a) Học sinh tự vẽ parabol (P)
b) Để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt

\Leftrightarrow phương trình hoành độ giao điểm $\frac{3}{2}x^2 = x + m$ (1) có hai nghiệm phân biệt

Ta có (1) $\Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 2m = 0$

$$\Delta' = 1 + 6m > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{6}$$

Vậy $m > -\frac{1}{6}$

Bài 4.

Gọi mức tiêu thụ tháng 3 và tháng 4 của nhà đó lần lượt là a, b (kWh, $50 < a, b < 100$)

Theo bài ra ta có hệ:

$$\begin{cases} a + b = 155 \\ 50.1678 + (a - 50).1734 + 50.1510 + (b - 50).1561 = 249580 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 155 \\ 1734a + 1961b = 254930 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 75 \\ b = 80 \end{cases} \text{ (tm)}$$

Vậy mức tiêu thụ điện tháng 4 là 80 kWh

Bài 5.

- a) Với $m = -1$ ta có:

$$x^2 - 2(-1 + 4)x + (-1)^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 7x + x - 7 = 0 \Leftrightarrow x(x - 7) + (x - 7) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 7)(x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ x = -1 \end{cases}$$

Vậy khi $m = -1 \Rightarrow S = \{-1; 7\}$

- b) Để phương trình đã cho có nghiệm

$$\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow (m + 4)^2 - m^2 + 8 \geq 0 \Leftrightarrow 8m + 24 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -3$$

Áp dụng hệ thức Vi - et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m + 4) \\ x_1 x_2 = m^2 - 8 \end{cases}$. Ta có:

$$A = x_1 + x_2 - 3x_1x_2 = 2(m+4) - 3(m^2 - 8)$$

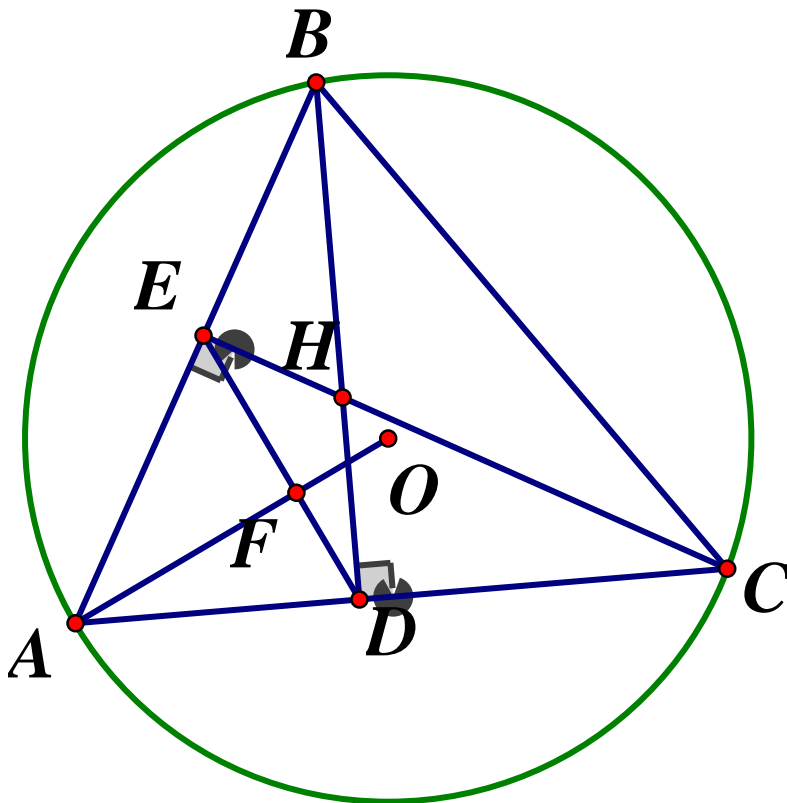
$$= -3m^2 + 2m + 32 = -3\left(m - \frac{1}{3}\right)^2 + 32 + \frac{1}{3}$$

$$\text{Do } \left(m - \frac{1}{3}\right)^2 \geq 0 (\forall m \geq -3) \Rightarrow A \leq 32 + \frac{1}{3} = \frac{97}{3}$$

$$\text{Vậy } \text{Max}A = \frac{97}{3} \Leftrightarrow m = \frac{1}{3} (\text{tmdk})$$

Bài 6.

Câu 1.



a) Theo giả thiết, ta có: $\widehat{AEH} = \widehat{ADH} = 90^\circ \Rightarrow$ tứ giác $ADHE$ nội tiếp đường tròn

b) Vì $\widehat{BDC} = \widehat{BEC} = 90^\circ$ (gt) và cùng nhìn cạnh BC nên $BEDC$ là tứ giác nội tiếp

$$\Rightarrow \widehat{BED} + \widehat{BCD} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{BCA} = \widehat{BCD} = 180^\circ - \widehat{BED} = \widehat{DEA}$$

Xét $\triangle AED$ và $\triangle ACB$ có: \widehat{DAE} chung; $\widehat{DEA} = \widehat{BCA}$ (cmt)

$$\Rightarrow \triangle AED \sim \triangle ACB (g.g) \Rightarrow \frac{AE}{DE} = \frac{AC}{BC} \Rightarrow DE \cdot AC = BC \cdot AE (dfcm)$$

c) Gọi $OA \cap ED = \{F\}$

$$\text{Ta có: } \widehat{AFD} = 180^\circ - \widehat{FAD} - \widehat{FDA} = 180^\circ - \widehat{OAC} - \widehat{EDA} (1)$$

Xét $\triangle OAC$ có $OA = OC \Rightarrow \triangle OAC$ cân tại O

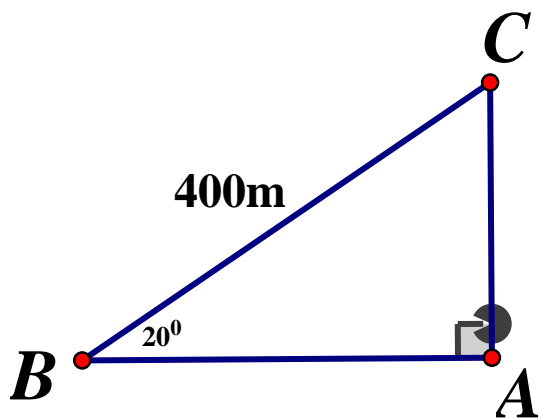
$$\Rightarrow \widehat{OAC} = \frac{180^\circ - \widehat{AOC}}{2} = 90^\circ - \widehat{ABC} \quad (2)$$

Lại có: $\widehat{EDA} = \widehat{ABC}$ (do $\Delta AED \sim \Delta ACB$) (3)

$$\text{Từ (1), (2), (3)} \Rightarrow \widehat{AFD} = 180^\circ - (90^\circ - \widehat{ABC}) - \widehat{ABC} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow AF \perp FD \text{ hay } AO \perp ED \text{ (đpcm)}$$

Câu 2.



a) Tàu ở độ sâu: $AC = BC \cdot \sin 20^\circ \approx 137(m)$

b) Số mét tàu chạy: $BC = \frac{AC}{\sin 20^\circ} = \frac{1000}{\sin 20^\circ} \approx 2924(m)$

ĐỀ CHÍNH THỨC

Đề số 13

A. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Căn bậc ba của 1728 là :

A.12

B.42

C.576

D.1728

Câu 2. Hàm số nào dưới đây là hàm số bậc nhất ?

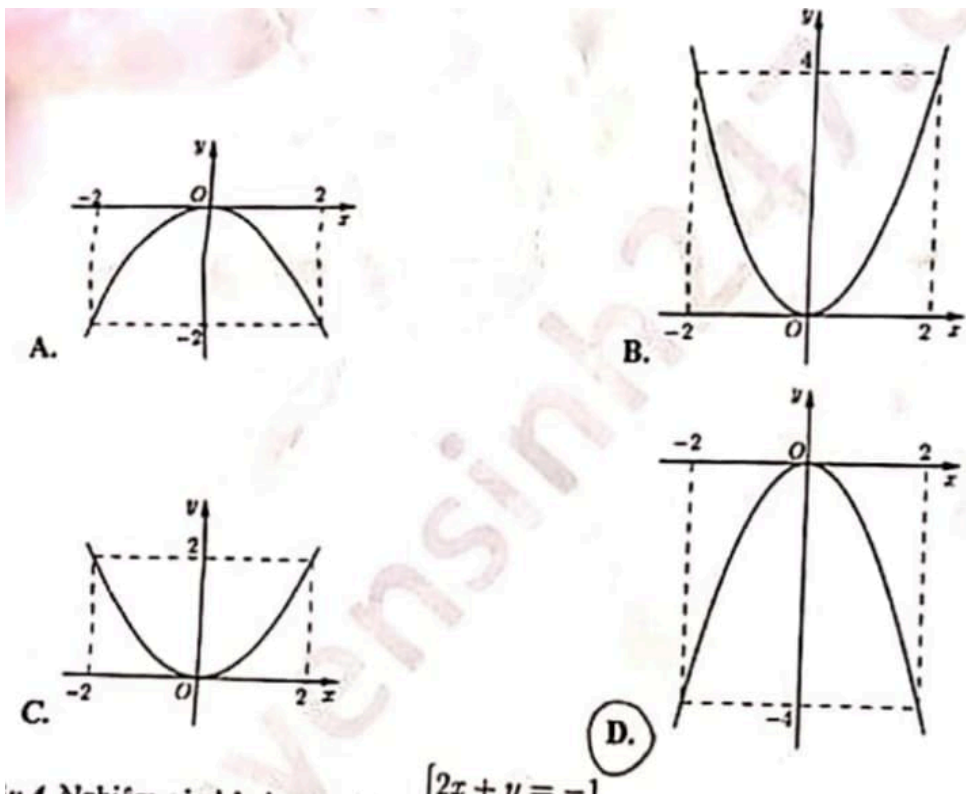
A. $y = -\frac{2}{x}$

B. $y = \sqrt{5x} - 16$

C. $y = 5x - 7$

D. $y = -x^2$

Câu 3. Hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ có đồ thị là hình vẽ nào dưới đây ?



Câu 4. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = -1 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$ là:

A. (3; -2)

B. (-3; 2)

C. (-2; 3)

D. (2; -3)

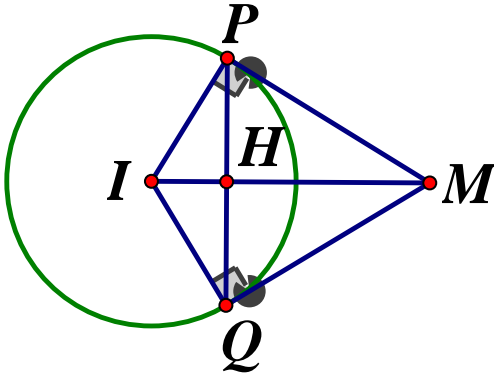
Câu 5. Diện tích của hình tròn có bán kính $R = 5\text{cm}$ bằng

- A. $20\pi\text{cm}^2$ B. $25\pi\text{cm}^2$ C. $50\pi\text{cm}^2$ D. $10\pi\text{cm}^2$

Câu 6. Điều kiện của x để biểu thức $\sqrt{x-4}$ có nghĩa là :

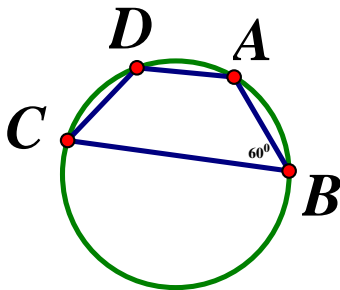
- A. $x \leq 4$ B. $x \leq -4$ C. $x \geq 4$ D. $x \geq -4$

Câu 7. Từ một điểm M nằm bên ngoài đường tròn $(I; R)$ vẽ hai tiếp tuyến MP, MQ (hình minh họa phía dưới). Gọi H là giao điểm của PQ và IM . Khẳng định nào dưới đây **sai** ?



- A. $MP^2 = IM^2 - IP^2$ B. $HP = HQ$ C. $IM = R$ D. $MP = MQ$

Câu 8. Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Số đo của góc \widehat{ADC} bằng



- A. 180° B. 60° C. 90° D. 120°

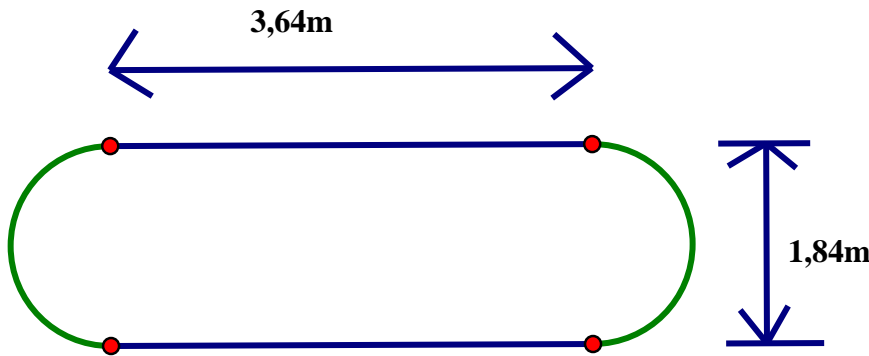
Câu 9. Tập nghiệm của phương trình $x^2 + 2x - 8 = 0$ là:

- A. $\{-4; -2\}$ B. $\{2; 4\}$ C. $\{-2; 4\}$ D. $\{-4; 2\}$

Câu 10. Điểm nào dưới đây là giao điểm của đường thẳng $(d): y = 2x + 1$ và parabol $(P): y = 3x^2$?

- A. $(-1; 3)$ B. $(1; 3)$ C. $(1; -3)$ D. $(-1; -1)$

Câu 11. Một cái bồn chứa xăng gồm hai nửa hình cầu và một hình trụ có kích thước như hình vẽ bên dưới. Thể tích của bồn chứa xăng bằng (lấy giá trị gần đúng của $\pi = 3,14$ và kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)



- A. $12,9m^3$ B. $8,1m^3$ C. $12,1m^3$ D. $64,8m^3$

Câu 12. Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi bằng $260m$ và hai lần chiều dài lớn hơn ba lần chiều rộng là $10m$. Chiều dài và chiều rộng của khu vườn đó lần lượt là :

- A. $76m, 54m$ B. $54m, 76m$ C. $80m, 50m$ D. $50m, 80m$

Câu 13. Giá trị của biểu thức $3\sqrt{5} - 4\sqrt{125} + \sqrt{180}$ bằng:

- A. 29 B. $-11\sqrt{5}$ C. -11 D. $29\sqrt{5}$

Câu 14. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $2x^2 + 5x + 1 = 0$. Giá trị của biểu thức $x_1 + x_2 - 3x_1x_2$ bằng:

- A. -4 B. 1 C. -1 D. 4

Câu 15. Tất cả giá trị tham số m sao cho hệ phương trình $\begin{cases} mx + 4y = 1 \\ x - y = -1 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất là :

- A. $m \neq -1$ B. $m \neq -4$ C. $m \neq 1$ D. $m \neq 4$

Câu 16. Cho đường tròn (O) có bán kính $R = 5cm$ và đường thẳng (d) cắt (O) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 6cm$. Khoảng cách từ tâm O đến đường thẳng (d) bằng: A. $8cm$ B. $12cm$ C. $2cm$ D. $4cm$

Câu 17. Cho đường thẳng $(d_1): y = ax + b$ đi qua điểm $M(1; 2)$ và đồng thời song song với đường thẳng $(d_2): y = 3x + 4$. Giá trị của biểu thức $a^2 + b^2$ bằng:

- A. 28 B. 27 C. 10 D. 52

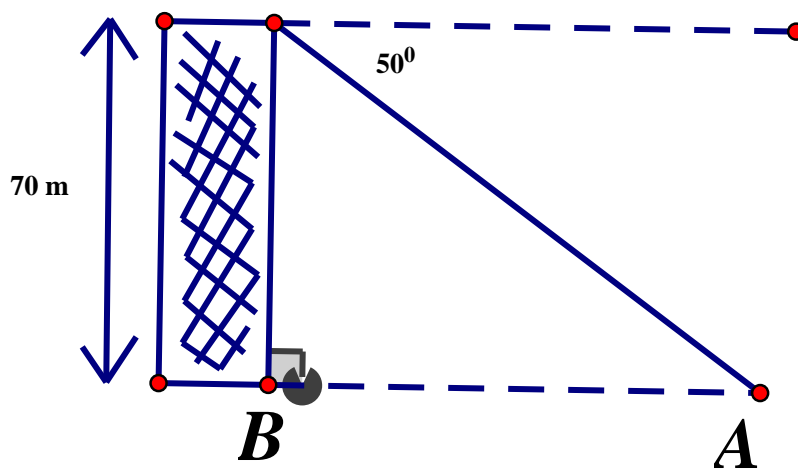
Câu 18. Trong mặt phẳng tọa độ, cho $M(-1;2), N(2;1), P(1;-2), Q(-2;1)$. Điểm nào có tọa độ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 3x + y = 1 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$?

- A. Điểm Q B. Điểm M C. Điểm N D. Điểm P

Câu 19. Cho hàm số $y = -3x + b$ có đồ thị đi qua điểm $M(-1;-2)$. Giá trị của b bằng

- A.5 B.1 C.-7 D.-5

Câu 20. Từ đỉnh của một tòa nhà cao $70m$, người ta nhìn thấy một ô tô đang đỗ ở vị trí A với một góc 50° (minh họa như hình vẽ). Khoảng cách từ A đến vị trí B của tòa nhà đó là (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)



- A.45,0m B.58,7m C.83,4m D.53,6m

B.PHẦN TỰ LUẬN (6,0 điểm)

Câu 1. (1,5 điểm) Giải các phương trình và hệ phương trình sau :

$$a) 3x^2 + 5x - 2 = 0 \qquad b) 4x^4 + 3x^2 - 1 = 0 \qquad c) \begin{cases} -2x + y = -6 \\ 2x - 3y = 10 \end{cases}$$

Câu 2. (1,0 điểm)

- a) Vẽ đồ thị của hàm số $y = 2x^2$
 b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - 3m + 6 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7(x_1 + x_2) - 12$

Câu 3. (1,0 điểm) Một trường THCS A tổ chức cho giáo viên và học sinh đi tham quan tại một khu du lịch sinh thái vào cuối năm học. Giá vé vào cổng của mỗi giáo viên và học sinh

lần lượt là 70000 đồng và 50 000 đồng. Nhằm thu hút khách du lịch vào dịp hè, khu du lịch này đã giảm 10% cho mỗi vé vào cổng. Biết đoàn tham quan có 150 người và tổng số tiền mua vé là 7 290000 đồng. Hỏi trường *THCS A* có bao nhiêu giáo viên và bao nhiêu học sinh đi du lịch ?

Câu 4. (2,5 điểm) Cho tam giác *ABC* có ba góc nhọn và $AB < AC$. Vẽ đường cao *AH*, đường tròn đường kính *HB* cắt *AB* tại *D* và đường tròn đường kính *HC* cắt *AC* tại *E*

- Chứng minh rằng tứ giác *ADHE* nội tiếp
- Gọi *I* là giao điểm của hai đường thẳng *DE* và *BC*. Chứng minh $IH^2 = ID \cdot IE$
- Gọi *M*, *N* lần lượt là giao điểm của đường thẳng *DE* với đường tròn đường kính *HB* và đường tròn đường kính *HC*. Chứng minh rằng giao điểm của hai đường thẳng *BM* và *CN* nằm trên đường thẳng *AH*.

ĐÁP ÁN

I. Trắc nghiệm

1A 2C 3A 4C 5B 6C 7C 8D 9D 10B
 11A 12C 13B 14A 15B 16D 17A 18D 19D 20B

II. Tự luận

Câu 1.

$$a) 3x^2 + 5x - 2 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x - x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x(x+2) - (x+2) = 0 \Leftrightarrow (x+2)(3x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2=0 \\ 3x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ x=\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$b) 4x^4 + 3x^2 - 1 = 0$$

$$\text{Đặt } x^2 = t (t \geq 0) \Rightarrow \text{pt thành: } 4t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$4t^2 + 4t - t - 1 = 0 \Leftrightarrow 4t(t+1) - (t+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (t+1)(4t-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 (ktm) \\ t = \frac{1}{4} (tm) \Rightarrow x = \pm \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = \left\{ \pm \frac{1}{2} \right\}$$

$$c) \begin{cases} -2x + y = -6 \\ 2x - 3y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2y = 4 \\ x = \frac{y+6}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; -2)$

Câu 2.

a) Học sinh tự vẽ đồ thị (P)

b) Tìm tất cả giá trị m

Phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - 3m + 6 = 0$ có hai nghiệm $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' > 0$

$$\Leftrightarrow m^2 - m^2 + 3m - 6 > 0 \Leftrightarrow m > 2$$

Vậy $m > 2$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 phân biệt

Áp dụng hệ thức Vi - et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = m^2 - 3m + 6 \end{cases}$. Theo đề bài ta có:

$$x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 = 7(x_1 + x_2) - 12$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2 - 7(x_1 + x_2) + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 3(m^2 - 3m + 6) - 7 \cdot 2m + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 3m^2 + 9m - 18 - 14m + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 5m - 6 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 6m + m - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow m(m - 6) + (m - 6) = 0 \Leftrightarrow (m - 6)(m + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 6(tm) \\ m = -1(ktm) \end{cases}$$

Vậy $m = 6$

Câu 3.

Gọi số giáo viên là x (người), (ĐK: $x \in \mathbb{N}^*, x < 150$) \Rightarrow Số học sinh là: $150 - x$ (người)

Số tiền phải trả cho số vé của giáo viên: $70000x$ (đồng)

Số tiền phải trả cho số vé của học sinh là $50000(150 - x)$ (đồng)

Nên tổng số tiền phải trả là $70000x + 50000(150 - x)$ (đồng)

Vì khu du lịch giảm 10% cho mỗi vé vào cổng và đoàn tham quan phải trả là 7 290 000 đồng nên ta có phương trình:

$$[70000x + 50000(150 - x)] \cdot 90\% = 7290000$$

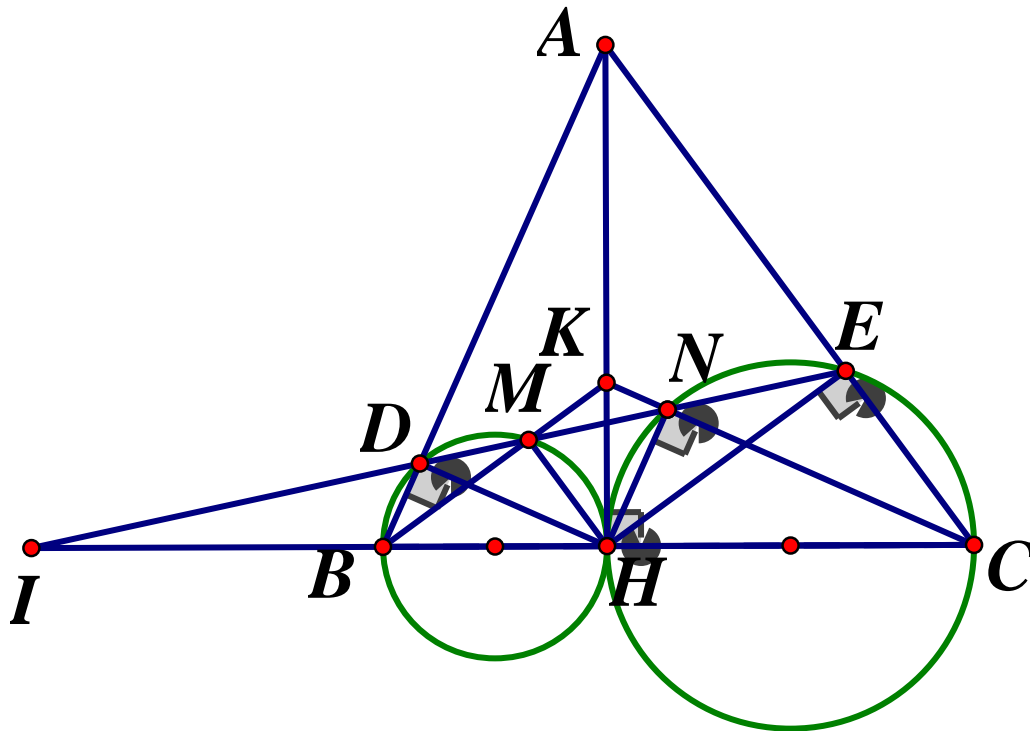
$$\Leftrightarrow [7x + 5(150 - x)] \cdot 90\% = 729$$

$$\Leftrightarrow 7x + 5(150 - x) = 810 \Leftrightarrow 7x + 750 - 50x = 810$$

$$\Leftrightarrow 2x = 60 \Leftrightarrow x = 30(tm)$$

Vậy trường *THCS A* có 30 giáo viên và $150 - 30 = 120$ học sinh.

Câu 4.



a) Chứng minh rằng tứ giác $ADHE$ nội tiếp

Ta có: \widehat{BDH} là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính $BH \Rightarrow \widehat{BDH} = 90^\circ$

\widehat{CEH} là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính $CH \Rightarrow \widehat{CEH} = 90^\circ$

Xét tứ giác $ADHE$ ta có: $\widehat{ADH} + \widehat{AEH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow ADHE$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh: $IH^2 = ID.IE$

Ta có: $ADHE$ là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \angle DAH = \angle DEH$ (cùng chắn \widehat{DH})

Hay $\widehat{BAH} = \angle IEH$, lại có $\widehat{BAH} = \widehat{BHD}$ (cùng phụ với $\angle DBH$)

$\Rightarrow \widehat{BHD} = \widehat{IEH} (= \widehat{BAH})$ hay $\widehat{BHD} = \widehat{IEH}$

Xét $\triangle IDH$ và $\triangle IHE$ ta có: $\angle I$ chung; $\widehat{IHD} = \widehat{IEH}$ (cmt)

$\Rightarrow \triangle IDH \sim \triangle IHE (g.g) \Rightarrow \frac{ID}{IH} = \frac{IH}{IE} \Rightarrow ID.IE = IH^2 (dfcm)$

c) Chứng minh giao điểm hai đường thẳng BM, CN nằm trên đường thẳng AH

Gọi giao điểm của BM và CN là K

Ta có: $\angle BMH$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính $BH \Rightarrow \angle BMH = 90^\circ$

Hay $MH \perp BK$, chứng minh tương tự $\Rightarrow NH \perp KC$

Vì $ADHE$ là tứ giác nội tiếp (cmt) nên $\widehat{DAH} = \widehat{DEH}$ (cùng chắn cung DH) hay

$\widehat{BAH} = \widehat{MEH}$

Vì $BDMH$ là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính BD, MH

$\Rightarrow \widehat{HME} = \widehat{DBH}$ (góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối diện)

Hay $\widehat{EMH} = \widehat{ABH}$ mà $\widehat{BAH} + \widehat{ABH} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{MBH} + \widehat{HME} = 90^\circ$

$\Rightarrow \widehat{MHE} = 90^\circ$ hay $MH \perp HE$

Mà $HE \perp AC \Rightarrow MH \parallel AC$

Lại có: $MH \perp BK$ (cmt) $\Rightarrow BK \perp AC$, chứng minh tương tự: $CK \perp AB$

$\Rightarrow K$ là trực tâm $\Delta ABC \Rightarrow K \in AH$ (dfcm)

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
CAO BẰNG
ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2020-2021

Môn Toán

Thời gian làm bài : 120 phút

Đề số 14

Câu 1. (4,0 điểm)

- 1) Thực hiện phép tính: $5\sqrt{9} - 3\sqrt{4}$
- 2) Tìm a để đồ thị hàm số $y = ax + 5$ đi qua điểm $M(3; -1)$
- 3) Giải hệ phương trình: $2x^2 - 3x + 1 = 0$
- 4) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 4x + 5y = 3 \\ x - 3y = 5 \end{cases}$

Câu 2. (2,0 điểm)

Bác An đi x ô tô từ Cao Bằng đến Hải Phòng. Sau khi đi được nửa quãng đường, bác An cho xe tăng vận tốc thêm 5km/h nên thời gian đi nửa quãng đường sau ít hơn thời gian đi nửa quãng đường đầu là 30 phút. Hỏi lúc đầu bác An đi xe với vận tốc bao nhiêu? Biết rằng khoảng cách từ Cao Bằng đến Hải Phòng là 360km .

Câu 3. (1,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A . Biết $AB = 6\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$.

- a) Tính độ dài cạnh BC
- b) Kẻ đường cao AH . Tính độ dài đoạn AH

Câu 4. (2,0 điểm)

Qua điểm A nằm ngoài đường tròn (O) vẽ hai tiếp tuyến AB và AC của đường tròn (B, C là các tiếp điểm)

- a) Chứng minh $ABOC$ là tứ giác nội tiếp
- b) Kẻ đường thẳng qua điểm A cắt đường tròn (O) tại hai điểm E và F sao cho E nằm giữa A và F . Chứng minh $BE \cdot CF = BF \cdot CE$

Câu 5. (1,0 điểm)

Tìm giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của biểu thức $A = \frac{1}{2 - \sqrt{3 - x^2}}$

ĐÁP ÁN

Bài 1.

1) Ta có: $5\sqrt{9} - 3\sqrt{4} = 5.3 - 3.2 = 15 - 6 = 9$

2) Vì đồ thị hàm số $y = ax + 5$ đi qua điểm $M(3; -1)$ nên thay $x = 3, y = -1$ vào hàm số $y = ax + 5$ ta được: $-1 = a.3 + 5 \Leftrightarrow 3a = -6 \Leftrightarrow a = -2$

Vậy $a = -2$

3) Ta có: $2x^2 - 3x + 1 = 0$

Phương trình trên có dạng $a + b + c = 0$ nên có hai nghiệm $\begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm $x = 1; x = \frac{1}{2}$

4) Ta có:

$$\begin{cases} 4x + 5y = 3 \\ x - 3y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 5y = 3 \\ 4x - 12y = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 17y = -17 \\ x = 3y + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = 3.(-1) + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; -1)$

Bài 2. Gọi vận tốc lúc đầu của bác An đi là $x(km/h)(x > 0)$

Nửa quãng đường đầu và nửa quãng đường sau đều dài: $360 : 2 = 180(km)$

Thời gian bác An đi nửa quãng đường đầu là $\frac{180}{x}$ (giờ)

Trên nửa quãng đường sau, bác An đi với vận tốc là $x + 5(km/h)$

Thời gian bác An đi nửa quãng đường sau là $\frac{180}{x + 5}$ (giờ)

Vì thời gian đi nửa quãng đường sau ít hơn thời gian đi nửa quãng đường đầu là 30 phút $= \frac{1}{2}$ giờ nên ta có phương trình

$$\frac{180}{x} - \frac{180}{x + 5} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{180(x + 5) - 180x}{x(x + 5)} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{180x + 900 - 180x}{x^2 + 5x} = \frac{1}{2}$$

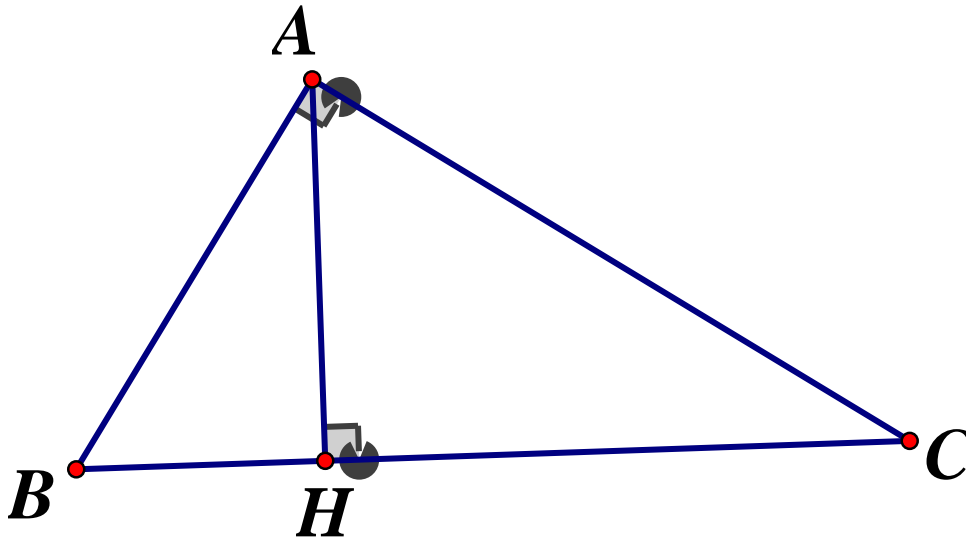
$$\Leftrightarrow \frac{900}{x^2 + 5x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 + 5x = 1800 \Leftrightarrow x^2 + 5x - 1800 = 0$$

$$\Delta = 5^2 - 4.(-1800) = 7225 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 85$$

Nên phương trình có hai nghiệm
$$\begin{cases} x_1 = \frac{-5 - 85}{2} = -45(km) \\ x_2 = \frac{-5 + 85}{2} = 40(tm) \end{cases}$$

Vậy lúc đầu bác An đi với vận tốc $40km/h$

Bài 3.



a) Xét $\triangle ABC$ vuông tại A , theo định lý Pytago ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Leftrightarrow BC^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow BC = \sqrt{100} = 10(cm)$$

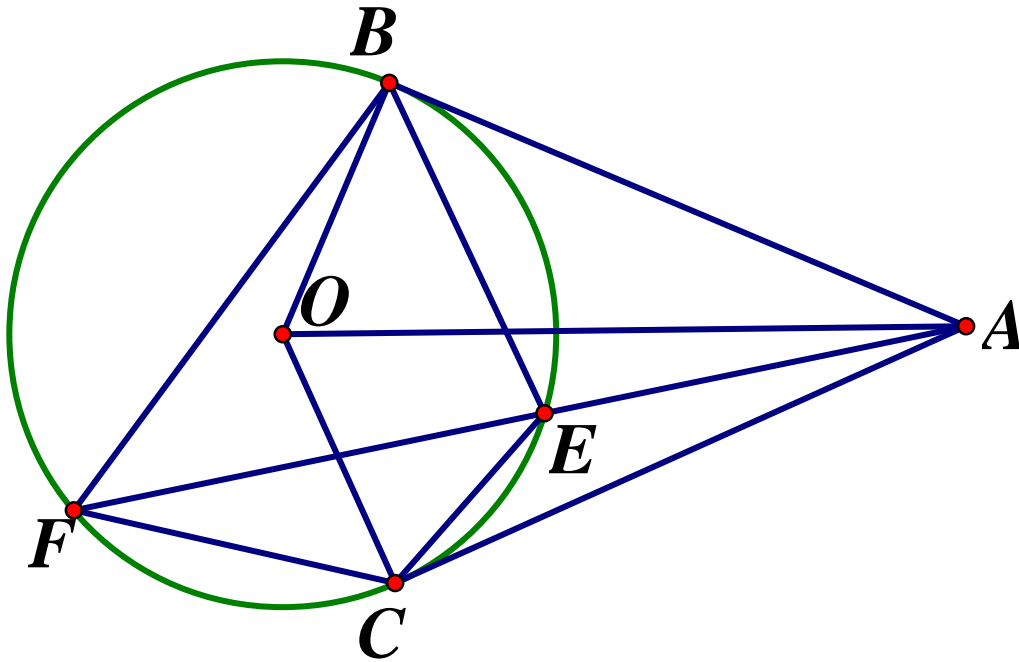
Vậy $BC = 10cm$

b) Xét $\triangle ABC$ vuông tại A , có chiều cao AH , theo hệ thức lượng trong tam giác vuông,

$$\text{ta có: } AH \cdot BC = AB \cdot AC \Leftrightarrow AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{6 \cdot 8}{10} = 4,8(cm)$$

Vậy $AH = 4,8cm$

Bài 4.



a) AB là tiếp tuyến với (O) nên $OB \perp AB \Rightarrow \widehat{OBA} = 90^\circ$

AC là tiếp tuyến với (O) nên $OC \perp AC \Rightarrow \widehat{OCA} = 90^\circ$

Tứ giác $ABOC$ có $\widehat{OBA} + \widehat{ACO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Do đó $ABOC$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°)

b) Xét $\triangle ABE$ và $\triangle AFB$ có: \hat{A} chung; $\widehat{ABE} = \widehat{AFC}$ (cùng chắn cung BE)

$$\Rightarrow \triangle ABE \sim \triangle AFB (g.g) \Rightarrow \frac{AB}{AF} = \frac{BE}{BF} = \frac{AE}{AF} \text{ (các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)}$$

$$\Rightarrow AB \cdot BF = AF \cdot BE \text{ và } AB^2 = AE \cdot AF$$

Xét $\triangle ACE$ và $\triangle AFC$ có:

\hat{A} chung; $\widehat{ACE} = \widehat{AFC}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến dây cung cùng chắn \widehat{CE})

$$\Rightarrow \triangle ACE \sim \triangle AFC (g.g) \Rightarrow \frac{AC}{AF} = \frac{CE}{CF} = \frac{AE}{AC} \text{ (các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)}$$

$\Rightarrow AC \cdot CE = AE \cdot CF$. Ta có:

$$AB \cdot BF = AF \cdot BE \quad ; \quad AC \cdot CE = AE \cdot CF$$

$$\Rightarrow AB \cdot BF \cdot AC \cdot CE = AF \cdot BE \cdot AE \cdot CF$$

$$\Rightarrow AB^2 \cdot BF \cdot CE = AE \cdot AF \cdot BE \cdot CF$$

$$\text{Mà } AB^2 = AE \cdot AF (cmt) \Rightarrow BF \cdot CE = BE \cdot CF (dfcm)$$

Bài 5.

Điều kiện: $\begin{cases} 3-x^2 \geq 0 \\ 2-\sqrt{3-x^2} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 \leq 3$. Ta có:

$$0 \leq x^2 \leq 3 \Rightarrow 3-0 \geq 3-x^2 \geq 3-3 \Rightarrow 3 \geq 3-x^2 \geq 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} \geq \sqrt{3-x^2} \geq 0 \Leftrightarrow 2-\sqrt{3} \leq 2-\sqrt{3-x^2} \leq 2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2-\sqrt{3}} \geq \frac{1}{2-\sqrt{3-x^2}} \geq \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \leq A \leq \frac{1}{2-\sqrt{3}}$$

Vậy *GTNN* của A là $\frac{1}{2} \Leftrightarrow x=0$; *GTLN* của A là $\frac{1}{2-\sqrt{3}} \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}$

Đề số 15

Bài 1. (2,0 điểm)

a) Tính giá trị của biểu thức $A = \sqrt{3} + \sqrt{12} - \sqrt{27} - \sqrt{36}$

b) Cho biểu thức $B = \frac{2}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{3\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}$ ($x > 0$, $x \neq 1$). Rút gọn biểu thức B và

tìm x để $B = 2$

Bài 2. (1,5 điểm)

Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số đã cho

b) Đường thẳng $y = 8$ cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt A và B, trong đó điểm B có hoành độ dương. Gọi H là chân đường cao hạ từ A của tam giác OAB, với O là gốc tọa độ. Tính diện tích tam giác AHB (đơn vị đo trên các trục là xentimet)

Bài 3. (1,5 điểm)

a) Giải phương trình: $3x^2 - 7x + 2 = 0$

b) Biết rằng phương trình $x^2 - 19x + 7 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 , không giải phương trình, hãy tính giá trị biểu thức:

$$P = x_2(2x_1^2 - 38x_1 + x_1x_2 - 3)^2 + x_1(2x_2^2 - 38x_2 + x_1x_2 - 3)^2 + 120$$

Bài 4. (2,0 điểm)

a) Một số tự nhiên nhỏ hơn bình phương của nó là 20 đơn vị. Tìm số tự nhiên đó

b) Quãng đường AB gồm một đoạn lên dốc và một đoạn xuống dốc. Một người đi xe đạp từ A đến B hết 16 phút và đi từ B về A hết 14 phút. Biết vận tốc lúc lên dốc là 10km/h , vận tốc lúc xuống dốc là 15km/h (vận tốc lên dốc, xuống dốc lúc đi và về là như nhau). Tính quãng đường AB

Bài 5. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O đường kính AB. Trên cung nhỏ BC của đường tròn (O) lấy điểm D (không trùng với B và C). Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ C đến AB ($H \in AB$) và E là giao điểm của CH với AD

a) Chứng minh rằng tứ giác BDEH là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh rằng $AB^2 = AE \cdot AD + BH \cdot BA$

c) Đường thẳng qua E song song với AB, cắt BC tại F. Chứng minh rằng:

$\widehat{CDF} = 90^\circ$ và đường tròn ngoại tiếp tam giác OBD đi qua trung điểm của đoạn CF.

ĐÁP ÁN

Bài 1.

$$\begin{aligned} a) A &= \sqrt{3} + \sqrt{12} - \sqrt{27} - \sqrt{36} \\ &= \sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - 6 = -6 \\ &\Rightarrow A = -6 \end{aligned}$$

b) Rút gọn B

Với $x > 0, x \neq 1$, ta có:

$$\begin{aligned} B &= \frac{2}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{3\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = \frac{2\sqrt{x}-\sqrt{x}+1+3\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \\ &= \frac{4\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = \frac{4(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = \frac{4}{\sqrt{x}} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } B = \frac{4}{\sqrt{x}}$$

$$\text{Để } B = 2 \Leftrightarrow \frac{4}{\sqrt{x}} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = 4 \text{ (tm)}$$

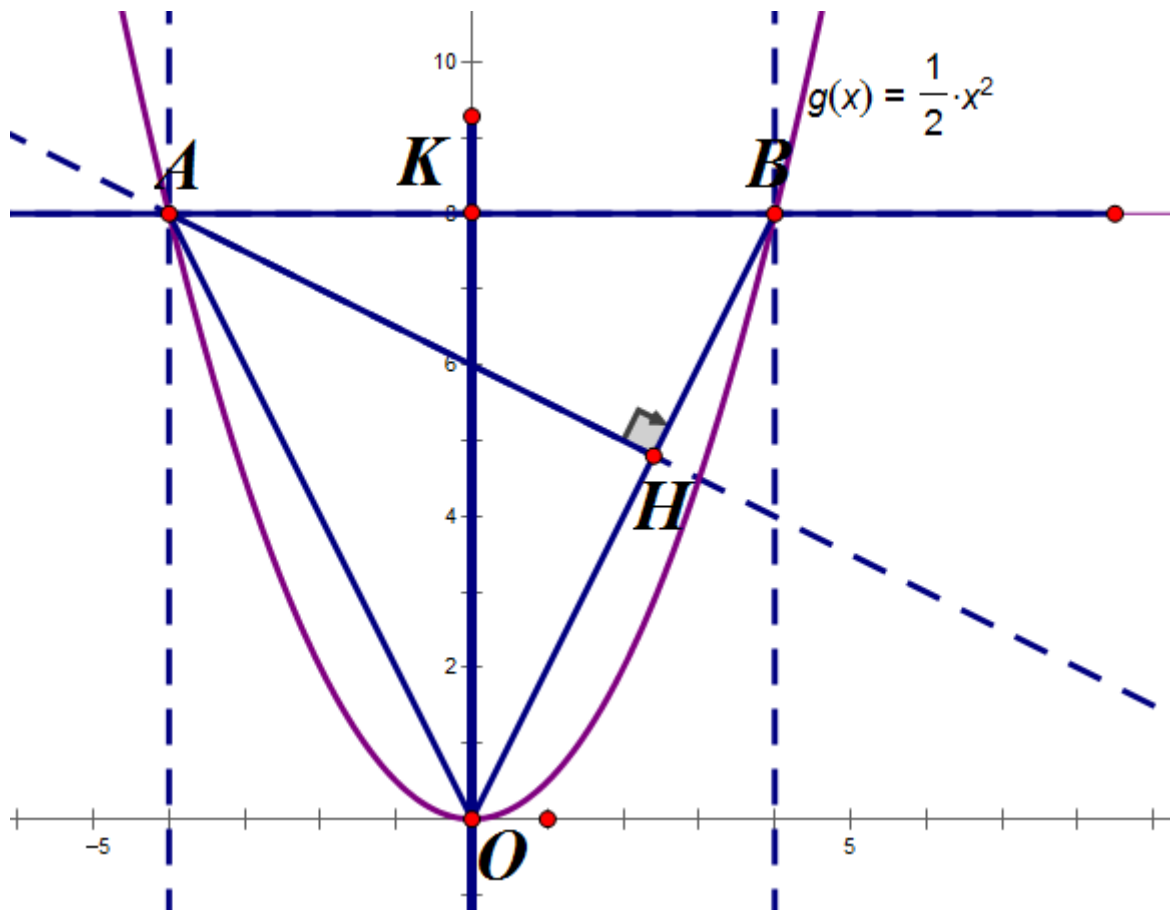
Vậy để $B = 2$ thì $x = 4$

Bài 2.

- a) Học sinh tự vẽ đồ thị (P)
- b) Tính diện tích tam giác AHB

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và đường thẳng $y = 8$ ta có:

$$\frac{1}{2}x^2 = 8 \Leftrightarrow x = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \Rightarrow A(-4; 8) \\ x = -4 \Rightarrow B(4; 8) \end{cases} \text{ (do B có hoành độ dương)}$$



Gọi K là giao điểm của đường thẳng $y = 8$ với trục tung $\Rightarrow K(0;8)$

Ta có: $\triangle AOB$ cân tại O , có $OK \perp AB$, $OK = 8\text{cm}$, $AB = 8\text{cm}$

$$\Rightarrow S_{OAB} = \frac{1}{2} OK \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8 = 32(\text{cm}^2)$$

Áp dụng định lý Pytago cho $\triangle OBK$ vuông tại K ta có:

$$OB = \sqrt{OK^2 + KB^2} = \sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5}(\text{cm})$$

$$\text{Lại có: } S_{OAB} = \frac{1}{2} AH \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot 4\sqrt{5} = 32 \Leftrightarrow AH = \frac{16\sqrt{5}}{5}(\text{cm})$$

Áp dụng định lý Pytago vào $\triangle ABH$ vuông tại H ta có:

$$BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{8^2 - \left(\frac{16\sqrt{5}}{5}\right)^2} = \frac{8\sqrt{5}}{5}$$

$$\Rightarrow S_{ABH} = \frac{1}{2} AH \cdot BH = \frac{1}{2} \cdot \frac{16\sqrt{5}}{5} \cdot \frac{8\sqrt{5}}{5} = \frac{64}{5} = 12,8(\text{cm}^2)$$

Vậy diện tích tam giác ABH là $12,8\text{cm}^2$

Bài 3.

a) **Giải phương trình :** $3x^2 - 7x + 2 = 0$

Phương trình có : $\Delta = 7^2 - 4.3.2 = 25 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x_1 = \frac{7 + \sqrt{25}}{6} = 2 \\ x_2 = \frac{7 - \sqrt{25}}{6} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $S = \left\{ \frac{1}{3}; 2 \right\}$

b) **Tính giá trị biểu thức**

Xét phương trình $x^2 - 19x + 7 = 0$ có $\Delta = 19^2 - 4.7 = 333 > 0 \Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt

Áp dụng hệ thức Vi - ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 19 \\ x_1 x_2 = 7 \end{cases}$

Ta có x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình đã cho $\Rightarrow \begin{cases} x_1^2 - 19x_1 + 7 = 0 \\ x_2^2 - 19x_2 + 7 = 0 \end{cases}$

Theo đề bài ta có:

$$\begin{aligned} P &= x_2 (2x_1^2 - 38x_1 + x_1 x_2 - 3)^2 + x_1 (2x_2^2 - 38x_2 + x_1 x_2 - 3)^2 + 120 \\ &= x_2 [2(x_1^2 - 19x_1 + 7) - 14 + x_1 x_2 - 3]^2 + x_1 [2(x_2^2 - 19x_2 + 7) - 14 + x_1 x_2 - 3]^2 \\ &= x_2 (x_1 x_2 - 17)^2 + x_1 (x_1 x_2 - 17)^2 = (x_1 x_2 - 17)^2 (x_1 + x_2) = (7 - 17)^2 \cdot 19 = 1900 \end{aligned}$$

Bài 4.

a) **Tìm số tự nhiên đó.**

Gọi số tự nhiên cần tìm là $x (x \in \mathbb{N})$, Bình phương của số tự nhiên x là x^2

Vì số tự nhiên cần tìm nhỏ hơn bình phương của nó 20 đơn vị nên ta có phương trình:

$$x^2 - x = 20 \Leftrightarrow x^2 - x - 20 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4x - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - 5) + 4(x - 5) = 0 \Leftrightarrow (x - 5)(x + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 5 = 0 \\ x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5(tm) \\ x = -4(ktm) \end{cases}$$

Vậy số tự nhiên cần tìm là 5

b) **Tính quãng đường AB**

Gọi quãng đường lên dốc lúc đi là $x(km)$, quãng đường xuống dốc lúc đi là $y(km)$

(DK : $x, y > 0$)

Suy ra Quãng đường lên dốc lúc về là $y(km)$, xuống dốc lúc về là $x(km)$

Thời gian lúc đi là 16 phút $= \frac{4}{15}$ giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{10} + \frac{y}{15} = \frac{4}{15} \Leftrightarrow 3x + 2y = 8(1)$$

Thời gian lúc về là 14 phút $= \frac{7}{30}$ (giờ) nên ta có phương trình:

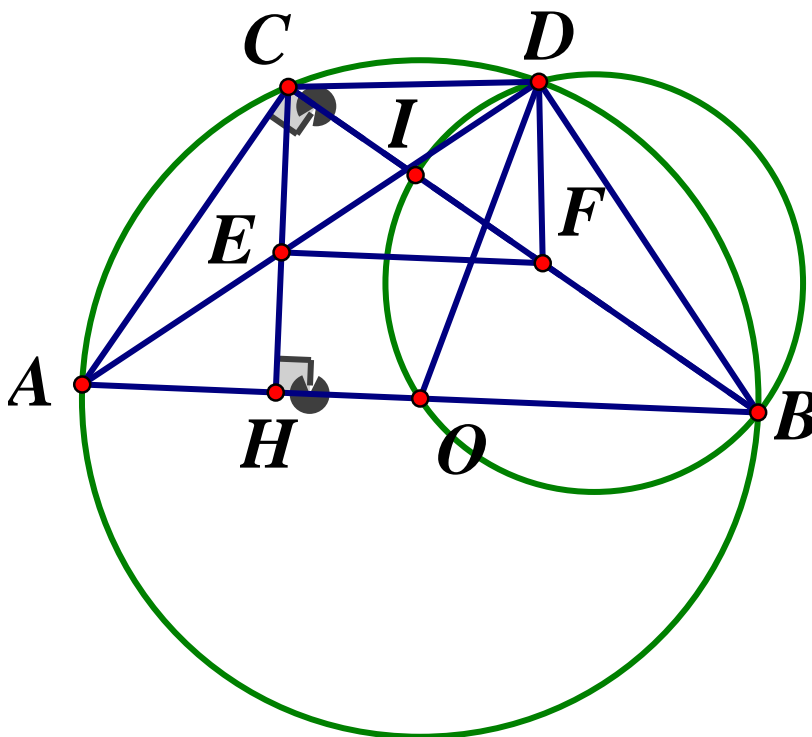
$$\frac{y}{10} + \frac{x}{15} = \frac{7}{30} \Leftrightarrow 3x + 2y = 7(2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 3y + 2x = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x + 6y = 24 \\ 4x + 6y = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ y = \frac{7 - 2x}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} (tm)$$

Vậy quãng đường AB là $2 + 1 = 3(km)$

Bài 5.



a) Chứng minh rằng tứ giác $BDEH$ là tứ giác nội tiếp

Vì \widehat{ADB} là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O) nên $\widehat{ADB} = 90^\circ$ hay $\widehat{EDB} = 90^\circ$

Lại có: $CH \perp AB(gt)$ nên $\widehat{CHB} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{EHB} = 90^\circ$

Xét tứ giác $BDEH$ có: $\widehat{EDB} + \widehat{EHB} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow BDEH$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh rằng $AB^2 = AE.AD + BH.BA$

Vì $ABCD$ là tứ giác nội tiếp (O) nên $\widehat{ADC} = \widehat{ABC}$ (cùng chắn \widehat{AC}) (1)

Ta lại có:

$$\widehat{ABC} + \widehat{CAB} = 90^\circ \text{ (do } \Delta ABC \text{ có } \widehat{ACB} = 90^\circ \text{)}$$

$$\widehat{ACH} + \widehat{CAB} = 90^\circ \text{ (do } \Delta ACH \text{ vuông tại H)}$$

$$\Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{ACH} \text{ (2) (cùng phụ } \widehat{CAB} \text{)}$$

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{ADC} = \widehat{ACH} (= \widehat{ABC})$ hay $\widehat{ADC} = \widehat{ACE}$

Xét ΔACE và ΔADC có: \widehat{CAD} chung; $\widehat{ACE} = \widehat{ADC}$ (cmt) $\Rightarrow \Delta ACE \sim \Delta ADC$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AC}{AD} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow AC^2 = AE.AD (*)$$

Xét ΔABC vuông tại C, đường cao CH ta có:

$$BC^2 = BH.BA \text{ (2*) (hệ thức lượng trong tam giác vuông)}$$

Từ (*) và (2*) suy ra $AC^2 + BC^2 = AE.AD + BH.BA$

Lại có ΔABC vuông tại C nên $AC^2 + BC^2 = AB^2$ (định lý Pytago)

Vậy $AB^2 = AE.AD + BH.BA$

c) Đường thẳng E.....

*) Vì $EF // AB$ (gt) nên $\widehat{CFE} = \widehat{CBA}$ (đồng vị)

Mà $\widehat{CBA} = \widehat{CDA}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn \widehat{AC}) $\Rightarrow \widehat{CFE} = \widehat{CDA}$

\Rightarrow Tứ giác $CDFE$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau) $\Rightarrow \widehat{CDF} + \widehat{CEF} = 180^\circ$

Ta lại có:

$$\begin{cases} CH \perp AB \text{ (gt)} \\ EF // AB \text{ (gt)} \end{cases} \Rightarrow EF \perp CH \Rightarrow \widehat{CEF} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{CDF} = 180^\circ - \widehat{CEF} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \text{ (dpcm)}$$

*) Gọi I là giao điểm của CF và đường tròn ngoại tiếp ΔOBD . Ta có:

$$\widehat{ADB} = \widehat{ADF} + \widehat{FDB} = 90^\circ \quad ; \quad \widehat{CDF} = \widehat{ADF} + \widehat{CDA} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{FDB} = \widehat{CDA} \text{ (cùng phụ với } \widehat{ADF} \text{)}$$

Mà $\widehat{CDA} = \widehat{CBA}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn \widehat{AC}) $\Rightarrow \widehat{FDB} = \widehat{CBA} (= \widehat{CDA})$

Mà $\widehat{CBA} = \widehat{OBI} = \widehat{ODI}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung OI)

$$\Rightarrow \widehat{FDB} = \widehat{ODI} \Rightarrow \widehat{FDB} + \widehat{ODF} = \widehat{ODI} + \widehat{ODF} \Rightarrow \widehat{ODB} = \widehat{IDF} \quad (3)$$

Ta có: tứ giác $CDFE$ nội tiếp (cmt) nên $\widehat{IFD} = \widehat{CFD} = \widehat{CED} = \widehat{AEH}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn \widehat{CD})

Ta lại có: $\widehat{AEH} + \widehat{EAH} = 90^\circ$; $\widehat{ABD} + \widehat{BAD} = 90^\circ$

Mà $\widehat{EAH} = \widehat{BAD}$ nên $\widehat{AEH} = \widehat{ABD} = \widehat{OBD} \Rightarrow \angle IFD = \angle OBD$ (4)

Lại có: $OD = OB$ (= bán kính) nên $\triangle OBD$ cân tại O , do đó $\widehat{OBD} = \angle ODB$ (5)

Từ (3), (4); (5) suy ra $\angle IDF = \angle IFD \Rightarrow \triangle IDF$ cân tại $I \Rightarrow ID = IF$ (3*)

Ta có: $\angle IDF + \angle IDC = \angle CDF = 90^\circ$

$\angle IFD + \angle ICD = 90^\circ$ (do $\triangle CDF$ vuông tại D)

$\Rightarrow \angle IDC = \angle ICD \Rightarrow \triangle ICD$ cân tại I nên $IC = ID$ (4*)

Từ (3*) và (4*) suy ra $IC = IF (= ID)$

Vậy I là trung điểm của CF .

Đề số 16

Câu 1. (2,0 điểm)

1) Tính giá trị của biểu thức $M = \sqrt{4a^2} + 3a$ tại $a = 2$

2) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ -x + 3y = 2 \end{cases}$$

3) Giải phương trình: $2x^2 - 9x + 4 = 0$

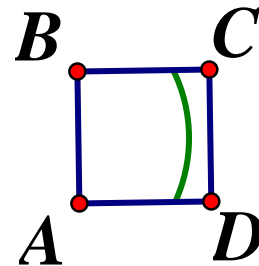
Câu 2. (2,0 điểm) Cho biểu thức $P = \left(\frac{1}{3 + \sqrt{x}} + \frac{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} + 6)}{9 - x} \right) : \frac{2\sqrt{x} + 1}{6 - \sqrt{4x}}$

1) Tìm điều kiện của x để biểu thức P có nghĩa và rút gọn P 2) Tìm các giá trị của x sao cho \sqrt{x} và P là những số nguyên

Câu 3. (2,0 điểm)

1) Tìm a, b để đường thẳng $y = ax + b$ song song với đường thẳng $y = 4x + 5$ và cắt đồ thị hàm số $y = x^2$ tại hai điểm $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ phân biệt thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 10$

2) Một vườn cỏ hình vuông $ABCD$ có cạnh $20m$ như hình vẽ. Người ta buộc một con dê bằng sợi dây thừng dài $20m$ tại trung điểm E của cạnh AB . Tính diện tích phần cỏ mà con dê đó có thể ăn được (kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân)



Câu 4. (3,0 điểm)

Cho hai đường tròn bằng nhau $(O; R)$ và $(O'; R)$ cắt nhau tại hai điểm A và B sao cho $AB = R$. Kẻ đường kính AC của đường tròn (O) . Gọi E là một điểm bất kỳ trên cung nhỏ BC ($E \neq B; C$), CB và EB lần lượt cắt đường tròn (O) tại các điểm thứ hai là D và F

a) Chứng minh $\widehat{AFD} = 90^\circ$ b) Chứng minh $AE = AF$ c) Gọi P là giao điểm của CE và FD . Gọi Q là giao điểm của AP và EF . Chứng minh AP là đường trung trực của EF

d) Tính tỉ số $\frac{AP}{AQ}$

Câu 5. (1,0 điểm) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a + b + c = 1$. Tìm giá trị nhỏ

nhất của biểu thức: $Q = \frac{(1-c)^2}{\sqrt{2(b+c)^2 + bc}} + \frac{(1-a)^2}{\sqrt{2(c+a)^2 + ca}} + \frac{(1-b)^2}{\sqrt{2(a+b)^2 + ab}}$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$1) M = \sqrt{4 \cdot 2^2} + 3a = 10$$

$$2) \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -x + 3y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = 1 + 2 \cdot 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(x; y) = (7; 3)$

$$3) \text{Giải phương trình: } 2x^2 - 9x + 4 = 0$$

Phương trình có $\Delta = (-9)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4 = 49 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{9 - \sqrt{49}}{4} = \frac{1}{2} \\ x_2 = \frac{9 + 49}{4} = 4 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = \left\{ \frac{1}{2}; 4 \right\}$$

Câu 2.

1) Tìm điều kiện và rút gọn P

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x \geq 0 \\ 9 - x \neq 0 \\ 6 - \sqrt{4x} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 9 \\ 4x \neq 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 9 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
P &= \left(\frac{1}{3+\sqrt{x}} + \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+6)}{9-x} \right) : \frac{2\sqrt{x}+1}{6-\sqrt{4x}} \\
&= \left[\frac{1}{3+\sqrt{x}} + \frac{x+7\sqrt{x}+6}{(3-\sqrt{x})(3+\sqrt{x})} \right] : \frac{2\sqrt{x}+1}{2(3-\sqrt{x})} \\
&= \frac{3-\sqrt{x}+x+7\sqrt{x}+6}{(3-\sqrt{x})(3+\sqrt{x})} \cdot \frac{2(3-\sqrt{x})}{2\sqrt{x}+1} = \frac{x+6\sqrt{x}+9}{(3+\sqrt{x})} \cdot \frac{2}{2\sqrt{x}+1} \\
&= \frac{(\sqrt{x}+3)^2}{(3+\sqrt{x})} \cdot \frac{2}{2\sqrt{x}+1} = \frac{2\sqrt{x}+6}{2\sqrt{x}+1}
\end{aligned}$$

2) Điều kiện $x \geq 0, x \neq 9$

Để \sqrt{x} là số nguyên thì x phải là số chính phương

Ta có:
$$P = \frac{2\sqrt{x}+6}{2\sqrt{x}+1} = \frac{2\sqrt{x}+1+5}{2\sqrt{x}+1} = 1 + \frac{5}{2\sqrt{x}+1}$$

Để $P \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{5}{2\sqrt{x}+1} \in \mathbb{Z} \Rightarrow 5 : (2\sqrt{x}+1)$ hay $2\sqrt{x}+1 \in U(5) = \{5;1\}$ (do $2\sqrt{x}+1 > 0$)

$$\Rightarrow \begin{cases} 2\sqrt{x}+1=1 \\ 2\sqrt{x}+1=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=4 \end{cases} \text{ (tm)}$$

Vậy $x \in \{0;4\}$ thỏa mãn bài toán.

Câu 3.

1) Tìm a, b để....

Vì đường thẳng $y = ax + b$ song song với đường thẳng $y = 4x + 5$ nên $\begin{cases} a = 4 \\ b \neq 5 \end{cases}$

Khi đó phương trình đường thẳng cần tìm có dạng $y = 4x + b (b \neq 5)$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = 4x + b (b \neq 5)$ và parabol

$$y = x^2 : x^2 = 4x + b \Leftrightarrow x^2 - 4x + b = 0 (*)$$

Để đường thẳng $y = 4x + b (b \neq 5)$ cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt thì phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow (-2)^2 - b = 4 - b > 0 \Leftrightarrow b < 4. \text{ Áp dụng định lý Vi - et ta có:}$$

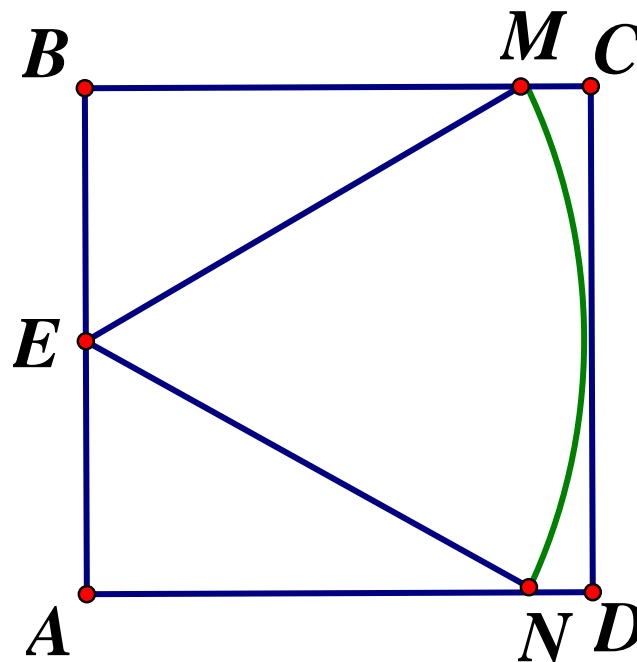
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 x_2 = b \end{cases}. \text{ Theo bài ra ta có:}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = 10 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 10$$

$$\Leftrightarrow 4^2 - 2b = 10 \Leftrightarrow b = 3(tm)$$

Vậy $a = 4, b = 3$

2) Tính diện tích....



Ta có: $EM = EN = 20cm$

Vì E là trung điểm của AB nên $EA = EB = \frac{1}{2}AB = 10(m)$

Áp dụng định lý Pytago trong các tam giác vuông ta có:

$$BM^2 = EM^2 - EB^2 = 20^2 - 10^2 = 300 \Rightarrow BM = \sqrt{300} = 10\sqrt{3}(m)$$

Tương tự ta có: $AN = BM = 10\sqrt{3}(m)$

$$S_{BEM} = \frac{1}{2}BE \cdot BM = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10\sqrt{3} = 50\sqrt{3}(m^2)$$

$$S_{AEN} = \frac{1}{2}EA \cdot AN = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10\sqrt{3} = 50\sqrt{3}(m^2)$$

Xét tam giác vuông BEM ta có: $\cos \widehat{BEM} = \frac{BE}{BM} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle BEM = 60^\circ$

Tương tự xét tam giác vuông AEN ta có: $\cos \angle AEN = \frac{AE}{EN} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{AEN} = 60^\circ$

Ta có:

$$\widehat{BEM} + \widehat{AEN} + \widehat{MEN} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{MEN} = 180^\circ - \widehat{BEM} - \widehat{AEN} = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ$$

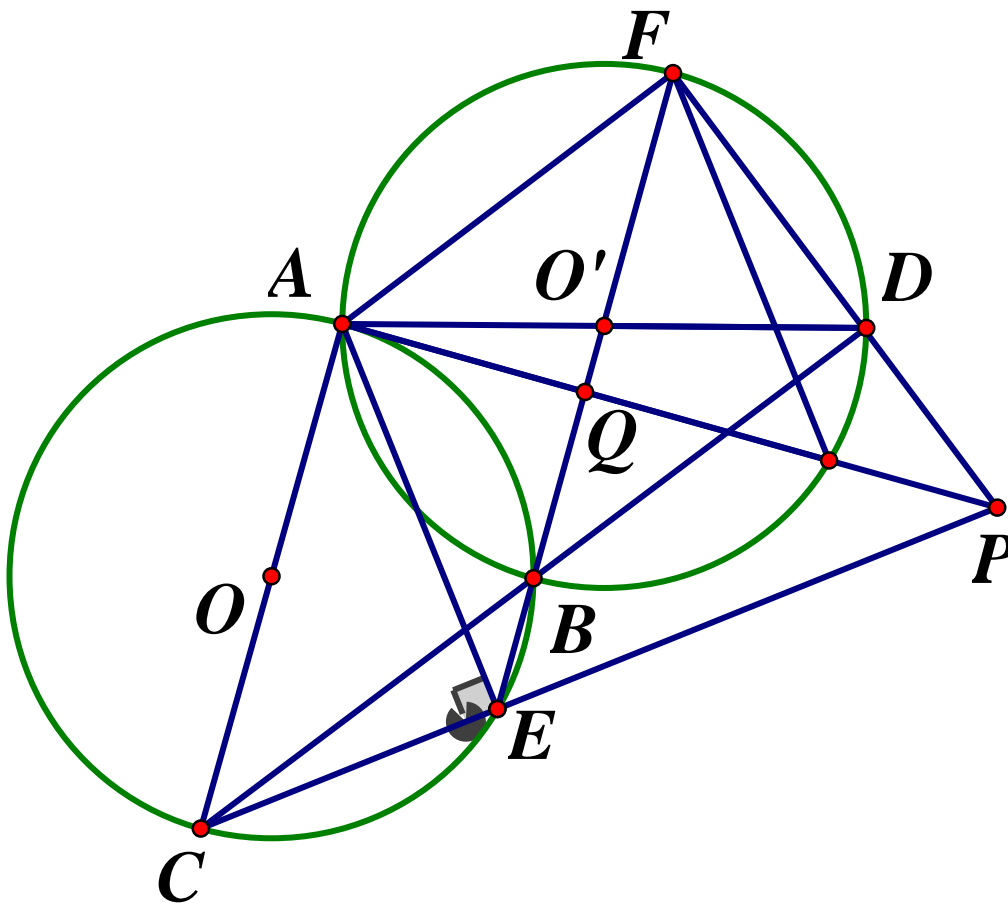
$$\Rightarrow \widehat{MEN} = 60^\circ$$

Diện tích hình quạt EMN , bán kính $20m$: $S_{qEMN} = \frac{\pi R^2 \cdot 60}{360} = \frac{200\pi}{3} (m^2)$

Vậy diện tích phần con dê có thể ăn là :

$$S = S_{BEM} + S_{AEN} + S_{EMN} = 50\sqrt{3} + 50\sqrt{3} + \frac{200\pi}{3} \approx 382,64 (m^2)$$

Câu 4.



1) Chứng minh $\widehat{AFD} = 90^\circ$

Ta có: \widehat{ABC} là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn $(O; R)$

$$\Rightarrow \angle ABC = 90^\circ \Rightarrow \angle ABD = 90^\circ \text{ (hai góc kề bù)}$$

Mà \widehat{ABD} là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn nên AD là đường kính $(O'; R)$

Lại có: \widehat{AFD} là góc nội tiếp chắn cung $AD \Rightarrow \widehat{AFD} = 90^\circ$ (dfcm)

2) Chứng minh $AE = AF$

Ta có: $\widehat{AEB} = \widehat{ACB}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AB của (O)) hay

$$\angle AEF = \angle ACD \quad (1)$$

$$\angle AFB = \angle ADB \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung } AB \text{ của } (O'))$$

Hay $\widehat{AFE} = \widehat{ADC}$ (2)

Ta có: $AD = AC = 2R \Rightarrow \triangle ADC$ cân tại $A \Rightarrow \widehat{ACD} = \widehat{ADC}$ (3)

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow \widehat{AEF} = \widehat{AFE} \Rightarrow \triangle AEF$ là tam giác cân $\Rightarrow AE = AF$

3) Chứng minh AP là đường trung trực của EF

Ta có: $AE = AF$ (cmt) $\Rightarrow A$ thuộc đường trung trực của EF . (4)

Xét $\triangle AEP$ và $\triangle AFP$ ta có:

$$AE = AF \text{ (cmt); } \widehat{AEP} = \widehat{AFP} = 90^\circ; AP \text{ chung} \Rightarrow \triangle AEP = \triangle AFP \text{ (ch - cv)} \Rightarrow PE = PF$$

(hai cạnh tương ứng bằng nhau)

$$\Rightarrow P \text{ thuộc đường trung trực của } EF \quad (5)$$

Từ (4) và (5) suy ra AP là đường trung trực của EF (dfcm)

4) Tính tỉ số $\frac{AQ}{AP}$

Ta có: AP là đường trung trực của EF (cmt) $\Rightarrow AP \perp EF = \{Q\}$

Áp dụng hệ thức lượng cho $\triangle AFP$ vuông tại F có đường cao FQ ta có:

$$AF^2 = AQ \cdot AP \Rightarrow AP = \frac{AF^2}{AQ} \Rightarrow \frac{AQ}{AP} = \frac{AQ^2}{AF^2}$$

Xét $\triangle AFQ$ vuông tại Q ta có:

$$\sin \angle AFQ = \frac{AQ}{AF} \Rightarrow \sin \angle ADB = \frac{AQ}{AF} = \frac{AB}{AD} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{AQ}{AF} \right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{AQ}{AP} = \frac{1}{4}. \text{ Vậy } \frac{AQ}{AP} = \frac{1}{4}$$

Câu 5.

Do $\begin{cases} a, b, c > 0 \\ a + b + c = 1 \end{cases} \Rightarrow 0 < a, b, c < 1$. Ta có:

$$bc \leq \left(\frac{b+c}{2}\right)^2 = \frac{(b+c)^2}{4}$$

$$\Rightarrow 2(b+c)^2 + bc \leq 2(b+c)^2 + \frac{(b+c)^2}{4} = \frac{9(b+c)^2}{4}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2(b+c)^2 + bc} \leq \sqrt{\frac{9(b+c)^2}{4}} = \frac{3(b+c)}{2} \text{ (do } b, c > 0)$$

$$\Rightarrow \frac{(1-c)^2}{\sqrt{2(b+c)^2 + bc}} \geq \frac{(1-c)^2}{\frac{3(b+c)}{2}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{(1-c)^2}{b+c} = \frac{2}{3} \cdot \frac{(1-c)^2}{1-a}$$

Chúng minh tương tự ta có:

$$\frac{(1-a)^2}{\sqrt{2(c+a)^2 + ca}} \geq \frac{2}{3} \cdot \frac{(1-a)^2}{1-b} \quad ; \quad \frac{(1-b)^2}{\sqrt{2(a+b)^2 + ab}} \geq \frac{2}{3} \cdot \frac{(1-b)^2}{1-c}$$

Khi đó ta có:

$$\begin{aligned} Q &= \frac{(1-c)^2}{\sqrt{2(b+c)^2 + bc}} + \frac{(1-a)^2}{\sqrt{2(c+a)^2 + ca}} + \frac{(1-b)^2}{\sqrt{2(a+b)^2 + ab}} \\ &\geq \frac{2}{3} \left[\frac{(1-c)^2}{1-a} + \frac{(1-a)^2}{1-b} + \frac{(1-b)^2}{1-c} \right] \\ &\geq \frac{2}{3} \cdot \frac{(1-c+1-a+1-b)^2}{1-a+1-b+1-c} = \frac{2}{3} \cdot \frac{[3-(a+b+c)]^2}{3-(a+b+c)} = \frac{2}{3} \cdot \frac{(3-1)^2}{3-1} = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} a=b=c \\ a+b+c=1 \end{cases} \Leftrightarrow a=b=c=\frac{1}{3}$$

$$\text{Vậy } \text{Min } Q = \frac{4}{3} \Leftrightarrow a=b=c=\frac{1}{3}$$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH ĐẮK NÔNG

ĐỀ CHÍNH THỨC

Đề số 17

KỶ THI TUYỂN SINH 10 THPT
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN THI :TOÁN (Đề thi chung)
Thời gian: 120 phút

Bài 1. (2,0 điểm)

- a) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$
Tính tổng $S = x_1 + x_2$ và tích $P = x_1 x_2$
- b) Giải phương trình: $x^2 - x + 5 = x^2 + 2x - 1$
- c) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 4x - 3y = -10 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$

Bài 2. (2,0 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{x}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2}$ với $x \geq 0, x \neq 4$

- a) Rút gọn biểu thức A
b) Tìm tất cả các giá trị của x để $A > 1$

Bài 3. (2,0 điểm)

- a) Vẽ Parabol $(P): y = 2x^2$
- b) Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 3m - 1 = 0$ (m là tham số)
Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa
 $x_1^2 + x_2^2 = 10$.

Bài 4. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Hai đường cao của tam giác ABC là AD, BE cắt nhau tại $H (D \in BC, E \in AC)$

- a) Chứng minh: $CDHE$ là tứ giác nội tiếp một đường tròn
b) Chứng minh: $HA.HD = HB.HE$
c) Gọi điểm I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $CDHE$. Chứng minh IE là tiếp tuyến của đường tròn đường kính AB

Bài 5. (1,0 điểm) Cho các số thực dương $x, y > 1$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x^2}{y-1} + \frac{y^2}{x-1}$

ĐÁP ÁN

Bài 1.**a) Tính tổng S và tích P**

Phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$ có $a + b + c = 1 - 3 + 2 = 0$ nên có hai nghiệm phân biệt:

$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 2 \end{cases} \text{ . Khi đó ta có: } \begin{cases} S = x_1 + x_2 = 1 + 2 = 3 \\ P = x_1 x_2 = 1 \cdot 2 = 2 \end{cases}$$

Vậy $S = 3; P = 2$

$$b) x^2 - x + 5 = x^2 + 2x - 1 \Leftrightarrow 2x + x = 5 + 1 \Leftrightarrow 3x = 6 \Leftrightarrow x = 2$$

Vậy nghiệm của phương trình là $S = \{2\}$

$$c) \begin{cases} 4x - 3y = -10 \\ x + 2y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 3y = -10 \\ 4x + 8y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11y = 22 \\ x = 3 - 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = -1 \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(x; y) = (-1; 2)$

Bài 2.**a) Rút gọn biểu thức:**

Với $x \geq 0, x \neq 4$ ta có:

$$\begin{aligned} A &= \frac{x}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} = \frac{x + \sqrt{x} + 2 + \sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \\ &= \frac{x + 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \end{aligned}$$

b) Tìm tất cả các giá trị x

Ta có:

$$\begin{aligned} A > 1 &\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} > 1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}-2} > 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{x}-2} > 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} - 2 > 0 \text{ (do } 2 > 0) \Rightarrow x > 4 \end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện, ta có $x > 4(tm)$

Bài 3.**a) Học sinh tự vẽ****b) Tìm tham số m.....**

Để phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 3m - 1 = 0(*)$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thì

$$\Delta' > 0$$

$$\Leftrightarrow (m+1)^2 - m^2 - 3m + 1 > 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m + 1 - m^2 - 3m + 1 > 0$$

$$\Leftrightarrow -m + 2 > 0 \Leftrightarrow m < 2$$

Khi đó, áp dụng định lý Vi - et ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) = 2m+2 \\ x_1 x_2 = m^2 + 3m - 1 \end{cases}$$

Theo bài ra ta có: $x_1^2 + x_2^2 = 10$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 10$$

$$\Leftrightarrow (2m+2)^2 - 2(m^2 + 3m - 1) = 10$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 + 8m + 4 - 2m^2 - 6m + 2 = 10$$

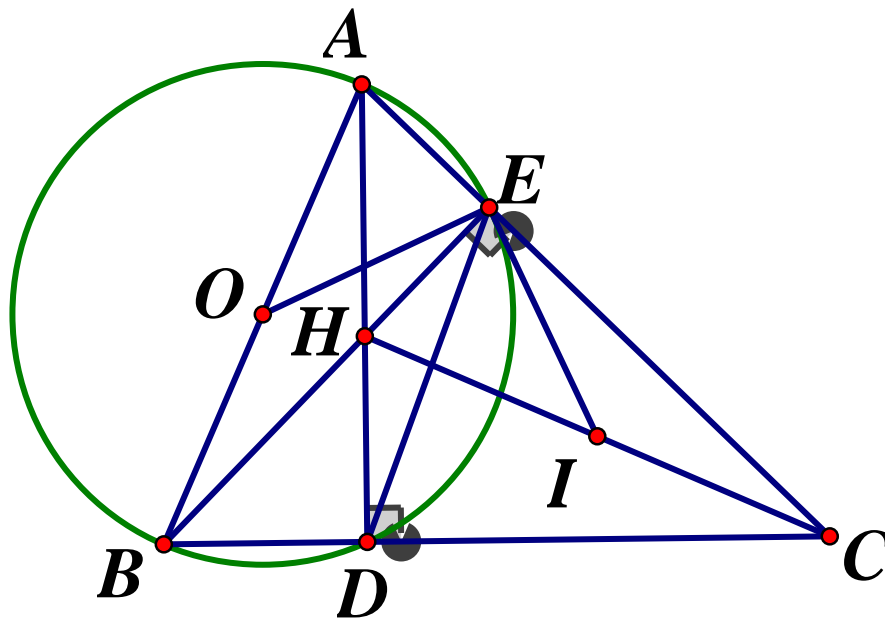
$$\Leftrightarrow 2m^2 + 2m - 4 = 0 \Leftrightarrow m^2 + m - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - m + 2m - 2 = 0 \Leftrightarrow m(m-1) + 2(m-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (m+2)(m-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=-2 \end{cases} (tm)$$

Vậy $m=1$ hoặc $m=-2$

Bài 4.



a) Chứng minh tứ giác CDHE nội tiếp

Ta có: AD, BE là hai đường cao của

$$\Delta ABC(gt) \Rightarrow \begin{cases} AD \perp BC = \{D\} \\ BE \perp AC = \{E\} \end{cases} \Rightarrow \widehat{ADC} = \widehat{BEC} = 90^\circ$$

Xét tứ giác $CDHE$ ta có: $\widehat{HDC} + \widehat{HEC} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow CDHE$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh $HA.HD = HB.HE$

Xét ΔHAE và ΔHBD ta có:

$$\widehat{AHE} = \widehat{BHD} \text{ (đối đỉnh); } \widehat{AEH} = \widehat{BDH} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \Delta AHE \sim \Delta BHD (g.g) \Rightarrow \frac{AH}{BH} = \frac{HE}{HD} \Rightarrow AH \cdot DH = BH \cdot EH \text{ (dfcm)}$$

c) Chứng minh IE là tiếp tuyến

Xét tứ giác $ABDE$ ta có: $\widehat{ADB} = \widehat{AEB} = 90^\circ$, mà hai đỉnh D, E là hai đỉnh liên tiếp của tứ giác $\Rightarrow ABDE$ là tứ giác nội tiếp

Lại có: ΔAEB vuông tại $E \Rightarrow A, B, D, E$ cùng thuộc đường tròn tâm O đường kính AB

Ta có: $ABDE$ là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \widehat{EDC} = \widehat{BAE}$ (góc ngoài tại 1 đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối diện) (1)

Ta có: I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $CDHE \Rightarrow I$ là trung điểm của HC

ΔECH vuông tại E có đường trung tuyến $EI \Rightarrow EI = HI = \frac{1}{2}HC$ (đường trung tuyến ứng với cạnh huyền của tam giác vuông)

$$\Rightarrow \Delta HEI \text{ cân tại } I \Rightarrow \widehat{IEH} = \widehat{IHE} \text{ (tính chất tam giác cân) hay } \angle IEH = \angle EHC \quad (2)$$

Tứ giác $CDHE$ là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \widehat{CDE} = \widehat{CHE}$ (cùng chắn \widehat{EC}) (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra $\widehat{EDC} = \widehat{BAE} = \widehat{HEI}$

ΔAOE cân tại O ($OA = OE$) $\Rightarrow \widehat{OEB} = \widehat{OBE}$ (tính chất tam giác cân)

Hay $\widehat{BAE} = \widehat{OEA}$ mà $\widehat{OBE} + \widehat{BAE} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{OEB} + \widehat{HEI} = 90^\circ \Rightarrow OE \perp EI$
 $\Rightarrow EI$ là tiếp tuyến của đường tròn đường kính AB (dfcm)

Bài 5.

Áp dụng BĐT Cô - si ta có:

$$x = x - 1 + 1 \geq 2\sqrt{(x-1) \cdot 1} = 2\sqrt{x-1} \Rightarrow x^2 \geq 4(x-1) \Rightarrow \frac{x^2}{y-1} \geq \frac{4(x-1)}{y-1}$$

Tương tự ta có: $\frac{y^2}{x-1} \geq \frac{4(y-1)}{x-1}$. Khi đó ta có:

$$P = \frac{x^2}{y-1} + \frac{y^2}{x-1} \geq \frac{4(x-1)}{y-1} + \frac{4(y-1)}{x-1} \geq 2\sqrt{\frac{4(x-1)}{y-1} \cdot \frac{4(y-1)}{x-1}} = 8$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=1 \\ y-1=1 \\ \frac{x-1}{y-1} = \frac{y-1}{x-1} \end{cases} \Leftrightarrow x = y = 2$$

Vậy $\text{Min}P = 8 \Leftrightarrow x = y = 2$

Đề số 18

Câu 1.(3 điểm)

1) Rút gọn các biểu thức

$$A = \sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{2+5\sqrt{x}}{x-4}$$

2) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x + 2y = 12 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$$

Câu 2.(1,0 điểm) Một phòng họp có 180 người được xếp đều trên các dãy ghế. Nếu thêm 80 người thì phải kê thêm 2 dãy ghế và mỗi dãy ghế tăng thêm 3 người. Hỏi lúc đầu phòng họp đó có bao nhiêu dãy ghế ?

Câu 3. (2đ) Cho phương trình $x^2 - 2mx - 4m - 5 = 0(1)$ (m là tham số)

1) Giải phương trình (1) khi $m = -2$

2) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn:

$$\frac{1}{2}x_1^2 - (m-1)x_1 + x_2 - 2m + \frac{33}{2} = 4059$$

Câu 4.(3 điểm) Trên nửa đường tròn đường kính AB , bán kính R . Lấy hai điểm I, Q sao cho I thuộc cung AQ . Gọi C là giao điểm của hai tia AI, BQ , H là giao điểm của hai dây AQ và BI . Chứng minh rằng:

1) Tứ giác $CIHQ$ là tứ giác nội tiếp

2) $CI \cdot AI = HI \cdot BI$

3) $AI \cdot AC + BQ \cdot BC$ luôn không đổi.

Câu 5.(1,0 điểm)

1) Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $2a + 3b = 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

$$\text{thức } Q = \frac{2002}{a} + \frac{2017}{b} + 2996a - 5501b$$

2) Một ngũ giác có tính chất: Tất cả các tam giác có ba đỉnh là ba đỉnh liên tiếp của ngũ giác, đều có diện tích bằng 1. Tính diện tích của ngũ giác đó

ĐÁP ÁN

Bài 1.

1) Rút gọn các biểu thức

$$A = \sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{2+5\sqrt{x}}{x-4} \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 4 \end{cases}$$

$$= \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+2) + 2\sqrt{x}(\sqrt{x}-2) - 2 - 5\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{x+3\sqrt{x}+2+2x-4\sqrt{x}-2-5\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$= \frac{3x-6\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{3\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$$

2) Giải hệ phương trình :

$$\begin{cases} x+2y=12 \\ 3x-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y=12 \\ 6x-2y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x=14 \\ y=3x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=5 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 5)$

Bài 2.

Gọi số dãy ghế lúc đầu có trong phòng họp là x (dãy) ($x \in N^*$)

Vì lúc đầu phòng họp có 180 người nên số người được xếp trên 1 dãy ghế là: $\frac{180}{x}$ (người)

Số người có trong phòng họp sau khi thêm 80 người: $180 + 80 = 260$ (người)

Vì lúc sau phải kê thêm hai dãy ghế nên số dãy ghế lúc sau là : $x + 2$ (dãy)

\Rightarrow Số người được xếp trên một dãy ghế lúc sau là : $\frac{260}{x+2}$ (người)

Vì lúc sau mỗi dãy tăng thêm 3 người nên ta có phương trình:

$$\frac{260}{x+2} - \frac{180}{x} = 3 \Leftrightarrow 260x - 180x - 360 = 3x(x+2)$$

$$\Leftrightarrow 80x - 360 = 3x^2 + 6x \Leftrightarrow 3x^2 - 74x + 360 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 54x - 20x + 360 = 0 \Leftrightarrow 3x(x-18) - 20(x-18) = 0$$

$$\Leftrightarrow (3x-20)(x-18) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{20}{3} (ktm) \\ x = 18 (tm) \end{cases}$$

Vậy lúc đầu phòng họp có 18 dãy ghế.

Bài 3.

1) Giải phương trình khi $m = -2$

Thay $m = -2$ vào phương trình (1) ta có: $x^2 + 4x + 3 = 0$

Ta có $a - b + c = 1 - 4 + 3 = 0$ nên phương trình có hai nghiệm $\begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -3 \end{cases}$

Vậy khi $m = -2$ thì tập nghiệm là $S = \{-1; -3\}$

2) Tìm m

Phương trình (1) có $\Delta' = m^2 - (4m - 5) = m^2 - 4m + 5 = (m - 2)^2 + 1 > 0 (\forall m)$

Do đó phương trình (1) luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi m

Áp dụng hệ thức Vi - et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = -4m - 5 \end{cases}$. Theo bài ra ta có:

$$\frac{1}{2}x_1^2 - (m-1)x_1 + x_2 - 2m + \frac{33}{2} = 4059$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 - 2(m-1)x_1 + 2x_2 - 4m + 33 = 8118$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 - 2mx_1 + 2x_1 + 2x_2 - 4m = 8085$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 - 2mx_1 - 4m - 5 + 2x_1 + 2x_2 = 8085 - 5$$

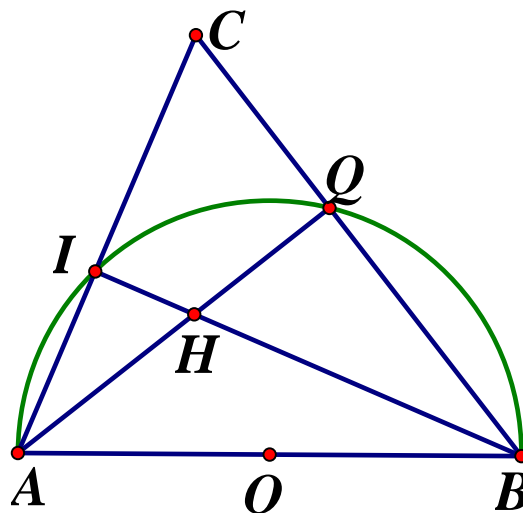
$$\Leftrightarrow (x_1^2 - 2mx_1 - 4m - 5) + 2(x_1 + x_2) = 8080$$

Vì x_1 là nghiệm của phương trình (1) nên ta có $x_1^2 - 2mx_1 - 4m - 5 = 0$. Do đó :

$$(*) \Leftrightarrow 2(x_1 + x_2) = 8080 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 4040 \Leftrightarrow 2m = 4040 \Leftrightarrow m = 2020$$

Vậy $m = 2020$

Bài 4.



1) Tứ giác $CIHQ$ nội tiếp

Vì $\angle AIB, \angle AQB$ là các góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O) nên

$$\widehat{AIB} = \angle AQB = 90^\circ \Rightarrow \widehat{CIH} = \widehat{CQH} = 90^\circ$$

Xét tứ giác $CIHQ$ có: $\widehat{CIH} + \widehat{CQH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ nên $CIHQ$ là tứ giác nội tiếp

2) Chứng minh $CI.AI = HI.BI$

Xét $\triangle AHI$ và $\triangle BCI$ có: $\widehat{HAI} = \widehat{CBI}$ (cùng chắn cung IQ); $\widehat{AIH} = \widehat{BIC} = 90^\circ$

$$\Rightarrow \triangle AHI \sim \triangle BCI (g.g) \Rightarrow \frac{HI}{CI} = \frac{AI}{BI} \text{ (hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)}$$

$$\Rightarrow CI.AI = HI.BI \text{ (đpcm)}$$

3) Chứng minh $AI.AC + BQ.BC$ luôn không đổi

Ta có:

$$\begin{aligned} AI.AC + BQ.BC &= AC.(AC - IC) + BQ.(BQ + QC) = AC^2 - AC.IC + BQ^2 + BQ.QC \\ &= AQ^2 + QC^2 - AC.IC + BQ^2 + BQ.QC = (AQ^2 + BQ^2) + QC.(QC + BQ) - AC.IC \\ &= AB^2 + QC.BC - AC.IC \end{aligned}$$

Xét $\triangle AQC$ và $\triangle BIC$ có:

$$\widehat{ICQ} \text{ chung; } \widehat{AQC} = \widehat{BIC} = 90^\circ \Rightarrow \triangle AQC \sim \triangle BIC (g.g)$$

$$\Rightarrow AC.IC = QC.BC \Rightarrow QC.BC - AC.IC = 0$$

Vậy $AI.AC + BQ.BC = AB^2 = (2R)^2 = 4R^2$ luôn không đổi (đpcm)

Bài 5.

1) Tìm giá trị nhỏ nhất của Q

$$Q = \frac{2002}{a} + \frac{2017}{b} + 2996a - 5501b = \left(\frac{2002a}{a} + 8008a \right) + \left(\frac{2017}{b} + 2017b \right) - (5012a + 7518b)$$

$$Q = 2002 \left(\frac{1}{a} + 4a \right) + 2017 \left(\frac{1}{b} + b \right) - 2056.(2a + 3b)$$

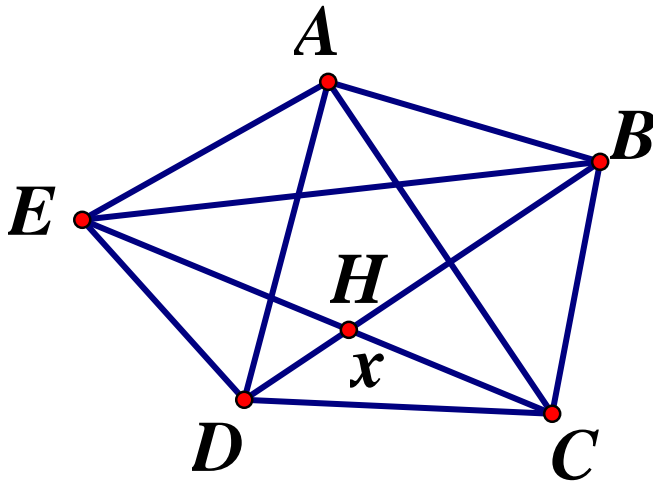
$$= 2002 \left(\frac{1}{a} + 4a \right) + 2017 \left(\frac{1}{b} + b \right) - 2056.4 \stackrel{CO-SI}{\geq} 2002.2\sqrt{\frac{1}{a}.4a} + 2017.2\sqrt{\frac{1}{b}.b} - 10024 = 2018$$

$$\Rightarrow Q \geq 2018$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{a} = 4a \\ \frac{1}{b} = b \\ 2a + 3b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$$

Vậy $Q_{\min} = 2018 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}; b = 1$

2) Tính diện tích ngũ giác



Theo bài ra ta có, $S_{BCD} = S_{ECD} = 1$

Hai tam giác này có chung cạnh đáy CD , nên khoảng cách từ B, E đến CD bằng nhau, do đó $BE \parallel CD$. Chứng minh hoàn toàn tương tự, ta cũng có:

$AD \parallel BC, CE \parallel AB$. Gọi $\{H\} = BD \cap CE$

Ta có: $\begin{cases} AE \parallel BD \Rightarrow AE \parallel BH \\ CE \parallel AB \Rightarrow HE \parallel AB \end{cases} \Rightarrow ABHE$ là hình bình hành nên $S_{ABE} = S_{HBE} = 1$

Đặt $S_{BCD} = x (0 < x < 1)$. Ta có: $S_{HCD} = S_{BCD} - S_{HBC} = S_{CDE} - S_{HDE}$
 $\Rightarrow 1 - S_{HBC} = 1 - S_{HDE} \Rightarrow S_{HBC} = S_{HDE}$

Ta lại có: $\frac{S_{HBC}}{S_{HCD}} = \frac{BH}{DH} = \frac{S_{HBE}}{S_{HDE}} \Rightarrow \frac{1-x}{x} = \frac{1}{1-x} \Leftrightarrow x^2 - 3x + 1 = 0$

Ta có $\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 5 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm $\begin{cases} x = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} (ktm) \\ x = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} (tm) \end{cases}$.

Vậy $S_{ABCDE} = S_{ABE} + S_{HBE} + S_{HCD} + S_{HBC} + S_{HDE} = 1 + 1 + \frac{3 - \sqrt{5}}{2} + 2 \cdot \frac{\sqrt{5} - 1}{2} = \frac{5 + \sqrt{5}}{5}$

Đề số 19

Câu 1. (1,75 điểm)

- 1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x - 5y = 7 \\ 2x + 4y = 1 \end{cases}$$
- 2) Giải phương trình $x^4 - 12x^2 + 16 = 0$
- 3) Giải phương trình: $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{(x-1)(x-2)} = \frac{3}{2x}$

Câu 2. (2,0 điểm)

- 1) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = \frac{x^2}{4}$
- 2) Tìm các tham số thực m để hai đường thẳng $y = 2x$ và $y = (m^2 + m)x + 1$ cắt nhau
- 3) Tìm các số thực a để biểu thức $\frac{1}{\sqrt{a-2}} + \sqrt{6-2a}$ xác định.

Câu 3. (1,75 điểm)

- 1) Cho một hình cầu có thể tích bằng 288π (cm^3). Tính diện tích của mặt cầu
- 2) Một nhóm học sinh được giao sắp xếp 270 quyển sách vào tủ ở thư viện trong một thời gian nhất định. Khi bắt đầu làm việc nhóm được bổ sung thêm học sinh nên mỗi giờ nhóm sắp xếp nhiều hơn dự định 20 quyển sách, vì vậy, không những hoàn thành trước dự định 1 giờ mà còn vượt mức được giao 10 quyển sách. Hỏi số quyển sách mỗi giờ nhóm dự định sắp xếp là bao nhiêu ?
- 3) Cho x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 2x - 1 = 0$. Hãy lập một phương trình bậc hai một ẩn có hai nghiệm là $\left| (x_1)^3 \right|, \left| (x_2)^3 \right|$

Câu 4. (1,25 điểm)

- 1) Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{a\sqrt{a} - 8}{a + 2\sqrt{a} + 4} \right) \left(\frac{a + 5\sqrt{a} + 6}{a - 4} \right) \left(\begin{matrix} a \geq 0 \\ a \neq 4 \end{matrix} \right)$
- 2) Tìm các số thực x và y thỏa mãn
$$\begin{cases} x^3 = y^2 + 18 \\ y^3 = x^2 + 18 \end{cases}$$

Câu 5. (2,75 điểm) Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) có hai đường cao BE, CF cắt nhau tại trực tâm $H, AB < AC$. Vẽ đường kính AD của (O). Gọi K là giao điểm của đường thẳng AH với đường tròn (O), K khác A . Gọi L, P lần lượt là giao điểm

của đường thẳng AH với đường tròn (O) , K khác A . Gọi L, P lần lượt là giao điểm của hai đường thẳng BC và EF , AC và KD

- 1) Chứng minh tứ giác $EHKP$ nội tiếp đường tròn và tâm I của đường tròn này thuộc đường thẳng BC
- 2) Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC . Chứng minh $AH = 2OM$
- 3) Gọi T là giao điểm của đường tròn (O) với đường tròn ngoại tiếp tam giác EFK , T khác K . Chứng minh rằng ba điểm L, K, T thẳng hàng.

Câu 6. (0,5 điểm)

Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $abc = 1$. Chứng minh rằng

$$(a^2 + b^2 + c^2)^3 \geq 9(a + b + c)$$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

1) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x - 5y = 7 \\ 2x + 4y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 10y = 14 \\ 6x + 12y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 22y = -11 \\ x = \frac{5y + 7}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$

2) Giải phương trình: $x^4 - 12x^2 + 16 = 0$

Đặt $x^2 = t (t \geq 0)$. Khi đó ta có phương trình $t^2 - 12t + 16 = 0$

Phương trình có $\Delta' = 6^2 - 16 = 20 > 0$

\Rightarrow Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\begin{cases} t_1 = 6 - 2\sqrt{5} \\ t_2 = 6 + 2\sqrt{5} \end{cases}$

Với $t = 6 - 2\sqrt{5} \Leftrightarrow x^2 = 6 - 2\sqrt{5} \Leftrightarrow x^2 = (\sqrt{5} - 1)^2 \Rightarrow x = \pm(\sqrt{5} - 1)$

Với $t = 6 + 2\sqrt{5} \Rightarrow x^2 = (\sqrt{5} + 1)^2 \Rightarrow x = \pm(\sqrt{5} + 1)$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho $S = \{-\sqrt{5} - 1; 1 - \sqrt{5}; \sqrt{5} - 1; \sqrt{5} + 1\}$

3) Giải phương trình:

Điều kiện $x \neq 0; x \neq 1; x \neq 2$

$$\begin{aligned} \frac{1}{x-1} + \frac{1}{(x-1)(x-2)} &= \frac{3}{2x} \Leftrightarrow 2x(x-2) + 2x = 3(x-1)(x-2) \\ \Leftrightarrow 2x^2 - 4x + 2x &= 3x^2 - 9x + 6 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 6 = 0 \\ \Leftrightarrow x^2 - 6x - x + 6 &= 0 \Leftrightarrow x(x-6) - (x-6) = 0 \\ \Leftrightarrow (x-6)(x-1) &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1(ktm) \\ x = 6(tm) \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $S = \{6\}$

Câu 2.

1) Học sinh tự vẽ đồ thị (P)

2) Tìm các tham số m

Hai đường thẳng $y = 2x$ và $y = (m^2 + m)x + 1$ cắt nhau khi và chỉ khi :

$$\begin{aligned} m^2 + m &\neq 2 \Leftrightarrow m^2 + m - 2 \neq 0 \Leftrightarrow m^2 - m + 2m - 2 \neq 0 \\ \Leftrightarrow m(m-1) + 2(m-1) &\neq 0 \Leftrightarrow (m-1)(m+2) \neq 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq -2 \end{cases} \end{aligned}$$

3) Tìm các số thực a

$$\text{Biểu thức } \frac{1}{\sqrt{a-2}} + \sqrt{6-2a} \text{ xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} a-2 > 0 \\ 6-2a \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 2 \\ a \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < a \leq 3$$

Vậy với $2 < a \leq 3$ thì biểu thức $\frac{1}{\sqrt{a-2}} + \sqrt{6-2a}$ xác định.

Câu 3.

1) Tính diện tích mặt cầu

Gọi R là bán kính của hình cầu

$$\text{Vì khối cầu có thể tích bằng } 288\pi \text{ (cm}^3\text{) nên } \frac{4}{3}\pi R^3 = 288\pi \Leftrightarrow R^3 = 216 \Leftrightarrow R = 6 \text{ (cm)}$$

$$\text{Vậy diện tích mặt cầu là } S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 6^2 = 144\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

2) Tính số quyển sách.....

Gọi số quyển sách mỗi giờ nhóm dự định sắp xếp là x (quyển) (ĐK: $x \in \mathbb{N}^*$)

$$\Rightarrow \text{Thời gian dự định sắp xếp xong 270 quyển là } \frac{270}{x} \text{ (h)}$$

Vì mỗi giờ nhóm sắp xếp được nhiều hơn dự định 20 quyển sách nên số sách thực tế mỗi giờ đã sắp xếp là $x + 20$ (quyển)

Vì nhóm sắp xếp vượt mức được giao 10 quyển sách nên nhóm đó đã sắp xếp được

$$270 + 10 = 280 \text{ (quyển)} \text{ nên thời gian thực tế sắp xếp xong 280 quyển sách là: } \frac{280}{x+20} \text{ (h)}$$

. Vì thực tế hoàn thành trước dự định 1 giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{270}{x} - \frac{280}{x+20} = 1 \Leftrightarrow 270(x+20) - 280x = x(x+20)$$

$$\Leftrightarrow 270x + 5400 - 280x = x^2 + 20x$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 30x - 5400 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 60x + 90x - 5400 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-60) + 90(x-60) = 0 \Leftrightarrow (x-60)(x+90) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-60=0 \\ x+90=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=60 \text{ (tm)} \\ x=-90 \text{ (ktm)} \end{cases}$$

Vậy số quyển sách dự định mỗi giờ nhóm sắp xếp là 60 quyển.

3) Hãy lập phương trình

Xét phương trình $x^2 - 2x - 1 = 0$ có $ac = -1 < 0$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt trái dấu.

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình $x^2 - 2x - 1 = 0$, áp dụng định lý Vi-et

$$\text{ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = -1 \end{cases}$$

Vì hai nghiệm x_1, x_2 trái dấu nên không mất tính tổng quát, ta giả sử $x_1 < 0 < x_2$

Khi đó ta có:

$$S = \left| (x_1)^3 \right| + \left| (x_2)^3 \right| = -x_1^3 + x_2^3 = (x_2 - x_1)^3 + 3x_1 x_2 (x_2 - x_1)$$

$$= (x_2 - x_1)^3 - 3(x_2 - x_1)$$

$$P = \left| (x_1)^3 \right| \cdot \left| (x_2)^3 \right| = -x_1^3 x_2^3 = -(x_1 x_2)^3 = -(-1)^3 = 1$$

Ta có:

$$(x_2 - x_1)^2 = (x_2 + x_1)^2 - 4x_2 x_1 = 2^2 - 4 \cdot (-1) = 8$$

$$\Rightarrow |x_2 - x_1| = \sqrt{8} \Leftrightarrow x_2 - x_1 = \sqrt{8} \text{ (Do } x_2 > x_1)$$

$$\text{Khi đó ta có: } S = \left| (x_1)^3 \right| + \left| (x_2)^3 \right| = (\sqrt{8})^3 - 3 \cdot (\sqrt{8}) = 8\sqrt{8} - 3\sqrt{8} = 5\sqrt{8}$$

Vì $S^2 - 4P = (5\sqrt{8})^2 - 4 \cdot 1 = 184 > 0$ nên $\left| (x_1)^3 \right|, \left| (x_2)^3 \right|$ là nghiệm của phương trình

$$X^2 - 10\sqrt{2}X + 1 = 0$$

Vậy $\left| (x_1)^3 \right|, \left| (x_2)^3 \right|$ là nghiệm của phương trình $X^2 - 10\sqrt{2}X + 1 = 0$

Câu 4.

1) Rút gọn biểu thức.... Với $a \geq 0, a \neq 4$ ta có:

$$P = \left(\frac{a\sqrt{a} - 8}{a + 2\sqrt{a} + 4} \right) \cdot \left(\frac{a + 5\sqrt{a} + 6}{a - 4} \right)$$

$$P = \left(\frac{(\sqrt{a})^3 - 2^3}{a + 2\sqrt{a} + 4} \right) \cdot \left(\frac{a + 2\sqrt{a} + 3\sqrt{a} + 6}{(\sqrt{a} - 2)(\sqrt{a} + 2)} \right)$$

$$P = \frac{(\sqrt{a} - 2)(a + 2\sqrt{a} + 4)}{a + 2\sqrt{a} + 4} \cdot \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} + 2) + 3(\sqrt{a} + 2)}{(\sqrt{a} - 2)(\sqrt{a} + 2)}$$

$$P = (\sqrt{a} - 2) \cdot \frac{\sqrt{a} + 3}{\sqrt{a} - 2} = \sqrt{a} + 3$$

2) Tìm các số thực x, y

Xét hệ phương trình $\begin{cases} x^3 = y^2 + 18 & (1) \\ y^3 = x^2 + 18 & (2) \end{cases}$. Trừ vế theo vế của phương trình (1) và (2) ta có:

$$x^3 - y^3 = y^2 - x^2 \Leftrightarrow (x - y)(x^2 + xy + y^2) = -(x - y)(x + y)$$

$$\Leftrightarrow (x - y)(x^2 + xy + y^2 + x + y) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ x^2 + xy + y^2 + x + y = 0 \end{cases}$$

TH1: $x = y$ thay vào (1) ta có:

$$x^3 = x^2 + 18 \Leftrightarrow x^3 - x^2 - 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 27 - x^2 + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 3)(x^2 + 3x + 9) - (x - 3)(x + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 3)(x^2 + 3x + 9 - x - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 3)(x^2 + 2x + 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x^2 + 2x + 6 = 0 (\text{VN do } \Delta < 0) \end{cases}$$

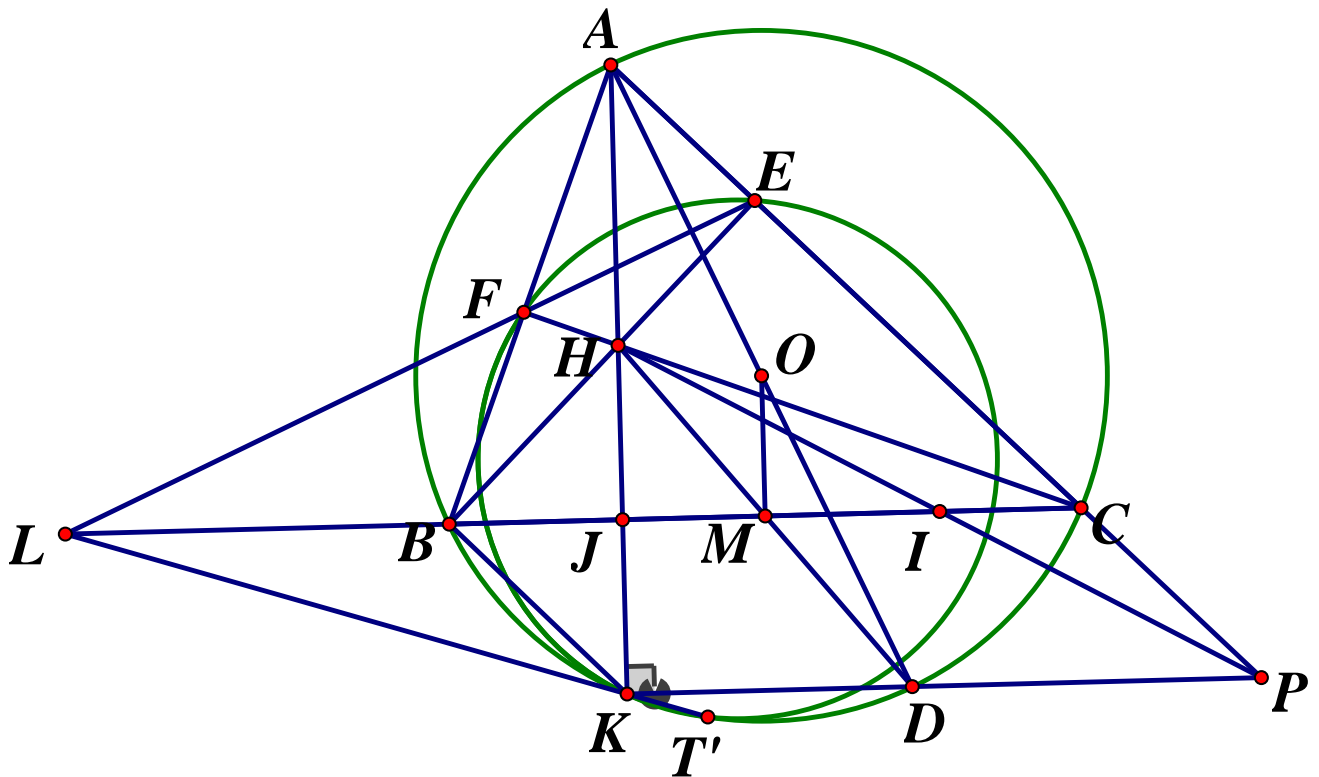
TH2: $x^2 + xy + y^2 + x + y = 0$

$$\text{Vi } \begin{cases} x^3 = y^2 + 18 \geq 18 \Rightarrow x \geq \sqrt[3]{18} > 0 \\ y^3 = x^2 + 18 \geq 18 \Rightarrow y \geq \sqrt[3]{18} > 0 \end{cases} \Rightarrow x + y > 0$$

$$\text{Lại có: } x^2 + xy + y^2 = x^2 + 2x \cdot \frac{1}{2}y + \frac{1}{4}y^2 + \frac{3}{4}y^2 = \left(x + \frac{1}{2}y\right)^2 + \frac{3}{4}y^2 \geq 0 (\forall x, y)$$

Do đó $x^2 + xy + y^2 + x + y > 0 (\forall x, y)$, do đó phương trình $x^2 + xy + y^2 + x + y = 0$ vô nghiệm. Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (3; 3)$

Câu 5.



1) Chứng minh $EHKP$ là tứ giác nội tiếp

Ta có: BE là đường cao của $\Delta ABC \Rightarrow BE \perp AC$ hay $\widehat{BEC} = \angle HEC = 90^\circ$

$\angle AKD$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn $\Rightarrow \angle AKD = 90^\circ$

Xét tứ giác $EHKP$ có: $\angle HEP + \angle HKP = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$, mà hai góc này đối diện nên $EHKP$ là tứ giác nội tiếp (đpcm)

Có $\angle HKP = 90^\circ$ là góc nội tiếp chắn cung $HP \Rightarrow HP$ là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $EHKP \Rightarrow$ Tâm I của đường tròn này là trung điểm của HP

Gọi J là giao điểm của AK và BC

Ta có: $\widehat{HBK} = \widehat{HAC}$ (cùng phụ với $\angle ACB$)

$\angle KBC = \angle KAC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung KC) hay $\angle JBK = \angle HAC$

$\Rightarrow \angle HBJ = \angle JBK (= \angle HAC) \Rightarrow BJ$ là phân giác của \widehat{HBK}

Ta có: AH là đường cao của $\Delta ABC \Rightarrow AH \perp BC = \{J\} \Rightarrow BJ$ là đường cao ΔBHK

Xét ΔBHK ta có: BJ vừa là đường cao, vừa là đường phân giác từ đỉnh B của tam giác

$\Rightarrow \Delta BHK$ cân tại B và BJ là đường trung tuyến của $\Delta BHK \Rightarrow J$ là trung điểm của HK

Gọi I' là giao điểm của BC và HP

Ta có: $AJ \perp BC = \{J\}$ mà $KP \perp AH = \{K\} \Rightarrow BC \parallel KP$ hay $JI' \parallel KP$

Xét ΔHKP ta có: J là trung điểm của $HK(cmt)$; $IJ // KP(cmt) \Rightarrow I'J$ là đường trung bình của $\Delta HKP \Rightarrow I'$ là trung điểm của $HP \Rightarrow I \equiv I'$ hay $I \in BC(dfcm)$

2) Chứng minh $AH = 2OM$

Ta có: $\angle ABD = \angle ACD = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \begin{cases} AB \perp BD \\ AC \perp CD \end{cases}$

Mà $\begin{cases} AB \perp EF(gt) \\ BE \perp AC(gt) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} CF // BD \\ BE // CD \end{cases}$ hay $\begin{cases} BH // CD \\ CH // BD \end{cases} \Rightarrow BDCH$ là hình bình hành

$\Rightarrow BC$ cắt HD tại trung điểm mỗi đường, lại có M là trung điểm của $BC(gt)$

$\Rightarrow M$ cũng là trung điểm của HD . Xét ΔAHD ta có:

O, M lần lượt là trung điểm của $AD, HD \Rightarrow OM$ là đường trung bình ΔAHD

$$\Rightarrow \begin{cases} OM // AH \\ OM = \frac{1}{2}AH \end{cases} \Rightarrow AH = 2OM(dfcm)$$

3) Chứng minh L, K, T thẳng hàng

Gọi T' là giao điểm của tia LK với đường tròn (O)

Xét tứ giác $BFEC$ ta có: $\widehat{BFC} = \angle BEC = 90^\circ$. mà đỉnh F, E là các đỉnh kề nhau

Nên $BFEC$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{LFB} = \widehat{LCE}$ (góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối diện)

Xét ΔLFB và ΔLCE ta có:

\hat{L} chung;

$$\angle LFB = \angle LCE(cmt) \Rightarrow \Delta LFB \sim \Delta LCE(g.g) \Rightarrow \frac{LF}{LC} = \frac{LB}{LE} \Rightarrow LE.LF = LB.LC$$

Ta có tứ giác $BCT'K$ nội tiếp đường tròn (O)

$\Rightarrow \angle LKB = \angle LCT'$ (góc ngoài tại 1 đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối diện)

Xét ΔLBK và $\Delta LCT'$ ta có: \hat{L} chung; $\widehat{LKB} = \widehat{LCT'}(cmt) \Rightarrow \Delta LBK \sim \Delta LCT'(g-g)$

$$\Rightarrow \frac{LB}{LT'} = \frac{LK}{LC} \Rightarrow LB.LC = LK.LT' \Rightarrow LE.LF = LK.LT' (= LB.LC) \Rightarrow \frac{LF}{LT'} = \frac{LK}{LE}$$

Xét ΔLFK và $\Delta LT'E$ ta có:

$$\widehat{ELT'} \text{ chung; } \frac{LF}{LT'} = \frac{LK}{LE} \Rightarrow \Delta LFK \sim \Delta LT'E(c-g-c) \Rightarrow \widehat{LFK} = \widehat{LET'}$$

$\Rightarrow EFKT'$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có góc ngoài bằng góc trong tại đỉnh đối diện)

$\Rightarrow T'$ thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác EFK

$\Rightarrow T \equiv T' \Rightarrow L, K, T$ thẳng hàng. (đpcm)

Câu 6.

Ta có: $a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)$

$$\text{Mà } \begin{cases} 2ab \leq a^2 + b^2 \\ 2bc \leq b^2 + c^2 \\ 2ca \leq c^2 + a^2 \end{cases} \Rightarrow 2(ab + bc + ca) \leq 2(a^2 + b^2 + c^2)$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 \geq (a + b + c)^2 - 2(a^2 + b^2 + c^2)$$

$$\Leftrightarrow 3(a^2 + b^2 + c^2) \geq (a + b + c)^2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{1}{3}(a + b + c)^2$$

$$\Leftrightarrow (a^2 + b^2 + c^2)^3 \geq \frac{1}{27}(a + b + c)^6$$

Ta cần chứng minh:

$$\frac{1}{27}(a + b + c)^6 \geq 9(a + b + c) \Leftrightarrow (a + b + c)^6 \geq 243(a + b + c)$$

$$\Leftrightarrow (a + b + c) \left[(a + b + c)^5 - 243 \right] \geq 0$$

Vì $a, b, c > 0 \Rightarrow a + b + c > 0$

Do đó ta cần chứng minh $(a + b + c)^5 - 243 \geq 0 \Leftrightarrow (a + b + c)^5 \geq 243 \Leftrightarrow a + b + c \geq 3$

Áp dụng BĐT Cô si ta có: $a + b + c \geq 3\sqrt[3]{abc} = 3$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = c \\ abc = 1 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = 1$$

Vậy ta có điều phải chứng minh.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH ĐỒNG THÁP

ĐỀ CHÍNH THỨC
Đề số 20

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN TOÁN (cơ sở)
Ngày thi: 23/7/2020

Câu 1. (2,0 điểm)

- Tính giá trị biểu thức $F = \sqrt{49} + \sqrt{25}$
- Tìm điều kiện của x để biểu thức $H = \sqrt{x-1}$ có nghĩa.

Câu 2. (2,0 điểm)

- Hàm số $y = 3x + 2$ là hàm số đồng biến hay nghịch biến trên \mathbb{R} ? Vì sao?
- Cho parabol $(P): y = 2x^2$. Điểm $M(2;8)$ có thuộc (P) hay không? Vì sao?

Câu 3. (2,0 điểm)

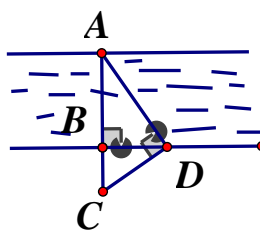
- Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + y = 3 \end{cases}$$
- Nhà bạn Lan cách trường học $5km$, nhà bạn Mai cách trường học $4km$. Mai bắt đầu đi học sớm hơn Lan 5 phút và hai bạn gặp nhau tại cổng trường lúc 6 giờ 50 phút sáng. Hỏi Mai bắt đầu đi học lúc mấy giờ?

Câu 4. (1,0 điểm)

Hộp sữa Ông Thọ là một hình trụ có chiều cao $8cm$ và bán kính đường tròn đáy bằng $3,8cm$. Tính thể tích hộp sữa (lấy $\pi \approx 3,14$; kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

Câu 5. (1,0 điểm)

Tính chiều rộng AB của một dòng sông (hình vẽ). Biết $BC = 9m, BD = 12m$



Câu 6. (2,0 điểm)

Cho đường tròn (O) và một điểm A nằm ngoài (O) . Vẽ các tiếp tuyến AM, AN với (O) (M, N là các tiếp điểm)

- Chứng minh tứ giác $AMON$ là tứ giác nội tiếp
- Biết rằng $OA = 10cm, \widehat{MAN} = 60^\circ$. Tính phần diện tích của tứ giác $AMON$ nằm bên ngoài đường tròn (O)

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$1) F = \sqrt{49} + \sqrt{25} = 7 + 5 = 12$$

$$2) \text{Biểu thức } H = \sqrt{x-1} \text{ có nghĩa } \Leftrightarrow x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$$

Câu 2.

1) Đồng biến hay nghịch biến ?

Hàm số $y = 3x + 2$ là hàm số đồng biến vì $a = 3 > 0$

2) Điểm $M(2;8)$ có thuộc (P) không? Vì sao ?

Thay tọa độ điểm $M(2;8)$ vào hàm số $y = 2x^2$ ta có: $8 = 2 \cdot 2^2 \Leftrightarrow 8 = 8$ (luôn đúng)

Vậy $M(2;8) \in (P)$

Câu 3.

1) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 6 \\ y = 3 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 1)$

2) Mai bắt đầu đi học lúc mấy giờ ?

Gọi thời gian bạn Mai đi từ nhà đến trường là $x(h) \left(x > \frac{1}{12} \right)$

Vì Mai bắt đầu đi học sớm hơn Lan 5 phút và hai bạn gặp nhau cùng lúc nên thời gian Mai đi từ nhà đến trường nhiều hơn Lan đi từ nhà đến trường là

$$5 \text{ phút} = \frac{5}{60} = \frac{1}{12}(h) \text{ nên thời gian Lan đi từ nhà đến trường: } x - \frac{1}{12}(h)$$

$$\Rightarrow \text{Vận tốc của xe bạn Mai là: } \frac{4}{x} (km/h)$$

$$\text{Vận tốc của xe bạn Lan là: } \frac{5}{x - \frac{1}{12}} = \frac{60}{12x - 1} (km/h)$$

Vì vận tốc đi xe của bạn Lan lớn hơn vận tốc đi xe của bạn Mai là $8km/h$ nên ta có

$$\text{phương trình: } \frac{60}{12x - 1} - \frac{4}{x} = 8$$

$$\Leftrightarrow \frac{15}{12x - 1} - \frac{1}{x} = 2 \Leftrightarrow 15x - 12x + 1 = 2x(12x - 1) \Leftrightarrow 24x^2 - 5x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 24x^2 - 8x + 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow 8x(3x - 1) + (3x - 1) = 0 \Leftrightarrow (3x - 1)(8x + 1) = 0$$

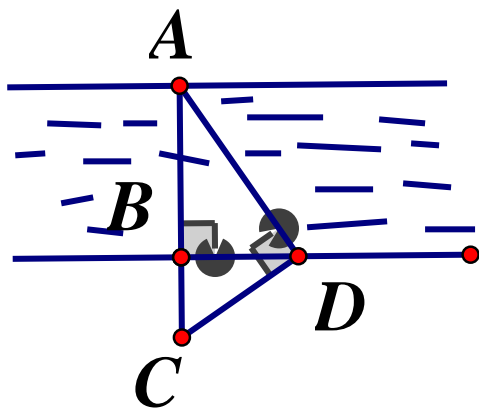
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x-1=0 \\ 8x+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3}(tm) \\ x = -\frac{1}{8}(ktm) \end{cases}$$

Nên thời gian Mai đi từ nhà đến trường là $\frac{1}{3}h = 20$ phút

Vậy Mai bắt đầu đi học lúc 6 giờ 50 phút – 20 phút = 6 giờ 30 phút

Câu 4. Thể tích hộp sữa Ông Thọ: $V = \pi r^2 h \approx 3,14 \cdot 3,8^2 \cdot 8 \approx 362,73(\text{cm}^3)$

Câu 5.



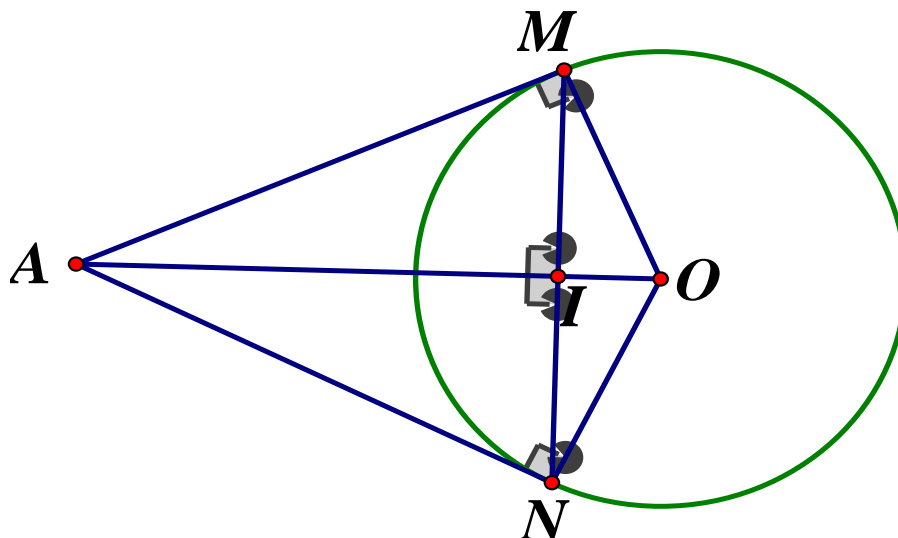
Xét tam giác ACD vuông tại D có đường cao DB ta có:

$$DB^2 = AB \cdot BC \text{ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)}$$

$$\Rightarrow 12^2 = AB \cdot 9 \Leftrightarrow AB = 12^2 : 9 = 16(m)$$

Vậy chiều rộng của dòng sông $AB = 16\text{cm}$

Câu 6.



1) Chứng minh tứ giác $AMON$ là tứ giác nội tiếp

Ta có: AM, AN là các tiếp tuyến tại M, N của

$$(O) \Rightarrow \begin{cases} OM \perp AM \\ ON \perp AN \end{cases} \Rightarrow \widehat{AMO} = \widehat{ANO} = 90^\circ$$

Xét tứ giác $AMON$ ta có: $\widehat{AMO} + \widehat{ANO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow AMON$ là tứ giác nội tiếp

2) Tính phần diện tích

Ta có: AM, AN là hai tiếp tuyến cắt nhau tại A

$\Rightarrow AO$ là phân giác của $\angle MAN$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$$\widehat{MAO} = \frac{1}{2} \widehat{MAN} = 30^\circ$$

Xét $\triangle AMO$ vuông tại M ta có:

$$AM = AO \cdot \cos \angle MAO = 10 \cdot \cos 30^\circ = 5\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$OM = R = AO \cdot \sin \widehat{MAO} = 10 \cdot \sin 30^\circ = 5 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow S_{AMO} = \frac{1}{2} OM \cdot AM = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5\sqrt{3} = \frac{25\sqrt{3}}{2} \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\Rightarrow S_{AMON} = 2S_{AMO} = 2 \cdot \frac{25\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

Ta có: $AMON$ là tứ giác nội tiếp (cmt)

$$\Rightarrow \widehat{MAN} + \widehat{MON} = 180^\circ \text{ (tính chất tứ giác nội tiếp)}$$

$$\Rightarrow \widehat{MON} = 180^\circ - \widehat{MAN} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

Mà $\angle MON$ là góc ở tâm chắn cung $MN \Rightarrow sd \widehat{MN} = 120^\circ$

$$\Rightarrow S_{quat(MON)} = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot n}{360} = \frac{\pi \cdot 5^2 \cdot 120}{360} = \frac{25\pi}{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{Nên diện tích phần cần tìm là } S = S_{AMON} - S_{quat} = 25\sqrt{3} - \frac{25\pi}{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{Vậy diện tích cần tìm là } 25\sqrt{3} - \frac{25\pi}{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

Đề số 21

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Không sử dụng máy tính bỏ túi, giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ x - 2y = 4 \end{cases}$$

b) Giải phương trình: $\sqrt{x^2 - 6x + 8} = 2x - 2020$

Câu 2. (2,0 điểm)

- a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y = x - 2m$ và parabol $(P): y = 2x^2$. Xác định giá trị của tham số m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt

b) Rút gọn biểu thức
$$P = \frac{3(x + \sqrt{x} - 1)}{x + \sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 2} - \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 1} \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

Câu 3. (2,0 điểm)

- a) Không sử dụng máy tính bỏ túi, giải phương trình: $x^2 - 4x - 5 = 0$
- b) Cho phương trình $x^2 - 4(m+1)x + 3m^2 + 2m - 5 = 0$, với m là tham số. Xác định giá trị của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + 4(m+1)x_2 + 3m^2 + 2m - 5 = 9$

Câu 4. (1,0 điểm)

Quãng đường từ A đến B dài 100km. Cùng một lúc, một xe máy khởi hành từ A đi đến B và một xe ô tô khởi hành từ B đi về A. Sau khi hai xe gặp nhau, xe máy đi được 1 giờ 30 phút nữa mới đến B. Giả sử vận tốc hai xe không thay đổi trên suốt quãng đường đi. Biết vận tốc của xe máy nhỏ hơn vận tốc của xe ô tô là 20km/h. Tính vận tốc mỗi xe.

Câu 5. (3,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O, đường kính $AB = 2R$. Gọi C là trung điểm của đoạn thẳng OA, qua C kẻ dây cung MN vuông góc với OA. Gọi K là điểm tùy ý trên cung nhỏ BM (K không trùng với B và M), H là giao điểm của AK và MN

- a) Chứng minh tứ giác BCHK là tứ giác nội tiếp
- b) Chứng minh $AH \cdot AK = R^2$
- c) Trên đoạn thẳng KN lấy điểm I sao cho $KI = KM$. Chứng minh $NI = KB$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$a) \begin{cases} 3x + y = 5 \\ x - 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 2y = 10 \\ x - 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 14 \\ y = 5 - 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy $(x; y) = (2; -1)$

$$\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 2x - 2020 \quad (x \geq 1010)$$

$$b) \Rightarrow x^2 - 6x + 9 = 4x^2 - 8080x + 2020^2$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 8074x + 4080391 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2017 \\ x = \frac{2023}{3} \end{cases}$$

Câu 2.

a) Ta có phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$2x^2 = x - 2m \Leftrightarrow 2x^2 - x + 2m = 0 (*)$$

(d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt

$$\Rightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{16}$$

Vậy $m < \frac{1}{16}$ thì thỏa đề

$$\begin{aligned} b) P &= \frac{3(x + \sqrt{x} - 1)}{x + \sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 2} - \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 1} \quad \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \\ &= \frac{3x + 3\sqrt{x} - 3 - (\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1) - (\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} + 2)}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 1)} \\ &= \frac{3x + 3\sqrt{x} - 3 - x + 1 - x - 4\sqrt{x} - 4}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 1)} = \frac{x - \sqrt{x} - 6}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 1)} \\ &= \frac{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 2)}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 1)} = \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} - 1} \end{aligned}$$

Câu 3.

$$a) x^2 - 4x - 5 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + x - 5 = 0 \Leftrightarrow x(x-5) + (x-5) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-5)(x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = \{5; -1\}$$

$$b) x^2 - 4(m+1)x + 3m^2 + 2m - 5 = 0(1)$$

$$\Delta' = [-2(m+1)]^2 - (3m^2 + 2m - 5) = m^2 + 2m + 9 = (m+1)^2 + 8 > 0$$

\Rightarrow phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt, áp dụng Vi et ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 4m + 4 \\ x_1 x_2 = 3m^2 + 2m - 5 \end{cases}$$

Vì x_1 là một nghiệm của phương trình (1)

$$\Rightarrow x_1^2 + 4(m+1)x_2 + 3m^2 + 2m - 5 = 9$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 - 4(m+1)x_1 + 3m^2 + 2m - 5 + 4(m+1)x_1 + 4(m+1)x_2 = 9$$

$$\Leftrightarrow 0 + 4(m+1)(x_1 + x_2) = 9$$

$$\Leftrightarrow (4m+4)(4m+4) = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} 4m+4 = 3 \\ 4m+4 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{1}{4} \\ m = -\frac{7}{4} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } m \in \left\{ -\frac{1}{4}; -\frac{7}{4} \right\}$$

Câu 4.

Gọi vận tốc xe máy là x (km/h) ($x > 0$) thì vận tốc ô tô: $x + 20$ (km/h)

Thời gian kể từ lúc hai xe khởi hành đến lúc gặp nhau là: $\frac{100}{2x+20}$ (h)

Quãng đường xe máy đi được trong 1 giờ 30 phút $\frac{3x}{2}$ (km)

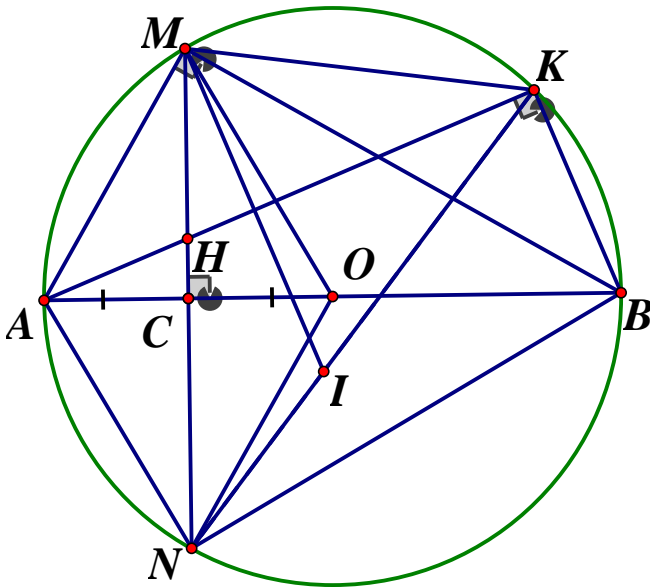
Quãng đường xe máy đi được trong hai khoảng thời gian trên là quãng đường AB nên ta có phương trình:

$$\frac{100x}{2x+20} + \frac{3x}{2} = 100 \Leftrightarrow 200x + 6x^2 + 60x = 200(2x+20)$$

$$\Leftrightarrow 6x^2 - 140x - 4000 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40(tm) \\ x = -\frac{50}{3}(ktm) \end{cases}$$

Vậy vận tốc xe máy: $40km/h$, vận tốc ô tô: $60km/h$

Câu 5.



a) Ta có: $\widehat{AKB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn); $\widehat{BCH} = 90^\circ$ ($MC \perp AB$)

Do đó $\widehat{HKB} + \widehat{BCH} = 180^\circ$. Vậy tứ giác $BCHK$ nội tiếp

b) **Chứng minh** $AK \cdot AH = R^2$

Ta có: MC là đường trung trực của OA nên $MA = MO$ và $OM = OA = R$, nên

$$OM = OA = MA = R \Rightarrow \Delta OAM \text{ đều, } \angle MOA = 60^\circ$$

Xét ΔACH và ΔAKB có: $\angle C = \angle K = 90^\circ$, $\angle A$ chung $\Rightarrow \Delta ACH \sim \Delta AKB$

$$\Rightarrow \frac{AC}{AK} = \frac{AH}{AB} \Rightarrow AK \cdot AH = AB \cdot AC$$

Mặt khác tam giác AMB vuông tại M có MC là đường cao ứng với cạnh huyền nên

$$AC \cdot AB = MA^2 = R^2 \text{ (hệ thức lượng)}. \text{ Vậy } AK \cdot AH = R^2$$

c) Ta có: Tứ giác $OMAN$ có hai đường chéo OA và MN vuông góc nhau tại trung điểm C mỗi đường nên là hình thoi. Do đó $\angle MON = 2\angle MOA = 120^\circ$

Từ đó $\widehat{MKN} = \frac{1}{2}\widehat{MON} = 60^\circ$ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung MN)

Mặt khác $MK = KI \Rightarrow \Delta MKI$ đều $\Rightarrow MK = MI = KI$

Ta có: BC là trung trực của MN nên $BM = BN$, và $\widehat{MNB} = \widehat{MAB} = 60^\circ$ (góc nội tiếp cùng chắn cung BM), do đó $\triangle BMN$ đều, suy ra $\widehat{BMN} = 60^\circ, MB = MN$

Ta có: $\widehat{KMN} = \widehat{KMB} + \widehat{BMN} = \widehat{KMB} + 60^\circ$ (1)

Ta lại có: $\widehat{KMN} = \widehat{NMI} + \widehat{KMI} = \widehat{NMI} + 60^\circ$ (2)

Từ (1), (2) suy ra $\widehat{KMB} = \widehat{NMI}$, vì $MN = MB, MI = MK$ nên $\triangle MNI = \triangle MBK$ (c.g.c)

Vậy $NI = BK$

ĐỀ CHÍNH THỨC

Đề số 22

Câu 1. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 5}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x} + 5} + \frac{20 - 2\sqrt{x}}{x - 25}$

- Tính giá trị biểu thức A khi $x = 9$
- Rút gọn biểu thức B
- Tìm các giá trị của x để $A = B(x - 4)$

Câu 2. (1,5 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2(m + 1)x + m^2 + 2m = 0(1)$ (với m là tham số)

- Giải phương trình (1) khi $m = 1$
- Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu

Câu 3. (2,0 điểm)

Quãng đường từ A đến B dài 90km . Một người đi xe máy từ A đến B. Khi đến B người đó nghỉ 30 phút rồi quay trở về A với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi là 9km/h . Thời gian kể từ lúc bắt đầu đi từ A đến B và trở về A là 5 giờ. Tính vận tốc xe máy lúc đi từ A đến B.

Câu 4. (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O) và điểm A nằm bên ngoài đường tròn (O) . Qua điểm A dựng hai tiếp tuyến AM, AN đến đường tròn (O) với M, N là các tiếp điểm. Một đường thẳng d đi qua A cắt đường tròn (O) tại hai điểm B và C ($AB < AC$, đường thẳng d không đi qua tâm O)

- Chứng minh tứ giác $AMON$ là tứ giác nội tiếp
- Chứng minh $AN^2 = AB.AC$
- Hai tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B và C cắt nhau tại K . Chứng minh rằng điểm K luôn thuộc một đường thẳng cố định khi đường thẳng d thay đổi và đường thẳng d thỏa mãn điều kiện đề bài

Câu 5. (1,0 điểm)

Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $x + y \geq \frac{7}{2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{13x}{3} + \frac{10y}{3} + \frac{1}{2x} + \frac{9}{y}$$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

a) ĐKXĐ: $x \geq 0, x \neq 25$

$$\text{Với } x = 9(\text{tmdk}) \Rightarrow A = \frac{\sqrt{9} + 2}{\sqrt{9} - 4} = \frac{-5}{2}$$

b) ĐKXĐ: $x \geq 0, x \neq 25$. Ta có:

$$B = \frac{3}{\sqrt{x} + 5} + \frac{20 - 2\sqrt{x}}{x - 25} = \frac{3(\sqrt{x} - 5) + 20 - 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x} + 5)(\sqrt{x} - 5)}$$

$$= \frac{\sqrt{x} + 5}{(\sqrt{x} + 5)(\sqrt{x} - 5)} = \frac{1}{\sqrt{x} - 5}$$

$$c) A = B(x - 4) \quad (x \geq 0; x \neq 25)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 5} = \frac{1}{\sqrt{x} - 5}(x - 4)$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} + 2 = x - 4 \Leftrightarrow x - \sqrt{x} - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 3\sqrt{x} + 2\sqrt{x} - 6 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x} - 3) + 2(\sqrt{x} - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 3 \\ \sqrt{x} = -2(\text{ktm}) \end{cases} \Rightarrow x = 9(\text{tm})$$

Vậy $x = 9$

Câu 2.

a) Với $m = 1$, ta có:

$$x^2 - 2.2x + 1 + 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 3x + 3 = 0 \Leftrightarrow x(x - 1) - 3(x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)(x - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Vậy với $m = 1$ thì tập nghiệm là $S = \{1; 3\}$

b) Để phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu

$$\Leftrightarrow x_1 x_2 < 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 0$$

Vậy $-2 < m < 0$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt trái dấu

Câu 3.

Gọi vận tốc xe đi từ A đến B là v ($km/h, v > 0$)

Vận tốc lúc từ B về A là: $v + 9$ (km/h)

Thời gian đi là $\frac{90}{v}$; Thời gian về là: $\frac{90}{v+9}$. Vì cả đi lẫn về (có cả nghỉ) mất 5 giờ nên ta có

$$\text{phương trình: } \frac{90}{v} + \frac{30}{60} + \frac{90}{v+9} = 5$$

$$\Leftrightarrow \frac{90v + 810 + 90v}{v(v+9)} = \frac{9}{2} \Leftrightarrow \frac{20v + 90}{v^2 + 9v} = \frac{1}{2}$$

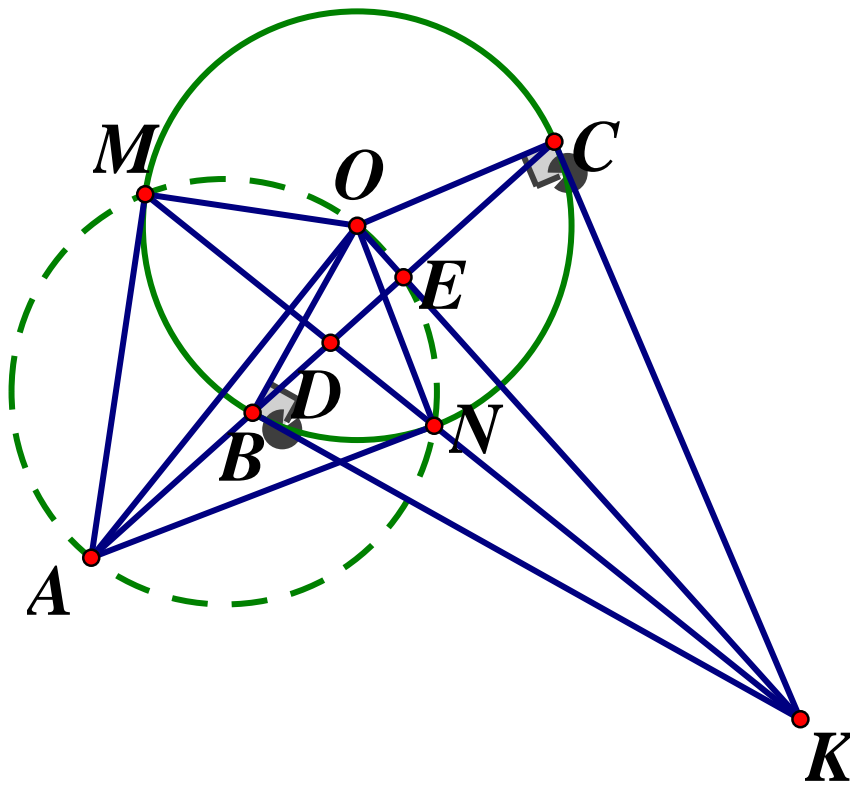
$$\Leftrightarrow v^2 + 9v = 40v + 180 \Leftrightarrow v^2 - 31v - 180 = 0$$

$$\Leftrightarrow v^2 - 36v + 5v - 180 = 0 \Leftrightarrow v(v - 36) + 5(v - 36) = 0$$

$$\Leftrightarrow (v + 5)(v - 36) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} v = 36(tm) \\ v = -5(ktm) \end{cases}$$

Vậy vận tốc lúc đi là $36(km/h)$

Câu 4.



a) Vì AM, AN là tiếp tuyến tại M, N của $(O) \Rightarrow \widehat{AMO} = \widehat{ANO} = 90^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $AMON$ nội tiếp đường tròn đường kính AO (đpcm)

b) Để chứng minh $\Delta AMO = \Delta ANO$ (cạnh huyền - cạnh góc vuông) $\Rightarrow AM = AN$
Xét ΔABN và ΔANC ta có:

$$\widehat{BAN} \text{ chung; } \widehat{BNA} = \widehat{BCN} = \widehat{NCA} \text{ (tính chất góc tạo bởi tiếp tuyến dây cung)}$$

$$\text{Suy ra } \Delta ABN \sim \Delta ANC (g.g) \Rightarrow \frac{AB}{AN} = \frac{AN}{AC} \Rightarrow AB \cdot AC = AN^2 \text{ (đpcm)}$$

c) Gọi KM cắt (O) tại N'

Vì tứ giác $MBN'C$ nội tiếp $\Rightarrow \Delta KBN' \sim \Delta KMB \Rightarrow KN'.KM = KB^2$

Gọi KO cắt BC tại E

Dễ thấy $\widehat{OEA} = 90^\circ = \widehat{ONA} = \widehat{OMA} \Rightarrow 5$ điểm O, M, N, E, A cùng thuộc một đường tròn
(1)

Áp dụng hệ thức lượng trong ΔKBO vuông tại B , đường cao BE , ta có:

$$KE.KO = KB^2 = KN'.KM \Rightarrow \Delta KN'E \sim \Delta KOM$$

$$\Rightarrow \widehat{OM'N} = \angle OMK = \angle N'EK = 180^\circ - \widehat{OEN'} \Rightarrow \widehat{OMN'} + \widehat{OEN'} = 180^\circ$$

\Rightarrow Tứ giác $MOEN'$ nội tiếp hay 5 điểm M, O, E, N', A cùng thuộc một đường tròn, kết hợp với (1) suy ra $N \equiv N'$ hay $K \in MN$ cố định

Câu 5.

Áp dụng bất đẳng thức Cô si ta có:

$$2x + \frac{1}{2x} \geq 2\sqrt{2x \cdot \frac{1}{2x}} = 2 \quad ; \quad y + \frac{9}{y} \geq 2\sqrt{y \cdot \frac{9}{y}} = 6$$

Ta có:

$$P = \frac{13}{3}x + \frac{10}{3}y + \frac{1}{2x} + \frac{9}{y}$$

$$= \frac{7}{3}(x+y) + \left(2x + \frac{1}{2x}\right) + \left(y + \frac{9}{y}\right) \geq \frac{7}{3} \cdot \frac{7}{2} + 2 + 6 = \frac{97}{6}$$

$$\Rightarrow P \geq \frac{97}{6}$$

$$\text{Vậy } \text{Min}P = \frac{97}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 3 \end{cases}$$

Đề số 23

Câu 1. (2,0 điểm)

- 1) Giải phương trình $x^2 - 2x - 3 = 0$
- 2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3(x + 3y + 5) = 2x + y \\ x + 2y = -3 \end{cases}$

Câu 2. (2,0 điểm)

- 1) Rút gọn biểu thức $A = 2\sqrt{3} - \sqrt{27} + \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$
- 2) Cho biểu thức $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} - \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} \begin{matrix} (x > 0) \\ (x \neq 1) \end{matrix}$

Rút gọn biểu thức B . Tìm tất cả các giá trị của x để biểu thức B nhận giá trị âm.

Câu 3. (1,5 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol (P) có phương trình $y = 2x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình $y = 2x + m$ (m là tham số)

- 1) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $M(-2; 3)$
- 2) Tìm điều kiện của m để parabol (P) cắt đường thẳng (d) , xác định m để $(1 - x_1x_2)^2 + 2(y_1 + y_2) = 16$

Câu 4. (4,0 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Hai đường cao BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H . Đường thẳng AH cắt BC tại D và cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm thứ hai là M

- 1) Chứng minh tứ giác $AEHF$ nội tiếp
- 2) Chứng minh BC là tia phân giác của \widehat{EBM}
- 3) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AEHF$. Chứng minh IE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle BCE$
- 4) Khi hai điểm B, C cố định và điểm A di động trên đường tròn $(O; R)$ nhưng vẫn thỏa mãn điều kiện tam giác ABC có ba góc nhọn. Chứng minh $OA \perp EF$. Xác định vị trí của điểm A để tổng $DE + EF + FD$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu 5. (0,5 điểm)

Cho ba số dương a, b, c thỏa mãn $abc = 1$. Chứng minh rằng :

$$\frac{1}{\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3} + \frac{1}{\sqrt{b} + 2\sqrt{c} + 3} + \frac{1}{\sqrt{c} + 2\sqrt{a} + 3} \leq \frac{1}{2}$$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$\begin{aligned}
 1) x^2 - 2x - 3 = 0 &\Leftrightarrow x^2 - 3x + x - 3 = 0 \\
 &\Leftrightarrow x(x-3) + (x-3) = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x+1) = 0 \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } S = \{3; -1\}$$

$$2) \begin{cases} 3(x+3y+5) = 2x+y \\ x+2y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+8y = -15 \\ x+2y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6y = -12 \\ x = -3-2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy nghiệm của hệ phương trình là } (x; y) = (1; -2)$$

Câu 2.

1) Rút gọn biểu thức

$$\begin{aligned}
 A &= 2\sqrt{3} - \sqrt{27} + \sqrt{4-2\sqrt{3}} \\
 &= 2\sqrt{3} - \sqrt{9 \cdot 3} + \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} = 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + |\sqrt{3}-1| \\
 &= -\sqrt{3} + \sqrt{3} - 1 = -1
 \end{aligned}$$

2) Rút gọn B và tìm x.....

Điều kiện $x > 0, x \neq 1$

$$\begin{aligned}
 B &= \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} = \frac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \\
 &= \frac{\sqrt{x} \cdot (\sqrt{x}-1) \cdot (\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \sqrt{x}-1
 \end{aligned}$$

$$\text{Với } x > 0, x \neq 1 \text{ ta có } B < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-1 < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 1 \Leftrightarrow x < 1$$

Kết hợp với điều kiện ta có $0 < x < 1$ thì B nhận giá trị âm.

Câu 3.

1) Tìm m

Vì $M(2; -3) \in (d)$ nên thay $x = -2, y = 3$ vào phương trình $(d): y = 2x + m$ ta có:

$$3 = 2 \cdot (-2) + m \Leftrightarrow 3 = -4 + m \Leftrightarrow m = 7$$

Vậy với $m = 7$ thì đường thẳng (d) đi qua điểm $M(-2; 3)$

2) Xác định m....

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là :

$$2x^2 = 2x + m \Leftrightarrow 2x^2 - 2x - m = 0(*)$$

Để parabol (P) cắt đường thẳng (d) tại hai điểm phân biệt thì phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt

$$\Rightarrow \Delta' = (-1)^2 - 2 \cdot (-m) > 0 \Leftrightarrow 1 + 2m > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{2}$$

Khi đó áp dụng hệ thức Vi - et ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 x_2 = -\frac{m}{2} \end{cases}$$

Theo bài ra ta có:

$$(1 - x_1 x_2)^2 + 2(y_1 + y_2) = 16$$

$$\Leftrightarrow (1 - x_1 x_2)^2 + 2(2x_1^2 + 2x_2^2) = 16$$

$$\Leftrightarrow (1 - x_1 x_2)^2 + 4[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2] = 16$$

$$\Leftrightarrow \left(1 + \frac{m}{2}\right)^2 + 4 \cdot \left(1^2 + 2 \cdot \frac{m}{2}\right) = 16$$

$$\Leftrightarrow 1 + m + \frac{m^2}{4} + 4 + 4m = 16 \Leftrightarrow \frac{m^2}{4} + 5m - 11 = 0$$

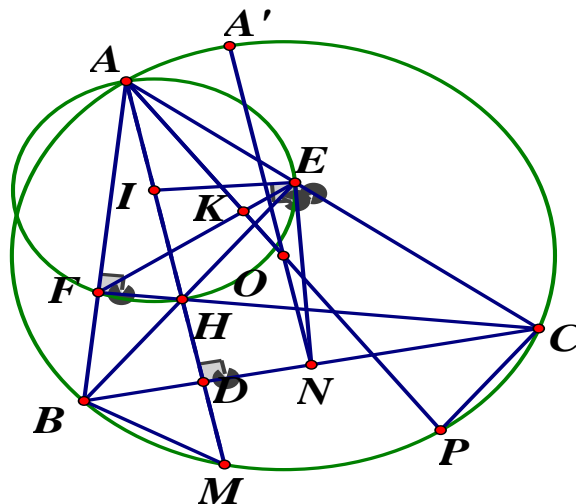
$$\Leftrightarrow m^2 + 20m - 44 = 0 \Leftrightarrow m^2 + 22m - 2m - 44 = 0$$

$$\Leftrightarrow m(m + 22) - 2(m + 22) = 0 \Leftrightarrow (m + 22)(m - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -22(ktm) \\ m = 2(tm) \end{cases}$$

Vậy $m = 2$

Câu 4.



1) Chứng minh $AEHF$ là tứ giác nội tiếp

Ta có: BE, CF là các đường cao của ΔABC

$$\Rightarrow \begin{cases} BE \perp AC = \{E\} \\ CF \perp AB = \{F\} \end{cases} \Rightarrow \widehat{AFC} = \angle AEB = 90^\circ$$

Xét tứ giác $AEHF$ ta có: $\widehat{AEH} + \widehat{AFH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow AEHF$ là tứ giác nội tiếp

2) Chứng minh BC là tia phân giác của \widehat{BEM}

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \angle DAC + \angle ACD = 90^\circ \\ \angle EBC + \angle ECB = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \widehat{DAC} = \widehat{EBC} \text{ (cùng phụ góc DAC)}$$

Hay $\angle MAC = \angle EBC$

Lại có: $\angle MAC = \angle MBC$ (cùng chắn cung MC)

$$\Rightarrow \widehat{MBC} = \widehat{EBC} (= \widehat{MAC}) \Rightarrow BC \text{ là phân giác của } \angle EBM \text{ (dfcm)}$$

3) Chứng minh IE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔBCE

Ta có: $\angle AEH = 90^\circ$ là góc nội tiếp chắn cung AH

$\Rightarrow AH$ là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AEHF$

$\Rightarrow I$ là trung điểm của AH

Ta có: ΔBEC là tam giác vuông tại E

\Rightarrow Đường tròn ngoại tiếp ΔBEC có tâm là trung điểm của BC

Gọi N là trung điểm của $BC \Rightarrow N$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔBEC

$$\Rightarrow NB = NE = \frac{1}{2}BC \text{ (tính chất tiếp tuyến của tam giác vuông)}$$

$$\Rightarrow \Delta BNE \text{ cân tại } N \Rightarrow \angle NBE = \angle NEB \text{ hay } \angle DBE = \angle NEB$$

Ta có IE là đường trung tuyến của ΔAEH vuông tại E $\Rightarrow EI = IH = \frac{1}{2}AH \Rightarrow \Delta IEH$ cân

tại I $\Rightarrow \widehat{IEH} = \widehat{IHE}$ mà $\widehat{IHE} = \widehat{BHD}$ (hai góc đối đỉnh) $\Rightarrow \widehat{IEH} = \widehat{BHD}$

$$\text{Lại có: } \angle HBD + \angle BHD = 90^\circ \Rightarrow \angle IEH + \angle BEN = 90^\circ$$

Hay $IE \perp EN \Rightarrow IE$ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔBEC (dfcm)

4) Xác định vị trí điểm A.....

$$\text{Gọi } EF \cap OA = \{K\}$$

Kẻ đường kính AP

Khi đó ta có $\angle ACP$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn $\Rightarrow \angle ACP = 90^\circ$

$$\Rightarrow \angle APC + \angle PAC = 90^\circ \text{ hay } \angle OAC + \angle APC = 90^\circ$$

Xét tứ giác $BCEF$ có: $\widehat{BFC} = \widehat{BEC} = 90^\circ$, mà hai đỉnh E, F kề nhau $\Rightarrow BCEF$ là tứ giác

nội tiếp $\Rightarrow \widehat{FBC} = \widehat{AEF}$ (góc ngoài bằng góc trong tại đỉnh đối diện)

Hay $\angle ABC = \angle AEB$ mà $\angle APC = \angle ABC$ (cùng chắn cung AC)

$$\Rightarrow \angle AEF = \angle APC \Rightarrow \angle APC + \angle OAE = \angle AEF + \angle EAO = 90^\circ$$

Hay $AO \perp EF = \{K\}$ (đpcm)

Chứng minh tương tự ta có: $OB \perp FD, OC \perp ED$

Ta có: $S_{OEAF} = \frac{1}{2}OA.EF$ (tứ giác có hai đường chéo vuông góc)

$$\text{Tương tự: } S_{OFBD} = \frac{1}{2}OB.FD \quad ; \quad S_{ODCE} = \frac{1}{2}OC.DE$$

$$\Rightarrow S_{OEAF} + S_{OFBD} + S_{ODCE} = \frac{1}{2}OA.EF + \frac{1}{2}OB.FD + \frac{1}{2}OC.DE$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2}R(EF + FD + DE) \Rightarrow EF + FD + DE = \frac{2S_{ABC}}{R}$$

Kéo dài ON cắt (O) tại $A' \Rightarrow A'N \perp BC$ (do $ON \perp BC$)

$$\text{Khi đó ta có: } S_{ABC} = \frac{1}{2}AD.BC \leq \frac{1}{2}A'N.BC$$

Đặt $BC = a$

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông ONC ta có:

$$ON = \sqrt{OC^2 - CN^2} = \sqrt{R^2 - \frac{a^2}{4}}$$

$$\Rightarrow A'N = OA' + ON = R + \sqrt{R^2 - \frac{a^2}{4}} \Rightarrow S_{ABC} \leq \frac{a}{2} \left(R + \sqrt{R^2 - \frac{a^2}{4}} \right)$$

$$\Rightarrow EF + FD + DE \leq \frac{a \left(R + \sqrt{R^2 - \frac{a^2}{4}} \right)}{R}$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow A \equiv A'$, khi đó điểm A là điểm chính giữa của cung lớn BC

Câu 5.

$$\text{Đặt } \sqrt{a} = x, \sqrt{b} = y, \sqrt{c} = z$$

Khi đó ta có: $x, y, z > 0$ và $xyz = \sqrt{abc} = 1$, Khi đó yêu cầu bài toán trở thành chứng minh:

$$\frac{1}{x+2y+3} + \frac{1}{y+2z+3} + \frac{1}{z+2x+3} \leq \frac{1}{2}$$

$$\text{Ta có: } x+2y+3 = x+y+y+1+2$$

$$\text{Áp dụng BĐT Cô si ta có: } x+y \geq 2\sqrt{xy}, y+1 \geq 2\sqrt{y}$$

$$\Rightarrow x + y + y + 1 + 2 \geq 2(\sqrt{xy} + \sqrt{y} + 1)$$

$$\Rightarrow x + 2y + 3 \geq 2(\sqrt{xy} + \sqrt{y} + 1) \Rightarrow \frac{1}{x + 2y + 3} \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{xy} + \sqrt{y} + 1}$$

Chúng minh tương tự ta có:

$$\frac{1}{y + 2z + 3} \leq \frac{1}{2(\sqrt{yz} + \sqrt{z} + 1)}; \quad \frac{1}{z + 2x + 3} \leq \frac{1}{2(\sqrt{zx} + \sqrt{x} + 1)}$$

Khi đó ta có:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x + 2y + 3} + \frac{1}{y + 2z + 3} + \frac{1}{z + 2x + 3} \\ & \leq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{xy} + \sqrt{y} + 1} + \frac{1}{\sqrt{yz} + \sqrt{z} + 1} + \frac{1}{\sqrt{zx} + \sqrt{x} + 1} \right) \end{aligned}$$

Đặt $A = \frac{1}{\sqrt{xy} + \sqrt{y} + 1} + \frac{1}{\sqrt{yz} + \sqrt{z} + 1} + \frac{1}{\sqrt{zx} + \sqrt{x} + 1}$ ta có:

$$A = \frac{1}{\sqrt{xy} + \sqrt{y} + 1} + \frac{1}{\sqrt{yz} + \sqrt{z} + 1} + \frac{1}{\sqrt{zx} + \sqrt{x} + 1}$$

$$A = \frac{1}{\sqrt{xy} + \sqrt{y} + 1} + \frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{xy^2z} + \sqrt{xyz} + \sqrt{xy}} + \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{xyz} + \sqrt{xy} + \sqrt{y}}$$

$$A = \frac{1}{\sqrt{xy} + \sqrt{y} + 1} + \frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{y} + 1 + \sqrt{xy}} + \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{xyz} + \sqrt{xy} + \sqrt{y}} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x + 2y + 3} + \frac{1}{y + 2z + 3} + \frac{1}{z + 2x + 3} \leq \frac{1}{2}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y = z = 1 \\ xyz = 1 \end{cases} \Rightarrow x = y = z = 1$$

$$\text{Khi đó ta có } \sqrt{a} = \sqrt{b} = \sqrt{c} = 1 \Leftrightarrow a = b = c = 1$$

Vậy ta có điều phải chứng minh

Câu 1. (2,0 điểm)

1. Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{50} - \sqrt{32} - \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$

2. Cho biểu thức $B = \left(\frac{x-2}{x+2\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$. Rút gọn biểu thức B và tìm giá trị của x để $B = 3$

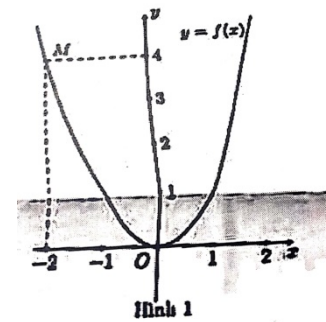
Câu 2. (2,0 điểm)

1. Giải phương trình $x^2 - 5x - 6 = 0$

2. Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} 3x - 2|y| = 1 \\ x + 3|y| = 4 \end{cases}$$

Câu 3. (1,5 điểm)1. Cho hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) có đồ thị là parabol như hình 1. Xác định hệ số a 2. Cho phương trình $\frac{1}{2}x^2 = x + m^2$ (m là tham số). Chứngminh phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi $m \in \mathbb{R}$. Tìm các giá trị của m để

$$x_1 = \sqrt[3]{20 - x_2^3}$$

**Câu 4. (3,5 điểm)**

Cho đường tròn (O) , đường kính AB cố định. Điểm H cố định nằm giữa hai điểm A và O sao cho $AH < OH$. Kẻ dây cung MN vuông góc với AB tại H . Gọi C là điểm tùy ý thuộc cung lớn MN sao cho C không trùng với M, N và B . Gọi K là giao điểm của AC và MN .

1) Chứng minh tứ giác $BCKH$ nội tiếp2) Chứng minh tam giác AMK đồng dạng với tam giác ACM 3) Cho độ dài đoạn thẳng $AH = a$. Tính $AK \cdot AC - HA \cdot HB$ theo a 4) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MKC . Xác định vị trí của điểm C để độ dài đoạn thẳng IN nhỏ nhất**Câu 5. (1,0 điểm)**Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $abc + a + b = 3ab$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

biểu thức
$$P = \sqrt{\frac{ab}{a+b+1}} + \sqrt{\frac{b}{bc+c+1}} + \sqrt{\frac{a}{ac+c+1}}$$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$1) A = \sqrt{50} - \sqrt{32} - \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = \sqrt{25 \cdot 2} - \sqrt{16 \cdot 2} - \sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2}$$

$$= 5\sqrt{2} - 4\sqrt{2} - \sqrt{2} - 1 = -1$$

$$2) B = \left(\frac{x-2}{x+2\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x+2}} \right) \cdot \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}} \begin{matrix} (x > 0) \\ (x \neq 1) \end{matrix}$$

$$= \frac{x-2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x+2})} \cdot \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}} = \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x+2})}{\sqrt{x}(\sqrt{x+2})} \cdot \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}} = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}}$$

$$B = 3 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}} = 3 \Leftrightarrow \sqrt{x+1} = 3\sqrt{x} \Leftrightarrow 2\sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{4} (tm)$$

Vậy $x = \frac{1}{4}$ thì $B = 3$

Câu 2.

$$1) x^2 - 5x - 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + x - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-6) + (x-6) = 0 \Leftrightarrow (x-6)(x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = -1 \end{cases}$$

Vậy $S = \{6; -1\}$

$$2) \begin{cases} 3x - 2|y| = 1 \\ x + 3|y| = 4 \end{cases} (|y| > 0) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2|y| = 1 \\ 3x + 9|y| = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11|y| = 11 \\ x = 4 - 3|y| \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |y| = 1 (tm) \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases} \end{cases}$$

Vậy $(x; y) \in \{(1; 1); (1; -1)\}$

Câu 3.

$$1) \text{ Khi } x = -2 \Rightarrow y = 4(\text{do } M(-2; 4)) \Rightarrow 4 = a \cdot (-2)^2 \Leftrightarrow a = 1$$

$$2) \text{ Ta có: } \frac{1}{2}x^2 = x + m^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 2m^2 = 0 \quad (1)$$

$$\Delta' = (-1)^2 - 1 \cdot (-2m^2) = 2m^2 + 1 > 0 \Rightarrow \text{phương trình luôn có hai nghiệm phân}$$

$$\text{biệt. Áp dụng hệ thức Vi - et: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = -2m^2 \end{cases}$$

Ta có:

$$x_1 = \sqrt[3]{20 - x_2^3} \Leftrightarrow x_1^3 = 20 - x_2^3 \Leftrightarrow x_1^3 + x_2^3 = 20$$

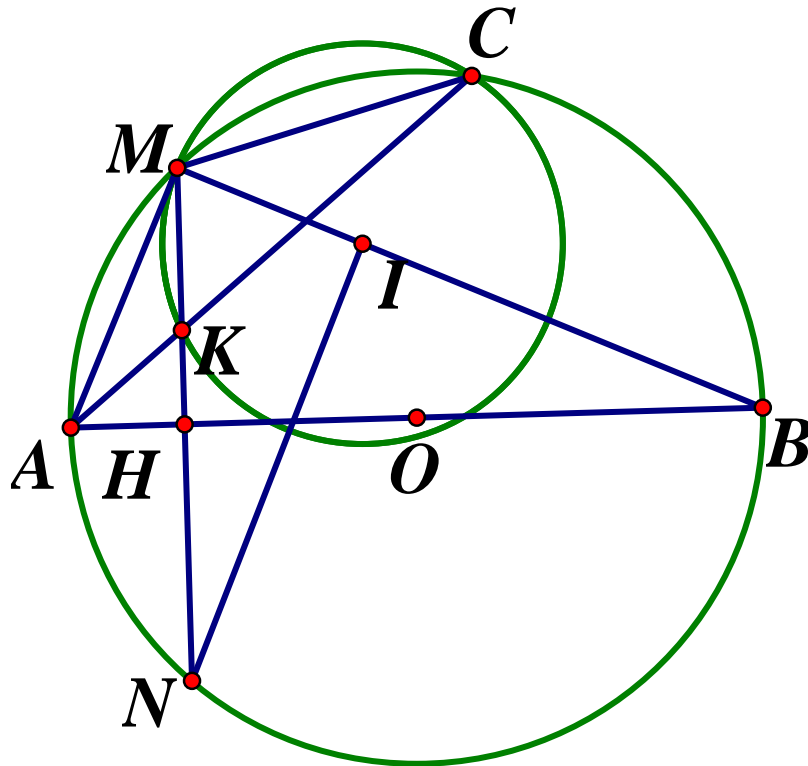
$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)[(x_1 + x_2) - 3x_1x_2] - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2[2^2 - 3(-2m^2)] - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(4 + 6m^2) - 20 = 0 \Leftrightarrow 6m^2 = 6 \Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1$$

Vậy $m = \pm 1$ thì thỏa đề.

Câu 4.



a) Có $AH \perp MN \Rightarrow \widehat{KHB} = 90^\circ$ mà $\widehat{KCB} = 90^\circ$

\Rightarrow Tứ giác $BCKH$ có $\widehat{KHB} + \widehat{KCB} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow BCKH$ là tứ giác nội tiếp

b) Xét $\triangle AMK$ và $\triangle ACM$ có:

\widehat{A} chung; $\widehat{AMK} = \widehat{ACM}$ (cùng chắn \widehat{AM}) $\Rightarrow \triangle AMK \sim \triangle ACM$ (g.g)

$$c) \triangle AMK \sim \triangle ACM \Rightarrow \frac{AK}{AM} = \frac{AM}{AC} \Rightarrow AK \cdot AC = AM^2 \quad (1)$$

Xét $\triangle AMH$ và $\triangle MBH$ có: $\widehat{H}_1 = \widehat{H}_2 (= 90^\circ)$; $\widehat{MAH} = \angle HMB$ (cùng phụ \widehat{HMA})

$$\Rightarrow \triangle AMH \sim \triangle MBH$$
 (g.g) $\Rightarrow \frac{HA}{HM} = \frac{HM}{BH} \Rightarrow HA \cdot HB = HM^2 \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta có:

$$AK \cdot AC - HA \cdot HB = AM^2 - HM^2 = AH^2 = a^2$$

d) Vì AM là tiếp tuyến của (I) (do $\widehat{AMK} = \widehat{MCA}$ (cmt) mà 1 góc là góc nội tiếp, 1 góc là góc tạo bởi tiếp tuyến dây cung) $\Rightarrow I \in MB$

Ta có: $NI_{\min} \Leftrightarrow$ khoảng cách từ N xuống BM nhỏ nhất.

$\Rightarrow NI \perp BM$, do đó khoảng cách từ N đến tâm I nhỏ nhất thì C là giao điểm của $(I; IM)$ và (O)

Vậy C là hình chiếu của N trên BM

Câu 5.

$$\text{Từ giả thiết } \Rightarrow c + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 3$$

$$\text{Đặt } \frac{1}{a} = x; \frac{1}{b} = y; c = z \Rightarrow x + y + z = 3$$

$$\begin{aligned} \text{Và } P &= \frac{1}{\sqrt{xy+x+y}} + \frac{1}{\sqrt{yz+y+z}} + \frac{1}{\sqrt{zx+z+x}} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3(xy+x+y)}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3(yz+y+z)}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3(zx+z+x)}} \end{aligned}$$

Ta có:

$$\sqrt{3(xy+x+y)} \leq \frac{xy+x+y+3}{2}$$

$$\Rightarrow P \geq \frac{2\sqrt{3}}{xy+x+y+3} + \frac{2\sqrt{3}}{yz+y+z+3} + \frac{2\sqrt{3}}{zx+z+x+3}$$

$$\geq \frac{18\sqrt{3}}{(xy+yz+zx)+2(x+y+z)+9} = \frac{18\sqrt{3}}{(xy+yz+zx)+15}$$

$$\text{Lại có: } xy+yz+zx \leq \frac{(x+y+z)^2}{3} = 3$$

$$\text{Do đó } P \geq \frac{18\sqrt{3}}{3+15} = \sqrt{3}$$

$$\text{Vậy } \text{Min}P = \sqrt{3} \Leftrightarrow a=b=c=1$$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

KỶ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2020-2021

Khóa ngày 17/7/2020

ĐỀ CHÍNH THỨC

Đề thi môn: TOÁN

Ngày thi: 18/07/2020

Đề số 24

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài I. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+2}}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x-1}} - \frac{\sqrt{x+5}}{x-1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$
- 2) Chứng minh $B = \frac{2}{\sqrt{x+1}}$
- 3) Tìm tất cả giá trị của x để biểu thức $P = 2AB + \sqrt{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất

Bài II. (2,0 điểm)

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Quãng đường từ nhà An đến nhà Bình dài 3km . Buổi sáng, An đi bộ từ nhà An đến nhà Bình. Buổi chiều cùng ngày, An đi xe đạp từ nhà Bình về nhà An trên cùng quãng đường đó với vận tốc lớn hơn vận tốc đi bộ của An là 9km/h . Tính vận tốc đi bộ của An, biết thời gian đi buổi chiều ít hơn thời gian đi buổi sáng là 45 phút. (Giả định rằng An đi bộ với vận tốc không đổi trên toàn bộ quãng đường đó).

- 2) Một quả bóng bàn có dạng một hình cầu có bán kính bằng 2cm . Tính diện tích bề mặt của quả bóng bàn đó (lấy $\pi \approx 3,14$).

Bài III. (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + \frac{3}{y-1} = 5 \\ 4x - \frac{1}{y-1} = 3 \end{cases}$$

- 2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , xét đường thẳng $(d): y = mx + 4$ với $m \neq 0$
 - a) Gọi A là giao điểm của đường thẳng (d) và trục Oy . Tìm tọa độ điểm A
 - b) Tìm tất cả giá trị của m để đường thẳng (d) cắt trục Ox tại điểm B sao cho ΔOAB là tam giác cân

Bài IV. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và đường cao BE . Gọi H và K lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ điểm E đến đường thẳng AB, BC

- 1) Chứng minh tứ giác $BHEK$ là tứ giác nội tiếp
- 2) Chứng minh $BH \cdot BA = BK \cdot BC$
- 3) Gọi F là chân đường vuông góc kẻ từ điểm C đến đường thẳng AB và I là trung điểm của đoạn thẳng EF . Chứng minh ba điểm H, I, K là ba điểm thẳng hàng

Bài V. (0,5 điểm) Giải phương trình: $\sqrt{x} + \sqrt{3x-2} = x^2 + 1$

ĐÁP ÁN

Bài I.

1) Tính giá trị biểu thức....

Thay $x = 4$ (tmdk) vào biểu thức $A = \frac{\sqrt{4} + 1}{\sqrt{4} + 2} = \frac{2 + 1}{2 + 2} = \frac{3}{4}$

2) Với $x \geq 0, x \neq 1$ ta có:

$$B = \frac{3}{\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} + 5}{x - 1} = \frac{3(\sqrt{x} + 1) - \sqrt{x} - 5}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)}$$

$$= \frac{3\sqrt{x} + 3 - \sqrt{x} - 5}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)} = \frac{2\sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)} = \frac{2(\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)} = \frac{2}{\sqrt{x} + 1} \text{ (dfcm)}$$

3) Tìm x để P_{\min}

Với $x \geq 0; x \neq 1$ ta có:

$$P = 2AB + \sqrt{x} = 2 \cdot \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 2} \cdot \frac{2}{\sqrt{x} + 1} + \sqrt{x} = \frac{4}{\sqrt{x} + 2} + \sqrt{x}$$

$$P = \sqrt{x} + 2 + \frac{4}{\sqrt{x} + 2} - 2$$

Áp dụng BĐT Cô - si cho hai số dương $\sqrt{x} + 2; \frac{4}{\sqrt{x} + 2}$, ta có:

$$\sqrt{x} + 2 + \frac{4}{\sqrt{x} + 2} \geq 2\sqrt{(\sqrt{x} + 2) \cdot \frac{4}{\sqrt{x} + 2}} = 2\sqrt{4} = 4$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} + 2 + \frac{4}{\sqrt{x} + 2} - 2 \geq 2$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \sqrt{x} + 2 = \frac{4}{\sqrt{x} + 2} \Leftrightarrow (\sqrt{x} + 2)^2 = 4 \Rightarrow \sqrt{x} + 2 = 2 \Leftrightarrow x = 0$ (tm)

Vậy $P_{\min} = 2 \Leftrightarrow x = 0$

Bài II.

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Gọi vận tốc đi bộ của An là x (km/h) ($x > 0$) \Rightarrow Thời gian đi bộ: $\frac{3}{x}$ (h)

Vận tốc đi xe đạp của An: $x + 9$ (km/h) \Rightarrow Thời gian đi xe đạp: $\frac{3}{x + 9}$

Vì An đi xe đạp nhanh hơn đi bộ là 45 phút $= \frac{3}{4}$ (h) nên ta có phương trình:

$$\frac{3}{x} - \frac{3}{x+9} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{x+9} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 4(x+9) - 4x = x(x+9)$$

$$\Leftrightarrow 4x + 36 - 4x = x^2 + 9x \Leftrightarrow x^2 + 9x - 36 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 12x - 3x - 36 = 0 \Leftrightarrow x(x+12) - 3(x+12) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-3)(x+12) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3(tm) \\ x = -12(ktm) \end{cases}$$

Vậy vận tốc đi bộ của An là $3km/h$

2) Tính diện tích bề mặt quả bóng bàn

Diện tích bề mặt quả bóng bàn: $S = 4\pi R^2 \approx 4.3,14.2^2 = 50,24(cm^2)$

Vậy diện tích cần tìm là $50,24(cm^2)$

Bài III.

$$1) \text{ Giải hệ phương trình } \begin{cases} 2x + \frac{3}{y-1} = 5 \\ 4x - \frac{1}{y-1} = 3 \end{cases}$$

Điều kiện: $y \neq 1$

Đặt $\frac{1}{y-1} = u (u \neq 0)$, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x + 3u = 5 \\ 4x - u = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 6u = 10 \\ 4x - u = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7u = 7 \\ x = \frac{u+3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ u = 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{y-1} = 1 \Leftrightarrow y = 2(tm)$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; 2)$

2) a) Tìm tọa độ điểm A

Vì A là giao điểm của đường thẳng (d) và trục Oy nên hoành độ điểm A là $x_A = 0$

Gọi $A(0; y_A)$. Vì $A(0; y_A) \in d$ nên ta có: $y_A = m.0 + 4 = 4 \Leftrightarrow y_A = 4$

Vậy $A(0; 4)$ là giao điểm của đường thẳng (d) và trục Oy

b) Tìm tất cả các giá trị của m...

Vì B là giao điểm của (d) cắt trục Ox nên tung độ điểm B là $y_B = 0$

Gọi $B(x_B; 0)$; vì $B(x_B; 0) \in (d)$ nên ta có: $0 = m.x_B + 4 \Rightarrow x_B = \frac{-4}{m} (m \neq 0)$

Suy ra $B\left(\frac{-4}{m}; 0\right) \Rightarrow AB = \left| \frac{-4}{m} \right|$

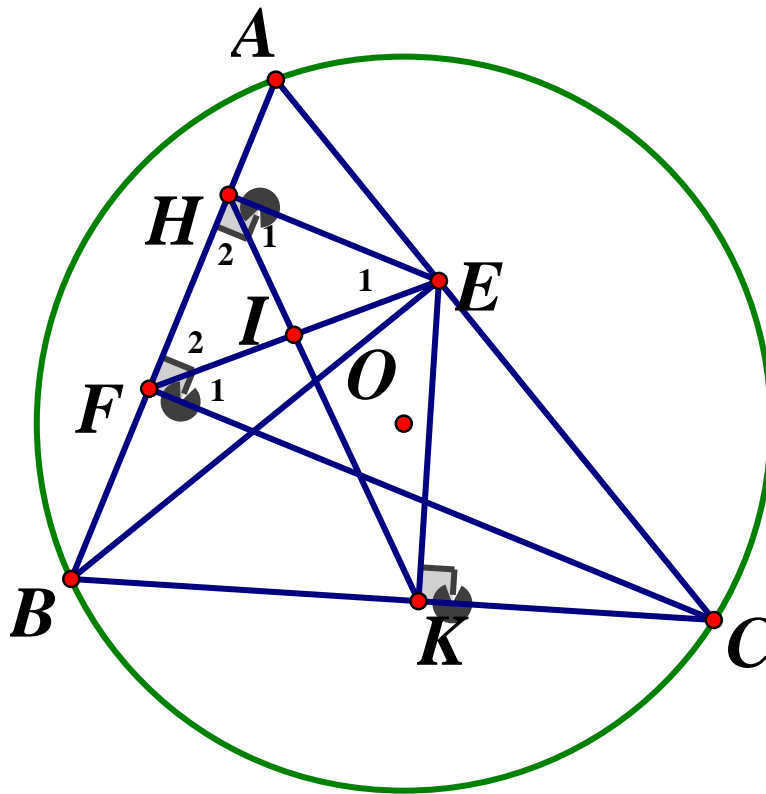
Theo câu a) ta có: $A(0; 4)$ nên $OA = |4| = 4$

Vì $\triangle OAB$ cân tại O nên $OA = OB \Leftrightarrow \left| \frac{-4}{m} \right| = 4$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-4}{m} = 4 \\ \frac{4}{m} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m = -4 \\ 4m = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1(tm) \\ m = 1(tm) \end{cases}$$

Vậy $m = -1; m = 1$ thỏa mãn bài toán

Bài IV.



1) Chứng minh BHEK là tứ giác nội tiếp

Ta có: $\widehat{BHE} = 90^\circ$ (do $EH \perp AB$), $\widehat{BKE} = 90^\circ$ (do $EK \perp BC$)

Tứ giác BHEK có $\widehat{BHE} + \widehat{BKE} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ nên là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°) (dpcm)

2) Chứng minh $BH \cdot BA = BK \cdot BC$

Theo câu a) tứ giác BHEK nội tiếp nên $\widehat{BKH} = \widehat{BEH}$ (cùng chắn cung BH)

Ta có:

$$\widehat{BEH} + \widehat{EBH} = 90^\circ \text{ (do } \Delta BHE \text{ vuông tại H)}$$

$$\widehat{BAE} + \widehat{EBH} = 90^\circ \text{ (do } \Delta ABE \text{ vuông tại E) nên } \widehat{BEH} = \widehat{BAE} \text{ (cùng phụ với } \widehat{EBH})$$

$$\text{Mà } \widehat{BKH} = \widehat{BEH} \text{ (cmt) nên } \widehat{BKH} = \widehat{BAE} (= \widehat{BEH})$$

Xét ΔBHK và ΔBCA có:

\widehat{ABC} chung; $\widehat{BKH} = \widehat{BAE} = \widehat{BAC}(cmt) \Rightarrow \Delta BHK \sim \Delta BCA(g.g)$

$$\Rightarrow \frac{BH}{BC} = \frac{BK}{BA} \text{ (hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)} \Rightarrow BH \cdot BA = BC \cdot BK$$

c) Chứng minh H, I, K thẳng hàng

Gọi I' là giao điểm của HK và EF

Xét tứ giác $BFEC$ có: $\widehat{BFC} = \widehat{BEC} = 90^\circ(gt)$ nên là tứ giác nội tiếp (tứ giác có 2 đỉnh kề nhau nhìn 1 cạnh dưới các góc bằng nhau) $\Rightarrow \widehat{B}_1 = \widehat{F}_1$ (cùng chắn \widehat{EC})

Ta có: $EH // CF$ (cùng vuông góc với AB) $\Rightarrow \widehat{F}_1 = \widehat{E}_1$ (so le trong) do đó $\widehat{B}_1 = \widehat{E}_1$ (1)

Theo câu a, tứ giác $BHEK$ nội tiếp nên $\widehat{B}_1 = \widehat{H}_1$ (cùng chắn \widehat{EK}) (2)

Từ (1) và (2) ta suy ra $\widehat{H}_1 = \widehat{E}_1$

$\Delta I'HE$ có $\widehat{H}_1 = \widehat{E}_1$ nên là tam giác cân $\Rightarrow I'H = I'E$ (3)

Lại có: $\widehat{H}_1 + \widehat{H}_2 = \widehat{BHE} = 90^\circ; \widehat{F}_2 + \widehat{E}_1 = 90^\circ$ (do ΔHFE vuông tại H)

Nên $\widehat{H}_2 = \widehat{F}_2$ hay tam giác $I'HF$ cân tại $I' \Rightarrow I'H = I'F$ (4)

Từ (3) và (4) $\Rightarrow I'E = I'F$ hay I là trung điểm EF

Do đó $I' \equiv I$ nên ba điểm H, I, K thẳng hàng (đpcm)

Bài V.

Ta có:

$$\sqrt{x} + \sqrt{3x-2} = x^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x} + 2\sqrt{3x-2} = 2x^2 + 2$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 2\sqrt{x} - 2\sqrt{3x-2} + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(x-1)^2 + (x-2\sqrt{x}+1) + (3x-2-2\sqrt{3x-2}+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(x-1)^2 + (\sqrt{x}-1)^2 + (\sqrt{3x-2}-1)^2 = 0$$

Vì $(x-1)^2 \geq 0; (\sqrt{x}-1)^2 \geq 0$ và $(\sqrt{3x-2}-1)^2 \geq 0$ với mọi $x \geq \frac{2}{3}$ nên:

$$2(x-1)^2 + (\sqrt{x}-1)^2 + (\sqrt{3x-2}-1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ \sqrt{x}-1=0 \\ \sqrt{3x-2}-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=1 \\ 3x-2=1 \end{cases} \Leftrightarrow x=1(tm)$$

Vậy $S = \{1\}$

Đề số 24b

MÔN THI: TOÁN (cho tất cả các thí sinh)

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu I. (4 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + xy = 7 \\ 9x^3 = xy^2 + 70(x - y) \end{cases}$$

2) Giải phương trình: $11\sqrt{5-x} + 8\sqrt{2x-1} = 24 + 3\sqrt{(5-x)(2x-1)}$

Câu II. (2 điểm)

1) Tìm x, y nguyên dương thỏa mãn $x^2y^2 - 16xy + 99 = 9x^2 + 36y^2 + 13x + 26y$

2) Với a, b là những số thực dương thỏa mãn

$$2 \leq 2a + 3b \leq 5 \quad ; 8a + 12b \leq 2a^2 + 3b^2 + 5ab + 10$$

Chứng minh rằng: $3a^2 + 8b^2 + 10ab \leq 21$

Câu III. (3 điểm)

Cho tam giác ABC có \widehat{BAC} là góc nhỏ nhất trong ba góc của tam giác và nội tiếp đường tròn (O) . Điểm D thuộc cạnh BC sao cho AD là phân giác \widehat{BAC} . Lấy các điểm M, N thuộc (O) sao cho đường thẳng CM, BN cùng song song với đường thẳng AD

1) Chứng minh rằng $AM = AN$

2) Gọi giao điểm của đường thẳng MN với các đường thẳng AC, AB lần lượt là E, F . Chứng minh rằng bốn điểm B, C, E, F cùng thuộc một đường tròn

3) Gọi P, Q theo thứ tự là trung điểm của các đoạn thẳng AM, AN . Chứng minh rằng các đường thẳng EQ, FP, AD đồng quy.

Câu IV. (1 điểm)

Với a, b, c là những số thực dương thỏa mãn $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a(a+bc)^2}{b(ab+2c^2)} + \frac{b(b+ca)^2}{c(bc+2a^2)} + \frac{c(c+ab)^2}{a(ca+2b^2)} \geq 4$$

ĐÁP ÁN

Câu I.

$$1) \text{ Giải hệ phương trình: } \begin{cases} x^2 + y^2 + xy = 7 & (1) \\ 9x^3 = xy^2 + 70(x - y) & (2) \end{cases}$$

Nếu $x = y$, hệ phương trình trở thành $\begin{cases} 3x^2 = 7 \\ 8x^3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{\frac{7}{3}} \text{ (Vô nghiệm), do đó } x \neq y \\ x = 0 \end{cases}$

Nhân cả hai vế của phương trình (1) với $x - y \neq 0$ ta có:

$$(1) \Leftrightarrow (x - y)(x^2 + y^2 + xy) = 7(x - y) \Leftrightarrow x^3 - y^3 = 7(x - y) \Leftrightarrow 10(x^3 - y^3) = 70(x - y)$$

Thế vào phương trình (2) ta có:

$$(2) \Leftrightarrow 9x^3 = xy^2 + 10(x^3 - y^3) \Leftrightarrow x^3 + xy^2 - 10y^3 = 0 \\ \Leftrightarrow (x - 2y)(x^2 + 2xy + 5y^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 0 & (3) \\ x^2 + 2xy + 5y^2 = 0 & (4) \end{cases}$$

Ta có: (3) $\Leftrightarrow x = 2y$

Thế vào phương trình (1) ta có: $4y^2 + y^2 + 2y^2 = 7 \Leftrightarrow 7y^2 = 7 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \Rightarrow x = 2 \\ y = -1 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$

$$(4) \Leftrightarrow x^2 + 2xy + y^2 + 4y^2 = 0 \Leftrightarrow (x + 2y)^2 + 4y^2 = 0 \\ \Leftrightarrow (x + 2y)^2 + (2y)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = 0 \text{ (ktm)}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x; y) \in \{(2; 1); (-2; -1)\}$

$$2) \text{ Giải phương trình: } 11\sqrt{5-x} + 8\sqrt{2x-1} = 24 + 3\sqrt{(5-x)(2x-1)}$$

$$11\sqrt{5-x} + 8\sqrt{2x-1} = 24 + 3\sqrt{(5-x)(2x-1)} \quad (*)$$

$$\text{ĐKXĐ: } \begin{cases} 5-x \geq 0 \\ 2x-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq x \leq 5$$

$$\text{Đặt: } \begin{cases} \sqrt{5-x} = a \text{ (} a \geq 0 \text{)} \\ \sqrt{2x-1} = b \text{ (} b \geq 0 \text{)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 5-x \\ b^2 = 2x-1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2a^2 + b^2 = 2(5-x) + 2x - 1 = 9$$

Khi đó ta có:
$$\begin{cases} 11a + 8b = 24 + 3ab & (1) \\ 2a^2 + b^2 = 9 & (2) \end{cases}$$

Giải phương trình (1) ta có: $(1) \Leftrightarrow 11a - 3ab = 24 - 8b \Leftrightarrow a(11 - 3b) = 24 - 8b (*)$

Với $11 - 3b = 0 \Leftrightarrow b = \frac{11}{3} \Rightarrow (*) \Leftrightarrow 0a = -\frac{16}{3}$ (vô lý) $\Rightarrow b = \frac{11}{3}$ không là nghiệm của phương trình (*)

$\Rightarrow a = \frac{24 - 8b}{11 - 3b} = \frac{8b - 24}{3b - 11}$, Thay $a = \frac{8b - 24}{3b - 11}$ vào (2) ta được:

$$(2) \Leftrightarrow 2 \left(\frac{8b - 24}{3b - 11} \right)^2 + b^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow 2(64b^2 - 384b + 576) + b^2(9b^2 - 66b + 121) = 9(9b^2 - 66b + 121)$$

$$\Leftrightarrow 128b^2 - 768b + 1152 + 9b^4 - 66b^3 + 121b^2 - 81b^2 + 594b - 1089 = 0$$

$$\Leftrightarrow 9b^4 - 66b^3 + 168b^2 - 174b + 63 = 0 \Leftrightarrow 3b^4 - 22b^3 + 56b^2 - 58b + 21 = 0$$

$$\Leftrightarrow (b - 1)(3b^3 - 19b^2 + 37b - 21) = 0 \Leftrightarrow (b - 1)(b - 1)(b - 3)(3b - 7) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b - 1 = 0 \\ b - 3 = 0 \\ 3b - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ b = 3 \\ b = \frac{7}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2x - 1} = 1 \\ \sqrt{2x - 1} = 3 \\ \sqrt{2x - 1} = \frac{7}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 = 1 \\ 2x - 1 = 9 \\ 2x - 1 = \frac{49}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1(tm) \\ x = 5(tm) \\ x = \frac{29}{9}(tm) \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \left\{ 1; \frac{29}{9}; 5 \right\}$

Câu II.

1) Tìm x, y nguyên dương thỏa mãn: $x^2y^2 - 16xy + 99 = 9x^2 + 36y^2 + 13x + 26y$

$$x^2y^2 - 16xy + 99 = 9x^2 + 36y^2 + 13x + 26y$$

$$\Leftrightarrow x^2y^2 + 20xy + 99 = 9x^2 + 36xy + 36y^2 + 13x + 26y$$

$$\Leftrightarrow (x^2y^2 + 20xy + 100) - 1 = (3x + 2y)^2 + 13(x + 2y) (*)$$

Đặt
$$\begin{cases} x + 2y = a (a > 0) \\ xy + 10 = b (b > 10) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (*) \Leftrightarrow b^2 - 1 = 9a^2 + 13a$$

$$\Leftrightarrow 9a^2 + 2.3a \cdot \frac{13}{6} + \frac{169}{36} - \frac{169}{36} = b^2 - 1$$

$$\Leftrightarrow \left(3a + \frac{13}{6}\right)^2 - b^2 = \frac{133}{36} \Leftrightarrow (18a + 13)^2 - 36^2 = 133$$

$$\Leftrightarrow (18a - 6b + 13)(18a + 6b + 13) = 133 \quad (1)$$

Ta lại có : $a, b > 0 \Rightarrow 18a + 6b + 13 > 18a - 6b + 13 > 0$

Lại có $133 = 133.1 = 19.7$

$$\Rightarrow (1) \Leftrightarrow \begin{cases} 18a + 6b + 13 = 0 \\ 18a - 6b + 13 = 1 \\ 18a + 6b + 13 = 19 \\ 18a - 6b + 13 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 18a + 6b = 120 \\ 18a - 6b = -12 \\ 18a + 6b = 32 \\ 18a - 6b = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 11 \\ a = 3 \end{cases} (tm) \\ \begin{cases} a = \frac{19}{6} \\ b = -\frac{25}{18} \end{cases} (ktm)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + 2y = 3 \\ xy + 10 = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - 2y \\ xy = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - 2y \\ y(3 - 2y) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - 2y \\ 2y^2 - 3y + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - 2y \\ (2y - 1)(y - 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - 2y \\ \begin{cases} y = \frac{1}{2} (ktm) \\ y = 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 (tm) \\ y = 1 (tm) \end{cases}$$

Vậy phương trình có nghiệm $(x; y) = (1; 1)$

2) Với a, b là những số thực dương thỏa mãn $2 \leq 2a + 3b \leq 5(1)$;

$8a + 12b \leq 2a^2 + 3b^2 + 5ab + 10$. Chứng minh rằng $3a^2 + 8b^2 + 10ab \leq 21(2)$

Giải

$$(2) \Leftrightarrow 8a + 12b \leq (2a + 3b)(a + b) + 10 \leq 5(a + b) + 10$$

$$\Leftrightarrow 3a + 7b \leq 10. \text{ Mặt khác } 2a + 3b \leq 5$$

Dự đoán dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a = b = 1$

$$\text{Ta có: } \underbrace{3a^2 + 8b^2 + 10ab}_{(I)} = (3a + 4b) \cdot (a + 2b)$$

Áp dụng bất đẳng thức $AB \leq \frac{(A+B)^2}{4}$, ta có:

$$21 \cdot (I) = [3(3a + 4b)] \cdot [7(a + 2b)] \leq \frac{(9a + 12b + 7a + 14b)^2}{4}$$

$$\Rightarrow 21.(I) \leq \frac{(16a + 26b)^2}{4} = (8a + 13b)^2$$

Ta biểu diễn $8a + 13b$ theo $3a + 7b$ và $2a + 3b$ bằng cách đồng nhất hệ số

$$\text{Xét } 8a + 13b = x(3a + 7b) + y(2a + 3b)$$

$$\Leftrightarrow 8a + 13b = (3x + 2y).a + (7x + 3y).b$$

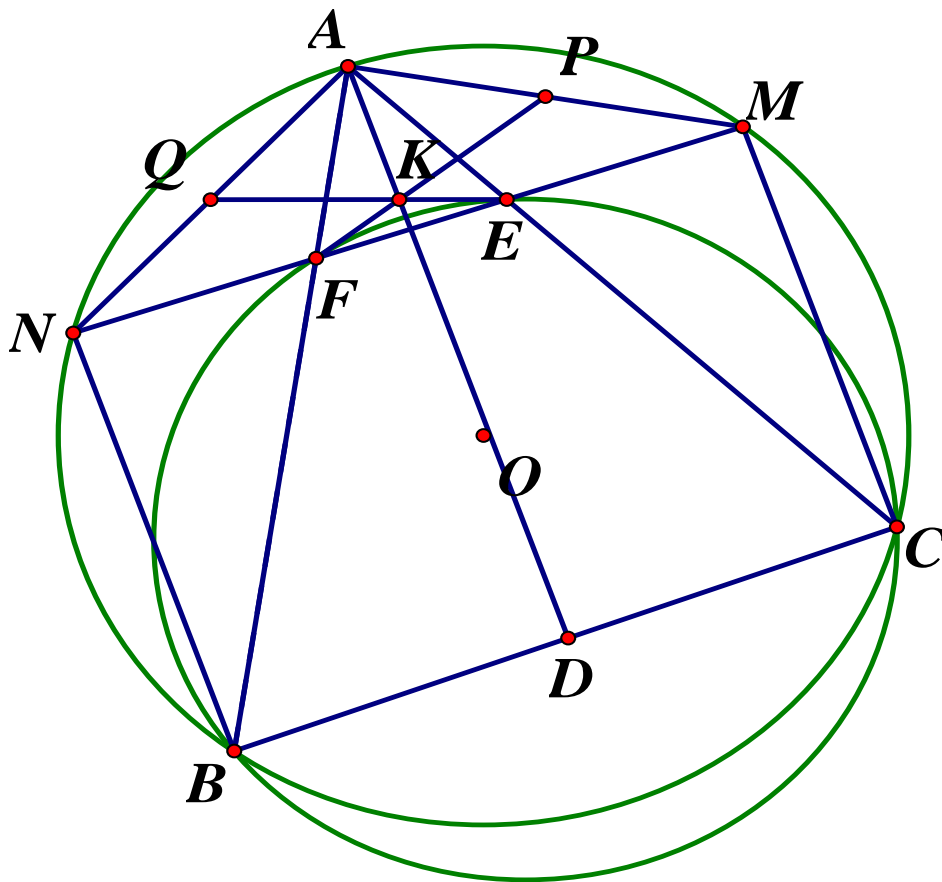
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 7x + 3y = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{5} \\ y = \frac{17}{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 21.(I) \leq (8a + 13b)^2 = \left[\frac{2}{5} \cdot (3a + 7b) + \frac{17}{5} \cdot (2a + 3b) \right]^2 \leq \left(\frac{2}{5} \cdot 10 + \frac{17}{5} \cdot 5 \right)^2 = 21^2$$

$$\Rightarrow (I) \leq 21.$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a = b = 1$

Câu III.



1) Chứng minh rằng $AM = AN$

Ta có: $\widehat{NBA} = \widehat{DAB}$ (so le trong do $BN // AD$)

$\widehat{DAB} = \widehat{DAC}$ (gt); $\widehat{DAC} = \widehat{ACM}$ (so le trong do $CM // AD$)

$\Rightarrow \widehat{NBA} = \widehat{MCA} \Rightarrow sd \widehat{AN} = sd \widehat{AM}$ (trong một đường tròn, hai góc nội tiếp bằng nhau thì chắn hai cung bằng nhau).

Vậy $AM = AN$ (trong một đường tròn, hai dây bằng nhau căng hai cung bằng nhau)

2) Chứng minh rằng 4 điểm B, C, E, F cùng thuộc một đường tròn.

Ta có: $\widehat{AEF} = \frac{1}{2}(sd \widehat{AN} + sd \widehat{CM})$ (góc có đỉnh ở bên trong đường tròn)

$= \frac{1}{2}(sd \widehat{AM} + sd \widehat{CM}) = \frac{1}{2}sd \widehat{AC} = \widehat{ABC}$ (góc nội tiếp bằng nửa số đo cung bị chắn)

Vậy tứ giác $BCEF$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện bằng nhau) hay B, C, E, F cùng thuộc một đường tròn.

3) Chứng minh các đường thẳng EQ, FP, AD đồng quy

Áp dụng định lý Mê-lê-na-uyt trong tam giác AHN , cát tuyến EKQ , ta có:

$$\frac{EN}{EH} \cdot \frac{KH}{KA} \cdot \frac{QA}{QN} = 1 \Rightarrow \frac{EN}{EH} \cdot \frac{KH}{KA} = 1 \text{ (do } Q \text{ là trung điểm của } AN(gt) \text{ nên } QA = QN)$$

$$\Rightarrow \frac{EN}{EH} = \frac{KA}{KH} \text{ (I)}$$

Gọi $AD \cap PE = \{K'\}$. Ta đi chứng minh $K' \equiv K$

Áp dụng định lý Mê-lê-na-uyt trong tam giác AHM , cát tuyến PKF ta có:

$$\frac{FM}{FH} \cdot \frac{K'H}{K'A} \cdot \frac{PA}{PM} = 1 \Rightarrow \frac{FM}{FH} \cdot \frac{K'H}{K'A} = 1 \text{ (Do } P \text{ là trung điểm của } AM(gt) \text{ nên } PA = PM)$$

$$\Rightarrow \frac{FM}{FH} = \frac{K'A}{K'H} \text{ (II)}$$

Ta sẽ chứng minh $\frac{EN}{EH} = \frac{FM}{FH} \Leftrightarrow \frac{FM}{EN} = \frac{FH}{EH} = \frac{FM - FH}{EN - EH} = \frac{HM}{HN}$ (*) (tính chất dãy tỉ số

bằng nhau)

Vì $BN // AD // CM$ nên áp dụng định lý Ta - let ta có: $\frac{HM}{HN} = \frac{DC}{DB}$

Lại có: $\frac{DC}{DB} = \frac{AC}{AB}$ (định lý đường phân giác), do đó: $\frac{HM}{HN} = \frac{AC}{AB}$ (1)

Xét $\triangle AEF$ và $\triangle ABC$ có: $\widehat{AEF} = \widehat{ABC}$ (cmt), \widehat{BAC} chung

$$\Rightarrow \triangle AEF \sim \triangle ABC (g.g) \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{AF}{AE} \text{ (2)}$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \frac{HM}{HN} = \frac{AF}{AE} \quad (3)$$

Tiếp tục áp dụng định lý đường phân giác trong tam giác AEF ta có: $\frac{AF}{AE} = \frac{HF}{HE}$ (4)

Từ (3) và (4) ta suy ra $\frac{HM}{HN} = \frac{HF}{HE}$, do đó (*) được chứng minh, tức là $\frac{EN}{EH} = \frac{FM}{FH}$ (III)

Từ (I), (II), (III) suy ra $\frac{KA}{KH} = \frac{K'A}{K'H}$, do đó $K \equiv K'$

Vậy EQ, FP, AD đồng quy tại K

Câu IV. Với $a, b, c > 0, a + b + c = 3$ ta có:

$$P = \frac{a(a+bc)^2}{b(ab+2c^2)} + \frac{b(b+ca)^2}{c(bc+2a^2)} + \frac{c(c+ab)^2}{a(ca+2b^2)} = \frac{a^2(a+bc)^2}{ab(ab+2c^2)} + \frac{b^2(b+ca)^2}{bc(bc+2a^2)} + \frac{c^2(c+ab)^2}{ca(ca+2b^2)}$$

Áp dụng BĐT $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} + \frac{c^2}{z} \geq \frac{(a+b+c)^2}{x+y+z}$ ta có:

$$P \geq \frac{(a^2+b^2+c^2+3abc)^2}{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2+2abc(a+b+c)} \Rightarrow P \geq \frac{(a^2+b^2+c^2+3abc)^2}{(ab+bc+ca)^2}$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} a+b+c = p \\ ab+bc+ca = q, \text{ áp dụng BĐT Schur ta có: } 9r \geq p(4q-p^2) \\ abc = r \end{cases}$$

$$\Rightarrow 9abc \geq 3[4(ab+bc+ca)-9] \Leftrightarrow 3abc \geq 4(ab+bc+ca)-9$$

Khi đó ta có:

$$P \geq \frac{[a^2+b^2+c^2+4(ab+bc+ca)-9]^2}{(ab+bc+ca)^2}$$

$$P \geq \frac{[(a+b+c)^2+2(ab+bc+ca)-9]^2}{(ab+bc+ca)^2}$$

$$P \geq \frac{[3^2+2(ab+bc+ca)-9]^2}{(ab+bc+ca)^2} \Rightarrow P \geq \frac{4(ab+bc+ca)^2}{(ab+bc+ca)^2} = 4$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c = 1$

Vậy $P \geq 4$ (đpcm)

Đề số 24c

Bài 1. (2,0 điểm)

Cho biểu thức $P = \left(\frac{4\sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}} + \frac{8x}{4 - x} \right) : \left(\frac{\sqrt{x} - 1}{x - 2\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right)$ với $x > 0; x \neq 4; x \neq 9$

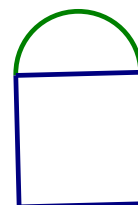
- Rút gọn biểu thức P
- Tìm m sao cho $m(\sqrt{x} - 3).P > x + 1$ đúng với mọi giá trị $x > 9$

Bài 2. (3,0 điểm)

- Trong hệ trục tọa độ Oxy cho hai đường thẳng $(d_1): y = 5x + 9$ và $(d_2): y = (m^2 - 4)x + 3m$ (m là tham số). Tìm các giá trị của m để hai đường thẳng d_1 và d_2 là song song.
- Cho phương trình: $x^2 - 2(m - 1)x + 2m - 5 = 0$ (m là tham số). Tìm các giá trị của m để phương trình trên có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn:
 $(x_1^2 - 2mx_1 + 2m - 1)(x_2 - 2) \leq 0$
- Hai ô tô cùng khởi hành một lúc trên quãng đường từ A đến B dài $120km$. Vì mỗi giờ ô tô thứ nhất chạy nhanh hơn ô tô thứ hai là $10km$ nên đến B trước ô tô thứ hai là $0,4$ giờ. Tính vận tốc mỗi ô tô, biết rằng vận tốc của mỗi ô tô là không đổi trên cả quãng đường AB.

Bài 3. (1,5 điểm)

Bác An muốn làm một cửa sổ khuôn gỗ, phía trên có dạng nửa hình tròn, phía dưới có dạng hình chữ nhật. Biết rằng : đường kính của nửa hình tròn cũng là cạnh phía trên của hình chữ nhật và tổng độ dài các khuôn gỗ (các đường in đậm vẽ trong hình bên, bỏ qua độ rộng của khuôn gỗ) là $8m$. Em hãy giúp bác An tính độ dài các cạnh của hình chữ nhật để cửa sổ có diện tích lớn nhất



Bài 4. (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) và một điểm nằm ngoài đường tròn. Kẻ tiếp tuyến AB với đường tròn (O) (B là tiếp điểm) và đường kính BC . Trên đoạn thẳng CO lấy điểm I (I khác C và O). Đường thẳng IA cắt (O) tại hai điểm D và E (D nằm giữa A và E). Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng DE

- Chứng minh $AB.BE = BD.AE$
- Đường thẳng d đi qua điểm E song song với AO , d cắt BC tại điểm K . Chứng minh $HK // CD$
- Tia CD cắt AO tại điểm P , tia EO cắt BP tại điểm F . Chứng minh tứ giác $BECF$ là hình chữ nhật

Bài 5. (0,5 điểm) Tìm các số thực x, y, z thỏa mãn các điều kiện sau:

$$\begin{cases} 0 < x, y, z \leq 1 \\ \frac{x}{1+y+zx} + \frac{y}{1+z+xy} + \frac{z}{1+x+yz} = \frac{3}{x+y+z} \end{cases}$$

ĐÁP ÁN

Bài 1.

a) Rút gọn biểu thức P

Với $x > 0, x \neq 4, x \neq 9$ ta có:

$$\begin{aligned} P &= \left(\frac{4\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} + \frac{8x}{4-x} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}-1}{x-2\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right) = \left(\frac{4\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} + \frac{8x}{(2-\sqrt{x})(2+\sqrt{x})} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right) \\ P &= \frac{4\sqrt{x}(2-\sqrt{x})+8x}{(2-\sqrt{x})(2+\sqrt{x})} : \frac{\sqrt{x}-1-2(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} = \frac{8\sqrt{x}-4x+8x}{(2-\sqrt{x})(2+\sqrt{x})} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}-1-2\sqrt{x}+4} \\ &= \frac{8\sqrt{x}+4x}{(2-\sqrt{x})(2+\sqrt{x})} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{3-\sqrt{x}} = \frac{4\sqrt{x}(\sqrt{x}+2) \cdot \sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-3)} = \frac{4x}{\sqrt{x}-3} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } P = \frac{4x}{\sqrt{x}-3}.$$

b) Tìm m sao cho $m(\sqrt{x}-3) \cdot P > x+1$ đúng với mọi giá trị $x > 9$

Điều kiện: $x > 9, \forall x > 9$, Ta có:

$$m(\sqrt{x}-3) \cdot P > x+1 \Leftrightarrow m(\sqrt{x}-3) \cdot \frac{4x}{\sqrt{x}-3} > x+1$$

$$\Leftrightarrow 4mx > x+1 \Leftrightarrow (4m-1)x > 1 \Leftrightarrow 4m-1 > \frac{1}{x}$$

$$\text{Vì } x > 9 \text{ nên } \frac{1}{x} < \frac{1}{9}$$

$$\text{Do đó } 4m-1 > \frac{1}{x}, \forall x > 9 \text{ thì } 4m-1 \geq \frac{1}{9} \Leftrightarrow 4m \geq \frac{10}{9} \Leftrightarrow m \geq \frac{5}{18}$$

$$\text{Vậy } m \geq \frac{5}{18}$$

Bài 2.

a) Tìm các giá trị của m để hai đường thẳng d_1, d_2 song song

Ta có hai đường thẳng $(d_1): y = 5x + 9$ và $(d_2): y = (m^2 - 4)x + 3m$ song song

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 = 5 \\ 3m \neq 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 9 \\ m \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = -3 \Leftrightarrow m = -3 \\ m \neq 3 \end{cases}$$

Vậy $m = -3$ thì đường thẳng d_1 và d_2 song song.

b) Tìm m để $(x_1^2 - 2mx_1 + 2m - 1)(x_2 - 2) \leq 0$

Xét phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0$, ta có:

$$\Delta' = (m-1)^2 - 2m + 5 = m^2 - 2m + 1 - 2m + 5 = m^2 - 4m + 4 + 2 = (m-2)^2 + 2 > 0 (\forall m) \Rightarrow \text{Phương trình đã cho luôn có hai}$$

nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m

Áp dụng hệ thức Vi et ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 2 \\ x_1 x_2 = 2m - 5 \end{cases}$$

Vì x_1 là nghiệm của phương trình đã cho nên ta có:

$$\begin{aligned} x_1^2 - 2(m-1)x_1 + 2m - 5 = 0 &\Leftrightarrow x_1^2 - 2mx_1 + 2x_1 + 2m - 5 = 0 \\ \Leftrightarrow x_1^2 - 2mx_1 + 2m - 1 + 2x_1 - 4 = 0 &\Leftrightarrow x_1^2 - 2mx_1 + 2m - 1 = -2(x_1 - 2) \end{aligned}$$

Theo đề bài ta có:

$$\begin{aligned} (x_1^2 - 2mx_1 + 2m - 1)(x_2 - 2) \leq 0 &\Leftrightarrow -2(x_1 - 2)(x_2 - 2) \leq 0 \\ \Leftrightarrow (x_1 - 2)(x_2 - 2) \geq 0 &\Leftrightarrow x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4 \geq 0 \\ \Leftrightarrow 2m - 5 - 2(2m - 2) + 4 \geq 0 &\Leftrightarrow 2m - 1 - 4m + 4 \geq 0 \\ \Leftrightarrow 2m - 1 - 4m + 4 \geq 0 &\Leftrightarrow -2m \geq -3 \Leftrightarrow m \leq \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Vậy $m \leq \frac{3}{2}$ thỏa mãn điều kiện bài toán

c) Tính vận tốc mỗi ô tô

Gọi vận tốc của ô tô thứ nhất là x (km/h) ($x > 10$)

$$\Rightarrow \text{Thời gian ô tô thứ nhất đi hết quãng đường } AB \text{ là } \frac{120}{x} (h)$$

Vận tốc của ô tô thứ nhất lớn hơn vận tốc của ô tô thứ hai là $10 \text{ km/h} \Rightarrow$ Vận tốc của ô tô thứ hai là: $x - 10$ (km/h)

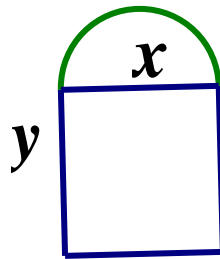
$$\Rightarrow \text{Thời gian của ô tô thứ hai đi hết quãng đường } AB \text{ là: } \frac{120}{x-10} (h)$$

Vì ô tô thứ nhất đến B trước ô tô thứ hai là $0,4h = \frac{2}{5}h$ nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned} \frac{120}{x-10} - \frac{120}{x} &= \frac{2}{5} \Leftrightarrow 5.120x - 5.120.(x-10) = 2x(x-10) \\ \Leftrightarrow 600x - 600x + 6000 &= 2x^2 - 20x \Leftrightarrow 2x^2 - 20x - 6000 = 0 \\ \Leftrightarrow x^2 - 10x - 3000 &= 0 \Leftrightarrow x^2 - 60x + 50x - 3000 = 0 \\ \Leftrightarrow (x-60)(x+50) &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-60=0 \\ x+50=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=60(tm) \\ x=-50 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy vận tốc của ô tô thứ nhất là $60km/h$ và vận tốc của ô tô thứ hai: $60 - 10 = 50(km/h)$

Bài 3. Tính độ dài cạnh và diện tích lớn nhất



Gọi đường kính của nửa hình tròn là $x(m)$ ($0 < x < 8$) \Rightarrow Bán kính của nửa đường tròn $\frac{x}{2}(m)$

Khi đó cạnh phía trên của hình chữ nhật: $x(m)$

Gọi cạnh còn lại của hình chữ nhật là $y(m)$ ($0 < y < 8$)

Độ dài nửa đường tròn phía trên: $\frac{1}{2}\pi x = \frac{\pi x}{2}(m)$

Khi đó ta có tổng độ dài các khuôn gỗ: $\frac{\pi x}{2} + x + 2y = 8 \Leftrightarrow \left(\frac{\pi}{2} + 1\right)x + 2y = 8$

$$\Leftrightarrow 2y = 8 - \left(\frac{\pi}{2} + 1\right)x \Leftrightarrow y = 4 - \left(\frac{\pi + 2}{4}\right)x$$

Diện tích của cửa sổ: $S = \frac{1}{2}\pi\left(\frac{x}{2}\right)^2 + xy = \frac{\pi x^2}{8} + xy$

$$\Leftrightarrow S = \frac{\pi x^2}{8} + x\left[4 - \left(\frac{\pi + 2}{4}\right)x\right] \Leftrightarrow S = \frac{\pi x^2}{8} + 4x - \left(\frac{\pi + 2}{4}\right)x^2$$

$$\Leftrightarrow S = -\left(\frac{\pi}{8} + \frac{1}{2}\right)x^2 + 4x \Leftrightarrow S = -\frac{\pi + 4}{8}x^2 + 4x$$

$$\Leftrightarrow S = -\frac{\pi + 4}{8} \cdot \left[x^2 - \frac{32}{\pi + 4}x\right] \Leftrightarrow S = -\frac{\pi + 4}{8} \cdot \left[x^2 - 2x \cdot \frac{16}{\pi + 4} + \left(\frac{16}{\pi + 4}\right)^2 - \left(\frac{16}{\pi + 4}\right)^2\right]$$

$$\Leftrightarrow S = -\frac{\pi+4}{8} \cdot \left(x - \frac{16}{\pi+4}\right)^2 + \frac{32}{\pi+4} \leq \frac{32}{\pi+4}$$

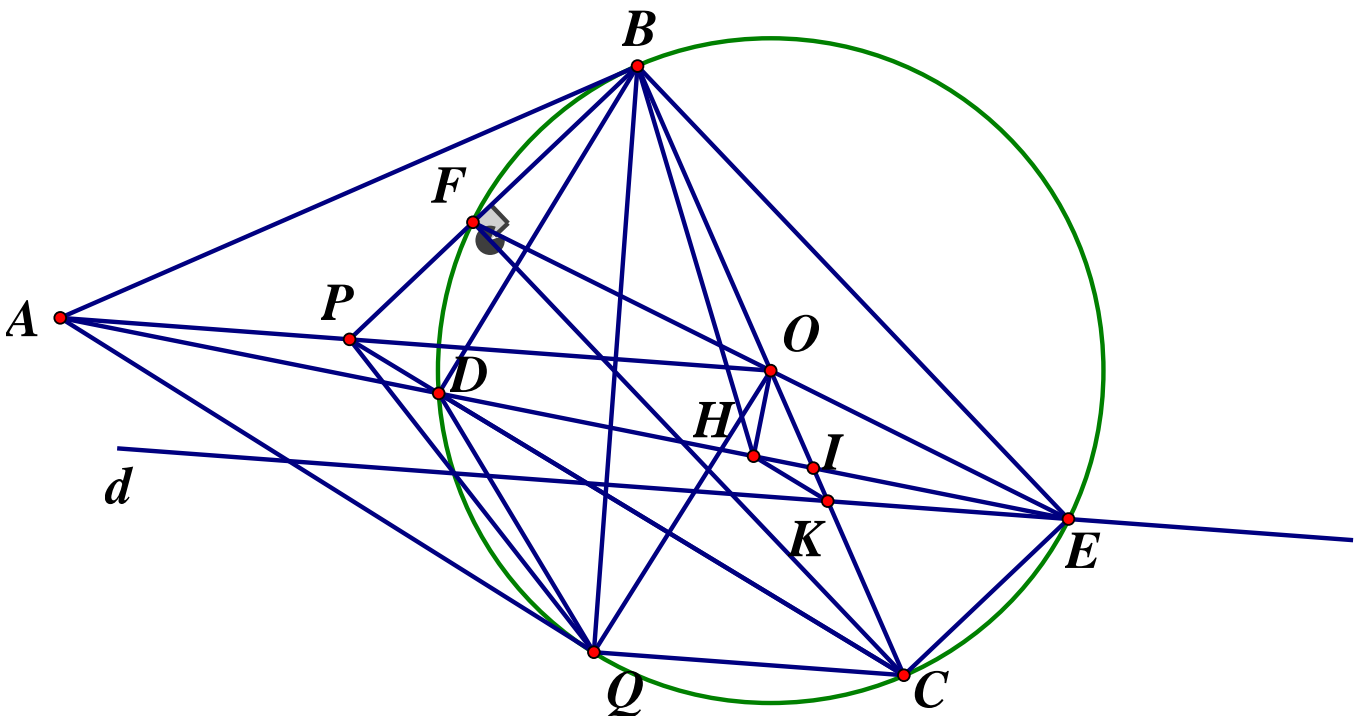
$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow x - \frac{16}{\pi+4} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{16}{\pi+4} (tm)$$

$$\Rightarrow y = 4 - \frac{\pi+2}{4} \cdot \frac{16}{\pi+4} = \frac{4\pi+16-4(\pi+2)}{\pi+4} = \frac{4\pi+16-4\pi-8}{\pi+4} = \frac{8}{\pi+4} (tm)$$

Vậy khi cửa sổ có diện tích lớn nhất thì độ dài cạnh trên của hình chữ nhật là: $\frac{16}{\pi+4}m$ và

cạnh bên của hình chữ nhật là $\frac{8}{\pi+4}(cm)$

Bài 4.



a) Chứng minh $AB \cdot BE = BD \cdot AE$

Xét $\triangle ABD$ và $\triangle AEB$ có: \widehat{A} chung; $\widehat{ABD} = \widehat{AEB}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn \widehat{BD}) $\Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle AEB (g.g)$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{BD}{BE} \text{ (hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)} \Rightarrow AB \cdot BE = BD \cdot AE (dfcm)$$

b) Chứng minh $HK \parallel CD$

Vì H là trung điểm của DE (gt) nên $OH \perp DE$ (tính chất đường kính và dây cung)

$$\Rightarrow \widehat{OHD} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{OHA} = 90^\circ$$

Xét tứ giác $OBAH$ có: $\widehat{OHA} = 90^\circ$ (cmt); $\widehat{OBA} = 90^\circ$ (do AB là tiếp tuyến của (O))

$$\Rightarrow \widehat{OHA} + \widehat{OBA} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow OBAH \text{ là tứ giác nội tiếp}$$

$\Rightarrow \widehat{OAH} = \widehat{OBH}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung OH)

Mà $\widehat{OAH} = \widehat{HEK}$ (so le trong do $d // OA$)

$\Rightarrow \widehat{OBH} = \widehat{HKE} = \widehat{HBK} \Rightarrow$ Tứ giác $BEKH$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau).

$\Rightarrow \widehat{HKB} = \widehat{HEB} = \widehat{DEB}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung HB)

Mà $\widehat{DEB} = \widehat{DCB}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn \widehat{BD}) $\Rightarrow \widehat{HKB} = \widehat{DCB}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BD) $\Rightarrow \widehat{HKB} = \widehat{DCB} (= \widehat{DEB})$. Lại có hai góc này ở vị trí đồng vị bằng nhau

$\Rightarrow HK // CD$ (dfcm)

c) Chứng minh $BECF$ là hình chữ nhật

Kẻ tiếp tuyến AQ với đường tròn (O) ($Q \neq B$)

Xét tứ giác $OBAQ$ có: $\widehat{OBA} + \widehat{OQA} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow OBAQ$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°)

$\Rightarrow \widehat{OBQ} = \widehat{OAQ} = \widehat{PAQ}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung OQ)

Lại có: $\widehat{OBQ} = \widehat{CBQ} = \widehat{CDQ}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung CQ)

$\Rightarrow \widehat{PAQ} = \widehat{CDQ} (= \widehat{OBQ}) \Rightarrow$ Tứ giác $APDQ$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có góc ngoài

bằng góc trong tại đỉnh đối diện) $\Rightarrow \widehat{ADP} = \widehat{AQP}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn \widehat{AP})

Mà $\widehat{ADP} = \widehat{CDE}$ (đối đỉnh) $\Rightarrow \widehat{CDE} = \widehat{CBE}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn \widehat{CE})

$\Rightarrow \widehat{AQP} = \widehat{CBE}$ (1)

Xét $\triangle ABP$ và $\triangle AQP$ có: AP chung; $\widehat{BAP} = \widehat{QAP}$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau);

$AB = AQ$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow \triangle ABP = \triangle AQP$ (c.g.c)

$\Rightarrow \widehat{ABP} = \widehat{AQC}$ (2) (hai góc tương ứng)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{CBE} = \widehat{ABP} (= \widehat{AQP})$

$\Rightarrow \widehat{CBE} + \widehat{CBF} = \widehat{ABP} + \widehat{CBF} \Rightarrow \widehat{EBF} = \widehat{ABC} = 90^\circ$

$\Rightarrow \widehat{EBF}$ là góc nội tiếp chắn nửa đườn tròn (O) nên EF là đường kính của (O)

$\Rightarrow O$ là trung điểm của EF

Xét tứ giác $BECF$ có hai đường chéo BC, EF cắt nhau tại trung điểm mỗi đường

$\Rightarrow BECF$ là hình bình hành. Lại có: $\widehat{EBF} = 90^\circ$ (cmt) nên $BECF$ là hình chữ nhật (dfcm)

Bài 5.

Ta có:
$$\begin{cases} x \leq 1 \Rightarrow x^2 \leq 1 \\ xy \leq y \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 + xy \leq 1 + y \Rightarrow x^2 + xy + zx \leq 1 + y + zx$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x^2 + xy + xz} \geq \frac{1}{1 + y + zx} \Rightarrow \frac{1}{1 + y + xz} \leq \frac{1}{x(x + y + z)}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{1 + y + xz} \leq \frac{1}{x + y + z}$$

Chứng minh tương tự ta có: $\frac{y}{1 + z + xy} \leq \frac{1}{x + y + z}$; $\frac{z}{1 + x + yz} \leq \frac{1}{x + y + z}$

Cộng vế theo vế các bất đẳng thức ta được :

$$\frac{x}{1 + y + xz} + \frac{y}{1 + z + xy} + \frac{z}{1 + x + yz} \leq \frac{3}{x + y + z}$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = y = z = 1$

Vậy có duy nhất 1 cặp số thỏa mãn yêu cầu bài toán $(x; y; z) = (1; 1; 1)$

ĐỀ CHÍNH THỨC
Đề số 25

Câu 1. (2,0 điểm) Rút gọn các biểu thức sau:

$$a) P = \left(\frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} + 1 \right) (\sqrt{2} - 1)$$

$$b) Q = \left(\frac{1}{\sqrt{x} + 3} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) \left(\frac{3}{\sqrt{x}} + 1 \right) (x > 0)$$

Câu 2. (2,5 điểm)

a) Giải phương trình: $x^4 + 5x^2 - 36 = 0$

b) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = (a - 1)x + b$ đi qua điểm $M(-1; -2)$ và song song với đường thẳng $(d'): y = 3x - 1$. Tìm các số a và b

Câu 3. (1,5 điểm)

Trong quý I, cả hai tổ A và B sản xuất được 610 sản phẩm. Trong quý II, số sản phẩm tổ A tăng thêm 10%, tổ B tăng thêm 14% so với quý I, cả hai tổ sản xuất được 681 sản phẩm. Hỏi trong quý I, mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu sản phẩm

Câu 4. (1,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A , có đường cao AH ($H \in BC$). Biết độ dài cạnh AB bằng 5cm , đoạn BH bằng 3cm . Tính độ dài các cạnh AC và BC .

Câu 5. (2,0 điểm) Cho đường tròn tâm O , đường kính MN , điểm I thay đổi trên đoạn OM

(I khác M). Đường thẳng qua I vuông góc với MN cắt (O) tại P và Q . Trên tia đối của tia NM lấy điểm S cố định. Đoạn PS cắt (O) tại E , gọi H là giao điểm của EQ và MN

a) Chứng minh tam giác SPN và tam giác SME đồng dạng

b) Chứng minh độ dài đoạn OH không phụ thuộc vào vị trí của điểm I .

Câu 6. (1,0 điểm) Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a(2a - 1) + b(2b - 1) = 2ab$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = \frac{a^3 + 2020}{b} + \frac{b^3 + 2020}{a}$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$a) P = \left(\frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} + 1 \right) (\sqrt{2} - 1) = \left(\frac{\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)}{\sqrt{2} - 1} + 1 \right) (\sqrt{2} - 1) = (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1) = 2 - 1 = 1$$

b) Ta có:

$$\begin{aligned}
 Q &= \left(\frac{1}{\sqrt{x+3}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) \left(\frac{3}{\sqrt{x}} + 1 \right) \\
 &= \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x+3})} - \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x}(\sqrt{x+3})} \right) \cdot \frac{3+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \\
 &= \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x+3}}{\sqrt{x}(\sqrt{x+3})} \cdot \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x}} = \frac{-3}{x}
 \end{aligned}$$

Vậy $Q = -\frac{3}{x}$ với $x > 0$

Câu 2.

a) Giải phương trình $x^4 + 5x^2 - 36 = 0$

Đặt $t = x^2$ ($t \geq 0$), ta có phương trình: $t^2 + 5t - 36 = 0$

$$\Leftrightarrow t^2 + 9t - 4t - 36 = 0 \Leftrightarrow t(t+9) - 4(t+9) = 0 \Leftrightarrow (t-4)(t+9) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t-4=0 \\ t+9=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=4(tm) \\ t=-9(ktm) \end{cases} \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm $x = 2; x = -2$

b) Tìm các số a và b

Vì hai đường thẳng (d) và (d') song song với nhau nên $\begin{cases} a-1=3 \\ b \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ b \neq -1 \end{cases}$

Suy ra đường thẳng (d) : $y = 3x + b$ ($b \neq -1$)

Vì đường thẳng (d) đi qua điểm $M(-1; -2)$ nên thay $x = -1; y = -2$ vào hàm số

$$y = 3x + b \text{ ta được: } -2 = 3 \cdot (-1) + b \Leftrightarrow b = 1 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy $a = 4, b = 1$

Câu 3.

Gọi số sản phẩm tổ A và tổ B sản xuất được trong quý I lần lượt là x, y (sản phẩm)
($0 < x, y < 610$)

Vì trong quý I, cả hai tổ A và B sản xuất được 610 sản phẩm nên ta có phương trình:
 $x + y = 610$

Trong quý II:

Tổ A tăng thêm 10% so với quý I nên tổ A sản xuất được $(1 + 10\%)x = 1,1x$ sản phẩm.

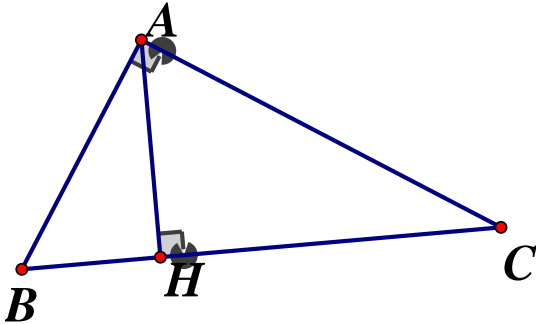
Tổ B tăng thêm 14% so với quý I nên tổ B sản xuất được $(1 + 14\%)y = 1,14y$ (sản phẩm)

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 610 \\ 1,1x + 1,14y = 681 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1,1x + 1,1y = 671 \\ 1,1x + 1,14y = 681 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,04y = 10 \\ x = 610 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 250 \\ y = 610 - 250 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 250(tm) \\ y = 360(tm) \end{cases}$$

Vậy trong quý I, Tổ A sản xuất được 360 sản phẩm, tổ B sản xuất được 250 sản phẩm

Câu 4.



Xét tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH , theo hệ thức lượng trong tam giác

vuông ta có: $AB^2 = BH \cdot BC \Leftrightarrow BC = \frac{AB^2}{BH} = \frac{5^2}{3} = \frac{25}{3} (cm)$

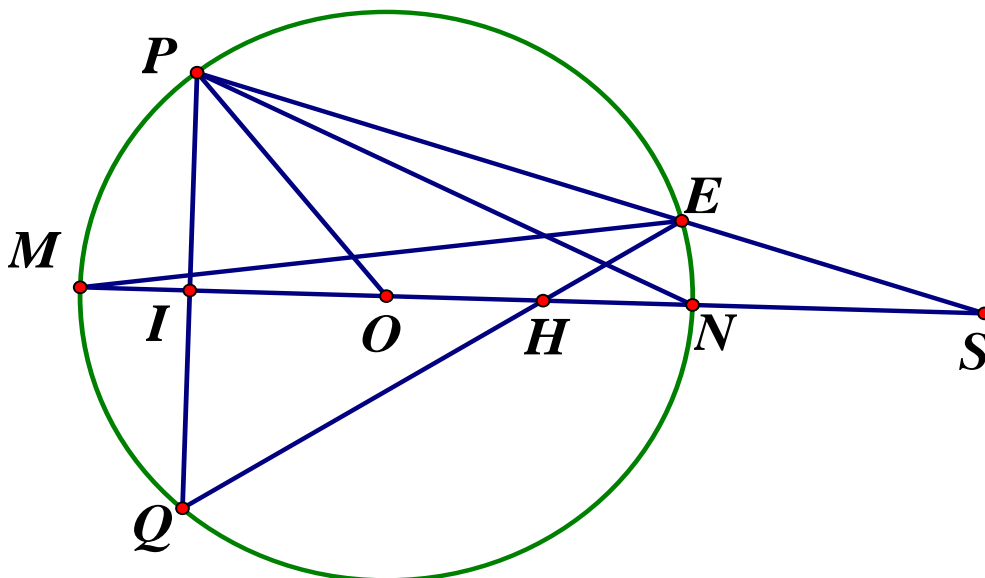
Xét $\triangle ABC$ vuông tại A , theo định lý *Pytago* ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Leftrightarrow AC^2 = BC^2 - AB^2 \Leftrightarrow AC^2 = \left(\frac{25}{3}\right)^2 - 5^2 = \frac{400}{9}$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{\frac{400}{9}} = \frac{20}{3} (cm)$$

Vậy $BC = \frac{25}{3} cm, AC = \frac{20}{3} cm$

Câu 5.



a) Chứng minh $\Delta SPN \sim \Delta SME$

Ta có : bốn điểm P, E, M, N cùng thuộc (O) nên tứ giác $PENM$ nội tiếp

$$\Rightarrow \widehat{EPN} = \widehat{EMN} \text{ (góc nội tiếp cùng chắn cung } EN)$$

Xét ΔSPN và ΔSME có : \hat{S} chung; $\widehat{EPN} = \widehat{EMS}$ (cmt)

$$\Rightarrow \Delta SPN \sim \Delta SME (g.g) \quad (dfcm)$$

b) Chứng minh độ dài đoạn OH không phụ thuộc vào I

Từ câu a, $\Delta SPN \sim \Delta SME \Rightarrow \frac{SP}{SM} = \frac{SN}{SE}$ (hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)

$$\Rightarrow SP \cdot SE = SM \cdot SN \quad (1)$$

Ta có: $\widehat{PEH} = \widehat{PEQ} = \frac{1}{2}sd \widehat{PQ} = sd = \widehat{PM} = \widehat{POM}$

$$\widehat{PEH} + \widehat{SEH} = 180^\circ; \widehat{POM} + \widehat{POS} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{SEH} = \widehat{POS}$$

Xét ΔSEH và ΔSOP có: $\widehat{SEH} = \widehat{POS}$ (cmtt); \hat{S} chung

$$\Rightarrow \Delta SEH \sim \Delta SOP (g-g) \Rightarrow \frac{SE}{SO} = \frac{SH}{SP} \text{ (Hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)}$$

$$\Rightarrow SE \cdot SP = SO \cdot SH \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $SO \cdot SH = SM \cdot SN \Rightarrow SH = \frac{SM \cdot SN}{SO}$

Mà S, M, N, O cố định nên SM, SN, SO không đổi $\Rightarrow SH$ không đổi

$$\Rightarrow OH = SO - SH \text{ không đổi}$$

Vậy độ dài OH không phụ thuộc vào vị trí điểm I (dfcm)

Câu 6.

$$a(2a-1) + b(2b-1) = ab \Leftrightarrow 2a^2 + 2b^2 - (a+b) = ab \Leftrightarrow 2(a^2 + b^2) - (a+b) = ab$$

$$\Leftrightarrow 2(a^2 + b^2 + 2ab) - (a+b) = 6ab$$

$$\Leftrightarrow 2(a+b)^2 - (a+b) = 6ab \leq 6 \cdot \frac{(a+b)^2}{4} = \frac{3}{2} \cdot (a+b)^2$$

$$\Rightarrow 2(a+b)^2 - (a+b) - \frac{3}{2}(a+b)^2 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(a+b)^2 - (a+b) \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq a+b \leq 2. \text{ Ta có:}$$

$$F = \frac{a^3 + 2020}{b} + \frac{b^3 + 2020}{a} = \frac{a^3}{b} + \frac{2020}{b} + \frac{b^3}{a} + \frac{2020}{a}$$

$$= \left(\frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{a} \right) + 2020 \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a} \right) = \left(\frac{a^4}{ab} + \frac{b^4}{ab} \right) + 2020 \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a} \right)$$

Áp dụng các BĐT cơ bản $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} \geq \frac{(x+y)^2}{a+b}$ và $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$ ta có:

$$\begin{aligned} \left(\frac{a^4}{ab} + \frac{b^4}{ab} \right) + 2020 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) &\geq \frac{(a^2 + b^2)^2}{2ab} + 2020 \cdot \frac{4}{a+b} \\ &\geq \frac{(a^2 + b^2)^2}{a^2 + b^2} + \frac{8080}{a+b} = a^2 + b^2 + \frac{8080}{a+b} \geq \frac{1}{2}(a+b)^2 + \frac{8080}{a+b} \\ &= \frac{(a+b)^2}{2} + \frac{4}{a+b} + \frac{4}{a+b} + \frac{8072}{a+b} \geq 3\sqrt[3]{\frac{(a+b)^2}{2} \cdot \frac{4}{a+b} \cdot \frac{4}{a+b}} + \frac{8072}{2} = 4042 \\ &\Rightarrow F \geq 4042 \end{aligned}$$

Vậy Giá trị nhỏ nhất của F là $F_{\min} = 4042 \Leftrightarrow a = b = 1$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẢI DƯƠNG

ĐỀ CHÍNH THỨC
Đề số 26

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2020-2021

Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài :120 phút

Câu 1. (2,0 điểm)

1) Giải các phương trình sau

a) $|x - 1| = 8$

b) $x(2 + x) - 3 = 0$

2) Cho phương trình $x^2 - 3x + 1 = 0$. Gọi x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình.

Hãy tính giá trị biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2$

Câu 2. (2,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức: $A = \left(\frac{x}{x + 3\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x + 3}} \right) : \left(1 - \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{6}{x + 3\sqrt{x}} \right) (x > 0)$

b) Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(-1; 4)$ và song song với đường thẳng $y = 2x - 1$

Câu 3. (2,0 điểm)

a) Một đoàn xe nhận chở 480 tấn hàng. Khi sắp khởi hành, đoàn có thêm 3 xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn 8 tấn so với dự định. Hỏi lúc đầu đoàn xe có bao nhiêu chiếc? Biết rằng các xe chở khối lượng hàng bằng nhau

b) Cho hệ phương trình với tham số m :
$$\begin{cases} (m + 1)x - y = 3 \\ mx + y = m \end{cases}$$

Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$ thỏa mãn $x_0 + y_0 > 0$

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho ΔABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Gọi D, E, F là chân các đường cao lần lượt thuộc các cạnh BC, CA, AB và H là trực tâm của ΔABC . Vẽ đường kính AK

a) Chứng minh tứ giác $BHCK$ là hình bình hành

b) Trong trường hợp ΔABC không cân, gọi M là trung điểm của BC . Hãy chứng minh FC là phân giác của \widehat{DFE} và 4 điểm M, D, F, E cùng nằm trên một đường tròn.

c) Khi BC và đường tròn $(O; R)$ cố định, điểm A thay đổi trên đường tròn sao cho ΔABC luôn nhọn, đặt $BC = a$. Tìm vị trí của điểm A để tổng $P = DE + EF + DF$ lớn nhất và tìm giá trị lớn nhất đó theo a và R

Câu 5. (1,0 điểm)

Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $abc = 1$

Chứng minh rằng:
$$\frac{1}{a^2 + 2b^2 + 3} + \frac{1}{b^2 + 2c^2 + 3} + \frac{1}{c^2 + 2a^2 + 3} \leq \frac{1}{2}$$

ĐÁP ÁN

Câu 1

$$1) a) |x-1| = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=8 \\ x-1=-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=9 \\ x=-7 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{9; -7\}$

$$b) x(2+x) - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$$

Phương trình có dạng $a + b + c = 1 + 2 - 3 = 0$ nên có hai nghiệm $\begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$

Vậy $S = \{1; -3\}$

2) Xét phương trình $x^2 - 3x + 1 = 0$ có $\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 5 > 0$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt. Áp dụng định lý Vi - et ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 x_2 = 1 \end{cases}$$

$$A = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 3^2 - 2 \cdot 1 = 7$$

Vậy $A = 7$

Câu 2.

a) Rút gọn biểu thức

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{x}{x+3\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} \right) : \left(1 - \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{6}{x+3\sqrt{x}} \right) \\ &= \left[\frac{x}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)} \right] : \frac{x+3\sqrt{x}-2(\sqrt{x}+3)+6}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{x+3\sqrt{x}-2\sqrt{x}-6+6} = \frac{x+\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} = 1 \end{aligned}$$

b) Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(-1; 4)$ và song song với đường thẳng $y = 2x - 1$

Gọi d là đường thẳng cần tìm

Vì d song song với đường thẳng $y = 2x - 1$ nên phương trình đường thẳng d có dạng $y = 2x + c (c \neq -1)$

Vì $M(-1;4) \in d$ nên thay tọa độ điểm M vào phương trình đường thẳng d ta có:

$$4 = 2 \cdot (-1) + c \Leftrightarrow c = 6$$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $y = 2x + 6$

Câu 3.

a) Tính số xe ?

Gọi số xe lúc đầu của đoàn xe là x (chiếc), ($x \in \mathbb{N}^*$)

Lúc đầu mỗi xe chở số tấn hàng là: $\frac{480}{x}$ (tấn)

Khi khởi hành có thêm 3 xe nên số xe lúc sau là $x + 3$ (xe)

Lúc sau mỗi xe chở số tấn hàng là: $\frac{480}{x+3}$ (tấn)

Vì lúc sau mỗi xe chở ít hơn 8 tấn hàng so với dự định nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned} \frac{480}{x} - \frac{480}{x+3} &= 8 \Leftrightarrow \frac{60}{x} - \frac{60}{x+3} = 1 \\ \Leftrightarrow 60(x+3) - 60x &= x(x+3) \Leftrightarrow 60x + 180 - 60x = x^2 + 3x \\ \Leftrightarrow x^2 + 3x - 180 &= 0 \Leftrightarrow x^2 + 15x - 12x - 180 = 0 \\ \Leftrightarrow x(x+15) - 12(x+15) &\Leftrightarrow (x-12)(x+15) = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x-12=0 \\ x+15=0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x=12(tm) \\ x=-15(ktm) \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy lúc đầu đoàn xe có 12 chiếc

b) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$ thỏa mãn $x_0 + y_0 > 0$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (m+1)x - y = 3 \\ mx + y = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)x - m + mx = 3 \\ y = m - mx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m+1)x = m+3 (*) \\ y = m - mx \end{cases}$$

Hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow (*)$ có nghiệm duy nhất

$$\Leftrightarrow 2m+1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -\frac{1}{2}$$

$$\text{Khi đó ta có: } (*) \Leftrightarrow x = \frac{m+3}{2m+1} \left(m \neq -\frac{1}{2} \right)$$

$$\Rightarrow y = m - mx = m - \frac{m(m+3)}{2m+1} \Leftrightarrow y = \frac{2m^2 + m - m^2 - 3m}{2m+1} \Leftrightarrow y = \frac{m^2 - 2m}{2m+1}$$

$$\Rightarrow \text{Với } m \neq -\frac{1}{2} \text{ thì hệ phương trình có nghiệm duy nhất } (x_0; y_0) = \left(\frac{m+3}{2m+1}; \frac{m^2 - 2m}{2m+1} \right)$$

Theo bài ra ta có: $x_0 + y_0 > 0$

$$\Leftrightarrow \frac{m+3}{2m+1} + \frac{m^2-2m}{2m+1} > 0 \Leftrightarrow \frac{m^2-m+3}{2m+1} > 0 \quad (1)$$

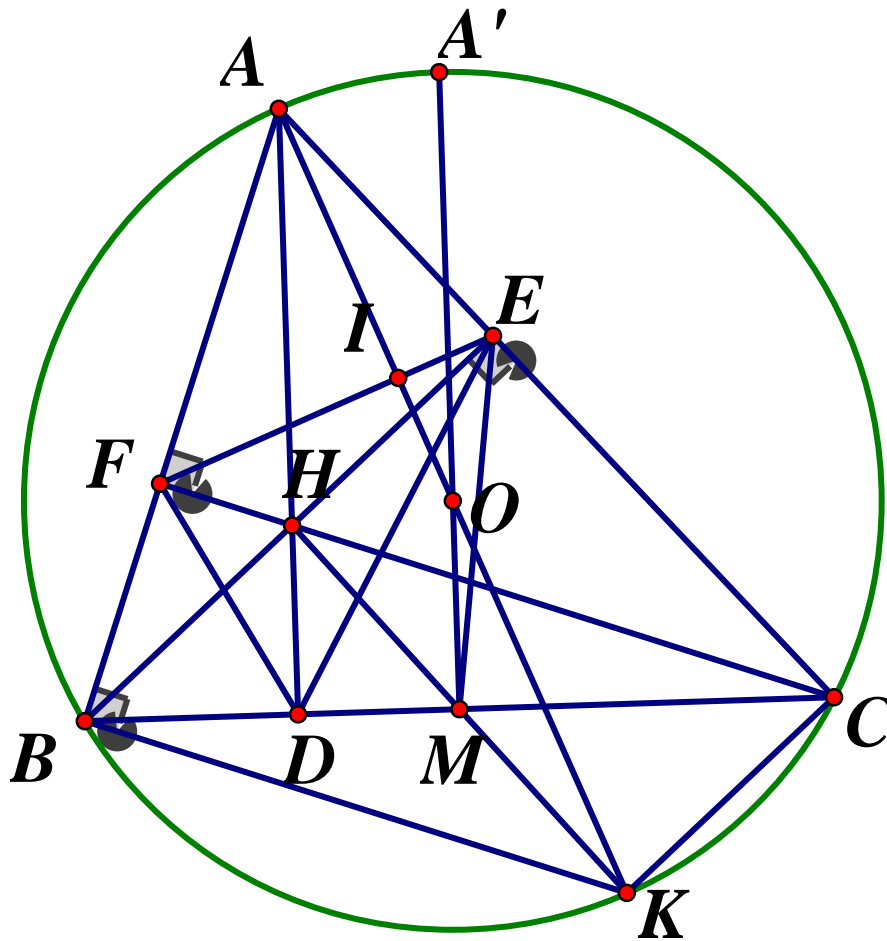
$$m^2 - m + 3 = m^2 - 2m \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{11}{4} = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} > 0 (\forall m)$$

Vi

$$\Rightarrow (1) \Leftrightarrow 2m+1 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{2} \left(\text{TMDK } m \neq -\frac{1}{2} \right)$$

Vậy $m > -\frac{1}{2}$

Câu 4.



a) Chứng minh tứ giác $BHCK$ là hình bình hành

Ta có: \widehat{ABK} là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O) $\Rightarrow \widehat{ABK} = 90^\circ$ hay $AB \perp BK$

Mà $CF \perp AB(gt) \Rightarrow CF \parallel BK$ hay $CH \parallel BK$ (1)

Ta có: \widehat{ACK} là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O) $\Rightarrow \widehat{ACK} = 90^\circ$ hay $AC \perp CK$

Mà $BE \perp AC(gt) \Rightarrow BE \parallel CK$ hay $BH \parallel CK$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác $BHCK$ là hình bình hành

b) Chứng minh FC là phân giác \widehat{DFE}

Xét tứ giác $BFHD$ ta có: $\widehat{BFD} + \widehat{BHD} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$, mà hai góc này ở vị trí đối diện nên $BFHD$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{HFD} = \widehat{HBD}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn \widehat{HD}) (3)

Xét tứ giác $AEHF$ có $\widehat{AEH} + \widehat{AFH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$, mà hai góc này ở vị trí đối diện nên $AEHF$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{HFE} = \widehat{HAE}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn \widehat{HE}) (4)

Xét tứ giác $AEDB$ ta có: $\widehat{AEB} = \widehat{ADB} = 90^\circ \Rightarrow AEDB$ là tứ giác nội tiếp (dnhb)
 $\Rightarrow \widehat{DAE} = \widehat{DBE}$ (5)

Từ (3), (4), (5) $\Rightarrow \widehat{EAD} = \widehat{EFH} = \widehat{HFD} = \widehat{HBD}$

Hay $\widehat{EFC} = \widehat{CFD} \Rightarrow FC$ là phân giác của \widehat{DFE} (dpcm)

Xét $\triangle EBC$ vuông tại E có đường trung tuyến $EM \Rightarrow EM = BM = \frac{1}{2}BC$

$\Rightarrow \triangle EBM$ cân tại M $\Rightarrow \widehat{MEB} = \widehat{EBM} \Rightarrow \widehat{EMC} = \widehat{MEB} + \widehat{EBM} = 2\widehat{EBM}$ (góc ngoài của tam giác). Lại có $\widehat{EFD} = 2\widehat{HFD} = 2\widehat{HBD} = 2\widehat{EBM}$ (cmt)

$\Rightarrow \widehat{EMC} = \widehat{EFD} (= 2\widehat{EBM}) \Rightarrow EFDM$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow E, F, D, M$ cùng thuộc một đường tròn.

c) Tìm vị trí điểm A.....

Gọi $EF \cap OA = \{I\}$

Ta có: $\widehat{FAI} = \widehat{BCK}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BK)

Xét tứ giác $BFEC$ có $\widehat{BEC} = \widehat{BFC} = 90^\circ$ (gt), do đó tứ giác $BFEC$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có 2 đỉnh kề cùng nhìn 1 cạnh dưới các góc bằng nhau)

$\Rightarrow \widehat{AFI} = \widehat{ACB}$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp)

$\Rightarrow \widehat{FAI} + \widehat{AFI} = \widehat{BCK} + \widehat{ACB} = \widehat{ACK} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow OA \perp EF$

Chứng minh tương tự ta có: $OB \perp FD, OC \perp ED$

Ta có: $S_{OEAF} = \frac{1}{2}OA.EF$ (tứ giác có hai đường chéo vuông góc)

$S_{OFBD} = \frac{1}{2}OB.FD$; $S_{ODCE} = \frac{1}{2}OC.DE$

$$\Rightarrow S_{OEAF} + S_{OFBD} + S_{ODCE} = \frac{1}{2}OA.EF + \frac{1}{2}OB.FD + \frac{1}{2}OC.DE$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2}.R.EF + \frac{1}{2}.R.FD + \frac{1}{2}.R.DE$$

$$\Rightarrow EF + FD + DE = \frac{2S_{ABC}}{R}$$

Kéo dài OM cắt (O) tại $A' \Rightarrow A'M \perp BC$ (do $OM \perp BC$)

$$\text{Khi đó ta có: } S_{ABC} = \frac{1}{2}AD.BC \leq \frac{1}{2}A'M.BC$$

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông OMC ta có:

$$OM = \sqrt{OC^2 - CM^2} = \sqrt{R^2 - \frac{a^2}{4}}$$

$$\Rightarrow A'M = OA' + OM = R + \sqrt{R^2 - \frac{a^2}{4}} \Rightarrow S_{ABC} \leq \frac{a}{2} \left(R + \sqrt{R^2 - \frac{a^2}{4}} \right)$$

$$\Rightarrow EF + FD + DE \leq \frac{a \left(R + \sqrt{R^2 - \frac{a^2}{4}} \right)}{R}$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow A \equiv A'$, khi đó điểm A là điểm chính giữa của cung lớn BC

Vậy $P = DE + EF + DF$ đạt giá trị lớn nhất khi điểm A là điểm chính giữa của cung lớn BC

Câu 5. Chứng minh $\frac{1}{a^2 + 2b^2 + 3} + \frac{1}{b^2 + 2c^2 + 3} + \frac{1}{c^2 + 2a^2 + 3} \leq \frac{1}{2}$

Ta có: $a^2 + 2b^2 + 3 = a^2 + b^2 + b^2 + 1 + 2$

Áp dụng Bất đẳng thức Cô si ta có:
$$\begin{cases} a^2 + b^2 \geq 2ab \\ b^2 + 1 \geq 2b \end{cases}$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + b^2 + 1 + 2 \geq 2ab + 2b + 2 = 2(ab + b + 1)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a^2 + 2b^2 + 3} \leq \frac{1}{2(ab + b + 1)}$$

Chứng minh tương tự:

$$\frac{1}{b^2 + 2c^2 + 3} \leq \frac{1}{2(bc + c + 1)}; \frac{1}{c^2 + 2a^2 + 3} \leq \frac{1}{2(ca + a + 1)}$$

Khi đó ta có:

$$\frac{1}{a^2 + 2b^2 + 3} + \frac{1}{b^2 + 2c^2 + 3} + \frac{1}{c^2 + 2a^2 + 3} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{ab + b + 1} + \frac{1}{bc + c + 1} + \frac{1}{ca + a + 1} \right)$$

Ta có:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{ab + b + 1} + \frac{1}{bc + c + 1} + \frac{1}{ca + a + 1} \\ &= \frac{1}{ab + b + 1} + \frac{ab}{ab^2c + abc + ab} + \frac{b}{bca + ab + b} \\ &= \frac{1}{ab + b + 1} + \frac{ab}{b + 1 + ab} + \frac{b}{1 + ab + b} = \frac{ab + b + 1}{ab + b + 1} = 1 \end{aligned}$$

Vậy $\frac{1}{a^2 + 2b^2 + 3} + \frac{1}{b^2 + 2c^2 + 3} + \frac{1}{c^2 + 2a^2 + 3} \leq \frac{1}{2}$. dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c = 1$

Bài 1. (1,5 điểm) Cho hai biểu thức

$$A = 3\sqrt{7} - \sqrt{28} + \sqrt{175} - 3; B = \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} \text{ (với } x > 0)$$

- Rút gọn biểu thức A và biểu thức B
- Tìm các giá trị của x để giá trị của biểu thức A bằng ba lần giá trị của biểu thức B

Bài 2. (1,5 điểm)

- Cho hàm số $y = ax + b$ có đồ thị là đường thẳng (d) . Xác định các giá trị của a và b biết (d) song song với đường thẳng $y = -\frac{1}{2}x + 2020$ và (d) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -5

- Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3(x-1) + 2(x-2y) = 10 \\ 4(x-2) - (x-2y) = 2 \end{cases}$$

Bài 3. (2,5 điểm)

- Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 1 = 0$ (1) (x là ẩn số, m là tham số).

- Giải phương trình (1) với $m = 7$

- Xác định các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho biểu thức $M = x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất

2) **Bài toán có nội dung thực tế**

Một nhà máy theo kế hoạch phải sản xuất 2100 thùng nước sát khuẩn trong thời gian quy định (số thùng nước sát khuẩn nhà máy phải sản xuất trong mỗi ngày là bằng nhau). Để đẩy nhanh tiến độ công việc trong giai đoạn tăng cường phòng chống đại dịch COVID-19, mỗi ngày nhà máy đã sản xuất nhiều hơn dự định 35 thùng sát khuẩn. Do đó, nhà máy đã hoàn thành công việc trước thời hạn 3 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày nhà máy phải sản xuất bao nhiêu thùng nước sát khuẩn.

Bài 4. (3,5 điểm)

1. Qua điểm A nằm ngoài đường tròn (O) vẽ hai tiếp tuyến AB và AC của đường tròn (B và C là các tiếp điểm). Gọi E là trung điểm của đoạn thẳng AC , F là giao điểm thứ hai của đường thẳng EB với đường tròn (O) , K là giao điểm thứ hai của đường thẳng AF với đường tròn (O) . Chứng minh
 - a) Tứ giác $ABOC$ là tứ giác nội tiếp và tam giác ABF đồng dạng với tam giác AKB
 - b) $BF \cdot CK = CF \cdot BK$
 - c) $\Delta FCE \sim \Delta CBE$ và EA là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔABF
2. Một hình nón có bán kính đáy là 5cm , diện tích xung quanh bằng $65\pi\text{cm}^2$. Tính chiều cao của hình nón.

Bài 5. (1,0 điểm)

- a) Cho x, y là hai số thực bất kỳ. Chứng minh $x^2 - xy + y^2 \geq \frac{1}{3}(x^2 + xy + y^2)$
- b) Cho x, y, z là ba số thực dương thỏa mãn $\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = 2$. Chứng minh:

$$\frac{x\sqrt{x}}{x + \sqrt{xy} + y} + \frac{y\sqrt{y}}{y + \sqrt{yz} + z} + \frac{z\sqrt{z}}{z + \sqrt{zx} + x} \geq \frac{2}{3}$$

Bài 1.**a) Rút gọn biểu thức A và B**

$$A = 3\sqrt{7} - \sqrt{28} + \sqrt{175} - 3 = 3\sqrt{7} - 2\sqrt{7} + 5\sqrt{7} - 3 = 6\sqrt{7} - 3$$

$$B = \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)}{\sqrt{x} + 1} = \sqrt{x} - 1 + \sqrt{x} = 2\sqrt{x} - 1$$

b) Tìm x để $A = 3B$

$$A = 3B \Leftrightarrow 6\sqrt{7} - 3 = 3(2\sqrt{x} - 1)$$

$$\Leftrightarrow 6\sqrt{7} - 3 = 6\sqrt{x} - 3 \Leftrightarrow 6\sqrt{x} = 6\sqrt{7}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} = \sqrt{7} \Leftrightarrow x = 7(tm)$$

Vậy $x = 7$ thì $A = 3B$ **Bài 2.****a) Xác định các giá trị a và b**

Vì đường thẳng $(d): y = ax + b$ song song với đường thẳng $y = -\frac{1}{2}x + 2020$ nên

$$\begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b \neq 2020 \end{cases}$$

Khi đó phương trình đường thẳng (d) có dạng $(d): y = -\frac{1}{2}x + b, b \neq 2020$

Vì (d) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -5 nên đường thẳng (d) đi qua điểm $(-5; 0)$. Thay tọa độ điểm $(-5; 0)$ vào phương trình đường thẳng (d) ta có:

$$0 = -\frac{1}{2} \cdot (-5) + b \Leftrightarrow b = -\frac{5}{2}(tm)$$

Vậy $a = -\frac{1}{2}$ và $b = -\frac{5}{2}$

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3(x-1) + 2(x-2y) = 10 \\ 4(x-2) - (x-2y) = 2 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} 3(x-1) + 2(x-2y) = 10 \\ 4(x-2) - (x-2y) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 3 + 2x - 4y = 10 \\ 4x - 8 - x + 2y = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 4y = 13 \\ 3x + 2y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 4y = 13 \\ 6x + 4y = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x = 33 \\ 3x + 2y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ 3 \cdot 3 + 2y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình $(x; y) = \left(3; \frac{1}{2}\right)$

Bài 3.

1. Cho phương trình....

a) Giải phương trình (1) với $m = 7$

Với $m = 7$ ta có phương trình:

$$x^2 - 2(7+1)x + 7^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 16x + 48 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 12x + 48 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-4) - 12(x-4) = 0 \Leftrightarrow (x-12)(x-4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-12=0 \\ x-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=12 \\ x=4 \end{cases}$$

Vậy với $m = 7$ thì phương trình có tập nghiệm $S = \{4; 12\}$

b) Tìm $Min M = x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2$

Phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 1 = 0(1)$ có hai nghiệm x_1, x_2

$$\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 - m^2 + 1 \geq 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m + 1 - m^2 + 1 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 2m + 2 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -1$$

Áp dụng hệ thức Vi ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 2 \\ x_1x_2 = m^2 - 1 \end{cases}$. Theo đề bài ta có:

$$M = x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2$$

$$= (2m + 2)^2 - 3(m^2 - 1) = 4m^2 + 8m + 4 - 3m^2 + 3$$

$$= m^2 + 8m + 7 = (m^2 + 8m + 16) - 9 = (m + 4)^2 - 9$$

Với $m \geq -1 \Rightarrow m + 4 \geq 3 \Rightarrow (m + 4)^2 \geq 9 \Leftrightarrow (m + 4)^2 - 9 \geq 0 \Rightarrow Min M = 0$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow m = -1(tm)$

Vậy $m = -1$ thỏa đề

2) Bài toán có nội dung thực tế

Gọi số thùng nước sát khuẩn mỗi ngày nhà máy sản xuất theo kế hoạch là x (thùng)
($x < 2100, x \in \mathbb{N}^*$)

\Rightarrow Thời gian dự định nhà máy sản xuất xong 2100 thùng nước sát khuẩn là $\frac{2100}{x}$ (ngày)

Thực tế, mỗi ngày nhà máy sản xuất được số thùng nước sát khuẩn là $x + 35$ (thùng)

\Rightarrow Thời gian thực tế nhà máy sản xuất xong 2100 thùng nước sát khuẩn: $\frac{2100}{x + 35}$ (ngày)

Nhà máy đã hoàn thành xong công việc trước thời hạn 3 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{2100}{x} - \frac{2100}{x+35} = 3 \Leftrightarrow 2100(x+35) - 2100x = 3x(x+35)$$

$$\Leftrightarrow 2100x + 73500 - 2100x = 3x^2 + 105x \Leftrightarrow 3x^2 + 105x - 73500 = 0$$

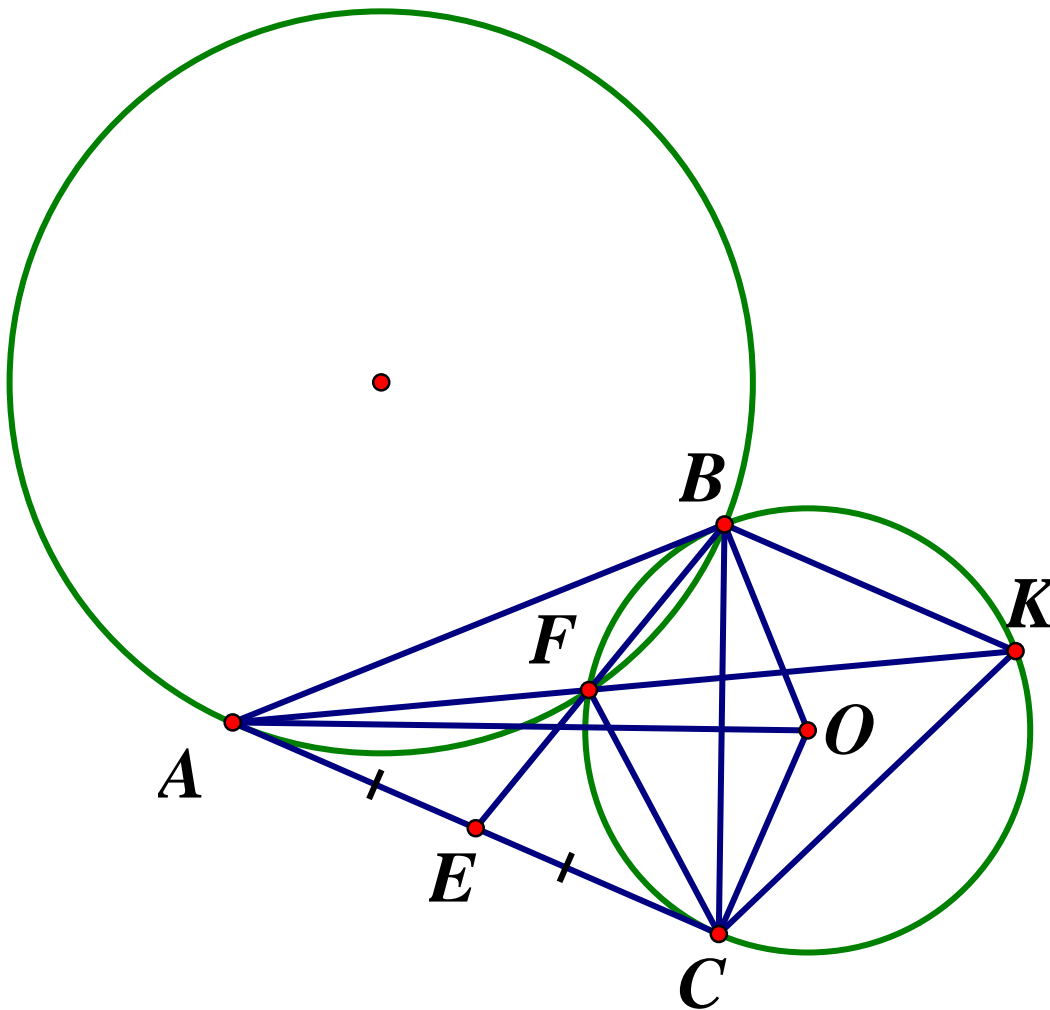
$$\Leftrightarrow x^2 + 35x - 24500 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 175x - 140x - 24500 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x+175) - 140(x+175) = 0 \Leftrightarrow (x+175)(x-140) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+175=0 \\ x-140=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-175(ktm) \\ x=140(tm) \end{cases}$$

Vậy theo kế hoạch, mỗi ngày nhà máy sản xuất được 140 thùng nước sát khuẩn

Bài 4.



a) Tứ giác $ABOC$ là tứ giác nội tiếp và $\triangle ABF \sim \triangle AKB$

Ta có: AB, AC là hai tiếp tuyến của (O) tại $B, C \Rightarrow \begin{cases} OB \perp AB \\ OB \perp AC \end{cases} \Rightarrow \widehat{ABO} = \widehat{ACO} = 90^\circ$

Xét tứ giác $ABOC$ ta có: $\widehat{ABO} + \widehat{ACO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà hai góc này đối nhau nên $ABOC$ là tứ giác nội tiếp (dfcm)

Xét $\triangle ABF$ và $\triangle AKB$ ta có: \widehat{A} chung; $\widehat{AKB} = \widehat{ABF}$ (cùng chắn \widehat{BF})

$$\Rightarrow \triangle ABF \sim \triangle AKB (g - g) (dfcm)$$

b) Chứng minh $BF \cdot CK = CF \cdot BK$

$$\text{Ta có: } \triangle ABF \sim \triangle AKB (cmt) \Rightarrow \frac{AB}{AK} = \frac{BF}{KB} = \frac{AF}{AB} \text{ (các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)}$$

Xét $\triangle ACF$ và $\triangle AKC$ có: \widehat{A} chung; $\widehat{AKC} = \widehat{ACF}$ (cùng chắn \widehat{CF})

$$\Rightarrow \triangle ACF \sim \triangle AKC (g - g) (dfcm) \Rightarrow \frac{AC}{AK} = \frac{CF}{KC} = \frac{AF}{AC} \text{ (các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)}$$

Mà $AB = AC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$$\Rightarrow \frac{AB}{AK} = \frac{AC}{AK} = \frac{BF}{KB} = \frac{CF}{KC} \Rightarrow BF \cdot KC = KB \cdot CF (dfcm)$$

c) Chứng minh EA là tiếp tuyến.....

Ta có: $\widehat{BKC} = \widehat{BCE}$ (góc nội tiếp và góc tiếp tuyến dây cung cùng chắn \widehat{BC})

Lại có: $BFCK$ là tứ giác nội tiếp đường tròn (O)

$$\Rightarrow \widehat{EFC} = \widehat{BKC} \text{ (góc ngoài tại 1 điểm bằng góc trong tại đỉnh đối diện)}$$

$$\Rightarrow \widehat{EFC} = \widehat{BCE} (= \widehat{BKC})$$

Xét $\triangle FCE$ và $\triangle CBE$ ta có: \widehat{E} chung; $\widehat{EFC} = \widehat{ECB} (cmt)$

$$\Rightarrow \triangle FCE \sim \triangle CBE (g.g) (dfcm)$$

$$\text{Vì } \triangle FCE \sim \triangle CBE (cmt) \Rightarrow \frac{FE}{CE} = \frac{CE}{BE} \Rightarrow CE^2 = FE \cdot BE = AE^2$$

$$\Rightarrow \frac{EA}{EB} = \frac{EF}{EA}$$

Xét $\triangle AEF$ và $\triangle BEA$ ta có: \widehat{AEB} chung; $\frac{EA}{EB} = \frac{EF}{EA} (cmt) \Rightarrow \triangle AEF \sim \triangle BEA (c - g - c)$

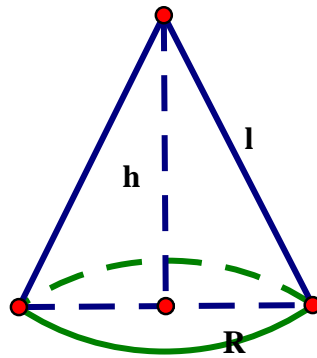
$$\Rightarrow \widehat{FAE} = \widehat{ABE} \text{ (hai góc tương ứng)}$$

Mà \widehat{ABE} là góc nội tiếp chắn cung BF của đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABF$

\widehat{FAE} được tạo bởi dây cung AF và AE (E nằm ngoài đường tròn)

$$\Rightarrow AE \text{ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp } \triangle ABF (dfcm)$$

Bài 2. Tính chiều cao của hình nón



Ta có: $S_{xq} = \pi Rl \Leftrightarrow 5\pi l = 65\pi \Leftrightarrow l = \frac{65\pi}{5\pi} = 13\text{cm}$

Áp dụng định lý Pytago ta có chiều cao của hình nón là:

$$h = \sqrt{l^2 - R^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12(\text{cm})$$

Bài 5.

a) **Chứng minh** $x^2 - xy + y^2 \geq \frac{1}{3}(x^2 + xy + y^2)$

Ta có:

$$x^2 - xy + y^2 \geq \frac{1}{3}(x^2 + xy + y^2) \Leftrightarrow 3x^2 - 3xy + 3y^2 \geq x^2 + xy + y^2$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 4xy + 2y^2 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - 2xy + y^2 \geq 0 \Leftrightarrow (x - y)^2 \geq 0 (\text{luôn đúng})$$

Dấu "=" xảy ra khi $x = y$. Vậy ta có đpcm.

b) Đặt $\begin{cases} a = \sqrt{x} > 0 \\ b = \sqrt{y} > 0 \\ c = \sqrt{z} > 0 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 2$ ta được:

$$\begin{aligned} VT &= \frac{a^3}{a^2 + ab + b^2} + \frac{b^3}{b^2 + bc + c^2} + \frac{c^3}{c^2 + ca + a^2} \\ &= \frac{a^4}{a^3 + a^2b + ab^2} + \frac{b^4}{b^3 + b^2c + bc^2} + \frac{c^4}{c^3 + c^2a + ca^2} \end{aligned}$$

Áp dụng bất đẳng thức $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} \geq \frac{(a+b)^2}{x+y}$ ta có:

$$\begin{aligned}
& \frac{a^4}{a^3 + a^2b + ab^2} + \frac{b^4}{b^3 + b^2c + bc^2} \geq \frac{(a^2 + b^2)^2}{(a^3 + a^2b + ab^2) + (b^3 + b^2c + bc^2)} \\
\Rightarrow & \frac{a^4}{a^3 + a^2b + ab^2} + \frac{b^4}{b^3 + b^2c + bc^2} + \frac{c^4}{c^3 + c^2a + ca^2} \\
& \geq \frac{(a^2 + b^2)^2}{(a^3 + a^2b + ab^2) + (b^3 + b^2c + bc^2)} + \frac{c^4}{c^3 + c^2a + ca^2} \\
& \geq \frac{(a^2 + b^2 + c^2)^2}{(a^3 + a^2b + ab^2) + (b^3 + b^2c + bc^2) + (c^3 + c^2a + ca^2)} \\
& = \frac{(a^2 + b^2 + c^2)^2}{a^2(a+b+c) + b^2(a+b+c) + c^2(a+b+c)} \\
& = \frac{(a^2 + b^2 + c^2)^2}{(a^2 + b^2 + c^2)(a+b+c)} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{a+b+c} \\
& = \frac{1}{2} \left(\frac{a^2}{1} + \frac{b^2}{1} + \frac{c^2}{1} \right) \geq \frac{1}{2} \cdot \frac{(a+b+c)^2}{1+1+1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2^2}{3} = \frac{2}{3} \\
\Rightarrow & \frac{a^3}{a^2 + ab + b^2} + \frac{b^3}{b^2 + bc + c^2} + \frac{c^3}{c^2 + ca + a^2} \geq \frac{2}{3} \text{ (dfcm)}
\end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra khi $a = b = c = \frac{2}{3}$

ĐỀ CHÍNH THỨC
Đề số 28

A. Trắc nghiệm (2,0 điểm)

Câu 1. Tìm số thực m để hàm số $y = (2 - m)x + 1$ nghịch biến trên \mathbb{R}

- A. $m > 0$ B. $m < 2$ C. $m \neq 2$ D. $m > 2$

Câu 2. Phương trình $x^2 - 5x - 6 = 0$ có bao nhiêu nghiệm dương ?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 3. Tìm điều kiện của x để biểu thức $P = \frac{2+x}{\sqrt{x-3}} + \sqrt{x}$ có nghĩa

- A. $x > 3$ B. $x \geq 0$ C. $x \geq 0$ và $x \neq 3$ D. $x \neq 3$

Câu 4. Cho $P = \sqrt{53 - 20\sqrt{7}} = a + b\sqrt{7}$ với a, b là các số nguyên. Tính $a - b$

- A. 7 B. 73 C. -7 D. -3

Câu 5. Cho tam giác ABC vuông tại A và $AB = 3, BC = 5$. Tính $\tan \widehat{ACB}$

- A. $\tan \widehat{ACB} = \frac{5}{3}$ B. $\tan \widehat{ACB} = \frac{3}{5}$ C. $\tan \widehat{ACB} = \frac{4}{3}$ D. $\tan \widehat{ACB} = \frac{3}{4}$

Câu 6. Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật có chiều dài, chiều rộng và chiều cao lần lượt là $a, 2a, 3a$

- A. $V = 3a^3$ B. $V = 6a^3$ C. $V = a^3$ D. $V = 2a^3$

Câu 7. Cho đường tròn (O) ngoại tiếp tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{2}$.

Tính diện tích S của hình tròn (O)

- A. $V = \frac{1}{2}\pi a^2$ B. $V = 4\pi a^2$ C. $V = \pi a^2$ D. $V = 2\pi a^2$

Câu 8. Tính thể tích V của khối cầu có bán kính $R = 2a$

- A. $V = \frac{4}{3}\pi a^3$ B. $V = \frac{32}{3}\pi a^3$ C. $V = 4\pi a^3$ D. $V = 8\pi a^3$

B. Tự luận (8,0 điểm)

Câu I. (2,0 điểm)

1) Rút gọn biểu thức $A = 7\sqrt{20} - 3\sqrt{25}$

2) Tính giá trị của biểu thức $B = \sqrt{x} + \frac{3}{2\sqrt{x}} + 4$ khi $x = 9$

3) Rút gọn biểu thức $C = \frac{5}{1-\sqrt{2}} - \frac{5}{1+\sqrt{2}}$

Câu II. (2,0 điểm)

- 1) Giải phương trình $2x^2 - 6x + 1 = 0$
- 2) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$$

Câu III. (1,5 điểm)

Trong mặt phẳng Oxy , cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng $d : y = 2x - m + 1$ (với m là tham số)

1) Vẽ đồ thị (P)

2) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng d cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt A và B có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + x_2^2 = 2(x_1 + x_2)$

Câu IV. (2,0 điểm) Cho đường tròn (O) có bán kính $R = 2a$ và điểm A nằm ngoài đường tròn (O) . Kẻ đến (O) hai tiếp tuyến AM, AN (với M, N là các tiếp điểm).

1) Chứng minh bốn điểm A, M, N, O cùng thuộc một đường tròn (C) . Xác định tâm và bán kính của đường tròn (C)

2) Tính diện tích S của tứ giác $AMON$ theo a , biết rằng $OA = 3a$

3) Gọi M' là điểm đối xứng với M qua O và P là giao điểm của đường thẳng AO và (O) , P nằm bên ngoài đoạn OA . Tính $\sin \widehat{MPN}$

Câu V. (0,5 điểm)

Cho x và y là hai số thực không âm thỏa mãn $x + y = 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^4 + y^4 - 4xy + 3$

ĐÁP ÁN

A. Trắc nghiệm

1D 2B 3A 4A 5D 6B 7C 8B

B. Tự luận

Câu I.

1) Rút gọn biểu thức

$$A = 7\sqrt{20} - 3\sqrt{25} = 7 \cdot 2\sqrt{5} - 3 \cdot 5 = 14\sqrt{5} - 15$$

2) Tính giá trị biểu thức

Điều kiện $x > 0 \Rightarrow$ thay $x = 9$ (tmdk) vào B ta có:

$$B = \sqrt{9} + \frac{3}{2\sqrt{9}} + 4 = 3 + \frac{3}{2 \cdot 3} + 4 = \frac{15}{2}$$

3) Rút gọn biểu thức

$$C = \frac{5}{1-\sqrt{2}} - \frac{5}{1+\sqrt{2}} = \frac{5+5\sqrt{2}-5+5\sqrt{2}}{1-2} = \frac{10\sqrt{2}}{-1} = -10\sqrt{2}$$

Câu II.

1) Giải phương trình $2x^2 - 6x + 1 = 0$

Ta có: $\Delta' = 3^2 - 2 \cdot 1 = 7 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{3 + \sqrt{7}}{2} \\ x_2 = \frac{3 - \sqrt{7}}{2} \end{cases} \cdot \text{Vậy } S = \left\{ \frac{3 \pm \sqrt{7}}{2} \right\}$$

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 2y = 6 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 11 \\ y = 2x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11}{5} \\ y = \frac{7}{5} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\frac{11}{5}; \frac{7}{5} \right)$

Câu III.

1) Học sinh tự vẽ (P)

2) Tìm tất cả giá trị của tham số m

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^2 = 2x - m + 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x + m - 1 = 0 (*)$

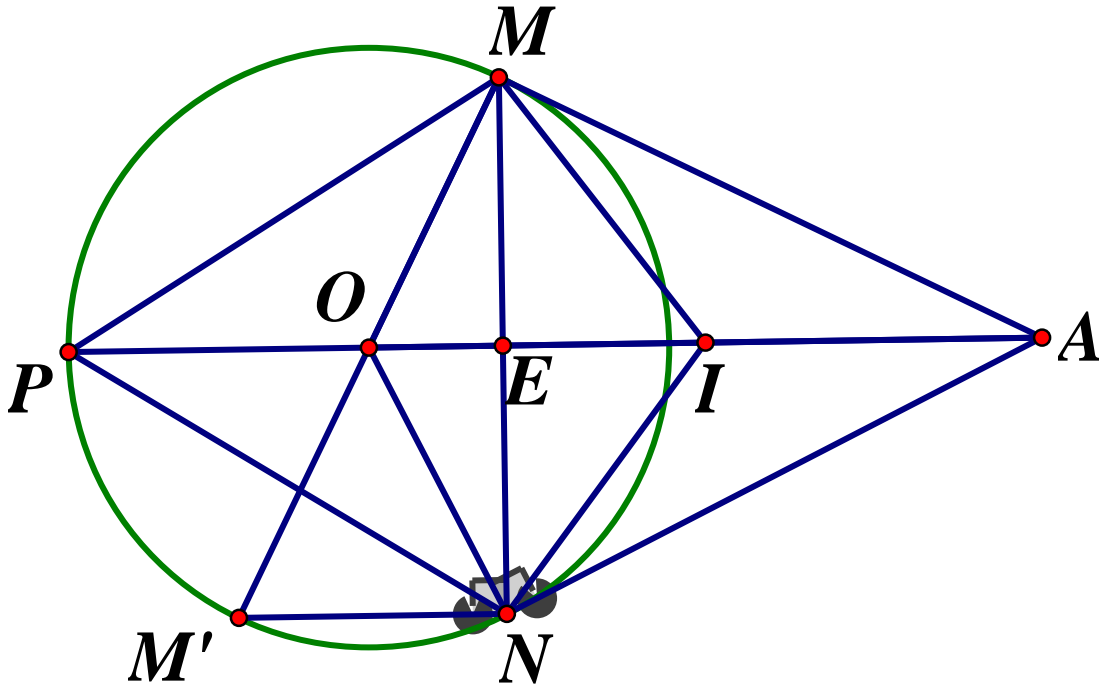
Để đường thẳng (d) cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt thì phương trình (*) phải có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = 1 - m + 1 = 2 - m > 0 \Leftrightarrow m < 2$

Áp dụng hệ thức Vi et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases}$. Theo đề bài ta có:

$$\begin{aligned} x_1^2 + x_2^2 &= 2(x_1 + x_2) \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 2(x_1 + x_2) \\ \Leftrightarrow 2^2 - 2(m - 1) &= 2 \cdot 2 \Leftrightarrow 2(m - 1) = 0 \Leftrightarrow m = 1 \text{ (tm)} \end{aligned}$$

Vậy $m = 1$ thỏa mãn đề bài

Câu IV.



1) Xác định tâm và bán kính

Gọi I là trung điểm của OA

Ta có: $\widehat{OMA} = 90^\circ$ (AM là tiếp tuyến với (O)) $\Rightarrow \Delta AMO$ vuông tại M

Có MI là trung tuyến $\Rightarrow MI = IO = IA(1)$

$\widehat{ONA} = 90^\circ$ (AN là tiếp tuyến của (O)) $\Rightarrow \Delta ANO$ vuông tại N

Có NI là trung tuyến nên $NI = IO = IA(2)$

Từ (1) và (2) suy ra $IO = IA = IM = IN$ nên 4 điểm A, M, N, O cùng thuộc đường tròn

(C) tâm I bán kính $R = \frac{OA}{2}$ (đpcm)

2) Tính diện tích S

Gọi E là giao điểm của MN và OA

Ta có: $OM = ON = R$ và $AM = AN$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$\Rightarrow OA$ là đường trung trực của $MN \Rightarrow OA \perp MN$ tại trung điểm E của MN

Tam giác OMA vuông tại M , theo định lý *Pytago* ta có:

$$AM^2 = OA^2 - OM^2 = (3a)^2 - (2a)^2 = 5a^2 \Rightarrow AM = a\sqrt{5}$$

Tam giác AMO vuông tại M có ME là đường cao nên:

$$ME \cdot OA = OM \cdot AM \Rightarrow ME = \frac{OM \cdot AM}{OA} = \frac{2a \cdot a\sqrt{5}}{3a} = \frac{2a\sqrt{5}}{3}$$

$$\Rightarrow MN = 2ME = 2 \cdot \frac{2a\sqrt{5}}{3} = \frac{4a\sqrt{5}}{3}$$

Tứ giác $OMAN$ có hai đường chéo OA, MN vuông góc nên:

$$S_{OMAN} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot MN = \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot \frac{4a\sqrt{5}}{3} = 2a^2\sqrt{5}$$

$$\text{Vậy } S_{OMAN} = 2a^2\sqrt{5}$$

3) Tính sin MPN

Nối M' với N ta có: $\widehat{MPN} = \widehat{MM'N}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn \widehat{MN})

$$\Rightarrow \sin \widehat{MPN} = \sin \widehat{MM'N}$$

Tam giác MNM' có $\widehat{MNM'} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên là tam giác vuông tại N

$$\Rightarrow \sin \widehat{MM'N} = \frac{MN}{MM'} = \frac{4a\sqrt{5}}{3} : 4a = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\text{Vậy } \sin \widehat{MPN} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

Câu V.

Ta có:

$$P = x^4 + y^4 - 4xy + 3 = (x^2 + y^2)^2 - 2(xy)^2 - 4xy + 3$$

$$= [(x+y)^2 - 2xy] - 2(xy)^2 - 4xy + 3$$

$$= (x+y)^4 - 4xy(x+y)^2 + 4(xy)^2 - 2(xy)^2 - 4xy + 3$$

$$= 256 - 64xy + 2(xy)^2 - 4xy + 3$$

$$= 2(xy)^2 - 68xy + 259$$

Đặt $t = xy$, áp dụng BĐT Cô si ta có:

$$0 \leq xy \leq \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 = 4 \Rightarrow 0 \leq t \leq 4. \text{ Khi đó ta có:}$$

$$P = 2t^2 - 68t + 259 = 2(t^2 - 34t + 17^2) - 319 = 2(t-17)^2 - 319$$

$$\text{Với } 0 \leq t \leq 4 \Rightarrow -17 \leq t-17 \leq -13$$

$$\Leftrightarrow 13^2 \leq (t-17)^2 \leq 17^2 \Leftrightarrow 2 \cdot 13^2 \leq 2 \cdot (t-17)^2 \leq 2 \cdot 17^2$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot 13^2 - 319 \leq 2 \cdot (t-17)^2 - 319 \leq 2 \cdot 17^2 - 319$$

$$\Leftrightarrow 19 \leq P \leq 259$$

$$\text{Vậy } P_{\min} = 19 \Leftrightarrow t = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 4 \\ x + y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$P_{\min} = 259 \Leftrightarrow t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 0 \\ x + y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0; y = 4 \\ y = 0; x = 4 \end{cases}$$

Đề số 29

Bài 1. (1,5 điểm)

Cho parabol $(P): y = \frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng $(d): y = -\frac{1}{2}x + 2$

- Vẽ (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ
- Tìm tọa độ giao điểm (P) và (d) bằng phép tính

Bài 2. (1,0 điểm)

Cho phương trình: $2x^2 - 5x - 3 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$

Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = (x_1 + 2x_2)(x_2 + 2x_1)$

Bài 3. (0,75 điểm)

Quy tắc sau đây cho ta biết *CAN*, *CHI* của năm X nào đó

Để xác định *CAN*, ta tìm số dư r trong phép chia X cho 10 và tra vào bảng 1

Để xác định *CHI*, ta tìm số dư s trong phép chia X cho 12 và tra vào bảng 2

Ví dụ: năm 2020 có *CAN* là Canh, có *CHI* là Tí

Bảng 1

r	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<i>CAN</i>	Canh	Tân	Nhâm	Quý	Giáp	Ất	Bính	Đinh	Mậu	Kỷ

Bảng 2.

s	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
<i>CHI</i>	Thân	Dậu	Tuất	Hợi	Tí	Sửu	Dần	Mẹo	Thìn	Tỵ	Ngọ	Mùi

- Em hãy sử dụng quy tắc trên để xác định *CAN*, *CHI* của năm 2005
- Bạn Hằng nhớ rằng Nguyễn Huệ lên ngôi hoàng đế, hiệu là Quang Trung vào năm Mậu Thân nhưng không nhớ rõ đó là năm bao nhiêu mà chỉ nhớ là sự kiện trên xảy ra vào cuối thế kỷ 18. Em hãy giúp Hằng xác định chính xác năm đó là năm bao nhiêu?

Bài 4. (0,75 điểm)

Cước điện thoại y (nghìn đồng) là số tiền mà người sử dụng điện thoại cần trả hằng tháng, nó phụ thuộc vào lượng thời gian gọi x (phút) của người đó trong tháng. Mỗi liên hệ giữa hai đại lượng này là một hàm số bậc nhất $y = ax + b$. Hãy tìm a, b biết rằng nhà bạn Nam trong tháng 5 đã gọi 100 phút với số tiền là 40 nghìn đồng và trong tháng 6 đã gọi 40 phút với số tiền là 28 nghìn đồng.

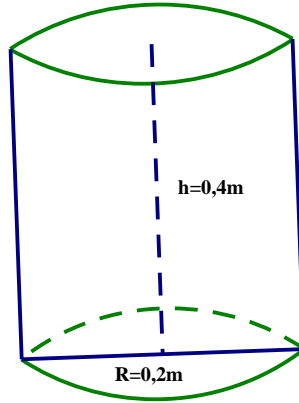
Bài 5.

Theo quy định của cửa hàng xe máy, để hoàn thành chỉ tiêu trong một tháng, mỗi nhân viên phải bán được trung bình một chiếc xe máy trong một ngày. Nhân viên nào hoàn thành chỉ tiêu trong một tháng thì nhận được lương cơ bản là 8000000 đồng. Nếu trong tháng nhân viên nào bán vượt chỉ tiêu thì được thưởng 8% tiền lời của số xe máy

bán vượt chỉ tiêu đó . Trong tháng 5 (có 31 ngày), anh Thành nhận được số tiền là 9800000 đồng (bao gồm cả lương cơ bản và tiền thưởng thêm của tháng đó). Hỏi anh Thành đã bán được bao nhiêu chiếc xe máy trong tháng 5, biết rằng mỗi xe máy bán ra thì cửa hàng thu lời được 2500000 đồng.

Bài 6.

Anh Minh vừa mới xây một cái hồ trữ nước cạnh nhà có hình dạng hộp chữ nhật có kích thước $2m \times 2m \times 1m$. Hiện hồ chưa có nước nên anh Minh phải ra sông lấy nước. Mỗi lần ra sông anh gánh được 1 đôi nước đầy gồm 2 thùng hình trụ bằng nhau có bán kính đáy $0,2m$, chiều cao $0,4m$



- a) Tính lượng nước (m^3) anh Minh đổ vào hồ sau mỗi lần gánh (ghi kết quả làm tròn đến 2 chữ số thập phân). Biết trong quá trình gánh nước về thì lượng nước bị hao hụt khoảng 10% và công thức tính thể tích hình trụ là $V = \pi R^2 h$
- b) Anh Minh phải gánh ít nhất bao nhiêu lần để đầy hồ

Bài 7. (1,0 điểm)

Sau một buổi sinh hoạt ngoại khóa, nhóm bạn của Thư rủ nhau đi ăn kem ở một quán gần trường. Do quán mới khai trương nên có khuyến mãi, bắt đầu từ ly thứ 5 giá mỗi ly kem được giảm 1500 đồng so với giá ban đầu. Nhóm của Thư mua 9 ly kem với số tiền là 154 500 đồng. Hỏi giá của một ly kem ban đầu ?

Bài 8.

Cho đường tròn tâm O ; bán kính R và điểm A nằm ngoài đường tròn sao cho $OA > 2R$. Từ A kẻ hai tiếp tuyến AD, AE đến đường tròn (O) (D, E là hai tiếp điểm) Lấy điểm M nằm trên cung nhỏ \widehat{DE} sao cho $MD > ME$. Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại M cắt AD, AE lần lượt tại I, J . Đường thẳng DE cắt OJ tại F

- a) Chứng minh OJ là đường trung trực của đoạn thẳng ME và $\widehat{OMF} = \widehat{OEF}$
- b) Chứng minh tứ giác $ODIM$ nội tiếp và 5 điểm I, D, O, F, M cùng nằm trên một đường tròn
- c) Chứng minh $\widehat{JOM} = \widehat{IOA}$ và $\sin \widehat{IOA} = \frac{MF}{IO}$

ĐÁP ÁN

Bài 1. a) Học sinh tự vẽ (P) và (d)

b) Ta có phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{1}{4}x^2 = -\frac{1}{2}x + 2 \Leftrightarrow x^2 = -2x + 8 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow x(x+4) - 2(x+4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+4)(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \Rightarrow y=1 \\ x=-4 \Rightarrow y=4 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là $(2;1);(-4;4)$

Bài 2. Không giải phương trình, tính.....

Ta có phương trình: $2x^2 - 5x - 3 = 0$

Vì $a \cdot c < 0$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt

$$\text{Theo hệ thức Ta - let : } \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{5}{2} \\ x_1 x_2 = \frac{-3}{2} \end{cases} . \text{ Ta có:}$$

$$A = (x_1 + 2x_2)(x_2 + 2x_1) = x_1 x_2 + 2x_2^2 + 2x_1^2 + 4x_1 x_2$$

$$= 2(x_1^2 + x_2^2) + 5x_1 x_2 = 2[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2] + 5x_1 x_2$$

$$= 2(x_1 + x_2)^2 + x_1 x_2 = 2 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(-\frac{3}{2}\right) = 11$$

Vậy $A = 11$

Bài 3.

a) Xác định can, chi của năm 2005

Ta có : 2005 chia 10 được 200, dư 5 nên $r = 5$, tra vào bảng 1, ta có *CAN* là Ất

2005 chia 12 được 167, dư 1 nên $s = 1$, tra vào bảng 2 ta có *CHI* là Dậu

Vậy năm 2005 có *CAN* là Ất và *CHI* là Dậu

b) Xác định năm Quang Trung lên ngôi hoàng đế

Gọi năm đó là X . Vì sự kiện xảy ra vào thế kỷ 18 nên ta có: $X = \overline{17ab}$ ($a, b \in \mathbb{N}$)

Vì năm X là năm Mậu Thân nên X chia 10 dư 8 và X chia hết cho 12.

Vì X chia cho 10 dư 8 nên X có chữ số tận cùng bằng 8 $\Rightarrow b = 8$

\Rightarrow Năm đó có dạng $X = \overline{17a8}$

Mà X chia hết cho 12 nên X chia hết cho cả 3 và 4

Ta có: $1 + 7 + a + 8 = 16 + a$ chia hết cho 3 nên $a \in \{2; 5; 8\}$

Mà X chia hết cho 4 nên $\begin{cases} a = 2 \\ a = 8 \end{cases} \Rightarrow$ Năm cần tìm là 1728 hoặc 1788

Lại có năm đó cuối thế kỷ 18 (gt) nên năm cần tìm là 1788

Vậy Nguyễn Huệ lên ngôi Hoàng đế, hiệu là Quang Trung vào năm 1788

Bài 4. Tìm a, b

Trong tháng 5 nhà bạn Nam đã gọi 100 phút với số tiền là 40000 đồng nên ta có:

$$40 = a \cdot 100 + b \Leftrightarrow 100a + b = 400 \quad (1)$$

Trong tháng 6 nhà bạn Nam đã gọi 40 phút với số tiền là 28000 đồng nên ta có:

$$28 = a \cdot 40 + b \Leftrightarrow 40a + b = 28 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 100a + b = 40 \\ 40a + b = 28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 60a = 12 \\ b = 28 - 40a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{5} \\ b = 20 \end{cases}$$

Vậy $a = \frac{1}{5}; b = 20$

Bài 5. Số xe máy bán được trong tháng.....

Số tiền thưởng anh Thành nhận là: $9\,800\,000 - 8\,000\,000 = 1\,800\,000$ (đồng)

Tiền lãi của số xe máy anh Thành bán vượt chỉ tiêu là: $1800000 : 8\% = 22\,500\,000$ (đồng)

Số xe máy bán vượt chỉ tiêu là: $22\,500\,000 : 2\,500\,000 = 9$ (chiếc)

Số xe máy anh Thành bán được là: $31 + 9 = 40$ (chiếc)

Vậy tháng 5 anh Thành bán được 40 chiếc xe máy.

Bài 6.

a) Thể tích của 2 thùng nước mỗi lần anh Minh gánh là:

$$V_1 = 2\pi R^2 h = 2\pi \cdot 0,2^2 \cdot 0,4 = 0,032\pi \text{ (m}^3\text{)}$$

Trong quá trình gánh, lượng nước bị hao hụt 10% nên lượng nước thực tế anh Minh gánh được sau mỗi lần là: $V = 0,032\pi \cdot 90\% \approx 0,09 \text{ (m}^3\text{)}$

b) Thể tích của hồ nước hình chữ nhật: $V = 2 \cdot 2 \cdot 1 = 4 \text{ (m}^3\text{)}$

Số lần ít nhất anh Minh cần gánh để được đầy hồ nước là:

$$n = \left\lceil \frac{V_0}{V} \right\rceil = \left\lceil \frac{400}{9} \right\rceil = 44 + 1 = 45 \text{ (lần)}$$

Bài 7.

Gọi giá của một ly kem ban đầu là x (đồng) ($DK : x > 0$)

Giá của 1 ly kem (từ ly thứ 5) sau khi được giảm giá 1500 đồng là $x - 1500$ (đồng/ly)

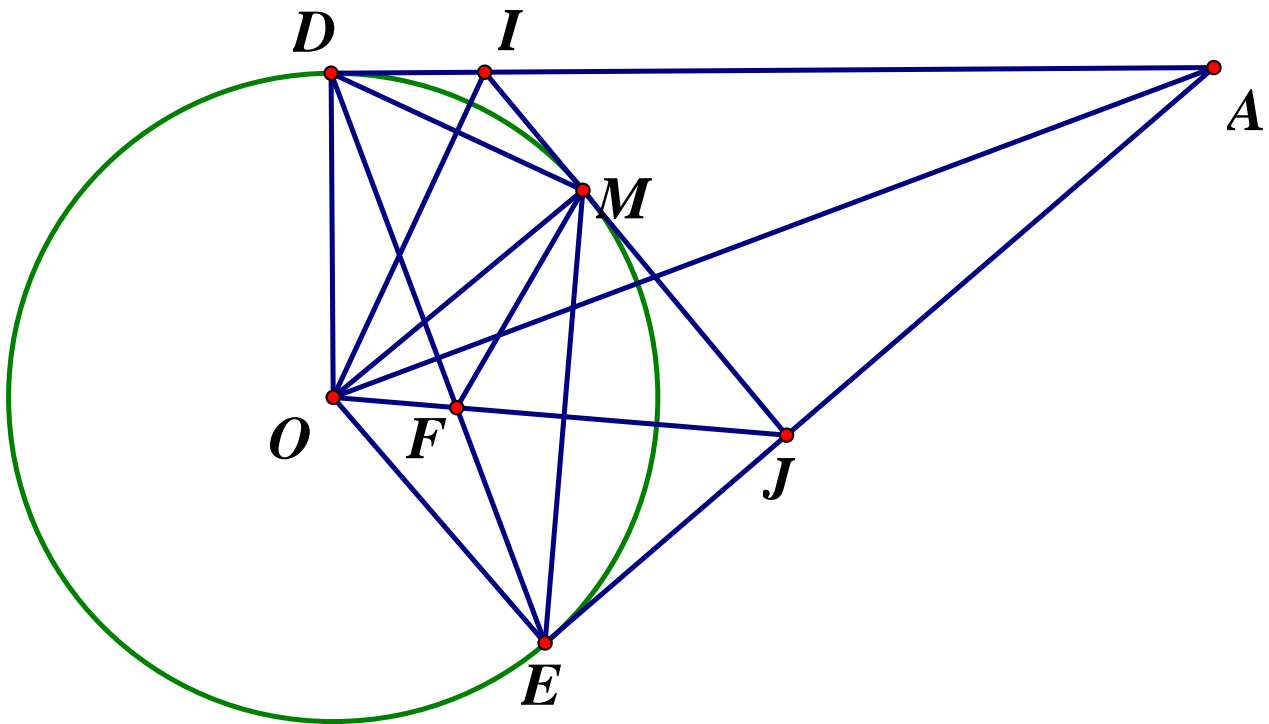
Với số tiền 154500 đồng nên ta có phương trình:

$$4x + 5(x - 1500) = 154500 \Leftrightarrow 4x + 5x - 7500 = 154500$$

$$\Leftrightarrow 9x = 162000 \Leftrightarrow x = 18000 \text{ (tm)}$$

Vậy giá của 1 ly kem ban đầu là 18000 đồng.

Bài 8.



a) Chứng minh OJ là đường trung trực đoạn thẳng ME và $\widehat{OMF} = \widehat{OEF}$

Ta có: AE, JI là các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại E, M

Mà $AE \cap JI = \{J\}$ nên $JE = JM$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Lại có: $OE = OM (= R)$ nên OJ là đường trung trực của đoạn ME (đpcm)

Xét $\triangle OEF$ và $\triangle OMF$ có: OF chung; $\widehat{EOF} = \widehat{MOF}$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau);

$OE = OM (= R) \Rightarrow \triangle OEF = \triangle OMF$ (c.g.c)

$\Rightarrow \widehat{OMF} = \widehat{OEF}$ (hai góc tương ứng) (đpcm)

b) Chứng minh $ODIM$ là tứ giác nội tiếp và I, D, O, F, M cùng nằm trên một đường tròn

Vì AD là tiếp tuyến với (O) tại D nên $AD \perp OD \Rightarrow \widehat{ODA} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{ODI} = 90^\circ$

MI là tiếp tuyến với (O) tại M nên $OM \perp MI \Rightarrow \widehat{OMI} = 90^\circ$

Tứ giác $ODIM$ có: $\widehat{ODI} + \widehat{OMI} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ nên là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°). Vậy tứ giác $ODIM$ là tứ giác nội tiếp

Theo câu a, $\widehat{EOF} = \widehat{MOF} \Rightarrow \widehat{EOM} = 2\widehat{MOF}$

$\Rightarrow \widehat{MOF} = \frac{1}{2}\widehat{EOM} = \frac{1}{2}sd$ cung ME (góc ở tâm bằng số đo cung bị chắn)

Nên $\widehat{MOF} = \widehat{MDF} \left(= \frac{1}{2}sd$ cung $ME \right)$

Xét tứ giác $OFMD$ có $\widehat{MOF} = \widehat{MDF}$ (cmt) nên là tứ giác nội tiếp (tứ giác có hai đỉnh kề cùng nhìn cạnh đối diện các góc bằng nhau),

do đó các điểm O, F, M, D cùng thuộc một đường tròn

Mà tứ giác $ODIM$ nội tiếp (cmt) nên các điểm O, D, I, M cùng thuộc một đường tròn.
 Vậy 5 điểm O, D, I, M, F cùng thuộc một đường tròn

c) Chứng minh $\widehat{JOM} = \widehat{IOA}$

Xét $\triangle MOI$ và $\triangle DOI$ có: $OM = OD (= R)$, OI chung; $IM = ID$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow \triangle MOI = \triangle DOI$ ($c - c - c$) $\Rightarrow \widehat{MIO} = \widehat{DIO}$ (2 góc tương ứng)

Tứ giác $OFMI$ nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \widehat{OFM} + \widehat{MIO} = 180^\circ$ (tính chất tứ giác nội tiếp)

Mà $\widehat{MIO} = \widehat{DIO}$ (cmt) nên $\widehat{OFM} + \widehat{DIO} = 180^\circ$

Lại có $\widehat{OIA} + \widehat{DIO} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{OFM} = \widehat{OIA}$

Xét tứ giác $OEAD$ có $\widehat{OEA} + \widehat{ODA} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ nên là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°)

$\Rightarrow \widehat{OED} = \widehat{OAD}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn \widehat{OD})

Mà $\widehat{OED} = \widehat{OEF} = \widehat{OMF}$ (theo câu b) nên $\widehat{OMF} = \widehat{OAD} = \widehat{OAI}$

Xét $\triangle OFM$ và $\triangle OIA$ có:

$\widehat{OFM} = \widehat{OIA}$ (cmt); $\widehat{OMF} = \widehat{OAI}$ (cmt) $\Rightarrow \triangle OFM \sim \triangle OIA$ (g.g)

$\Rightarrow \widehat{FOM} = \widehat{IOA}$ (hai góc tương ứng) $\Rightarrow \widehat{JOM} = \widehat{IOA}$ (dfcm)

$\Rightarrow \sin \widehat{IOA} = \sin \widehat{JOM} = \frac{JM}{OJ}$ (1)

Tứ giác $OFMI$ nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \widehat{JFM} = \widehat{MIO}$ (góc ngoại tại 1 đỉnh và góc trong tại đỉnh đối diện)

Xét tam giác $\triangle JFM$ và $\triangle JIO$ có:

\widehat{J} chung; $\widehat{JFM} = \widehat{MIO} = \widehat{JIO}$ (cmt) $\Rightarrow \triangle JFM \sim \triangle JIO$ (g.g)

$\Rightarrow \frac{JM}{OJ} = \frac{MF}{IO}$ (hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ) (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{IOA} = \widehat{JOM} = \widehat{JFM} = \widehat{MIO} = \widehat{JIO}$ (dfcm)

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG PHỔ THÔNG NĂNG KHIẾU
HỘI ĐỒNG TUYỂN SINH LỚP 10
Đề số 29b

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
Năm học 2020 – 2021
Môn thi: TOÁN (không chuyên)

Thời gian làm bài 120 phút, không kể giao đề

Câu 1. (1,0 điểm) Cho ba biểu thức $M = \frac{x\sqrt{x}-8}{3+(\sqrt{x}+1)^2}$, $N = \frac{(\sqrt{x}+1)^3 - (\sqrt{x}-1)^3}{(x-4)(3x+1)}$ và $P = \frac{\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}}$

- Tìm tất cả các số thực x thỏa mãn $M = x - 4$
- Trong trường hợp các biểu thức M, N và P xác định, rút gọn biểu thức $Q = MN + P$

Câu 2. (3,0 điểm)

a) Giải phương trình $(x^4 + 4x^2 - 5) \left(\frac{x-3+\sqrt{3+x}}{\sqrt{x}-1} \right) = 0$

- b) Cho hai số thực m, n thỏa mãn hai đường thẳng $(d): y = mx + n$ và

$(d_1): y = x + 3m + 2n - mn$ cắt nhau tại điểm $I(3;9)$. Tính giá trị của mn và $\frac{m}{n}$

- c) Cho hình chữ nhật $ABCD$ có chu vi bằng $28(cm)$ và nội tiếp đường tròn (C) có bán kính $R = 5(cm)$. Tính diện tích hình chữ nhật $ABCD$

Câu 3. (2,0 điểm) Gọi $(P), (d)$ lần lượt là các đồ thị của hàm số $y = x^2$ và $y = 2mx + 3$

- Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ với mọi số thực m . Tính $y_1 + y_2$ theo m
- Tìm tất cả các số thực m sao cho $y_1 - 4y_2 = x_1 - 4x_2 + 3x_1x_2$

Câu 4. (1,0 điểm) Một kho hàng nhập gạo (trong kho chưa có gạo) trong 4 ngày liên tiếp và mỗi ngày (kể từ ngày thứ hai) đều nhập một lượng gạo bằng 120% lượng gạo đã nhập vào kho ngày trước đó. Sau đó, từ ngày thứ năm kho ngừng nhập và mỗi ngày kho lại xuất một lượng gạo bằng $\frac{1}{10}$ lượng gạo kho ở ngày trước đó. Hãy tính lượng gạo kho

hàng nhập ngày thứ nhất trong mỗi trường hợp sau :

- Ngày thứ ba, sau khi nhập xong thì trong kho có 91 tấn gạo
- Tổng số gạo đã xuất trong các ngày thứ năm và thứ sáu là 50,996 tấn gạo,

Câu 5. (3,0 điểm) Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (T) có tâm O , có $AB = AC$, và

$\widehat{BAC} > 90^\circ$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AC . Tia MO cắt đường tròn (T) tại điểm D . Đường thẳng BC lần lượt cắt các đường thẳng AO và AD tại các điểm N, P

- Chứng minh rằng tứ giác $OCMN$ nội tiếp và $\widehat{BDC} = 4.\widehat{ODC}$
- Tia phân giác của \widehat{BDP} cắt đường thẳng BC tại điểm E . Đường thẳng ME cắt đường thẳng AB tại điểm F . Chứng minh rằng $CA = CP$ và $ME \perp DB$
- Chứng minh rằng tam giác MNE cân. Tính tỉ số $\frac{DE}{DF}$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

a) Tìm x khi $M = x - 4$

Xét biểu thức $M = \frac{x\sqrt{x} - 8}{3 + (\sqrt{x} + 1)^2}$ (ĐKXĐ: $x \geq 0$)

Ta có:

$$M = \frac{x\sqrt{x} - 8}{3 + (\sqrt{x} + 1)^2} = \frac{(\sqrt{x})^3 - 2^3}{3 + (\sqrt{x} + 1)^2} = \frac{(\sqrt{x} - 2)(x + 2\sqrt{x} + 4)}{3 + x + 2\sqrt{x} + 1}$$

$$= \frac{(\sqrt{x} - 2)(x + 2\sqrt{x} + 4)}{x + 2\sqrt{x} + 4} = \sqrt{x} - 2$$

Khi đó $M = x - 4$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} - 2 = x - 4 = (\sqrt{x})^2 - 2^2 \Leftrightarrow \sqrt{x} - 2 = (\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} - 2 = 0 \\ \sqrt{x} + 1 = 0(VN) \end{cases} \Leftrightarrow x = 4(tm)$$

Vậy $x = 4$ thì $M = x - 4$

b) Tính $Q = M.N + P$

$$\text{ĐKXĐ: } \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 4 \end{cases}$$

Ta có: $M = \sqrt{x} - 2, P = \frac{\sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}}$

$$N = \frac{(\sqrt{x} + 1)^3 - (\sqrt{x} - 1)^3}{(x - 4)(3x + 1)} = \frac{(\sqrt{x} + 1 - \sqrt{x} + 1)[(\sqrt{x} + 1)^2 + (\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1) + (\sqrt{x} - 1)^2]}{(x - 4)(3x + 1)}$$

$$= \frac{2(x + 2\sqrt{x} + 1 + x - 1 + x - 2\sqrt{x} + 1)}{(x - 4)(3x + 1)} = \frac{2(3x + 1)}{(x - 4)(3x + 1)} = \frac{2}{x - 4}$$

$$\Rightarrow Q = M.N + P = (\sqrt{x} - 2) \cdot \frac{2}{x - 4} + \frac{\sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{x} + 2} + \frac{\sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}} = 1$$

Vậy $Q = 1$

Câu 2.

a) Giải phương trình $(x^4 + 4x^2 - 5) \left(\frac{x-3+\sqrt{3+x}}{\sqrt{x}-1} \right) = 0$

ĐKXD: $\begin{cases} 3+x \geq 0 \\ \sqrt{x} \geq 0 \\ \sqrt{x}-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$. Ta có:

$$(x^4 + 4x^2 - 5) \left(\frac{x-3+\sqrt{3+x}}{\sqrt{x}-1} \right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^4 + 4x^2 - 5 = 0 & (1) \\ x-3+\sqrt{3+x} = 0 & (2) \end{cases}$$

Xét phương trình (1): $x^4 + 4x^2 - 5 = 0$

Đặt $t = x^2$ ($t \geq 0$), phương trình (1) trở thành:

$$t^2 + 4t - 5 = 0 \Leftrightarrow t^2 - t + 5t - 5 = 0 \Leftrightarrow t(t-1) + 5(t-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (t-1)(t+5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1(tm) \\ t = -5(ktm) \end{cases} \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1(tm)$$

Xét phương trình (2): $x-3+\sqrt{3+x} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3+x} = 3-x$ với $x \geq 0, x \neq 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3-x \geq 0 \\ 3+x = (3-x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ 3+x = x^2 - 6x + 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x^2 - 7x + 6 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x^2 - x - 6x + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x(x-1) - 6(x-1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ (x-6)(x-1) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x = 6(ktm) \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1(tm)$$

Kết hợp với điều kiện xác định $\Rightarrow x = 1$ không thỏa mãn.

Vậy $S = \{\pm 1\}$

b) Hai đường thẳng $d: y = mx + m$ và $d_1: y = x + 3m + 2n - mn$ cắt nhau tại điểm

$$I(3;9). \text{ Tính } m.n \text{ và } \frac{m}{n}$$

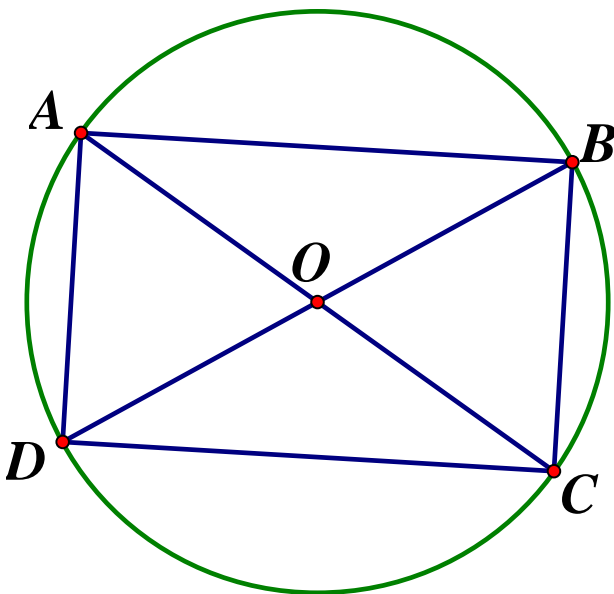
Vì $d \cap d_1 = \{I\}$ nên $\begin{cases} I \in d \\ I \in d_1 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} 9 = 3m + m \\ 9 = 3 + 3m + 2n - mn \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 = 4m \\ 6 = 3m + 2n - mn \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{9}{4} \\ 6 = 3 \cdot \frac{9}{4} + 2n - \frac{3}{4}n \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{9}{4} \\ \frac{5}{4}n = -\frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{9}{4} \\ n = -\frac{3}{5} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } m \cdot n = \frac{9}{4} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{27}{20} \text{ và } \frac{m}{n} = \frac{9}{4} : \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{9}{4} \cdot \left(-\frac{5}{3}\right) = -\frac{15}{4}$$

- c) Hình chữ nhật $ABCD$ có chu vi bằng $28(\text{cm})$ và nội tiếp đường tròn (C) có bán kính $R = 5(\text{cm})$. Tính diện tích tứ giác $ABCD$



Theo bài ra ta có: Hình chữ nhật $ABCD$ có chu vi bằng $28(\text{cm})$ nên có nửa chu vi bằng $14(\text{cm})$. Đặt $AB = x(\text{cm})$. (ĐK: $0 < x < 14$) $\Rightarrow CD = 14 - x(\text{cm})$

Gọi $O = AC \cap BD$, Khi đó O là tâm đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$

Hình chữ nhật $ABCD$ nội tiếp đường tròn có bán kính $R = 5(\text{cm})$

$$\Rightarrow OA = 5(\text{cm}) \Rightarrow AC = 2OA = 10(\text{cm})$$

Áp dụng định lý *Pytago* trong tam giác vuông ABC ta có:

$$AB^2 + BC^2 = AC^2 \Rightarrow x^2 + (14-x)^2 = 10^2 \Leftrightarrow x^2 + x^2 - 28x + 196 = 100$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 28x + 98 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 14x + 48 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x - 8x + 48 = 0 \Leftrightarrow x(x-6) - 8(x-6) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-6)(x-8) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-6=0 \\ x-8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ x=8 \end{cases} (TM)$$

Với $x=6 \Rightarrow AB=6(cm), BC=8(cm) \Rightarrow$ Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là
 $S=6.8=48(cm^2)$

Với $x=8 \Rightarrow AB=8(cm), BC=6(cm) \Rightarrow S_{ABCD}=8.6=48(cm^2)$

Vậy diện tích hình chữ nhật $ABCD$ bằng $48cm^2$

Câu 3.

Gọi $(P), (d)$ lần lượt là đồ thị của các hàm số $y=x^2$ và $y=2mx+3$

a) Chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$ và tính $y_1 + y_2$ theo m

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị (P) và (d) ta có:

$$x^2 = 2mx + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2mx - 3 = 0(*)$$

Phương trình $(*)$ có $\Delta' = m^2 + 3 > 0 (\forall m) \Rightarrow$ Phương trình $(*)$ luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m

Hay với mọi m thì đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$

$$\text{Ta có } A, B \in (d) \text{ nên: } \begin{cases} y_1 = 2mx_1 + 3 \\ y_2 = 2mx_2 + 3 \end{cases}$$

Áp dụng hệ thức Viet vào phương trình $(*)$ ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = -3 \end{cases}$. Khi đó ta có:

$$\begin{aligned} y_1 + y_2 &= 2mx_1 + 3 + 2mx_2 + 3 = 2m(x_1 + x_2) + 6 \\ &= 2m \cdot 2m + 6 = 4m^2 + 6 \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } y_1 + y_2 = 4m^2 + 6$$

b) Tìm m sao cho $y_1 - 4y_2 = x_1 - 4x_2 + 3x_1x_2$

Với mọi m thì đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; 2mx_1 + 3)$ và

$$B(x_2; 2mx_2 + 3). \text{ Áp dụng hệ thức Vi - et ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m & (1) \\ x_1 x_2 = -3 & (2) \end{cases}$$

Theo đề bài ta có:

$$\begin{aligned}
 y_1 - 4y_2 = x_1 - 4x_2 + 3x_1x_2 &\Leftrightarrow 2mx_1 + 3 - 4(2mx_2 + 3) = x_1 - 4x_2 + 3 \cdot (-3) \\
 &\Leftrightarrow 2mx_1 + 3 - 8mx_2 - 12 = x_1 - 4x_2 - 9 \Leftrightarrow 2mx_1 - x_1 - 8mx_2 + 4x_2 = 0 \\
 &\Leftrightarrow (2m-1)(x_1 - 4x_2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2m-1=0 \\ x_1-4x_2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=\frac{1}{2} \\ x_1=4x_2 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Với $x_1 = 4x_2$, thay vào (2) ta có: $4x_2^2 = -3 \Rightarrow$ Phương trình vô nghiệm

Vậy $m = \frac{1}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

Câu 4.

a) Ngày thứ ba nhập xong thì có trong kho 91 tấn gạo

Gọi lượng gạo trong kho hàng nhập ngày thứ nhất là x (tấn) (ĐK: $x > 0$)

Lượng gạo kho hàng nhập ngày thứ hai là: $x \cdot 120\% = 1,2x$ (tấn)

Lượng gạo kho hàng nhập ngày thứ ba là: $1,2x \cdot 120\% = 1,44x$ (tấn)

Sau ngày thứ ba, lượng gạo có trong kho là: $x + 1,2x + 1,44x = 3,64x$ (tấn)

Vì ngày thứ ba, sau khi nhập xong thì trong kho có 91 tấn nên ta có phương trình:

$$3,64x = 91 \Leftrightarrow x = \frac{91}{3,64} = 25 \text{ (tấn) (thỏa mãn)}$$

Vậy nếu ngày thứ 3, sau khi nhập xong, trong kho có 91 tấn gạo thì lượng gạo kho hàng nhập ngày thứ nhất là 25 tấn.

b) Tổng số gạo đã xuất trong các ngày thứ 5, thứ 6 là 50,966 tấn

Lượng gạo kho hàng nhập ngày thứ tư là $1,44x \cdot 120\% = 1,728x$ (tấn)

Sau ngày thứ tư, lượng gạo có trong kho là: $x + 1,2x + 1,44x + 1,728x = 5,368x$ (tấn)

Từ ngày thứ 5 kho ngừng nhập và mỗi ngày kho lại xuất một lượng gạo bằng $\frac{1}{10}$ lượng gạo trong kho ở ngày trước đó nên:

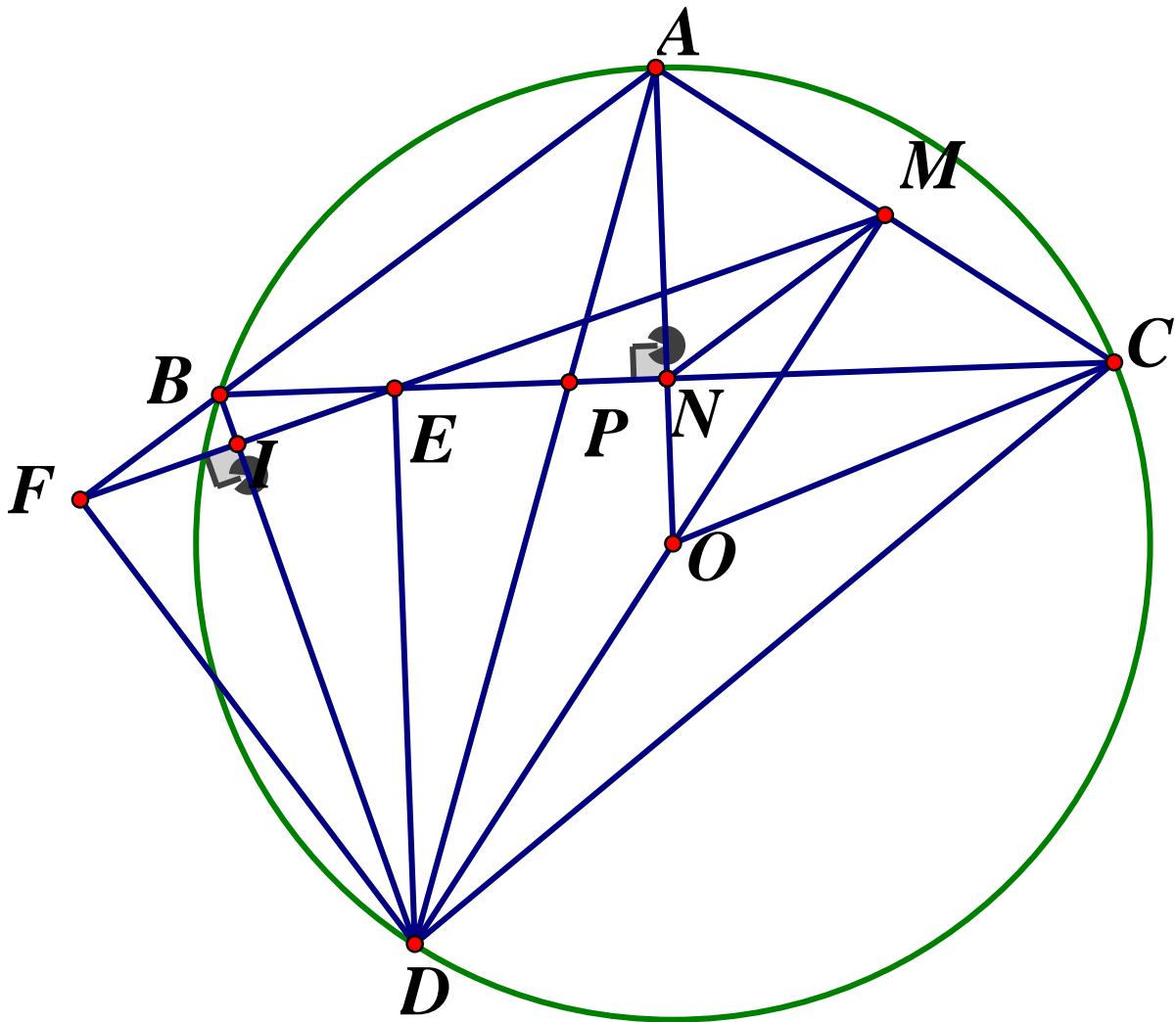
$$\text{Số gạo xuất trong ngày thứ 5 là: } \frac{1}{10} \cdot 5,368x = 0,5368x \text{ (tấn)}$$

$$\text{Số gạo còn lại sau ngày thứ 5 là: } 5,368x - 0,5368x = 4,8312x \text{ (tấn)}$$

$$\text{Số gạo xuất trong ngày thứ 6 là: } \frac{1}{10} \cdot 4,8312x = 0,48312x \text{ (tấn)}$$

Vì tổng số gạo đã xuất trong các ngày thứ 5, thứ 6 là 50,996 tấn nên ta có phương trình: $0,5368x + 0,48312x = 50,966 \Leftrightarrow 1,01992x = 50,966 \Leftrightarrow x = 50$ (tấn)

Vậy nếu tổng số gạo đã xuất trong các ngày thứ 5, thứ 6 là 50,996 tấn thì lượng gạo kho hàng nhập ngày thứ nhất là 50 tấn.



a) Chứng minh $OCMN$ là tứ giác nội tiếp và $\widehat{BDC} = 4\widehat{ODC}$

*) Ta có : $AB = AC(gt) \Rightarrow A$ thuộc đường trung trực của BC

$OB = OC$ (cùng bằng bán kính) $\Rightarrow O$ thuộc trung trực của BC

Khi đó ta có OA là trung trực của $BC \Rightarrow OA \perp BC \Rightarrow \widehat{ONC} = 90^\circ$

Vì M là trung điểm của AC (gt) nên $OM \perp AC$ (quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây cung) $\Rightarrow \widehat{ONC} = 90^\circ$

Xét tứ giác $OCMN$ có $\widehat{ONC} = \widehat{OMC} = 90^\circ$ (cmt), suy ra $OCMN$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có 2 đỉnh kề một cạnh cùng nhìn cạnh đối dưới các góc bằng nhau)

*) Xét $\triangle ACD$ có $DM \perp AC$ ($do OM \perp AC$) $\Rightarrow DM$ là đường cao đồng thời là đường trung tuyến suy ra $\triangle ACD$ cân tại D nên DM cũng là đường phân giác của \widehat{ADC}
 $\Rightarrow \widehat{ADC} = 2\widehat{ODC}$ (1)

Ta có : $AB = AC(gt)$ nên $\widehat{AB} = \widehat{AC}$ (trong một đường tròn hai dây bằng nhau căng hai cung bằng nhau) $\Rightarrow \widehat{ADB} = \widehat{ADC}$ (trong 1 đường tròn, hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau thì bằng nhau)

$$\Rightarrow AD \text{ là phân giác của } \widehat{BDC} \Rightarrow \widehat{BDC} = 2\widehat{ADC} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{BDC} = 4.\widehat{ODC}$ (dpcm)

b) Phân giác góc \widehat{BDP} cắt BC tại E, ME cắt AB tại F. Chứng minh $CA = CP$ và ME vuông góc với DB

Ta có : $\widehat{AB} = \widehat{AC}$ (cmt)

$$\Rightarrow \widehat{AB} + \widehat{BD} = \widehat{AC} + \widehat{BD}$$

$$\Rightarrow \widehat{AD} = \widehat{AC} + \widehat{BD}$$

$$\Rightarrow \widehat{CD} = \widehat{AC} + \widehat{BD}$$

$$\left(\text{do } AD = CD \Rightarrow \widehat{AD} = \widehat{CD} \right)$$

Lại có : $\widehat{DAC} = \frac{1}{2}\widehat{CD}$ (góc nội tiếp chắn cung CD)

$$\widehat{APC} = \frac{1}{2}(\widehat{AC} + \widehat{BD}) \text{ (góc có đỉnh nằm phía trong đường tròn chắn cung } AC, BD)$$

$$\Rightarrow \widehat{DAC} = \widehat{APC} \quad \text{hay } \widehat{PAC} = \widehat{APC}$$

Suy ra $\triangle ACP$ cân tại C (tam giác có hai góc bằng nhau) $\Rightarrow CA = CP$ (dpcm)

Ta có : $\widehat{APC} = \widehat{DPB}$ (hai góc đối đỉnh)

$$\widehat{PAC} = \widehat{DBP} \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung } CD)$$

Mà $\widehat{APC} = \widehat{PAC}$ (do tam giác ACP cân tại C) (cmt)

$$\Rightarrow \widehat{DPB} = \widehat{DBP} \Rightarrow \triangle BDP \text{ cân tại D, do đó phân giác } DE \text{ đồng thời là đường cao nên } DE \perp BC$$

Xét tứ giác $CDEM$ có $\widehat{CED} = \widehat{CMD} = 90^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $CDEM$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có 2 đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh đối diện dưới các góc bằng nhau)

$$\Rightarrow \widehat{MEC} = \widehat{MDC} = \widehat{ADM} \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung } MC)$$

Mà $\widehat{MEC} = \widehat{BEF}$ (đối đỉnh) $\Rightarrow \widehat{BEF} = \widehat{ADM}$ (3)

Ta có : $\widehat{ADM} + \widehat{DAM} = 90^\circ$ (do tam giác ADM vuông tại M)

$$\widehat{ADE} + \widehat{DPE} = 90^\circ \text{ (do tam giác } DEP \text{ vuông tại D)}$$

Mà $\widehat{DAM} = \widehat{APC} = \widehat{DPE}$ nên $\widehat{ADM} = \widehat{ADE} = \widehat{EDB}$ (4)

Từ (3) và (4) $\Rightarrow \widehat{BEF} = \widehat{EDB}$

Gọi $EF \cap BD = \{I\}$. Ta có: $\widehat{DEI} + \widehat{EDB} = \widehat{DEI} + \widehat{BEF} = \widehat{DEB} = 90^\circ$

$\Rightarrow \triangle DEI$ vuông tại $I \Rightarrow DI \perp IE$ hay $ME \perp DB$ (dpcm)

c) Chứng minh tam giác MNE cân. Tính $\frac{DE}{DF}$

Ta có: $\widehat{DBA} = \frac{1}{2}sd \widehat{AD}$ lớn $= \frac{1}{2}(sd \widehat{CD} + sd \widehat{AC}) = \frac{1}{2}(sd \widehat{CD} + sd \widehat{AB}) = \widehat{CPD}$ (góc có

đỉnh ở bên trong đường tròn) $\Rightarrow 180^\circ - \widehat{DBA} = 180^\circ - \widehat{CPD}$

$\Rightarrow \widehat{DBF} = \widehat{DPE} = \widehat{BDE} \Rightarrow BD$ là tia phân giác của \widehat{EBF} (*)

$\Rightarrow \triangle BEF$ cân tại B (phân giác BI đồng thời là đường cao)

$\Rightarrow \widehat{BEF} = \widehat{BFE}$ (5) (góc ở đáy tam giác cân)

Ta có: $\widehat{ANM} = \widehat{ACO}$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp $OCMN$) mà $\widehat{ACO} = \widehat{OAC} = \widehat{OAB}$ nên $\widehat{ANM} = \widehat{OAB}$, hai góc này lại ở vị trí so le trong

$\Rightarrow MN \parallel AF \Rightarrow \widehat{NME} = \widehat{BFE}$ (hai góc so le trong) (6)

Từ (5) và (6) suy ra $\widehat{BEF} = \widehat{NME} = \widehat{NEM}$

Suy ra $\triangle MNE$ cân tại N (dpcm)

Vì $\triangle BEF$ cân tại B (cmt) nên $BE = BF$

Xét $\triangle BDE$ và $\triangle BDF$ có: $BE = BF$ (cmt); BD chung; $\widehat{EBD} = \widehat{FBD}$ (theo (*))

$\Rightarrow \triangle BDE = \triangle BDF$ (c.g.c) $\Rightarrow DE = DF$ (hai cạnh tương ứng)

Vậy $\frac{DE}{DF} = 1$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH HÒA BÌNH

ĐỀ CHÍNH THỨC
Đề số 30

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 YHPT
NĂM HỌC 2020 – 2021
ĐỀ THI MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút

Câu I. (2,0 điểm)

1) Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = \sqrt{16} + 5$

b) $B = \sqrt{8} - \sqrt{2}$

2) Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x-3} = 2$

b) $x^2 - 4 = 0$

Câu II. (2,0 điểm)

1) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $(d_1): y = (m-1)x + 2$ và $(d_2): y = x - 3$. Tìm m để hai đường thẳng đã cho song song với nhau.

2) Cho phương trình: $x^2 + 4x + 2m + 1 = 0$ (m là tham số)

a) Giải phương trình với $m = 1$

b) Tìm m để phương trình có nghiệm kép

Câu III. (2,0 điểm)

1) Cho tam giác ABC vuông tại A , có $AB = 6\text{cm}$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Tính chu vi tam giác ABC

2) Một chiếc ti vi giảm giá hai lần, mỗi lần giảm giá 10% so với giá đang bán, sau khi giảm giá 2 lần thì giá còn lại là 16200000 đồng. Hỏi giá ban đầu của chiếc ti vi là bao nhiêu?

Câu IV. (2,0 điểm) Cho tam giác nhọn ABC ($AB \neq AC$) có các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H

1) Chứng minh rằng: Tứ giác $AEHF$ là tứ giác nội tiếp

2) Chứng minh rằng $\widehat{ADE} = \widehat{ADF}$

3) Chứng minh rằng: Đường tròn ngoại tiếp tam giác EDF đi qua trung điểm M của cạnh BC

Câu V. (2,0 điểm)

1) Tìm các số thực x, y, z thỏa mãn: $x^2 + y^2 + 4z^2 - 4x - 2y + 4z + 6 = 0$

2) Cho các số thực x, y thỏa mãn $x > 2y$ và $xy = 3$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{x^2 + 4y^2 - 11}{x - 2y}$

ĐÁP ÁN

Câu I.

1) a) $A = \sqrt{16} + 5 = 4 + 5 = 9$

b) $B = \sqrt{8} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$

2) a) $\sqrt{x-3} = 2 (x \geq 3) \Leftrightarrow x-3=4 \Leftrightarrow x=7(tm) \quad S = \{7\}$

b) $x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x+2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-2 \end{cases} \quad S = \{\pm 2\}$

Câu II.

1) Tìm m....

Hai đường thẳng $(d_1): y = (m-1)x + 2$ và $(d_2): y = x - 3$ song song với nhau khi và chỉ

$$\text{khi} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1=1 \\ 2 \neq -3(\text{luôn đúng}) \end{cases} \Leftrightarrow m=2$$

Vậy với $m=2$ thì $(d_1) // (d_2)$

2) a) Giải phương trình với $m=1$

Với $m=1$, phương trình thành: $x^2 + 4x + 3$ có dạng $a - b + c = 0$ nên có hai nghiệm

$$\begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -3 \end{cases}. \text{ Vậy } x \in \{-1; -3\} \text{ khi } m=1$$

b) Tìm m để phương trình có nghiệm kép

Phương trình $x^2 + 4x + 2m + 1 = 0$ có nghiệm kép

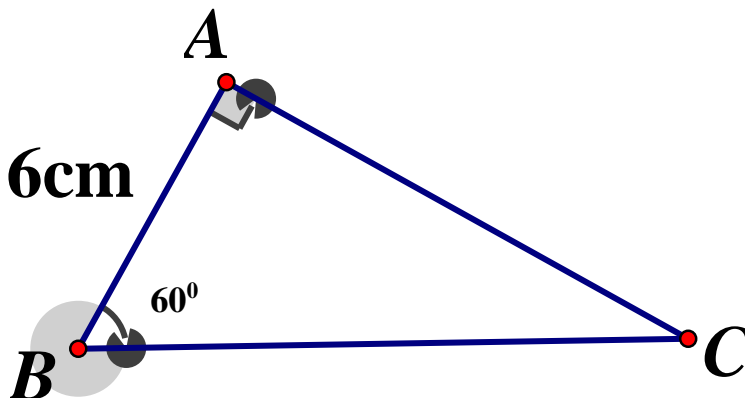
$$\Leftrightarrow \Delta' = 0$$

$$\Leftrightarrow 2^2 - (2m+1) = 0 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$$

Vậy với $m = \frac{3}{2}$ thì phương trình có nghiệm kép

Câu III.

1) Tính chu vi tam giác ABC



Xét tam giác vuông ABC ta có:

$$\tan 60^\circ = \frac{AC}{AB} \Rightarrow AC = AB \cdot \tan 60^\circ = 6\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\cos 60^\circ = \frac{AB}{BC} \Rightarrow BC = \frac{AB}{\cos 60^\circ} = \frac{6}{1/2} = 12(\text{cm})$$

$$\text{Vậy chu vi tam giác } ABC = AB + AC + BC = 6 + 6\sqrt{3} + 12 = 18 + 6\sqrt{3}(\text{cm})$$

2) Giá tiền ban đầu của ti vi

Gọi giá ban đầu của chiếc ti vi là x (đồng) ($x > 0$)

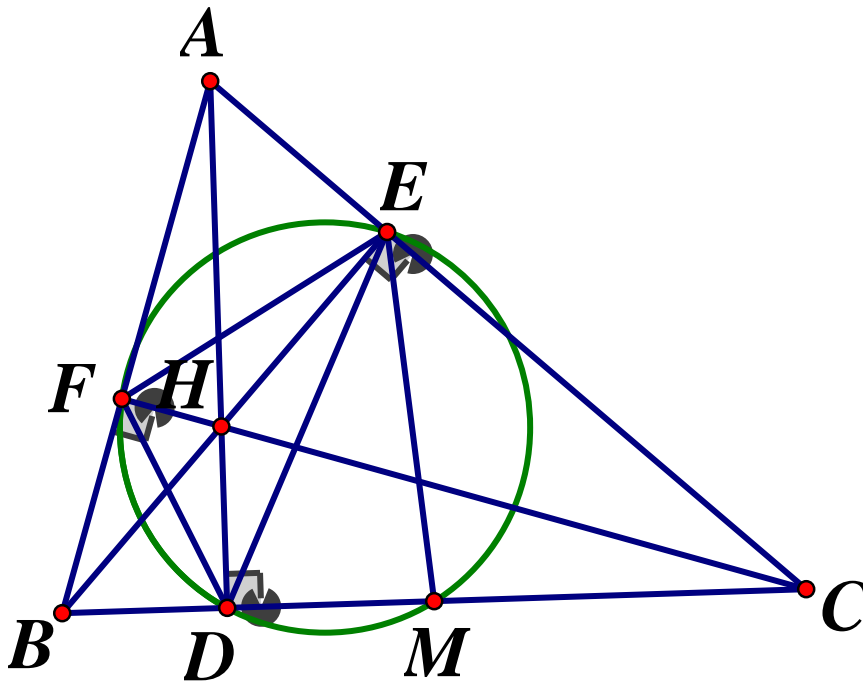
Giá của chiếc ti vi sau 2 lần giảm giá là: $x \cdot 90\% \cdot 90\% = 0,81x$

Vì sau khi giảm giá, giá còn lại là 16 200 000 đồng nên ta có phương trình:

$$0,81x = 16\,200\,000 \Leftrightarrow x = 20\,000\,000(\text{tm})$$

Vậy giá ban đầu của chiếc ti vi là 20 000 000 đồng.

Câu IV.



1) Chứng minh tứ giác AEHF nội tiếp

$$\text{Xét tứ giác } AEHF \text{ có: } \begin{cases} BE \perp AC \\ CF \perp AB \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \widehat{AEH} = 90^\circ \\ \widehat{AFH} = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \widehat{AEH} + \widehat{AFH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

$\Rightarrow AEHF$ là tứ giác nội tiếp

2) Chứng minh $\widehat{ADE} = \widehat{ADF}$

$$\text{Xét tứ giác } BDHF \text{ có: } \begin{cases} AD \perp BC \\ CF \perp AB \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \angle BDH = 90^\circ \\ \angle BFH = 90^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \widehat{BDH} + \widehat{BFH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

$\Rightarrow BDHF$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{HDF} = \widehat{HBF}$ (cùng chắn cung HF)

$$\Rightarrow \angle ADF = \angle ABE \quad (1)$$

Tương tự xét tứ giác $CDHE$ có: $\begin{cases} AD \perp BC \\ BE \perp AC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \widehat{HDC} = 90^\circ \\ \widehat{HEC} = 90^\circ \end{cases}$

$$\Rightarrow \widehat{HDC} + \widehat{HEC} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

$\Rightarrow CDHE$ là tứ giác nội tiếp $\Leftrightarrow \widehat{HDE} = \widehat{HCE}$ (cùng chắn \widehat{HE})

$$\Rightarrow \widehat{ADE} = \widehat{ACF} \quad (2)$$

Ta lại có:

$$\widehat{ABE} + \widehat{BAC} = 90^\circ \text{ (do } \triangle ABE \text{ vuông tại E)}$$

$$\widehat{ACF} + \widehat{BAC} = 90^\circ \text{ (do } \triangle ACF \text{ vuông tại F)}$$

$$\Rightarrow \widehat{ABE} = \widehat{ACF} \text{ (cùng phụ với } \widehat{BAC}) \quad (3)$$

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow \angle ADE = \angle ADF$ (dpcm)

3) Chứng minh đường tròn ngoại tiếp $\triangle EDF$ đi qua trung điểm M của cạnh BC

Gọi M là trung điểm của BC , ta sẽ chứng minh tứ giác $DMEF$ nội tiếp

Xét tam giác BEC vuông tại E có trung tuyến EM ứng với cạnh huyền BC

$$\Rightarrow ME = \frac{1}{2}BC = MB = MC \text{ (định lý đường trung tuyến trong tam giác vuông)}$$

$$\Rightarrow \triangle MBE \text{ cân tại M} \Rightarrow \widehat{MBE} = \widehat{MEB}$$

$$\Rightarrow \angle EMC = \angle MEB + \angle MBE \Rightarrow 2\angle MBE = 2\angle DBH (*) \text{ (góc ngoài của tam giác)}$$

Vì $BDHF$ là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \widehat{DBH} = \widehat{DFH}$ (cùng chắn \widehat{DH}) (5)

Vì $AEHF$ là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \widehat{HFE} = \widehat{HAE}$ (3) (cùng chắn \widehat{HE})

Mà $\widehat{DBH} + \widehat{ACB} = 90^\circ$ ($\triangle BCE$ vuông tại E)

$$\widehat{HAE} + \widehat{ACB} = 90^\circ \text{ (do } \triangle ACD \text{ vuông tại D)}$$

$$\Rightarrow \widehat{DBH} = \widehat{HAE} \quad (4) \text{ (cùng phụ với } \angle ACB) \quad (4)$$

Từ (3) và (4) $\Rightarrow \widehat{HFE} = \widehat{DBH}$ (6)

Từ (5) và (6) $\Rightarrow \widehat{DFE} = \widehat{DFH} + \widehat{HFE} = \widehat{DBH} + \widehat{DBH} = 2\widehat{DBH}$ (2*)

Từ (*) và (2*) $\Rightarrow \widehat{EMC} = \widehat{DFE}$

$\Rightarrow DMEF$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có góc ngoài bằng góc trong tại đỉnh đối diện)

Vậy đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF đi qua trung điểm M của BC (dpcm)

Câu V.

1) Tìm x, y, z

Theo bài ra ta có:

$$x^2 + y^2 + 4z^2 - 4x - 2y + 4z + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 4x + 4) + (y^2 - 2y + 1) + (4z^2 + 4z + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-1)^2 + (2z+1)^2 = 0$$

$$\text{Vì } \begin{cases} (x-2)^2 \geq 0 \forall x \\ (y-1)^2 \geq 0 \forall y \\ (2z+1)^2 \geq 0 \forall z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ y-1=0 \\ 2z+1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ z=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

2) Tìm GTNN của P

Ta có:

$$P = \frac{x^2 + 4y^2 - 11}{x - 2y} = \frac{x^2 + 4y^2 - 12 + 1}{x - 2y} = \frac{x^2 - 4xy + 4y^2 + 1}{x - 2y}$$

$$= \frac{(x-2y)^2 + 1}{x-2y} = x - 2y + \frac{1}{x-2y} \stackrel{BDT \text{ Cosi}}{\geq} 2\sqrt{(x-2y) \cdot \frac{1}{x-2y}} = 2$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = \frac{1}{x - 2y} \\ xy = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \\ x = -2 \\ y = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } P_{\min} = 2 \Leftrightarrow (x; y) = \left\{ (3; 1); \left(-2; -\frac{3}{2}\right) \right\}$$

ĐỀ CHÍNH THỨC
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÒA BÌNH

Đề số 30b

TRƯỜNG THPT CHUYÊN HOÀNG VĂN THỤ
NĂM HỌC 2020-2021
ĐỀ THI MÔN TOÁN
(DÀNH CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH)

Ngày thi: 12 tháng 7 năm 2020

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu I. (3,0 điểm)

1) Tìm điều kiện xác định của biểu thức sau :

$$a) A = \frac{5}{3x-6}$$

$$b) B = \sqrt{2x-8}$$

2) Rút gọn các biểu thức sau :

$$a) A = \sqrt{4} + \sqrt{\frac{1}{16}}$$

$$b) B = \frac{1}{\sqrt{3}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}-1}$$

3) Tìm a để đường thẳng $(d): y = ax + 4$ đi qua điểm $M(2; -1)$

Câu II. (2,0 điểm)

1) Cho phương trình : $x^2 - 6x - 2m + 3 = 0$

Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 20$

2) Theo kế hoạch hai tổ sản xuất 800 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do cải tiến kỹ thuật nên tổ I đã vượt mức 15% và tổ hai đã vượt mức 20%, vì vậy trong thời gian quy định họ đã hoàn thành vượt mức 145 sản phẩm. Hỏi số sản phẩm được giao của mỗi tổ theo kế hoạch ?

Câu III. (3,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O và dây AB cố định, gọi M là điểm chính giữa của cung AB và N là một điểm bất kỳ trên dây AB (N khác A , N khác B). Tia MN cắt đường tròn (O) tại E .

1) Chứng minh rằng : Tam giác MNA đồng dạng với tam giác MAE

2) Chứng minh rằng: $MB \cdot BE = BN \cdot ME$

3) Chứng minh rằng: BM là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BNE

4) Chứng minh rằng : Khi N di động trên AB thì tổng bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác BNE và đường tròn ngoại tiếp tam giác ANE không đổi

Câu IV. (2,0 điểm)

1) Giải phương trình: $2x + 2\sqrt{x^2 + 5x} + \sqrt{x+5} + \sqrt{x} = 25$

2) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{3x^2 - 4x + 8}{x^2 + 2}$

ĐÁP ÁN

Câu I.

$$1) a) A = \frac{5}{3x-6} \text{ xác định } \Leftrightarrow 3x-6 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$$

$$b) B = \sqrt{2x-8} \text{ xác định } \Leftrightarrow 2x-8 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 4$$

2) Rút gọn :

$$a) A = \sqrt{4} + \sqrt{\frac{1}{16}} = 2 + \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$

$$b) B = \frac{1}{\sqrt{3}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}-1} = \frac{\sqrt{3}-1+\sqrt{3}+1}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$3) (d) y = ax + 4 \text{ đi qua } M(2; -1) \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$\text{Thay vào ta có: } 2a + 4 = -1 \Leftrightarrow 2a = -5 \Leftrightarrow a = -\frac{5}{2}$$

Câu II.

$$1) x^2 - 6x - 2m + 3 = 0 \quad (*)$$

$$\Delta' = (-3)^2 - 1 \cdot (-2m + 3) = 9 + 2m - 3 = 2m + 6$$

$$\text{Để phương trình } (*) \text{ có nghiệm } \Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 2m + 6 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -3$$

$$\text{Áp dụng hệ thức Vi-et ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1 x_2 = 3 - 2m \end{cases}. \text{ Ta có:}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = 20 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 20$$

$$\text{hay } 6^2 - 2 \cdot (3 - 2m) = 20 \Leftrightarrow 4m = -10 \Leftrightarrow m = -\frac{5}{2} (tm)$$

$$\text{Vậy } m = -\frac{5}{2} \text{ thì } x_1^2 + x_2^2 = 20$$

2) Gọi x (sản phẩm) là số sản phẩm của tổ I ($x \in \mathbb{N}^*, x < 800$)

y (sản phẩm) là số sản phẩm của tổ II ($y \in \mathbb{N}^*, y < 800$)

$$\text{Theo đề theo kế hoạch cả 2 tổ làm được 800 sản phẩm } \Rightarrow x + y = 800 \quad (1)$$

Thực tế tổ I vượt 15%, tổ II vượt 20% thì được $800 + 145 = 945$ (sản phẩm)

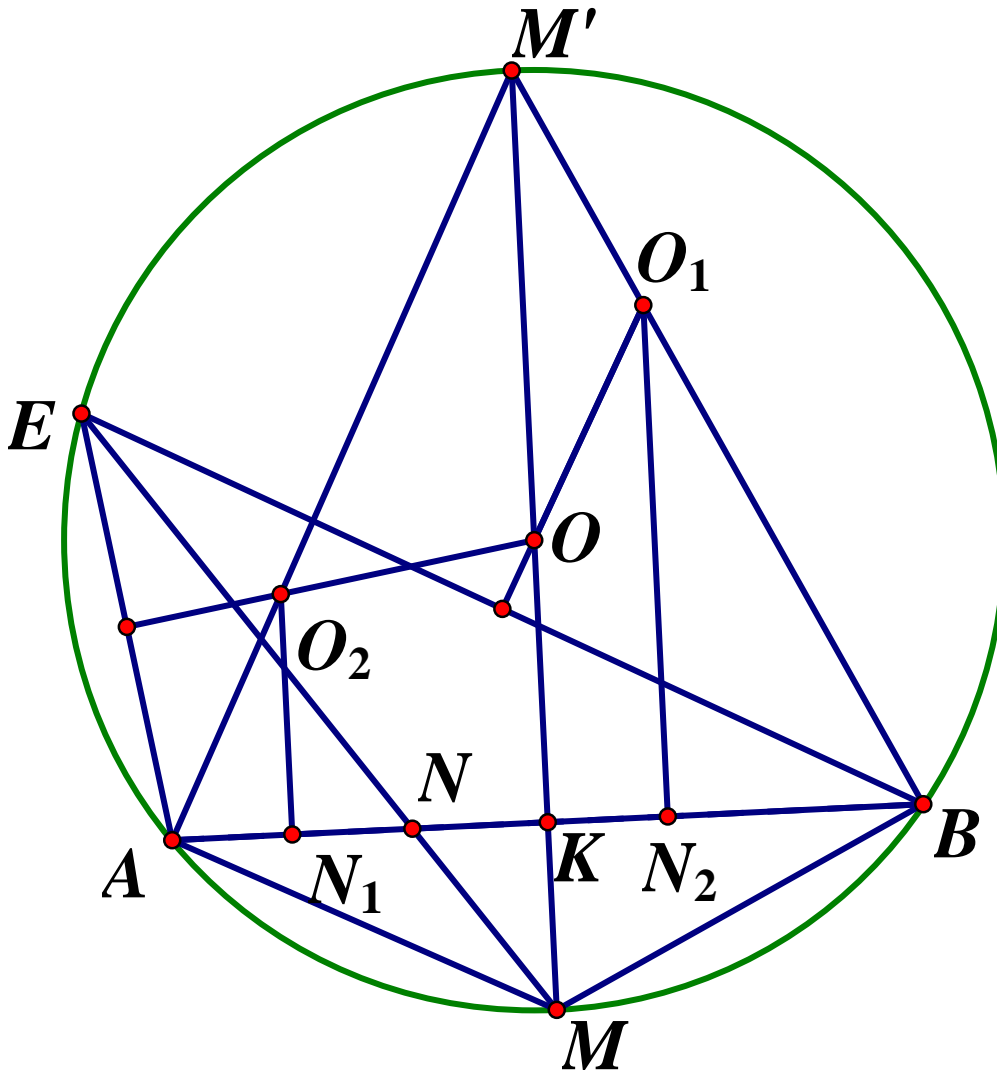
$$\Rightarrow 1,15x + 1,2y = 945 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: } \begin{cases} x + y = 800 \\ 1,15x + 1,2y = 945 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được: $\begin{cases} x = 300 \\ y = 500 \end{cases} (tm)$

Vậy tổ I: 300 sản phẩm, tổ II: 500 sản phẩm.

Câu III.



- 1) Vì M là điểm chính giữa $\widehat{AB} \Rightarrow sd \widehat{AM} = sd \widehat{MB} \Rightarrow \widehat{MAB} = \widehat{AEM}$ (góc nội tiếp cùng chắn hai cung bằng nhau)

Xét $\triangle MNA$ và $\triangle MEA$ có: \widehat{M} chung; $\widehat{MAN} = \widehat{MEA}$ (cmt)

$\Rightarrow \triangle MNA \sim \triangle MAE$ (g.g)

2) Xét $\triangle BME$ và $\triangle NMB$ có:

\widehat{M} chung; $\widehat{ABM} = \widehat{MEA}$ (cùng chắn hai cung $\widehat{AM} = \widehat{MB}$)

$\Rightarrow \triangle BME \sim \triangle NMB$ (g - g) $\Rightarrow \frac{ME}{BE} = \frac{MB}{BN}$ (hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)

$$\Rightarrow MB \cdot BE = ME \cdot BN \text{ (đpcm)}$$

3) Ta có: $\widehat{MBA} = \widehat{MEB}$ (chứng minh câu 2)

Mà xét đường tròn ngoại tiếp $\triangle ENB$ thì \widehat{MEB} là góc nội tiếp $\Rightarrow \widehat{MBA}$ là góc tạo bởi tiếp tuyến – dây cung $\Rightarrow MB$ là tiếp tuyến đường tròn ngoại tiếp $\triangle BNE$

4) Vẽ đường kính MM' cắt AB tại K

Áp dụng định lý Ta let và tam giác đồng dạng ta có:

$$\frac{AO_2}{AN_1} = \frac{AM'}{AK}; \frac{BO_1}{BN_2} = \frac{M'B}{BK} \text{ mà } AK = BK \text{ (tính chất đường kính – dây cung)}$$

$$AM' = BM' \text{ (} MM' \text{ là đường kính, M chính giữa)}$$

$$\Rightarrow \frac{AO_2}{AN_1} = \frac{BO_1}{BN_2} = \frac{AO_2 + BO_1}{AN_1 + BN_2} = \frac{AM'}{AK} \Rightarrow AO_2 + BO_1 = AK \text{ (không đổi)}$$

Câu IV.

$$1) 2x + 2\sqrt{x^2 + 5x} + \sqrt{x+5} + \sqrt{x} = 25 \text{ (} x \geq 0 \text{)}$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x}, u = \sqrt{x+5} \begin{cases} t \geq 0 \\ u > 0 \end{cases} \Rightarrow u^2 - t^2 = 5$$

$$\text{Phương trình đề} \Leftrightarrow 2t^2 + 2tu + t + u = 25 \Leftrightarrow (2t+1)(t+u) = 25$$

$$\text{Ta có hệ: } \begin{cases} (2t+1)(t+u) = 25 \\ (t+u)(u-t) = 5 \end{cases}$$

Vì $t \geq 0, u > 0 \Rightarrow t+u > 0$, chia hai vế của hệ phương trình cho $t+u$ ta được:

$$\frac{u-t}{2t+1} = \frac{1}{5} \Rightarrow 5u - 5t = 2t + 1 \Rightarrow 7t = 5u - 1$$

$$\Rightarrow 7\sqrt{x} = 5\sqrt{x+5} - 1 \Leftrightarrow 7\sqrt{x} + 1 = 5\sqrt{x+5}$$

Bình phương 2 vế ta có:

$$25(x+5) = 49x + 14\sqrt{x} + 1$$

$$\Leftrightarrow 24x + 14\sqrt{x} - 124 = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = 4 \text{ (tm)}$$

Vậy $x = 4$

$$2) P = \frac{3x^2 - 4x + 8}{x^2 + 2} \Leftrightarrow (x^2 + 2)P = 3x^2 - 4x + 8$$

$$\Leftrightarrow Px^2 + 2P = 3x^2 - 4x + 8 \Leftrightarrow (P-3)x^2 + 4x + 2P - 8 = 0$$

$$\text{Xét } P = 3 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$\text{Xét } P \neq 3 \Rightarrow \Delta' = 2^2 - (P-3)(2P-8) = 4 - 2P^2 + 14P - 24$$

Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0$

$$\Leftrightarrow -2P^2 + 14P - 20 \geq 0 \Leftrightarrow 2 \leq P \leq 5$$

$$\Rightarrow P_{\min} = 2 \Leftrightarrow x = 2; \quad P_{\max} = 5 \Leftrightarrow x = -1$$

SỞ GD&ĐT HÒA BÌNH

ĐỀ CHÍNH THỨC

Đề 30c

KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN HOÀNG VĂN THỤ

NĂM HỌC 2020-2021

ĐỀ THI MÔN TOÁN

(Dành cho chuyên Tin)

Ngày thi: 12 tháng 7 năm 2020

Thời gian làm bài : 150 phút (không kể giao đề)

Câu I (2,0 điểm)

- 1) Phân tích đa thức thành nhân tử: $A = 2x^2 + 5x + 2$
- 2) Giải phương trình: $|4x + 1| = 3$
- 3) Rút gọn biểu thức: $B = \sqrt{6 + 2\sqrt{5}} + \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$
- 4) Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $(d): y = 4x - 3$ và Parabol $(P): y = x^2$

Câu II. (2,0 điểm)

- 1) Giải phương trình: $\frac{1}{\sqrt{x-5}} - \frac{1}{\sqrt{x+5}} = 10$
- 2) Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + m^2 = 0$ (m là tham số). Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $(2x_1 + 1)(2x_2 + 1) = 13$

Câu III. (2,0 điểm)

- 1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - 2\sqrt{y-1} = -4 \\ 3\sqrt{x+2} + y = 16 \end{cases}$$
- 2) Một tam giác vuông có cạnh huyền dài 10cm . Hai cạnh góc vuông hơn kém nhau 2cm . Tính độ dài hai cạnh góc vuông.

Câu IV. (2,0 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$ và dây cung $BC < 2R$. Gọi A là điểm chính giữa của cung nhỏ BC , M là điểm tùy ý trên cung lớn BC ($CM \geq BM > 0$). Qua C kẻ tiếp tuyến d tới (O) . Đường thẳng AM cắt d và BC lần lượt tại Q và N . Các đường thẳng MB và AC cắt nhau tại P .

- 1) Chứng minh: $PQCM$ là tứ giác nội tiếp
- 2) Chứng minh rằng: PQ song song với BC
- 3) Tiếp tuyến tại A của (O) cắt d tại E . Chứng minh rằng: $\frac{1}{CN} + \frac{1}{CQ} = \frac{1}{CE}$
- 4) Xác định vị trí của M sao cho bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle MBN$ lớn nhất

Câu V. (2,0 điểm)

- 1) Tìm các số thực x, y thỏa mãn $2x + y^2 - 2y\sqrt{x} - 3(2\sqrt{x} - 3) = 0$
- 2) Cho hai số x, y thỏa mãn $(x + \sqrt{x^2 + 2020})(y + \sqrt{y^2 + 2020}) = 2020$

Tính giá trị của $S = x + y$

ĐÁP ÁN

Câu I.

$$1) A = 2x^2 + 5x + 2 = 2x^2 + 4x + x + 2 = 2x(x+2) + (x+2) = (x+2)(2x+1)$$

$$2) |4x+1| = 3$$

$$*) |4x+1| = 4x+1 \text{ khi } x \geq \frac{-1}{4} \qquad *) |4x+1| = -4x-1 \text{ khi } x < \frac{-1}{4}$$

$$+) x \geq \frac{-1}{4} \Rightarrow 4x+1=3 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} (tm)$$

$$+) x < \frac{-1}{4} \Leftrightarrow -4x-1=3 \Leftrightarrow x = -1 (tm)$$

$$\text{Vậy } S = \left\{ \frac{1}{2}; -1 \right\}$$

$$3) B = \sqrt{6+2\sqrt{5}} + \sqrt{6-2\sqrt{5}} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}\cdot 1 + 1^2} + \sqrt{(\sqrt{5})^2 - 2\sqrt{5}\cdot 1 + 1^2}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{5}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{5}-1)^2} = \sqrt{5}+1 + |\sqrt{5}-1| = \sqrt{5}+1 + \sqrt{5}-1 = 2\sqrt{5}$$

$$4) \text{ Ta có phương trình hoành độ giao điểm: } x^2 = 4x - 3 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$\text{Vì } a+b+c = 1-4+3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \Rightarrow y = 1 \\ x_2 = 3 \Rightarrow y = 9 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm là $(1;1); (3;9)$

Câu II.

$$1) \frac{1}{\sqrt{x}-5} - \frac{1}{\sqrt{x}+5} = 10 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+5 - \sqrt{x}+5}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} = 10 \begin{pmatrix} x > 0 \\ x \neq 25 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \frac{10}{x-25} = 10 \Leftrightarrow x-25=1 \Leftrightarrow x = 26 (tm)$$

$$2) x^2 - 2(m+1)x + m^2 = 0 \quad (*)$$

$$\Delta' = (m+1)^2 - 1 \cdot m^2 = 2m+1$$

$$\text{Phương trình } (*) \text{ có nghiệm } \Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 2m+1 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{1}{2}$$

$$\text{Áp dụng hệ thức Vi - et: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m+2 \\ x_1 x_2 = m^2 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } (2x_1+1)(2x_2+1) = 13 \Leftrightarrow 4x_1 x_2 + 2(x_1+x_2) + 1 = 13$$

$$\text{Hay } 4m^2 + 2(2m+2) - 12 = 0 \Leftrightarrow 2m^2 + 2m + 2 - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 (tm) \\ m = -2 (ktm) \end{cases} \text{ Vậy } m = -2 \text{ thì thỏa đề.}$$

Câu III

$$1) \begin{cases} \sqrt{x+2} - 2\sqrt{y-1} = -4 & (y \geq 1) \\ 3\sqrt{x+2} + y = 16 & (x \geq -2) \end{cases}$$

Đặt $t = \sqrt{x+2}, u = \sqrt{y-1} \Rightarrow y = u^2 + 1 (t, u \geq 0)$. Phương trình thành:

$$\begin{cases} t - 2u = -4 \Rightarrow t = 2u - 4 (*) \\ 3t + u^2 + 1 = 16 (2) \end{cases}$$

Thay (*) vào (2) $\Rightarrow 3(2u - 4) + u^2 + 1 = 16$

$$\Leftrightarrow u^2 + 6u - 27 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u = 3(tm) \\ u = -9(ktm) \end{cases}$$

$u = 3 \Rightarrow \sqrt{y-1} = 3 \Rightarrow y = 10$, thay vào phương trình đề:

$$\Rightarrow 3\sqrt{x+2} + 10 = 16 \Leftrightarrow \sqrt{x+2} = 2 \Leftrightarrow x = 2(tm)$$

Vậy $x = 2, y = 10$

2) Gọi $x(cm)$ là cạnh góc vuông bé suy ra cạnh góc vuông lớn: $x + 2$

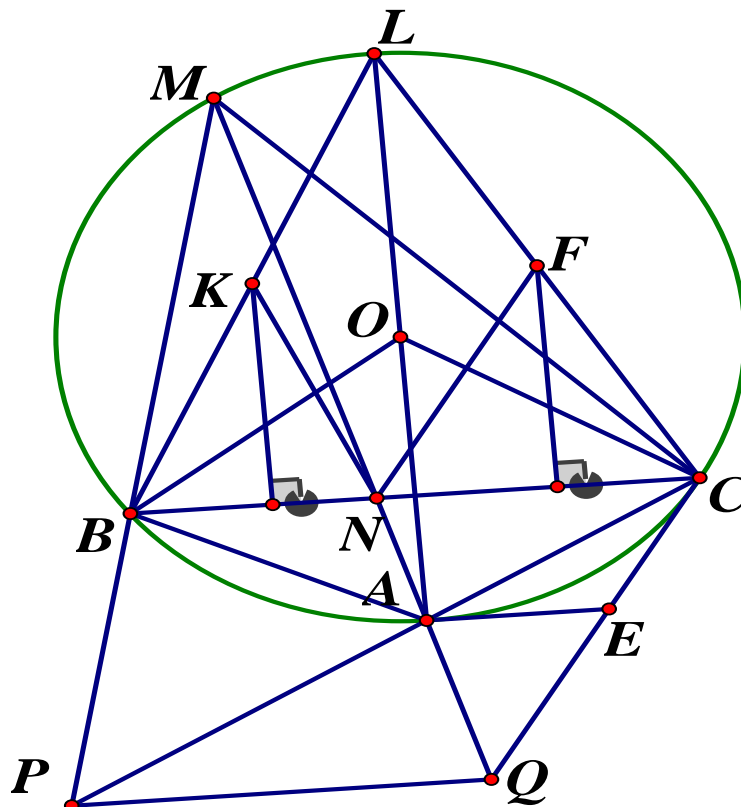
Áp dụng định lý Pytago ta có phương trình:

$$x^2 + (x + 2)^2 = 10^2 \Leftrightarrow 2x^2 + 4x + 4 = 100$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 48 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 6(tm) \Rightarrow x + 2 = 8 \\ x_2 = -8(ktm) \end{cases}$$

Vậy độ dài hai cạnh góc vuông là $6cm; 8cm$

Câu IV.



Ý 1. $PQCM$ là tứ giác nội tiếp

Ta có A là điểm chính giữa cung $\widehat{BC} \Rightarrow sd \widehat{BA} = sd \widehat{AC}$

$\Rightarrow \widehat{PMQ} = \widehat{PCQ}$ (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)

Mà 2 góc này cùng nhìn $PQ \Rightarrow PMCQ$ là tứ giác nội tiếp

Ý 2. PQ song song với BC

Ta có: $\widehat{QPC} = \widehat{QMC}$ ($MPQC$ là tứ giác nội tiếp) (1)

$\widehat{QMC} = \widehat{BCP}$ (góc nội tiếp cùng chắn hai cung bằng nhau) (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{QPC} = \widehat{BCP}$

Mà hai góc này ở vị trí so le trong nên $BC // PQ$

Ý 3.

Để chứng minh: $AE // BC$ và $AE = CE$

Ta có: $\frac{CE}{CN} = \frac{AE}{CN} = \frac{QE}{QC}$ (hệ quả Ta let)

$$\Rightarrow \frac{CE}{CN} + \frac{CE}{CQ} = \frac{QE}{QC} + \frac{CE}{CQ} \Rightarrow CE \cdot \left(\frac{1}{CN} + \frac{1}{CQ} \right) = 1 \Rightarrow \frac{1}{CN} + \frac{1}{CQ} = \frac{1}{CE}$$

Ý 4.

Ta có: $\widehat{ABN} = \widehat{BMN}$ (góc nội tiếp chắn 2 cung bằng nhau)

$\Rightarrow AB$ là tiếp tuyến của đường tròn (BMN)

Kẻ đường kính AL của (O) . Gọi K là giao điểm đường trung trực của đoạn BN và BL

$\Rightarrow E$ là tâm đường tròn (BMN)

Tương tự dựng F là tâm (CMN)

Để dàng chứng minh được $\triangle BLC, \triangle BEN, \triangle CFN$ cân

$\Rightarrow LENF$ là hình bình hành $\Rightarrow R_{(MBN)} + R_{(MCN)} = LC$ (không đổi)

Ta có: $MC \geq MB \Rightarrow NC \geq NB$ mà $\triangle EBN \sim \triangle FCN (g.g) \Rightarrow \frac{EB}{FC} = \frac{NB}{NC} \leq 1$

$\Rightarrow EB \leq FC \Rightarrow 2EB \leq EB + FC \Rightarrow 2R_{(ABN)} \leq LC$

$$\Rightarrow R_{(MBN)} \leq \frac{LC}{2}$$

Dấu "=" xảy ra khi $M \equiv L$ là điểm chính giữa của cung lớn \widehat{BC}

Câu V.

1)

$$2x + y^2 - 2y\sqrt{x} - 3(2\sqrt{x} - 3) = 0 \quad (x \geq 0; y \geq 0)$$

$$\Leftrightarrow 2x + y^2 - 2y\sqrt{x} - 6\sqrt{x} + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 6\sqrt{x} + 9) + (x - 2\sqrt{x} \cdot y + y^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x} - 3)^2 + (\sqrt{x} - y)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x} - 3 = 0 \\ \sqrt{x} - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = 3 \end{cases} \text{ (tm)}$$

Vậy $x = 9, y = 3$

2)

$$*(x + \sqrt{x^2 + 2020})(y + \sqrt{y^2 + 2020}) = 2020$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x - \sqrt{x^2 + 2020})(x + \sqrt{x^2 + 2020})(y + \sqrt{y^2 + 2020})}{x - \sqrt{x^2 + 2020}} = 2020$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x^2 - x^2 - 2020)(y + \sqrt{y^2 + 2020})}{x - \sqrt{x^2 + 2020}} = 2020$$

$$\Leftrightarrow \frac{y + \sqrt{y^2 + 2020}}{\sqrt{x^2 + 2020} - x} = 1 \Rightarrow \sqrt{x^2 + 2020} - x = y + \sqrt{y^2 + 2020} \text{ (1)}$$

$$*) \frac{(x + \sqrt{x^2 + 2020})(y + \sqrt{y^2 + 2020})(y - \sqrt{y^2 + 2020})}{y - \sqrt{y^2 + 2020}} = 2020$$

$$\Rightarrow -(x + \sqrt{x^2 + 2020}) = -y + \sqrt{y^2 + 2020}$$

$$\Rightarrow -\sqrt{x^2 + 2020} - x = -y + \sqrt{y^2 + 2020} \quad (2)$$

Cộng (1) và (2) về theo về ta có:

$$-x - y = x + y \Leftrightarrow 2x + 2y = 0 \Leftrightarrow x + y = 0$$

Vậy $S = 0$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH HƯNG YÊN
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10

Năm học 2020-2021

Môn thi: Toán

Thời gian làm bài : 90 phút

Đề số 31

Câu 1. Tìm điều kiện xác định của biểu thức $\frac{1}{\sqrt[3]{x-3}}$

A. $x \neq 3$

B. $x \geq 3$

C. $x > 3$

D. $x < 3$

Câu 2. Cho hàm số $y = 3x^2$. Kết luận nào sau đây đúng

A. Hàm số đồng biến khi $x < 0$, nghịch biến khi $x > 0$

B. Hàm số luôn nghịch biến trên \mathbb{R}

C. Hàm số luôn đồng biến trên \mathbb{R}

D. Hàm số nghịch biến khi $x < 0$, đồng biến khi $x > 0$

Câu 3. Phương trình $2x + 3y = 5$ nhận cặp số nào dưới đây là một nghiệm ?

A. $(-1; 1)$

B. $(1; -1)$

C. $(-1; -1)$

D. $(1; 1)$

Câu 4. Trong đường tròn $(O; 4cm)$, dây lớn nhất có độ dài bằng :

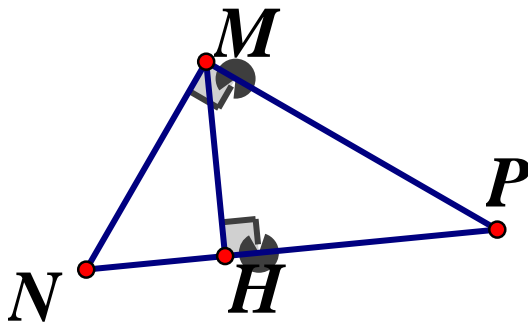
A. $10cm$

B. $8cm$

C. $4cm$

D. $6cm$

Câu 5. Cho $\triangle MNP$ vuông tại M , đường cao MH . Khẳng định nào sau đây đúng ?



A. $\frac{1}{MH^2} = \frac{1}{MN^2} \cdot \frac{1}{MP^2}$

B. $\frac{1}{MH^2} = \frac{1}{MN^2} - \frac{1}{MP^2}$

C. $\frac{1}{MH^2} = \frac{1}{MN^2} + \frac{1}{MP^2}$

D. $\frac{1}{MH^2} = \frac{1}{MN} + \frac{1}{MP}$

Câu 6. Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(I; r)$ (với $R > r$) tiếp xúc trong với nhau, khi đó ta có:

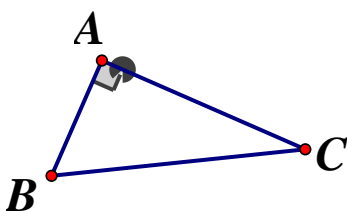
A. $OI = R - r$

B. $OI = R + r$

C. $R - r < OI < R + r$

D. $OI > R + r$

Câu 7. Trong hình vẽ bên, $\sin C$ bằng



A. $\frac{AC}{BC}$

B. $\frac{AC}{AB}$

C. $\frac{AB}{BC}$

D. $\frac{AB}{AC}$

Câu 8. Tìm m và n để $(x; y) = (1; 1)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x + my = 3 \\ nx + 2y = 5 \end{cases}$

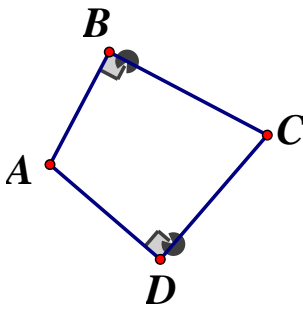
A. $m = 1, n = 1$

B. $m = 1, n = 3$

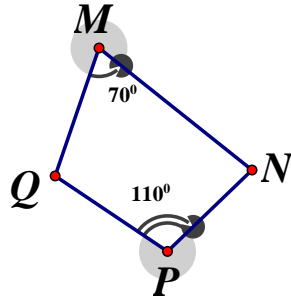
C. $m = -1; n = 3$

D. $m = -1; n = 1$

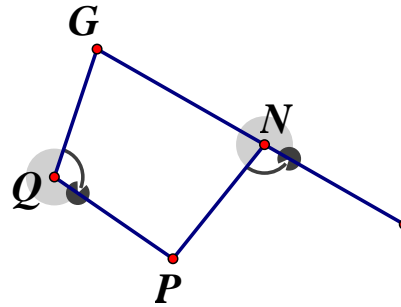
Câu 9. Có bao nhiêu tứ giác nội tiếp được đường tròn trong các hình vẽ dưới đây ?



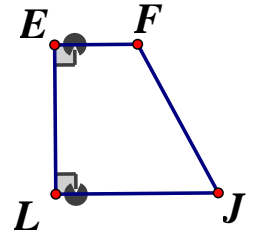
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. 3

B. 4

C. 1

D. 2

Câu 10. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số bậc nhất ?

A. $y = -4x + 3$

B. $y = 2 + \frac{1}{x}$

C. $y = \sqrt{x} + 3$

D. $y = 2x^2$

Câu 11. Tìm m để phương trình $x^2 + 2(m - 2)x + m - 3 = 0$ có hai nghiệm trái dấu

A. $m \leq 3$

B. $m \geq 3$

C. $m > 3$

D. $m < 3$

Câu 12. Gọi $(x_0; y_0)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x + 3y = -7 \\ x + 2y = -4 \end{cases}$. Tính $S = x_0 + y_0$

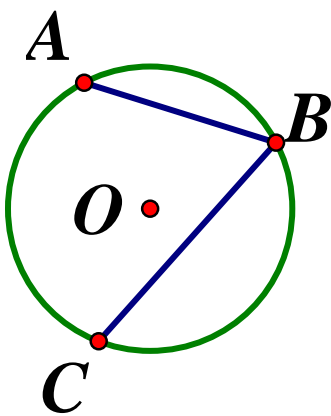
A. $S = -5$

B. $S = -1$

C. $S = 1$

D. $S = 5$

Câu 13. Trong hình vẽ dưới, với đường tròn (O) thì \widehat{ABC} là:



A. Góc nội tiếp

B. Góc có đỉnh bên trong đường tròn

C. Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung

D. Góc ở tâm

Câu 14. Tổng hai nghiệm của phương trình $x^2 - 5x - 7 = 0$ bằng:

A. -7

B. 5

C. 7

D. -5

Câu 15. Thể tích hình cầu có bán kính $r = 5\text{cm}$ là:

A. $100\pi\text{cm}^3$

B. $25\pi\text{cm}^3$

C. $\frac{500\pi}{3}\text{cm}^3$

D. $\frac{100}{3}\text{cm}^3$

Câu 16. Tìm m để hàm số $y = (m + 2)x - 5$ đồng biến trên \mathbb{R} .

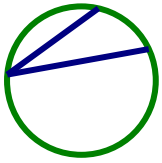
A. $m > -2$

B. $m = -2$

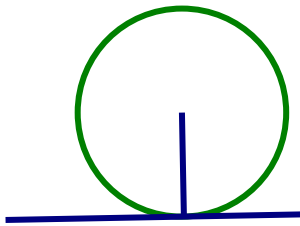
C. $m \neq -2$

D. $m < -2$

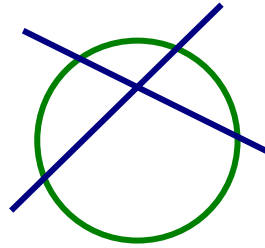
Câu 17.



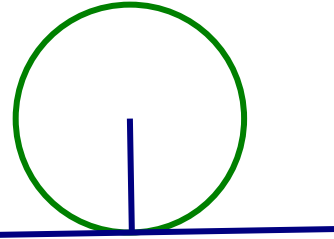
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 1

B. Hình 2

C. Hình 3

D. Hình 4

Câu 18. Hình trụ có bán kính đáy r , chiều cao h thì diện tích xung quanh là :

A. $\pi r h$

B. $\frac{1}{3} \pi r^2 h$

C. $2\pi r h$

D. $\pi r^2 h$

Câu 19. Giá trị của hàm số $y = 2x^2$ tại $x = 3$ là:

A. 9

B. 12

C. 18

D. 6

Câu 20. Với $a > b$, biểu thức $\frac{1}{a-b} \sqrt{4^2 \cdot (a-b)^2}$ có kết quả rút gọn là :

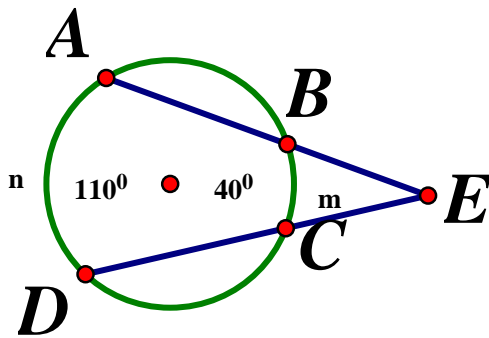
A. -2

B. 4

C. 2

D. -4

Câu 21. Trong hình vẽ bên, biết $sđ \widehat{AmD} = 110^\circ$ và $sđ \widehat{CnB} = 40^\circ$. Số đo \widehat{ABD} bằng:



A. 55°

B. 75°

C. 35°

D. 70°

Câu 22. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 2x - 2 = 0$. Tính $T = x_1 + x_2 + 2x_1x_2$

A. $T = -5$

B. $T = -6$

C. $T = -2$

D. $T = -3$

Câu 23. Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn (O) , biết $\widehat{DBC} = 80^\circ$, khi đó $\widehat{DAC} = ?$

A. 30°

B. 160°

C. 40°

D. 80°

Câu 24. Tìm điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{x-2}$

A. $x \geq 2$

B. $x < 2$

C. $x \leq 2$

D. $x \neq 2$

Câu 25. Trong các hệ phương trình sau đây, hệ phương trình nào có vô số nghiệm ?

A. $\begin{cases} x - y = 1 \\ 3x - 3y = 2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 5x - 3y = 1 \\ 5x + 2y = 2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 6x - 4y = 10 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 5x - 3y = 1 \end{cases}$

Câu 26. Nếu $\sqrt{3+\sqrt{x}} = 4$ thì x bằng:

- A.1 B.13 C.169 D. $\sqrt{13}$

Câu 27. Có bao nhiêu đường tròn đi qua 3 điểm phân biệt không thẳng hàng

- A. Vô số đường tròn B. Một đường tròn
C. Hai đường tròn D. Không có đường tròn nào

Câu 28. Tìm a để điểm $M(-1;2)$ thuộc đồ thị hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$)

- A. $a = \frac{-1}{4}$ B. $a = 2$ C. $a = \frac{-1}{2}$ D. $a = -2$

Câu 29. Với góc nhọn α tùy ý, khẳng định nào sau đây sai ?

- A. $\tan \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ B. $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$ C. $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ D. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Câu 30. Thể tích hình nón có chiều cao $h = 5\text{cm}$, bán kính đáy $r = 3\text{cm}$ bằng:

- A. $45\pi\text{cm}^3$ B. $9\pi\text{cm}^3$ C. $15\pi\text{cm}^3$ D. $60\pi\text{cm}^3$

Câu 31. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = 2x - 7$ B. $y = -3x + 5$ C. $y = -2x^2$ D. $y = 5x^2$

Câu 32. Biệt thức Δ' của phương trình $3x^2 - 2mx - 1 = 0$ là :

- A. $m^2 + 3$ B. $4m^2 + 12$ C. $m^2 - 3$ D. $4m^2 - 12$

Câu 33. Phương trình nào sau đây là phương trình bậc nhất hai ẩn x, y ?

- A. $2x - 5y = 3$ B. $2x + 3\sqrt{y} = 0$ C. $2x^2 - 4xy + y^2 = 0$ D. $4x + \frac{1}{y} = 3$

Câu 34. Đường thẳng nào sau đây song song với đường thẳng $y = -2x + 3$?

- A. $y = -2x + 7$ B. $y = -3x + 2$ C. $y = 3x + 8$ D. $y = 2x + 1$

Câu 35. Giá trị của biểu thức $A = 3\sqrt{80} - 2\sqrt{20}$ bằng:

- A. $2\sqrt{5}$ B. $8\sqrt{5}$ C. $\sqrt{60}$ D. $16\sqrt{5}$

Câu 36. Cho $a > 0, b > 0$ và $S = 2a^2 + b^2 + \frac{4}{a} + \frac{54}{b}$. Khi biểu thức S đạt giá trị nhỏ nhất thì

$T = a + 2b$ có giá trị bằng :

- A.7 B.3 C.6 D.5

Câu 37. Tìm m để hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 3m \\ x - y = -9 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn $x > 0$ và $y > 0$.

- A. $m < -6$ B. $m < 3$ C. $m > 3$ D. $m > -6$

Câu 38. Giá trị nhỏ nhất của $y = 4 + \sqrt{3x^2 - 6x + 7}$ bằng:

- A.4 B. $4 + \sqrt{7}$ C.6 D. $4 + \sqrt{6}$

Câu 39. Một bồn cây có dạng hình tròn bán kính 1m . Do yêu cầu mở rộng diện tích mà bồn cây được mở rộng bằng cách tăng bán kính thêm $0,6\text{m}$. Tính diện tích tăng thêm của bồn cây đó (lấy $\pi \approx 3,14$ và kết quả làm tròn đến một chữ số thập phân).

- A. $4,8\text{m}^2$ B. $3,8\text{m}^2$ C. $1,9\text{m}^2$ D. $4,9\text{m}^2$

Câu 40. Gọi A, B lần lượt là giao điểm của đường thẳng $y = 2x + 4$ với hai trục tọa độ Ox, Oy . Diện tích tam giác AOB bằng:

- A.6 B.2 C.4 D.8

Câu 41. Khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ O đến đường thẳng $(d): y = (m - 1)x + 4m$ là:

- A. $2\sqrt{2}$ B. $8\sqrt{2}$ C. $4\sqrt{2}$ D.4

Câu 42. Một người mua 2 thùng hàng A và B . Nếu thùng hàng A tăng giá 20% và thùng hàng B tăng giá 30% thì người đó phải trả 302 nghìn đồng. Nếu thùng hàng A giảm giá 10% và thùng hàng B giảm giá 20% thì người đó phải trả 202 nghìn đồng. Giá tiền thùng hàng A và thùng hàng B lúc đầu lần lượt là :

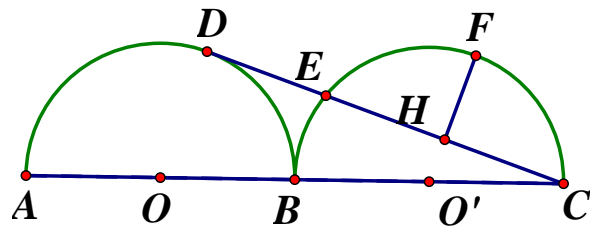
- A. 20 nghìn đồng, 230 nghìn đồng B. 100 nghìn đồng, 140 nghìn đồng
C. 140 nghìn đồng, 100 nghìn đồng D. 230 nghìn đồng, 20 nghìn đồng

Câu 43. Có bao nhiêu giá trị của x để $A = \frac{4\sqrt{x} + 16}{\sqrt{x} + 2}$ (với $x \geq 0$) nhận giá trị nguyên ?

- A.6 B.4 C.8 D.3

Câu 44.

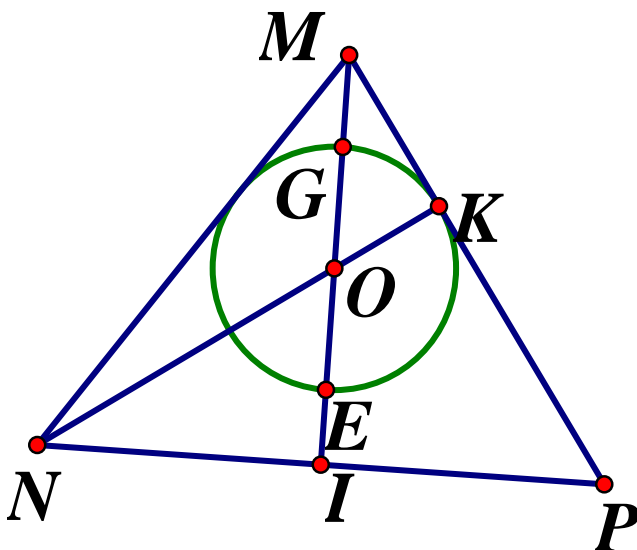
Cho hai nửa đường tròn đường kính AB và BC tiếp xúc tại B (xem hình vẽ bên), biết $AB = BC = 18$. CD là tiếp tuyến của nửa đường tròn (O) (D là tiếp điểm), CD cắt nửa đường tròn (O') tại E . Gọi H là trung điểm của CE , F là điểm chính giữa



của cung \widehat{CE} . Tính HF

- A. $HF = 2$ B. $HF = 6$ C. $HF = 12$ D. $HF = 3$

Câu 45. Cho tam giác MNP cân tại M , đường cao MI và NK cắt nhau tại O . Đường tròn $(O; OK)$ cắt MI tại G và E (tham khảo hình vẽ dưới). Biết $MN = MP = \sqrt{3}$ và $MG = EI$. Tính OK .



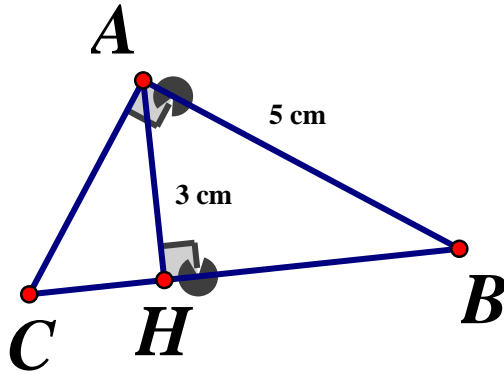
$$A.OK = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$B.OK = \frac{\sqrt{6}}{6}$$

$$C.OK = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$D.OK = \sqrt{6}$$

Câu 46. Trong hình vẽ dưới, tam giác ABC vuông tại A cạnh $AB = 5\text{cm}$, đường cao $AH = 3\text{cm}$ (kiểm tra sai đề ???). Độ dài cạnh BC bằng:



$$A. \frac{4}{15}\text{cm}$$

$$B. 4\text{cm}$$

$$C. \frac{25}{4}\text{cm}$$

$$D. \frac{25}{16}\text{cm}$$

Câu 47. Một học sinh dùng giác kế, đứng cách chân cột cờ 10m rồi chỉnh mặt thước ngắm cao bằng mắt của mình để xác định góc "nâng" (góc tạo bởi tia sáng đi thẳng từ đỉnh cột cờ đến mắt tạo với phương nằm ngang). Khi đó, góc "nâng" đo được là $31'$. Biết khoảng cách từ mặt sân đến mắt học sinh đó bằng $1,5\text{m}$. Tính chiều cao của cột cờ (kết quả làm tròn đến một chữ số thập phân)

$$A. 6,0\text{m}$$

$$B. 16,6\text{m}$$

$$C. 7,5\text{m}$$

$$D. 5,0\text{m}$$

Câu 48. Gọi S là tập các giá trị của m để đường thẳng $y = mx + 3$ cắt trục Ox và trục Oy lần lượt tại A và B sao cho tam giác AOB cân. Tính tổng các phần tử của S

$$A. 1$$

$$B. 3$$

$$C. -1$$

$$D. 0$$

Câu 49. Tìm m để đường thẳng $(d): y = x + m - 1$ cắt parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ tại hai điểm

A và B sao cho $\triangle AOB$ vuông tại O (với O là gốc tọa độ)

$$A. m = 3$$

$$B. m = 1, m = 3$$

$$C. m = -1, m = -3$$

$$D. m = 1$$

Câu 50. Cho đường tròn $(O; 10\text{cm})$, dây CD cách tâm O một khoảng bằng 8cm . Khi đó độ dài dây CD là:

$$A. 6\text{cm}$$

$$B. 2\sqrt{41}\text{cm}$$

$$C. 12\text{cm}$$

$$D. 2\sqrt{21}\text{cm}$$

ĐÁP ÁN

ĐÁP ÁN TÌNH HUỐNG YÊN

1A	2D	3D	4B	5C	6A	7C	8B	9A	10A
11D	12B	13A	14B	15C	16A	17D	18C	19C	20B
21C	22C	23D	24A	25C	26C	27B	28B	29A	30C
31B	32A	33A	34A	35B	36A	37C	38C	39D	40C
41C	42B	43B	44B	45B	46C	47C	48D	49A	50C

Câu 1. (2,00 điểm) (Không sử dụng máy tính cầm tay)

a) Rút gọn biểu thức $A = (3\sqrt{2} - \sqrt{8})\sqrt{2}$

b) Giải phương trình: $x^2 - 5x + 4 = 0$

Câu 2. (2,50 điểm)

Trên mặt phẳng Oxy , cho parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = x - m$ (m là tham số)

a) Vẽ parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$

b) Với $m = 0$, tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) bằng phương pháp đại số

c) Tìm điều kiện của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt

Câu 3. (1,50 điểm)

Để chung tay phòng chống dịch COVID-19, hai trường A và B trên địa bàn tỉnh Khánh Hòa phát động phong trào quyên góp ủng hộ người dân có hàng cảnh khó khăn. Hai trường đã quyên góp được 1137 phần quà gồm mì tôm (đơn vị thùng) và gạo (đơn vị bao). Trong đó mỗi lớp của trường A ủng hộ được 8 thùng mì và 5 bao gạo; mỗi lớp của trường B ủng hộ được 7 thùng mì và 8 bao gạo. Biết số bao gạo ít hơn số thùng mì là 75 phần quà. Hỏi mỗi trường có bao nhiêu lớp?

Câu 4. (3,00 điểm) Cho đường tròn (O) và một điểm I nằm ngoài đường tròn. Qua I kẻ hai tiếp tuyến IM và IN với đường tròn (O) . Gọi K là điểm đối xứng với M qua O . Đường thẳng IK cắt đường tròn (O) tại H

a) Chứng minh tứ giác $IMON$ nội tiếp đường tròn

b) Chứng minh $IM \cdot IN = IH \cdot IK$

c) Kẻ NP vuông góc với MK . Chứng minh đường thẳng IK đi qua trung điểm của NP .

Câu 5. (1,00 điểm) Cho x, y là các số thực thỏa: $x, y > 0$ và $x + y \geq \frac{7}{2}$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{13x}{3} + \frac{10y}{3} + \frac{1}{2x} + \frac{9}{y}$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

a) Rút gọn biểu thức

$$A = (3\sqrt{2} - \sqrt{8})\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{8} \cdot \sqrt{2} = 3 \cdot 2 - \sqrt{16} = 6 - 4 = 2$$

b) Giải phương trình :

$$x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x(x-1) - 4(x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-4)(x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-4=0 \\ x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=1 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{1; 4\}$

Câu 2.

a) Học sinh tự vẽ đồ thị

b) Tìm tọa độ giao điểm

$$\text{Với } m = 0 \Rightarrow (d): y = x$$

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là

$$\frac{1}{2}x^2 = x \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow y=0 \\ x=2 \Rightarrow y=2 \end{cases}$$

Vậy khi $m = 0$ ta có tọa độ giao điểm là $(0;0);(2;2)$

c) Tìm điều kiện của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và đồ thị hàm số (P) là:

$$\frac{1}{2}x^2 = x - m \Leftrightarrow x^2 - 2x + 2m = 0(*)$$

Đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt \Leftrightarrow phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 1 - 2m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}$$

Vậy với $m < \frac{1}{2}$ thì (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

Câu 3.

Gọi số lớp ở trường A là x (lớp) ($x \in \mathbb{N}^*$), số lớp ở trường B là y (lớp) ($y \in \mathbb{N}^*$)

Số thùng mì trường A ủng hộ là: $8x$ (thùng), số bao gạo của trường A ủng hộ là $5x$ (bao)

Số thùng mì trường B ủng hộ là $7y$ (thùng), số bao gạo trường B ủng hộ là $8y$ (bao)

Vì hai trường đã quyên góp 1137 phần quà nên ta có phương trình:

$$8x + 5y + 7y + 8y = 1137 \Leftrightarrow 13x + 15y = 1137$$

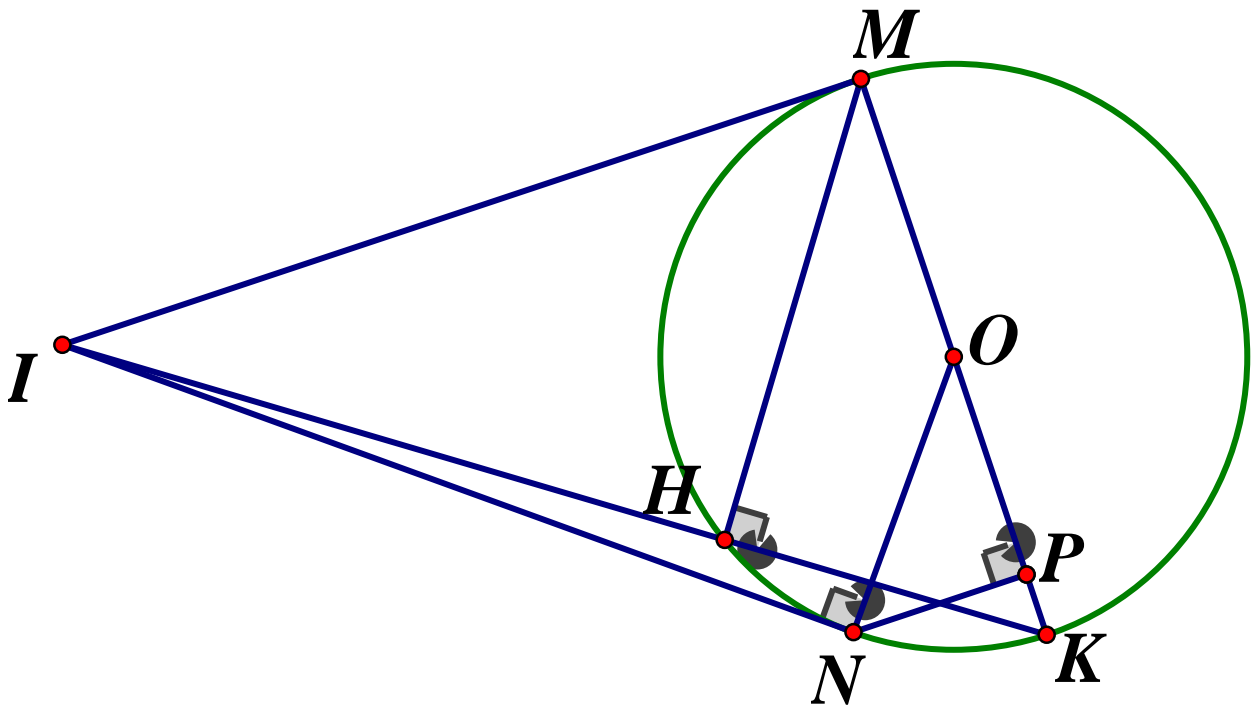
Vì số bao gạo ít hơn số thùng mì là 75 phần quà nên ta có phương trình:

$$(8x + 7y) - (5x + 8y) = 75 \Leftrightarrow 3x - y = 75$$

Khi đó ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 13x + 15y = 1137 \\ 3x - y = 75 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13x + 15y = 1137 \\ 45x - 15y = 1125 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 58x = 2262 \\ y = 3x - 75 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 39 \\ y = 42 \end{cases} (tm)$$

Vậy trường A có 39 lớp, trường B có 42 lớp.

Câu 4.

a) Chứng minh $IMON$ là tứ giác nội tiếp

Ta có: IM, IN là các tiếp tuyến của (O) tại $M, N \Rightarrow \widehat{IMO} = \widehat{INO} = 90^\circ$

Xét tứ giác $IMON$ ta có: $\widehat{IMO} + \widehat{INO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Mà hai góc này là hai góc đối diện nên $IMON$ là tứ giác nội tiếp đường tròn

b) Chứng minh $IM \cdot IN = IH \cdot IK$

Ta có: K là điểm đối xứng của M qua $O \Rightarrow O$ là trung điểm của MK và MK là đường kính của (O)

Ta có: \widehat{MHK} là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn $(O) \Rightarrow \widehat{MHK} = 90^\circ$ hay $MH \perp HK$

Áp dụng hệ thức lượng vào $\triangle IMK$ vuông tại M có đường cao MH

Ta có: $IM^2 = IH \cdot IK$

Mà $IM = IN$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow IM^2 = IN \cdot IM = IH \cdot IK$ (dpcm)

c) Chứng minh đường thẳng IK đi qua trung điểm của NP

Gọi $IK \cap NP = \{J\}$ $IK \cap M = \{E\}$

Ta có: $IM = IN$ (cmt) nên tam giác IMN cân tại $I \Rightarrow \widehat{INM} = \widehat{IMN}$ (hai góc đáy tam giác cân)

Lại có: $\widehat{MNP} = \widehat{IMN}$ (so le trong do $NP \parallel MI$ – cùng vuông góc với MK)

$\Rightarrow \widehat{INM} = \widehat{MNP}$ (cùng bằng \widehat{IMN}) $\Rightarrow NE$ là phân giác trong \widehat{INJ}

Lại có: \widehat{MNK} là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O) nên $\widehat{MNK} = 90^\circ$, do đó $NK \perp NE$ nên NK là phân giác ngoài của \widehat{INJ}

Áp dụng tính chất đường phân giác ta có: $\frac{NI}{NJ} = \frac{EI}{EJ} = \frac{KI}{KJ}$

Áp dụng định lý Ta let do $NP \parallel MI$ ta có: $\frac{EI}{EJ} = \frac{MI}{NJ}$; $\frac{KI}{KJ} = \frac{MI}{JP}$

Từ đó suy ra $\frac{MI}{NJ} = \frac{MI}{JP} \Rightarrow NJ = JP \Rightarrow J$ là trung điểm của NP

Vậy đường thẳng IK đi qua trung điểm của NP (dpcm)

Câu 5. Ta có:

$$P = \frac{13x}{3} + \frac{10y}{3} + \frac{1}{2x} + \frac{9}{y} = \left(2x + \frac{1}{2x}\right) + \left(y + \frac{9}{y}\right) + \frac{7}{3}(x+y)$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô si ta có:

$$2x + \frac{1}{2x} \geq 2\sqrt{2x \cdot \frac{1}{2x}} = 2 \quad ; \quad y + \frac{9}{y} \geq 2\sqrt{y \cdot \frac{9}{y}} = 6; \quad x + y \geq \frac{7}{2} (gt)$$

$$\Rightarrow P \geq 2 + 6 + \frac{7}{3} \cdot \frac{7}{2} = \frac{97}{6}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{1}{2x} \\ y = \frac{9}{y} \\ x + y = \frac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 = 1 \\ y^2 = 9 \\ x + y = \frac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 3 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } P_{\min} = \frac{97}{6} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}; y = 3$$

I. TRẮC NGHIỆM: 3,0 điểm (Gồm 15 câu hỏi trắc nghiệm một lựa chọn)

Câu 1. Giá trị của $\sqrt{25+144}$ bằng:

- A. 13 B. ± 13 C. 17 D. 169

Câu 2. Hàm số $y = (m-1)x + 3$ là hàm số bậc nhất khi

- A. $m \neq -1$ B. $m \neq 0$ C. $m \neq 1$ D. $m = 1$

Câu 3. Cặp số $(4; 2)$ là nghiệm của hệ phương trình:

- A. $\begin{cases} 3x - 5y = 1 \\ x - 5y = 4 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 2x - 5y = 18 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x - y = 3 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$

Câu 4. Cho hàm số bậc hai $f(x) = -x^2$. Giá trị của $f(3)$ bằng:

- A. 4 B. 9 C. 7 D. -9

Câu 5. Nếu hai số có tổng bằng 3 và tích bằng -5 thì hai số đó là nghiệm của phương trình nào ?

- A. $x^2 - 3x - 5 = 0$ B. $x^2 - 3x + 5 = 0$ C. $x^2 + 3x - 5 = 0$ D. $x^2 + 3x + 5 = 0$

Câu 6. Diện tích hình tròn có bán kính $R = 6m$ bằng

- A. $6\pi(m^2)$ B. $12\pi(m^2)$ C. $18\pi(m^2)$ D. $36\pi(m^2)$

Câu 7. Điều kiện của x để biểu thức $P = 2020 + \sqrt{5-x}$ có nghĩa là :

- A. $x > 5$ B. $x \leq 5$ C. $x < 5$ D. $x \geq 5$

Câu 8. Với giá trị nào của a thì hai đường thẳng $y = -ax + 1$ và $y = (2a-3)x - a$ song song với nhau ?

- A. $a = -1$ B. $a = 0$ C. $a = 1$ D. $a \neq -1$

Câu 9. Một hình trụ có đường kính đáy bằng 12, chiều cao bằng 12. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng:

- A. 72π B. 140π C. 144π D. 288π

Câu 10. Phương trình nào sau đây có hai nghiệm trái dấu ?

- A. $x^2 - 3x + 1 = 0$ B. $x^2 - x - 5 = 0$ C. $x^2 + 5x + 2 = 0$ D. $x^2 + 3x + 5 = 0$

Câu 11. Cho đường tròn tâm O và ba điểm A, B, C thuộc đường tròn (O) . Biết số đo góc

$\widehat{AOB} = 60^\circ$. Tính số đo của góc \widehat{ACB}

- A. 30° B. 150° C. 120° D. 60°

Câu 12. Một sân khấu hình chữ nhật có đường chéo dài $10m$. Biết chiều dài hơn chiều rộng $2m$. Tính diện tích sân khấu

- A. $20m^2$ B. $24m^2$ C. $100m^2$ D. $48m^2$

Câu 13. Đường kính bánh xe của một xe đạp là $60cm$. Nếu bánh xe quay được 5000 vòng thì xe đạp đi được bao nhiêu km ? (chọn $\pi \approx 3,14$)

A. 4,71(km) B. 9,42(km) C. 18,84(km) D. 30(km)

Câu 14. Phạt đền, còn gọi là đá phạt 11 mét, hay đá pê-nal-ti, là kiểu đá phạt mà vị trí của quả đá phạt này là 11 mét, tính từ khung thành và thủ môn của đội bị phạt. Theo đó, em hãy tính xem “góc sút” của quả phạt 11 mét là bao nhiêu độ? (làm tròn đến độ). Biết rằng chiều rộng của cầu môn là 7,32m

A. 35^0 B. 37^0 C. 36^0 D. 38^0

Câu 15. Hãy tính diện tích phần giấy để làm một cái quạt (không tính mép và phần thừa) với các kích thước như hình vẽ ($\widehat{AOB} = 160^0, OM = 10cm, MB = 20cm$)

A. $\frac{40\pi}{9}(cm^2)$ B. $\frac{400\pi}{9}(cm^2)$ C. $\frac{1200\pi}{9}(cm^2)$ D. $\frac{3200\pi}{9}(cm^2)$

II. Tự luận (7,0 điểm)

Bài 1. (1,5 điểm)

- Tính giá trị của biểu thức $A = 3\sqrt{8} - 5\sqrt{18}$
- Rút gọn biểu thức $B = \frac{1}{1-\sqrt{x}} + \frac{1}{1+\sqrt{x}} - 2$, Với $x \geq 0, x \neq 1$

Bài 2. (1,5 điểm) Cho hai hàm số $y = x^2$ và $y = -x + 2$

- Vẽ đồ thị các hàm số này trên cùng một mặt phẳng tọa độ
- Tìm tọa độ các giao điểm của hai đồ thị đó.

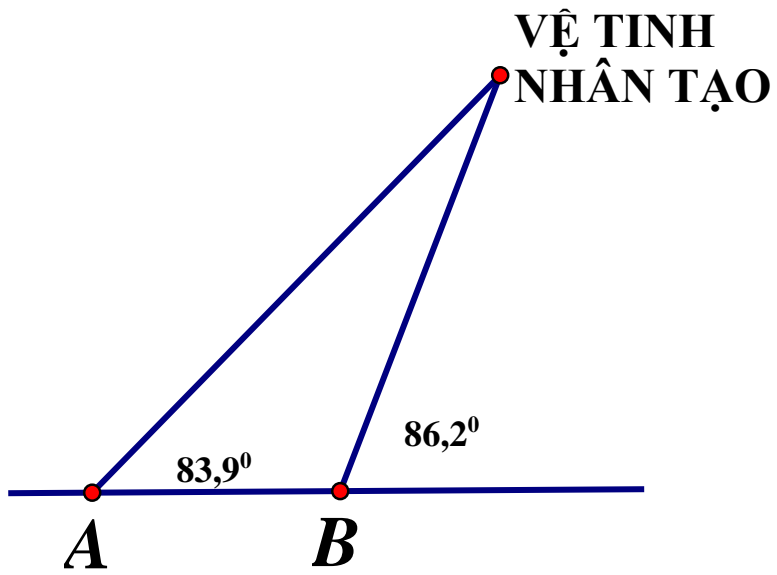
Bài 3. (1,5 điểm)

- Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x - 3y = 3 \\ 6x + 3y = 21 \end{cases}$$
- Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $5x^2 + 12x - 30 = 0$. Không giải phương trình hãy tính giá trị biểu thức $A = 4x_1x_2 - x_1^2 - x_2^2$

Bài 4. (2,0 điểm) Cho tam giác nhọn ABC có $\widehat{A} = 60^0$, nội tiếp đường tròn tâm O. Kẻ hai đường cao BD, CE ($D \in AC, E \in AB$)

- Chứng minh tứ giác $BCDE$ nội tiếp trong một đường tròn
- Chứng minh $AE \cdot AB = AC \cdot AD$
- Tính diện tích tam giác ADE , biết diện tích tam giác ABC là $100cm^2$

Bài 5. (0,5 điểm) Chế tạo và phóng thành công vệ tinh nhân tạo là một trong những thành tựu vĩ đại của loài người trong thế kỷ XX. Ngày nay trên thế giới có hơn 1.000 vệ tinh đang hoạt động trên bầu trời. Ngày 19 tháng 4 năm 2008 Việt Nam đã có vệ tinh viễn thông đầu tiên là *Vinasat - 1* và tính đến nay 2019, chúng ta đã có tổng cộng 6 vệ tinh đang hoạt động phục vụ cho viễn thông, dự báo thời tiết, nghiên cứu khoa học,.... Có điều thú vị là có thể quan sát một số vệ tinh nhân tạo bằng mắt thường vào những ngày thời tiết tốt. Giả sử vào một thời điểm trong ngày, từ hai đài quan sát thiên văn A và B, người ta thấy một vệ tinh nhân tạo bay trên bầu trời với góc nhìn như hình vẽ. Biết khoảng cách giữa A và B là 110km. Em hãy tính độ cao của vệ tinh tại điểm C so với mặt đất (làm tròn đến hàng đơn vị)



ĐÁP ÁN

I. Trắc nghiệm

1A 2C 3C 4D 5A 6D 7B 8C

9C 10B 11A 12D 13B 14B 15D

II. Tự luận

Bài 1.

$$a) A = 3\sqrt{8} - 5\sqrt{18} = 3.2\sqrt{2} - 5.3\sqrt{2} = 6\sqrt{2} - 15\sqrt{2} = -9\sqrt{2}$$

$$b) B = \frac{1}{1-\sqrt{x}} + \frac{1}{1+\sqrt{x}} - 2 = \frac{1+\sqrt{x}+1-\sqrt{x}-2(1+\sqrt{x})(1-\sqrt{x})}{(1+\sqrt{x})(1-\sqrt{x})}$$

$$= \frac{2-2+2x}{1-x} = \frac{2x}{1-x} \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

Bài 2.

a) Học sinh tự vẽ đồ thị hàm số

b) **Tìm tọa độ giao điểm**

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là

$$x^2 = -x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x+2) - (x+2) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow y=1 \\ x=-2 \Rightarrow y=4 \end{cases}$$

Vậy hai đồ thị hàm số đã cho cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A(1;1); B(-2;4)$

Bài 3.

a) **Giải hệ phương trình**

$$\begin{cases} 2x - 3y = 3 \\ 6x + 3y = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x = 24 \\ y = \frac{21-6x}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$$

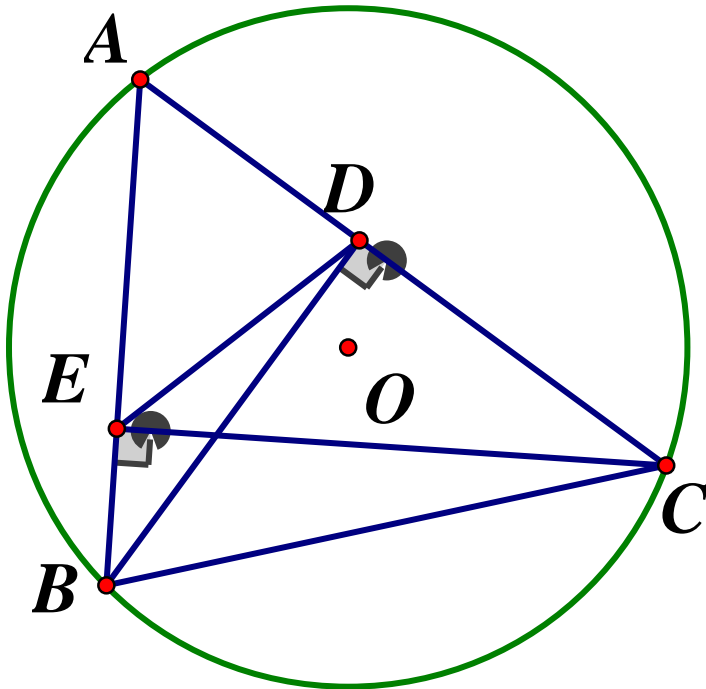
Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (3; 1)$ b) **Tính A**Xét phương trình $5x^2 + 12x - 30 = 0$ ta có: $ac < 0$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Áp dụng hệ thức Vi - et ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-12}{5} \\ x_1 x_2 = -6 \end{cases} \text{ Theo bài ra ta có:}$$

$$A = 4x_1 x_2 - x_1^2 - x_2^2 = 4x_1 x_2 - [(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2]$$

$$= -(x_1 + x_2)^2 + 6x_1 x_2 = -\left(\frac{-12}{5}\right)^2 + 6 \cdot (-6) = -\frac{1044}{25}$$

$$\text{Vậy } A = -\frac{1044}{25}$$

Bài 4**a) Chứng minh tứ giác BCDE nội tiếp**

$$\text{Vì } BD, CE \text{ là hai đường cao của } \triangle ABC(gt) \Rightarrow \begin{cases} BD \perp AC \Rightarrow \widehat{BDC} = 90^\circ \\ CE \perp AB \Rightarrow \widehat{BEC} = 90^\circ \end{cases}$$

Xét tứ giác $BCDE$ có $\widehat{BDC} = \widehat{BEC} = 90^\circ$ (cmt) nên $BCDE$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có 2 đỉnh kề nhau cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau)

b) Chứng minh $AE \cdot AB = AC \cdot AD$

Xét $\triangle ADE$ và $\triangle ABC$ có: \widehat{BAC} chung; $\widehat{AED} = \widehat{ACD}$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp $BCDE$)

$$\Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle ABC(g.g) \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} \text{ (hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)}$$

Vậy $AE \cdot AB = AC \cdot AD$ ($dfcm$)

c) Tính S_{ADE}

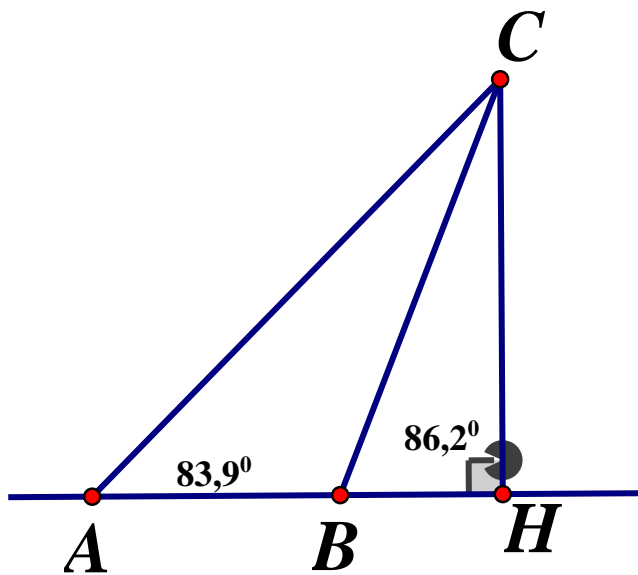
Ta có: $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ (cmt) theo tỉ số $k = \frac{AE}{AC}$

$$\text{Xét tam giác } AEC \text{ vuông tại E ta có: } k = \frac{AE}{AC} = \cos \widehat{EAC} = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\text{Do đó ta có: } \frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = k^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow S_{ADE} = \frac{1}{4} S_{ABC} = \frac{1}{4} \cdot 100 = 25 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{Vậy } S_{ADE} = 25 \text{ cm}^2$$

Bài 5.



Gọi H là hình chiếu của vệ tinh đặt tại C trên mặt đất
 Đặt $CH = x (x > 0)$

Xét $\triangle ACH$ vuông tại H ta có:

$$\tan A = \frac{CH}{AH} \Leftrightarrow \tan 83,9^\circ = \frac{x}{AH} \Leftrightarrow AH = \frac{x}{\tan 83,9^\circ}$$

Xét $\triangle CBH$ vuông tại H , ta có: $\tan B = \frac{CH}{BH} = \tan 86,2^\circ = \frac{x}{BH} \Leftrightarrow BH = \frac{x}{\tan 86,2^\circ}$

Lại có $AB = 110\text{km}$ nên ta có: $AB = AH - BH = 110$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{\tan 83,9^\circ} - \frac{x}{\tan 86,2^\circ} = 110 \Leftrightarrow 0,04x = 110 \Leftrightarrow x \approx 2719,46$$

$$\Leftrightarrow x \approx 2719\text{km}$$

Vậy vệ tinh được đặt tại C cách mặt đất 2719km .

Đề số 34

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Cho hàm số bậc nhất $y = 2x - 1$. Tính giá trị của y khi $x = -2$

b) Rút gọn biểu thức: $M = \frac{2(x+2)}{x^2-4} - \frac{x}{x-2}$ với $x \neq 2$ và $x \neq -2$

Câu 2. (2,0 điểm) Không sử dụng máy tính cầm tay, giải phương trình, hệ phương trình sau :

$$a) x^2 - 5x + 4 = 0 \qquad b) \begin{cases} 2x - y = 4 \\ 3x + y = 1 \end{cases}$$

Câu 3. (2,0 điểm)

Cho hàm số $y = 2x^2$ có đồ thị là (P)

a) Vẽ đồ thị (P)

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $(d): y = 2x - m$ cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1 và x_2 thỏa mãn điều kiện $(x_1 - 3)(x_2 - 3) = 5$

Câu 4. (1,0 điểm) Hương ứng phong trào “Tết trồng cây đời đời nhớ ơn Bác Hồ”, lớp 9A được phân công trồng 390 cây xanh. Lớp dự định chia đều số cây phải trồng cho số học sinh trong lớp, nhưng khi lao động có 4 học sinh vắng nên mỗi học sinh có mặt phải trồng thêm 2 cây mới hoàn thành công việc. Hỏi lớp 9A có bao nhiêu học sinh ?

Câu 5. (2,5 điểm) Từ điểm A ở ngoài đường tròn (O) , kẻ hai tiếp tuyến AB, AC tới đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Một đường thẳng d đi qua A cắt đường tròn (O) tại hai điểm E và F ($AE < AF$ và d không đi qua tâm O)

a) Chứng minh $ABOC$ là tứ giác nội tiếp

b) Gọi H là giao điểm của AO và BC . Chứng minh $AH \cdot AO = AE \cdot AF$

c) Gọi K là giao điểm của BC và EF . M là trung điểm EF

Chứng minh $\frac{AK}{AE} + \frac{AK}{AF} = 2$

Câu 6. (0,5 điểm)

Giải phương trình: $\frac{1 - \sqrt{x - 2019}}{x - 2019} + \frac{1 - \sqrt{y - 2020}}{y - 2020} + \frac{1 - \sqrt{z - 2021}}{z - 2021} + \frac{3}{4} = 0$

ĐÁP ÁN

Câu 1.**a) Tính giá trị**

$$\text{Với } x = -2 \text{ ta có: } y = 2 \cdot (-2) - 1 = -5$$

$$\text{Vậy } y = -5 \text{ khi } x = -2$$

b) Rút gọn biểu thứcĐiều kiện: $x \neq \pm 2$

$$\begin{aligned} M &= \frac{2(x+2)}{x^2-4} - \frac{x}{x-2} = \frac{2x+4-x(x+2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{2x+4-x^2-2x}{(x-2)(x+2)} \\ &= -\frac{x^2-4}{x^2-4} = -1 \end{aligned}$$

Câu 2.

$$a) x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x - x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-4) - (x-4) = 0 \Leftrightarrow (x-4)(x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-4=0 \\ x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=1 \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{1; 4\}$

$$b) \begin{cases} 2x - y = 4 \\ 3x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 5 \\ y = 2x - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$$

Vậy $(x; y) = (1; -2)$

Câu 3.**a) Học sinh tự vẽ đồ thị (P)****b) Tìm tất cả giá trị của m.....**

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số (P) và (d) là:

$$2x^2 = 2x + m \Leftrightarrow 2x^2 - 2x - m = 0(*)$$

(d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt thì phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 1 + 2m > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{2}. \text{ Áp dụng hệ thức Vi - et ta có:}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 x_2 = -\frac{m}{2} \end{cases} \text{ Theo đề bài ta có:}$$

$$(x_1 - 3)(x_2 - 3) = 5 \Leftrightarrow x_1x_2 - 3(x_1 + x_2) + 9 = 5$$

$$\Leftrightarrow x_1x_2 - 3(x_1 + x_2) + 4 = 0 \Leftrightarrow -\frac{m}{2} - 3 \cdot 1 + 4 = 0 \Leftrightarrow m = 2(tm)$$

Vậy $m = 2$ thỏa mãn bài toán.

Câu 4.

Gọi số học sinh lớp 9A là x (học sinh) ($x \in \mathbb{N}^*, x > 4$)

\Rightarrow Dự định, mỗi bạn học sinh phải trồng số cây là: $\frac{390}{x}$ (cây)

Số học sinh tham gia trồng cây là: $x - 4$ (học sinh)

Suy ra thực tế mỗi bạn học sinh phải trồng số cây là: $\frac{390}{x - 4}$ (cây)

Vì thực tế mỗi bạn phải trồng thêm 2 cây nên ta có phương trình:

$$\frac{390}{x - 4} - \frac{390}{x} = 2 \Leftrightarrow 390x - 390(x - 4) = 2x(x - 4)$$

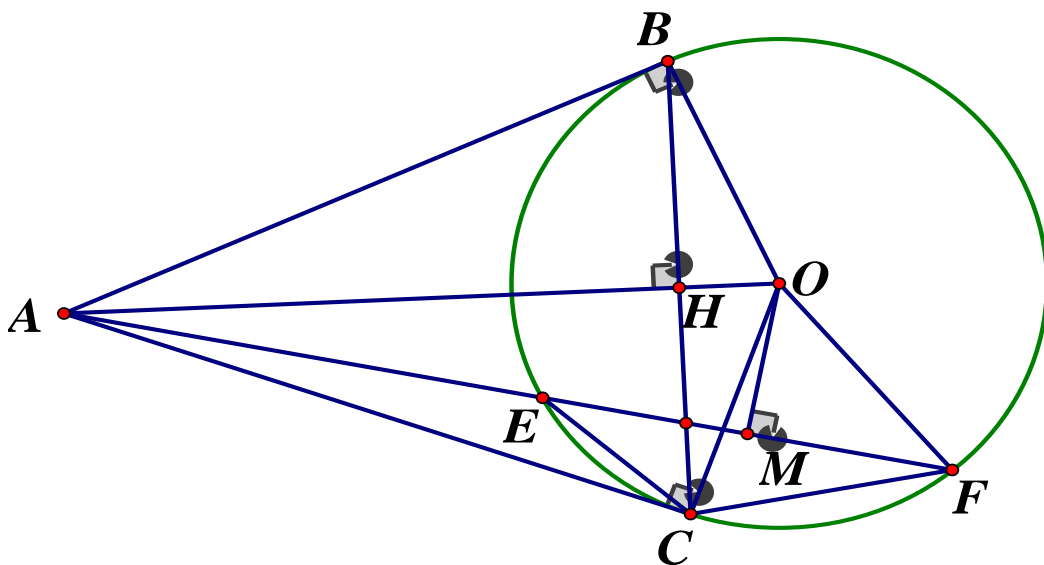
$$\Leftrightarrow 2x^2 - 8x - 1560 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 780 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 30x + 26x - 780 = 0 \Leftrightarrow x(x - 30) + 26(x - 30) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 26)(x - 30) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -26(ktm) \\ x = 30(tm) \end{cases}$$

Vậy lớp 9A có 30 học sinh.

Câu 5.



a) Chứng minh ABOC là tứ giác nội tiếp

Ta có: AB, AC là các tiếp tuyến của (O) nên $\begin{cases} AB \perp OB \\ AC \perp OC \end{cases} \Rightarrow \angle ABO = \angle ACO = 90^\circ$

Xét tứ giác $ABOC$ ta có: $\angle ABO + \angle ACO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà hai góc này ở vị trí đối diện nên $ABOC$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh $AH \cdot AO = AE \cdot AF$

Ta có: $OB = OC = R \Rightarrow O \in$ đường trung trực của BC

$AB = AC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Mà $AO \cap BC = \{H\}$, Áp dụng hệ thức lượng cho ΔABO vuông tại B có đường cao BH ,

ta có: $AB^2 = AH \cdot AO$

Xét ΔAEC và ΔACF ta có:

\widehat{A} chung; $\widehat{AFC} = \widehat{ACE}$ (cùng chắn cung EC)

$\Rightarrow \Delta AEC \sim \Delta ACF (g.g) \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{AC}{AF} \Rightarrow AC = AE \cdot AF$

Mà $AB = AC (cmt) \Rightarrow AH \cdot AO = AE \cdot AF (dfcm)$

c) Chứng minh $\frac{AK}{AE} + \frac{AK}{AF} = 2$

Xét ΔAKH và ΔAOM có: \widehat{A} chung; $\widehat{H} = \widehat{M} = 90^\circ$

$\Rightarrow \Delta AKH \sim \Delta AOM (g.g) \Rightarrow \frac{AH}{AM} = \frac{AK}{AO} \Rightarrow AK \cdot AM = AH \cdot AO$

$AM \cdot AK = AB^2$ (phương tích)

Xét ΔAEB và ΔABF có: \widehat{A} chung; $\widehat{B} = \widehat{F}$ (cùng chắn \widehat{BE})

$\Rightarrow \Delta AEB \sim \Delta ABF (g.g) \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AB}{AF} \Rightarrow AE \cdot AF = AB^2$

$\Rightarrow AM \cdot AK = AE \cdot AF \Rightarrow \frac{AK}{AE} = \frac{AF}{AM} (1)$

Chứng minh tương tự: $\Rightarrow \frac{AK}{AF} = \frac{AE}{AM} (2)$

Cộng (1), (2) vế theo vế:

$\Rightarrow \frac{AK}{AF} + \frac{AK}{AE} = \frac{AE}{AM} + \frac{AF}{AM} = \frac{AM - EM + AM + MF}{AM}$
 $= \frac{2AM}{AM} (Do ME = MF) = 2$

Vậy $\frac{AK}{AE} + \frac{AK}{AF} = 2$

Câu 6. Giải phương trình: $\frac{1-\sqrt{x-2019}}{x-2019} + \frac{1-\sqrt{y-2020}}{y-2020} + \frac{1-\sqrt{z-2021}}{z-2021} + \frac{3}{4} = 0$

Điều kiện : $\begin{cases} x > 2019 \\ y > 2020 \\ z > 2021 \end{cases}$

$$\frac{1-\sqrt{x-2019}}{x-2019} + \frac{1-\sqrt{y-2020}}{y-2020} + \frac{1-\sqrt{z-2021}}{z-2021} + \frac{3}{4} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1-\sqrt{x-2019}}{x-2019} + \frac{1}{4} + \frac{1-\sqrt{y-2020}}{y-2020} + \frac{1}{4} + \frac{1-\sqrt{z-2021}}{z-2021} + \frac{1}{4} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{4-4\sqrt{x-2019}+(x-2019)}{4(x-2019)} + \frac{4-4\sqrt{y-2020}+(y-2020)}{4(y-2020)} + \frac{4-4\sqrt{z-2021}+(z-2021)}{4(z-2021)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(\sqrt{x-2019}-2)^2}{4(x-2019)} + \frac{(\sqrt{y-2020}-2)^2}{4(y-2020)} + \frac{(\sqrt{z-2021}-2)^2}{4(z-2021)} = 0(*)$$

Ta có: $\begin{cases} \frac{(\sqrt{x-2019}-2)^2}{4(x-2019)} \geq 0 \quad \forall x > 2019 \\ \frac{(\sqrt{y-2020}-2)^2}{4(y-2020)} \geq 0 \quad \forall y > 2020 \\ \frac{(\sqrt{z-2021}-2)^2}{4(z-2021)} \geq 0 \quad \forall z > 2021 \end{cases}$

$$\Rightarrow (*) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(\sqrt{x-2019}-2)^2}{4(x-2019)} = 0 \\ \frac{(\sqrt{y-2020}-2)^2}{4(y-2020)} = 0 \\ \frac{(\sqrt{z-2021}-2)^2}{4(z-2021)} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-2019}-2=0 \\ \sqrt{y-2020}-2=0 \\ \sqrt{z-2021}-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2023(tm) \\ y=2024(tm) \\ z=2025(tm) \end{cases}$$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y; z) = (2023; 2024; 2025)$

UBND TỈNH LAI CHÂU
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
Đề số 35

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
NĂM HỌC 2020 – 2021
Môn thi: Toán (chung)
Thời gian: 120 phút
Ngày thi: 17/07/2020

Câu 1. (2,0 điểm)

Không sử dụng máy tính, giải các phương trình và hệ phương trình sau:

$$a) 2x - 6 = 0 \quad b) x^2 - 4x + 3 = 0 \quad c) \begin{cases} x + y = 10 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

Câu 2. (1,5 điểm)

2.1 Thực hiện phép tính: $\sqrt{64} + \sqrt{25} - \sqrt{9}$

2.2 Cho biểu thức $Q = \frac{1}{\sqrt{x}-3} + \frac{2}{\sqrt{x}+3} - \frac{6}{x-9} \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 9 \end{cases}$

- a) Rút gọn biểu thức Q
b) Tính giá trị của Q biết $x = 4$.

Câu 3. (2,0 điểm)

- a) Vẽ đồ thị hàm số $(P) y = 2x^2$
b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và đường thẳng $(d): y = -x + 3$

Câu 4. (1,0 điểm)

Một ô tô khách dự tính đi từ thành phố *Lai Châu* đến huyện *Nậm Nhùn* trong một thời gian đã định. Sau khi đi được 1 giờ thì ô tô này dừng lại nghỉ 10 phút. Do đó để đến *Nậm Nhùn* đúng hạn xe phải tăng tốc thêm 6 km/h . Tính vận tốc ban đầu của ô tô biết rằng quãng đường từ Thành phố *Lai Châu* đi huyện *Nậm Nhùn* dài 120 km

Câu 5. (3,0 điểm)

Cho điểm A nằm ngoài đường tròn (O) . Từ A kẻ hai tiếp tuyến AB, AC và cát tuyến ADE không đi qua tâm tới đường tròn đó (B, C là hai tiếp điểm, D nằm giữa A và E). Gọi H là giao điểm của AO và BC

- a) Chứng minh tứ giác $ABOC$ là tứ giác nội tiếp
b) Chứng minh $AH \cdot AO = AD \cdot AE$
c) Tiếp tuyến tại D của đường tròn (O) cắt AB, AC theo thứ tự tại I, K . Qua điểm O kẻ đường thẳng vuông góc với OA cắt AB tại P và cắt AC tại Q . Chứng minh rằng:
 $IP + KQ \geq PQ$

Câu 6. (0,5 điểm)

Cho a, b là các số không âm thỏa mãn $a^2 + b^2 \leq 2$, hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức
 $M = a\sqrt{3b(a+2b)} + b\sqrt{3a(b+2a)}$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$a) 2x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \quad S = \{3\}$$

$$b) x^2 - 4x + 3 = 0$$

Phương trình có dạng $a + b + c = 1 - 4 + 3 = 0$ nên có hai nghiệm $\begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$

$$c) \begin{cases} x + y = 10 \\ x - y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 14 \\ y = x - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } (x; y) = (7; 3)$$

Câu 2.

$$2.1) \sqrt{64} + \sqrt{25} - \sqrt{9} = 8 + 5 - 3 = 10$$

$$2.2) a) Q = \frac{1}{\sqrt{x}-3} + \frac{2}{\sqrt{x}+3} - \frac{6}{x-9} \begin{matrix} (x \geq 0) \\ (x \neq 9) \end{matrix}$$

$$= \frac{\sqrt{x}+3+2\sqrt{x}-6-6}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{3\sqrt{x}-9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{3(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{3}{\sqrt{x}+3}$$

$$b) x = 4(\text{tmdk}) \Rightarrow Q = \frac{3}{\sqrt{4}+3} = \frac{3}{5}$$

Câu 3.

a) Học sinh tự vẽ

b) Ta có phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$2x^2 = -x + 3 \Leftrightarrow 2x^2 + x - 3 = 0$$

$$\text{Phương trình có dạng } a + b + c = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 2 \\ x = -\frac{3}{2} \Rightarrow y = \frac{9}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vậy tọa độ giao điểm là } (1; 2); \left(-\frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right)$$

Câu 4.

Gọi $x(\text{km} / \text{h})$ là vận tốc ban đầu của ô tô ($x > 0$)

$$\text{Thời gian dự định: } \frac{120}{x}$$

$$\text{Thời gian thực tế: } 1 + \frac{120-x}{x+6} + \frac{1}{6} \text{ (10 phút = } \frac{1}{6} \text{ h)} \text{ nên ta có phương trình:}$$

$$\frac{120}{x} = 1 + \frac{1}{6} + \frac{120-x}{x+6} \Leftrightarrow \frac{120}{x} - \frac{120-x}{x+6} = \frac{7}{6}$$

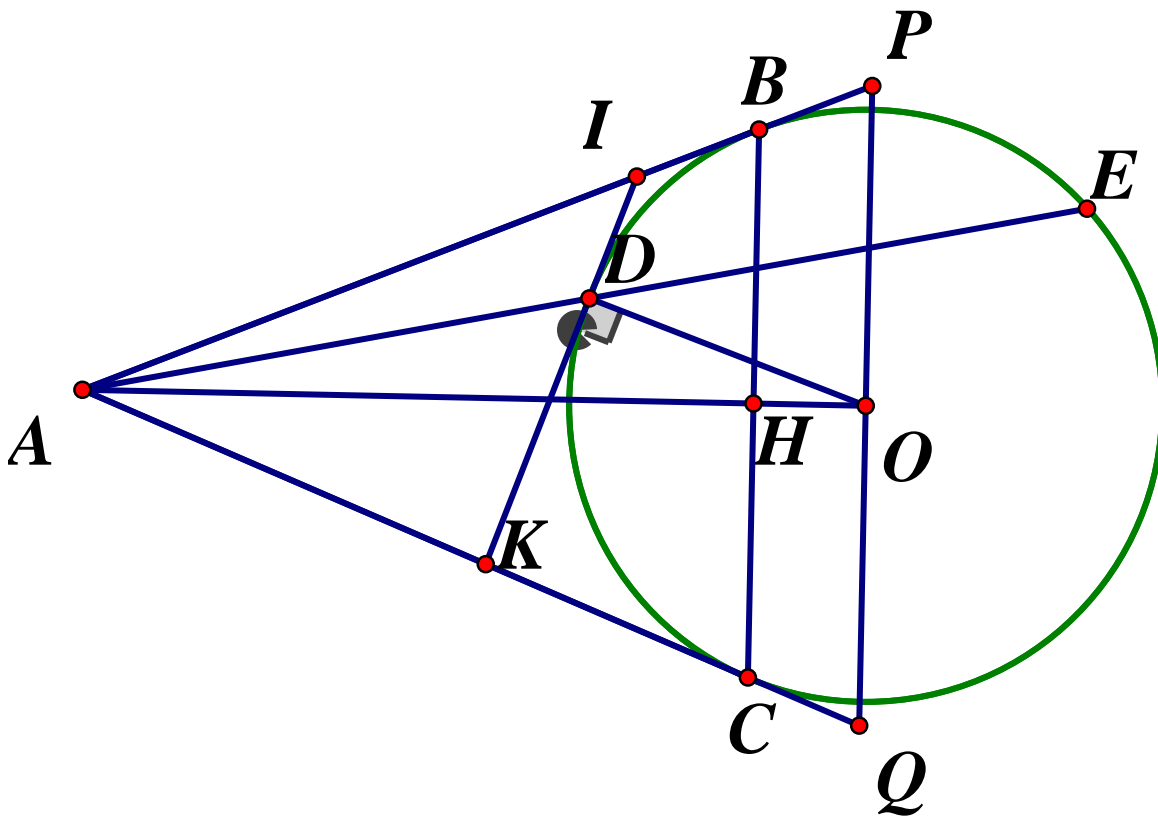
$$\Leftrightarrow (120x + 720 - 120x + x^2) \cdot 6 = 7x \cdot (x+6)$$

$$\Leftrightarrow 6x^2 + 4320 = 7x^2 + 42x$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 42x - 4320 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 48(tm) \\ x = -90(ktm) \end{cases}$$

Vậy vận tốc ban đầu là $48km/h$

Câu 5.



a) Chứng minh $ABOC$ là tứ giác nội tiếp

Ta có: $\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow ABOC$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh $AH \cdot AO = AD \cdot AE$

Xét $\triangle ACD$ và $\triangle AEC$ có: \widehat{A} chung; $\widehat{ACD} = \widehat{AEC}$ (cùng chắn \widehat{CD})

$$\Rightarrow \triangle ACD \sim \triangle AEC (g.g) \Rightarrow \frac{AC}{AE} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AE \cdot AD = AC^2 \quad (1)$$

$$\text{Áp dụng hệ thức lượng ta có: } AH \cdot AO = AC^2 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AH \cdot AO = AD \cdot AE$

c) Chứng minh rằng: $IP + KQ \geq PQ$

$$\widehat{PIK} + \widehat{IKQ} + \widehat{P} + \widehat{Q} = 360^\circ \Rightarrow 2\widehat{PIQ} + 2\widehat{OKQ} + 2\widehat{P} = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{PIQ} + \widehat{OKQ} + \widehat{P} = 180^\circ$$

Lại có: $\widehat{PIO} + \widehat{IOP} + \widehat{P} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{OKQ} = \widehat{IOP}$

Xét ΔPIO và ΔQOK có:

$$\widehat{IPO} = \widehat{OKQ} (\Delta PAQ \text{ cân}); \widehat{IOP} = \widehat{OKQ} (\text{cmt}) \Rightarrow \Delta PIO \sim \Delta QOK (\text{g.g})$$

$$\Rightarrow \frac{PI}{QO} = \frac{PO}{QK} \Rightarrow PI \cdot QK = PO \cdot QO = OP^2$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô - si ta có:

$$IP + QK \geq 2\sqrt{IP \cdot QK} = 2\sqrt{OP^2} = PQ$$

Vậy $IP + KQ \geq PQ$

Câu 6.

Ta có: $M = a\sqrt{3b(a+2b)} + b\sqrt{3a(b+2a)}$ (áp dụng bất đẳng thức Cô - si)

$$\leq a \cdot \frac{a+3b}{2} + b \cdot \frac{3a+b}{2} = \frac{a^2+b^2}{2} + 3ab$$

$$\leq \frac{2}{2} + \frac{5}{2}(a^2+b^2) \quad (\text{Do } 2ab \leq a^2+b^2)$$

$$= 1 + \frac{5}{2} \cdot 2 = 6$$

Vậy $\text{Max} M = 6 \Leftrightarrow a = b = 1$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
LÂM ĐỒNG

ĐỀ CHÍNH THỨC
Đề số 36

KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 CHUYÊN

Năm học 2020 – 2021

Môn thi: TOÁN KHÔNG CHUYÊN

Thời gian làm bài : 90 phút

Câu 1. (0,75 điểm) Tính $(\sqrt{7} + \sqrt{3})(\sqrt{7} - \sqrt{3})$

Câu 2. (0,75 điểm) Tìm m để hàm số $y = (m - 3)x^2$ nghịch biến khi $x > 0$

Câu 3. (1,0 điểm) Giải phương trình: $x^4 - 6x^2 + 8 = 0$

Câu 4. (0,75 điểm) Cho đường tròn $(O; 3cm)$, vẽ dây $CD = 3cm$. Tính số đo cung lớn CD

Câu 5. (1,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A , vẽ đường cao AH ($H \in BC$). Biết $HB = 2cm, HC = 8cm$. Tính AH

Câu 6. (1,0 điểm) Tìm tọa độ giao điểm của $(P): 2x^2$ và $(d): y = 3x - 1$ bằng phép tính

Câu 7. Biết hệ phương trình $\begin{cases} ax - by = 1 \\ 2ax + by = 8 \end{cases}$ có nghiệm là $(x; y) = (3; 1)$. Tìm a và b

Câu 8. Một bể nước dạng hình trụ có chiều cao là $25dm$, bán kính đường tròn đáy là $8dm$. Hỏi khi đầy nước thì bể chứa bao nhiêu lít nước (bỏ qua độ dày thành bể; $\pi = 3,14$)

Câu 9. Một vườn hoa hình chữ nhật có diện tích $91m^2$ và có chiều dài lớn hơn chiều rộng là $6m$. Tính chu vi của vườn hoa.

Câu 10. Cho tam giác nhọn ABC có AH, BK, CQ là ba đường cao ($Q \in AB, K \in AC, H \in BC$). Chứng minh HA là tia phân giác của góc QHK

Câu 11. Cho phương trình $x^2 - 2(m - 2)x + m^2 + 2m - 3 = 0$ (x là ẩn số, m là tham số)

Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{5}$

Câu 12. Cho đường tròn $(O; R)$ cố định đi qua hai điểm B và C cố định (BC khác đường kính). Điểm M di chuyển trên đường tròn (O) (d không trùng với B và C). G là trọng tâm $\triangle MBC$. Chứng minh rằng điểm G chuyển động trên một đường tròn cố định.

ĐÁP ÁN

Câu 1. $(\sqrt{7} + \sqrt{3})(\sqrt{7} - \sqrt{3}) = 7 - 3 = 4$

Câu 2. Để $y = (m - 3)x^2$ nghịch biến khi $x > 0 \Leftrightarrow m - 3 < 0 \Leftrightarrow m < 3$

Câu 3. $x^4 - 6x^2 + 8 = 0$

Đặt $t = x^2 (t \geq 0)$, phương trình thành: $t^2 - 6t + 8 = 0$

$$\Leftrightarrow t^2 - 4t - 2t + 8 = 0 \Leftrightarrow t(t - 4) - 2(t - 4) = 0$$

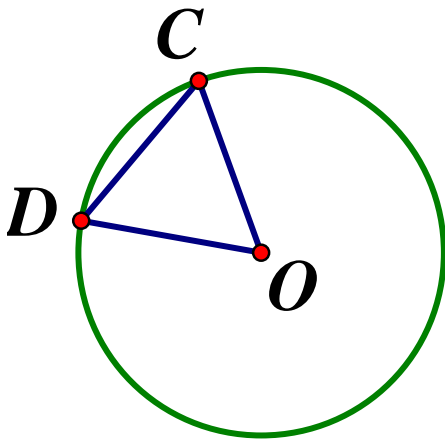
$$\Leftrightarrow (t - 2)(t - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 4 \end{cases}$$

*) $t = 2 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$

*) $t = 4 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$

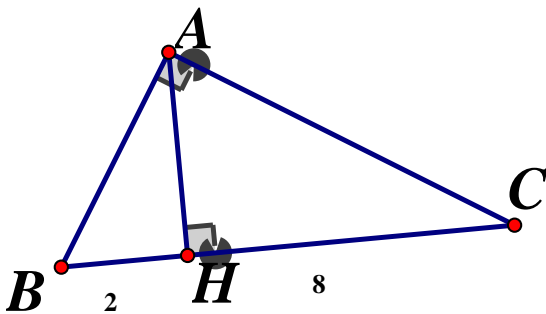
Vậy $S = \{\pm 2; \pm\sqrt{2}\}$

Câu 4.



Ta có: $OC = OD = CD = 3\text{cm}$
 $\Rightarrow \triangle ODC$ đều $\Rightarrow \widehat{COD} = 60^\circ$
 $\Rightarrow sđ\widehat{CD} = 60^\circ$ (tính chất góc ở tâm)
 $\Rightarrow sđ\widehat{CD}$ lớn $= 360^\circ - 60^\circ = 300^\circ$
 Vậy số đo \widehat{CD} lớn $= 300^\circ$

Câu 5.



Áp dụng hệ thức lượng vào $\triangle ABC$ vuông tại A, đường cao AH ta có:

$$BH \cdot HC = AH^2 \text{ hay } 2 \cdot 8 = AH^2$$

$$\Rightarrow AH = \sqrt{2 \cdot 8} = 4(\text{cm})$$

Câu 6. Ta có phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$2x^2 = 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x + 1 = 0(*)$$

Phương trình có dạng $a + b + c = 2 - 3 + 1 = 0$ nên phương trình (*) có hai nghiệm

$$\begin{cases} x_1 = 1 \Rightarrow y_1 = 2 \\ x_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow y_2 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là: $A(1;2); B\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$

Câu 7. Vì hệ có nghiệm $(x; y) = (3;1)$ nên ta có:

$$\begin{cases} 3a - b = 1 \\ 6a + b = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9a = 9 \\ b = 3a - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$$

Vậy $a = 1; b = 2$ thì hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (3;1)$

Câu 8.

Diện tích đáy là: $8^2 \cdot \pi = 64\pi \approx 64 \cdot 3,14 = 200,96(dm^3)$

Thể tích bể nước: $V = Sh = 200,96 \cdot 25 = 5024(dm^3) = 5024(\text{lít})$

Vậy thể tích bể là 5024 lít

Câu 9. Gọi chiều dài khu vườn là $x(x > 0)$

\Rightarrow Chiều rộng khu vườn $x - 6(m)$

Theo đề diện tích là $91m^2$ nên ta có phương trình:

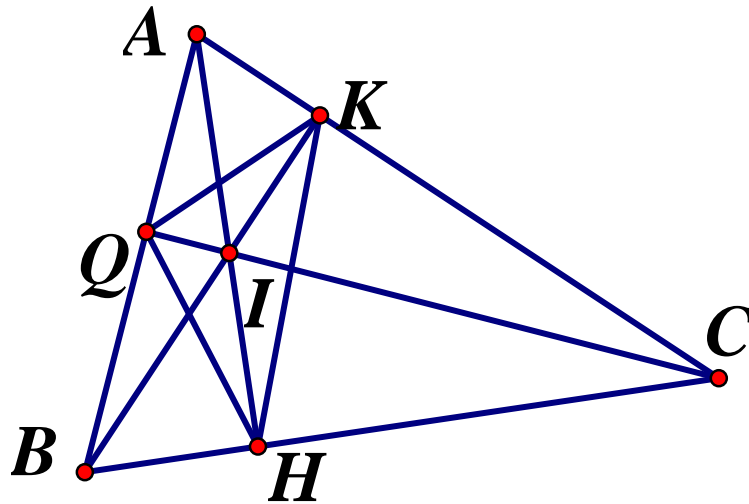
$$x(x - 6) = 91 \Leftrightarrow x^2 - 6x - 91 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 13x + 7x - 91 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - 13) + 7(x - 13) = 0 \Leftrightarrow (x - 13)(x + 7) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 13(tm) \\ x = -7(ktm) \end{cases}$$

Chiều rộng: $13 - 6 = 7(m)$

Vậy chu vi vườn hoa: $(13 + 7) \cdot 2 = 40(m)$

Câu 10.



Ta gọi I là giao điểm của AH và BK, CQ

Vì $\widehat{IQB} + \widehat{IHB} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow BQIH$ là tứ giác nội tiếp

$$\Rightarrow \widehat{ABI} = \widehat{QHI} \text{ (cùng chắn } \widehat{QI}) \quad (1)$$

Xét tứ giác BQKC có $\widehat{BQC} = \widehat{BKC} = 90^\circ$ cùng nhìn BC $\Rightarrow BQKC$ là tứ giác nội tiếp

$$\Rightarrow \widehat{ABI} = \widehat{QCK} \quad (2)$$

Xét tứ giác IHCK có $\widehat{H} + \widehat{K} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow IHCK$ là tứ giác nội tiếp

$$\Rightarrow \widehat{QCK} = \widehat{KHI} \quad (3)$$

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow \widehat{QHI} = \widehat{KHI} \Rightarrow HA$ là tia phân giác của \widehat{QHK}

Câu 11. $x^2 - 2(m-2)x + m^2 + 2m - 3 = 0$

$$\Delta' = (m-2)^2 - (m^2 + 2m - 3) = m^2 - 4m + 4 - m^2 - 2m + 3 = -6m + 7$$

Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\Rightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow -6m + 7 > 0 \Leftrightarrow m < \frac{7}{6}$

Áp dụng hệ thức Vi et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 4 \\ x_1 x_2 = m^2 + 2m - 3 \end{cases}$. Ta có:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} \Leftrightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{x_1 + x_2}{5}$$

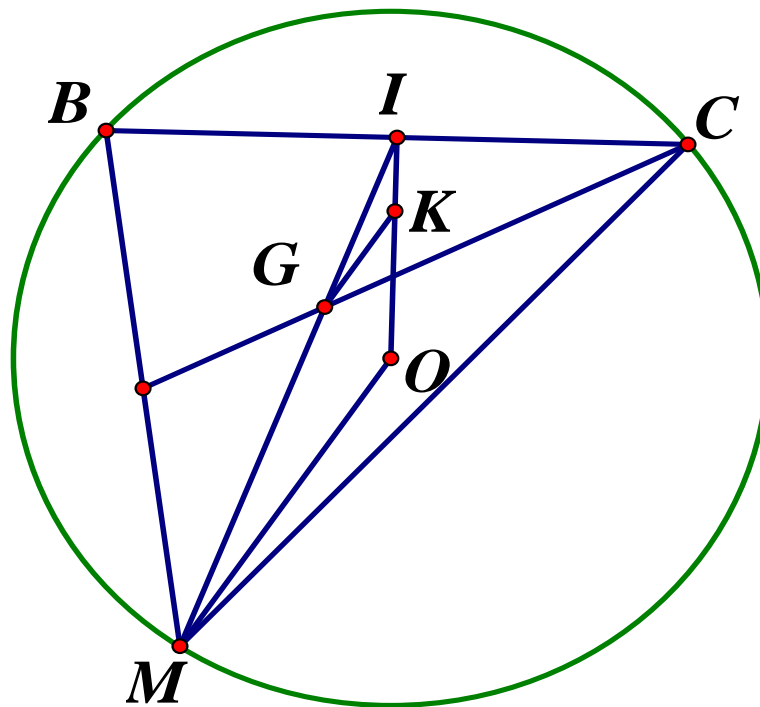
$$\text{Hay } \frac{2m-4}{m^2+2m-3} = \frac{2m-4}{5} \Rightarrow \begin{cases} 2m-4=0 \\ \frac{1}{m^2+2m-3} = \frac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=2(ktm) \\ m^2+2m-3=5(*) \end{cases}$$

$$(*) \Leftrightarrow m^2+2m-8=0 \Leftrightarrow m^2+4m-2m-8=0$$

$$\Leftrightarrow m(m+4)-2(m+4)=0 \Leftrightarrow (m-2)(m+4)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=2(ktm) \\ m=-4(tm) \end{cases}$$

Vậy $m = -4$ thì thỏa đề.

Câu 12.



Gọi I là trung điểm BC , từ G kẻ $GK // OM$ ($K \in IO$)

Xét $\triangle IOM$ có $GK // OM$ nên theo hệ quả Ta let

$$\Rightarrow \frac{IK}{IO} = \frac{GK}{OM} = \frac{IG}{IM} = \frac{1}{3} \text{ (do } G \text{ là trọng tâm)}$$

$$\Rightarrow \frac{GK}{OM} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow GK = \frac{R}{3} \text{ và } \frac{IK}{OM} = \frac{1}{3}$$

Mà I cố định (do B, C cố định), O cố định $\Rightarrow K$ cố định

Vậy G di động trên đường tròn tâm K , bán kính $\frac{R}{3}$

Câu 1. (3,0 điểm)

a) Tính giá trị các biểu thức sau :

$$A = \sqrt{25} - \sqrt{9} \qquad B = \sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2} - \sqrt{2} \qquad C = \frac{\sqrt{8} + \sqrt{32} - \sqrt{98}}{\sqrt{2}}$$

b) Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{x-\sqrt{x}} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}-1}$, với $x > 0, x \neq 1$

Rút gọn biểu thức P . Tính giá trị của P khi $x = 4$

Câu 2. (1,5 điểm)

a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x + 2y = -4 \\ x - y = 7 \end{cases}$$

b) Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = -x^2$ và $y = x - 2$

Câu 3. (1,5 điểm)

a) Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi là $160m$ và diện tích là $1500m^2$. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn đó

b) Tìm tham số m để phương trình $x^2 - 5x + m - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 - 2x_1x_2 + 3x_2 = 1$

Câu 4. (3,5 điểm)

Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB . Trên nửa đường tròn (O) lấy điểm C sao cho $CA < CB$. Trên đoạn thẳng OB lấy điểm M sao cho M nằm giữa O và B . Đường thẳng đi qua M vuông góc với AB cắt tia AC tại N , cắt BC tại E .

a) Chứng minh tứ giác $ACEM$ nội tiếp trong một đường tròn

b) Tiếp tuyến của nửa đường tròn (O) tại C cắt đường thẳng MN tại F . Chứng minh $\triangle CEF$ cân

c) Gọi H là giao điểm của NB với nửa đường tròn (O) . Chứng minh HF là tiếp tuyến của nửa đường tròn (O)

Câu 5. (0,5 điểm)

Cho các số thực a, b, c không âm thỏa mãn $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{3a^2 - 2ab + 3b^2} + \sqrt{3b^2 - 2bc + 3c^2} + \sqrt{3c^2 - 2ca + 3a^2}$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

a) Tính giá trị biểu thức

$$A = \sqrt{25} - \sqrt{9} = 5 - 3 = 2$$

$$B = \sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2} - \sqrt{2} = \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} = 1$$

$$C = \frac{\sqrt{8} + \sqrt{32} - \sqrt{98}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 7\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2 + 4 - 7 = -1$$

b) Rút gọn và tính P

Ta có:

$$P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{x-\sqrt{x}} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}-1} = \frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \cdot (\sqrt{x}-1)$$

$$= \frac{x+2}{\sqrt{x}}$$

$$\text{Thay } x = 4(\text{tmdk}) \Rightarrow P = \frac{4+2}{\sqrt{4}} = 3$$

$$\text{Vậy } P = 3 \Leftrightarrow x = 4$$

Câu 2.

a) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x + 2y = -4 \\ x - y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = -4 \\ 2x - 2y = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ y = x - 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -5 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; -5)$

b) Tìm tọa độ giao điểm....

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của hai hàm số là:

$$-x^2 = x - 2 \Leftrightarrow x^2 + 2x - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x(x+2) - (x+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x+2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = -1 \\ x = -2 \Rightarrow y = -4 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm cần tìm là $(1; -1); (-2; -4)$

Câu 3.

a) Tính chiều dài và chiều rộng

Gọi chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn lần lượt là $x; y(m)$ ($80 > x > y > 0$)

Vì chu vi hình chữ nhật là $160m$ nên ta có: $2(x+y) = 160 \Leftrightarrow x+y = 80 \Rightarrow y = 80-x(1)$

Diện tích là $1500m^2$ nên ta có: $xy = 1500(2)$

Thay (1) vào (2) ta có:

$$\begin{aligned}
 x(80-x) &= 1500 \Leftrightarrow -x^2 - 80x + 1500 = 0 \\
 \Leftrightarrow x^2 - 30x - 50x + 1500 &= 0 \Leftrightarrow x(x-30) - 50(x-30) = 0 \\
 \Leftrightarrow (x-30)(x-50) &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-30=0 \\ x-50=0 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} x=30 \Rightarrow y=80-30=50 & (\text{ktm do } x > y) \\ x=50 \Rightarrow y=30 & (\text{tm}) \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy chiều dài mảnh vườn là 50m và chiều rộng mảnh vườn là 30m

b) Tìm tham số m...

Xét phương trình: $x^2 - 5x + m - 3 = 0$. Ta có:

$$\Delta = (-5)^2 - 4.1.(m-3) = 37 - 4m$$

Để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thì

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \neq 0 (\text{luôn đúng}) \\ 37 - 4m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < \frac{37}{4}. \text{ Áp dụng hệ thức Viet ta có:}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 x_2 = m - 3 \end{cases}$$

Vì $x_1 + x_2 = 5 \Rightarrow x_2 = 5 - x_1$

Ta có: $x^2 - 5x + m - 3 = 0 \Leftrightarrow m - 3 = 5x - x^2$

Mà x_1 là nghiệm của phương trình $x^2 - 5x + m - 3 = 0$ nên $m - 3 = 5x_1 - x_1^2$. Ta có:

$$x_1^2 - 2x_1x_2 + 3x_2 = 1 \Leftrightarrow x_1^2 - 2(m-3) + 3(5-x_1) = 1$$

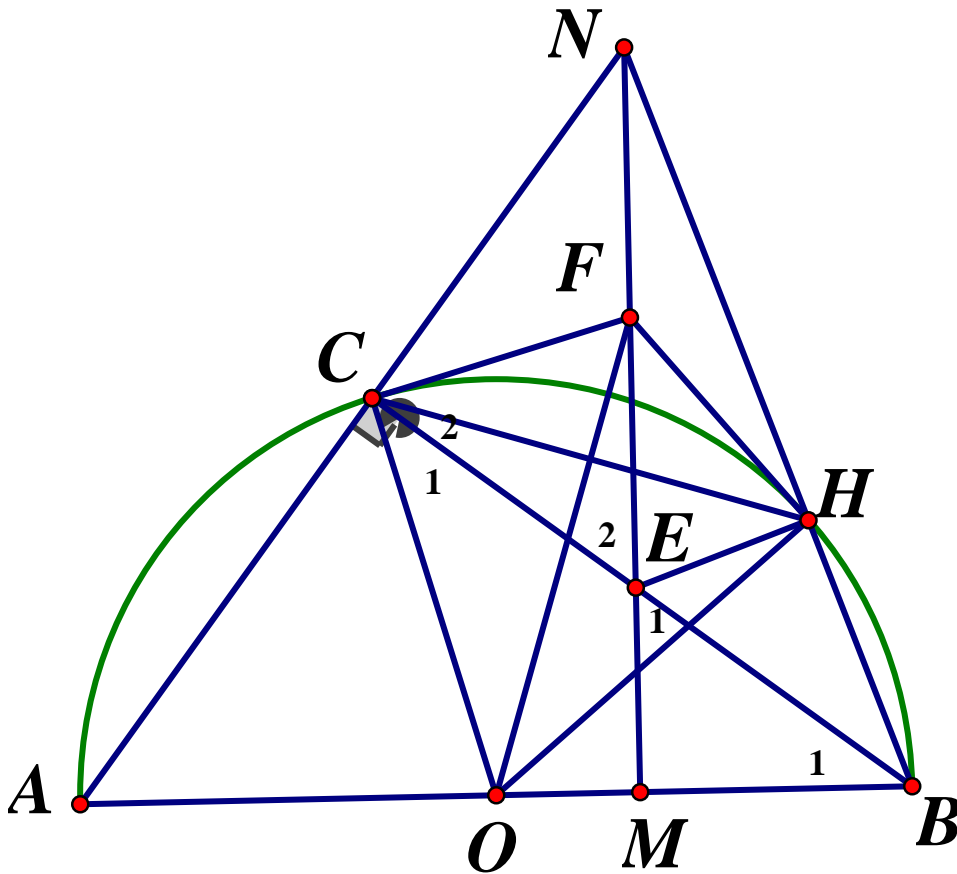
$$\Leftrightarrow x_1^2 - 2(5x_1 - x_1^2) + 3(5 - x_1) = 1 \Leftrightarrow x_1^2 - 10x_1 + 2x_1^2 + 15 - 3x_1 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x_1^2 - 13x_1 + 14 = 0 \Leftrightarrow (x_1 - 2)(3x_1 - 7) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \Rightarrow m - 3 = 5.2 - 2^2 \Leftrightarrow m = 9 (\text{tm}) \\ x_1 = \frac{7}{3} \Rightarrow m - 3 = 5.\frac{7}{3} - \left(\frac{7}{3}\right)^2 \Leftrightarrow m = \frac{83}{9} (\text{tm}) \end{cases}$$

Vậy $m = 9, m = \frac{83}{9}$ là các giá trị cần tìm.

Câu 4.



a) Chứng minh tứ giác $ACEM$ nội tiếp đường tròn

Ta có: $\angle ACB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn); $\widehat{AME} = 90^\circ$ (do $EM \perp AB$)

Tứ giác $ACEM$ có $\widehat{ACE} + \angle AME = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ nên là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°) (dfcm)

b) Chứng minh $\triangle CEF$ cân

CF là tiếp tuyến của (O) nên $OC \perp CF \Rightarrow \widehat{OCF} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{C}_1 + \widehat{C}_2 = 90^\circ$ (1)

Tam giác EMB vuông tại M nên $\widehat{B}_1 + \widehat{E}_1 = 90^\circ$ mà $\widehat{E}_1 = \widehat{E}_2$ (đối đỉnh)

Nên $\angle B_1 + \widehat{E}_2 = 90^\circ$ (2)

Tam giác OBC cân tại O nên $\widehat{B}_1 = \widehat{C}_1$ (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra $\widehat{C}_2 = \widehat{E}_2 \Rightarrow \triangle CEF$ cân tại F (dfcm)

c) Chứng minh HF là tiếp tuyến

Tứ giác $ABHC$ nội tiếp nên $\angle NHC = \angle CAB$

Tứ giác $ACEM$ nội tiếp nên $\widehat{E}_2 = \widehat{CAM} = \widehat{CAB}$ (tính chất)

Nên $\widehat{NHC} = \widehat{E}_2 = \widehat{NEC}$

Tứ giác $CNHE$ có $\widehat{NHC} = \widehat{NEC}$ (cmt) nên là tứ giác nội tiếp (hai đỉnh liên tiếp cùng nhìn cạnh đối diện dưới các góc bằng nhau)

$\Rightarrow \widehat{NHE} + \widehat{NCE} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{NHE} = 180^\circ - \angle NCE = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

$\Rightarrow \Delta NHE$ vuông tại H

Theo câu b, ΔCEF cân tại F nên $FE = FC$ (4)

Ta có: $\widehat{CNF} + \angle E_2 = 90^\circ, \angle NCF + \widehat{C}_2 = 90^\circ$

Mà $\widehat{E}_2 = \widehat{C}_2$ (cmt) $\Rightarrow \widehat{CNF} = \widehat{NCF} \Rightarrow \Delta NCF$ cân tại F $\Rightarrow FC = FN$ (5)

Từ (4) và (5) suy ra $FC = FN = FE$ hay F là trung điểm EN

Tam giác HNE vuông tại H có HF là trung tuyến nên $HF = \frac{1}{2}EN = CF$

Xét ΔOCF và ΔOHF có: $OC = OH (= R); OF$ chung; $FC = FH$ (cmt)

$\Rightarrow \Delta OCF = \Delta OHF$ (c.c.c) $\Rightarrow \widehat{OHF} = \widehat{OCF}$ mà $\widehat{OCF} = 90^\circ$ nên $\widehat{OHF} = 90^\circ$

$\Rightarrow OH \perp HF \Rightarrow FH$ là tiếp tuyến của O (dfcm)

Câu 5. Tìm giá trị nhỏ nhất của P

Ta có:

$$2ab \leq a^2 + b^2 \Rightarrow 3a^2 - 2ab + 3b^2 \geq 2a^2 + 2b^2 = 2(a^2 + b^2) \geq (a+b)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{3a^2 - 2ab + 3b^2} \geq \sqrt{(a+b)^2} = a+b \Rightarrow \sqrt{3a^2 - 2ab + 3b^2} \geq a+b$$

Tương tự: $\sqrt{3b^2 - 2bc + 3c^2} \geq b+c; \sqrt{3c^2 - 2ca + 3a^2} \geq c+a$

Do đó:

$$P \geq a+b+b+c+c+a \Rightarrow P \geq 2(a+b+c)$$

Lại có:

$$a+1 \geq 2\sqrt{a} \quad ; b+1 \geq 2\sqrt{b} \quad ; c+1 \geq 2\sqrt{c}$$

$$\Rightarrow a+b+c \geq 2(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}) - 3$$

$$\Rightarrow a+b+c \geq 2.3 - 3 = 3 \Rightarrow P \geq 2.3 = 6$$

$$\Rightarrow P_{\min} = 6 \Leftrightarrow a = b = c = 1$$

Câu 1. (1,0 điểm) Tính :

a) $\sqrt{16} + 1$

b) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$

Câu 2. (1,5 điểm) Cho biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x+1}} - \frac{1}{\sqrt{x-1}} \right) \cdot \frac{x-1}{2\sqrt{x+1}}$ ($x \geq 0; x \neq 1$)

a) Rút gọn biểu thức P

b) Tìm tất cả các giá trị của x để $P \leq -1$

Câu 3. (1,0 điểm)

a) Xác định hàm số $y = ax^2$ biết rằng đồ thị của hàm số đi qua điểm $A(-2; 5)$

b) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d : y = \frac{m-1}{m}x - m + 1$, với $m \geq \frac{3}{2}$.

Tìm m để d cắt trục tung, trục hoành lần lượt tại hai điểm phân biệt A, B sao cho độ dài đoạn AB ngắn nhất.

Câu 4. (3,5 điểm)

4.1 Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x - 3y = -4 \\ -x + 3y = 5 \end{cases}$$

4.2 Lúc 8 giờ người thứ nhất đi xe máy từ A với vận tốc $40km/h$. Sau đó 2 giờ, người thứ hai đi ô tô cũng từ A với vận tốc $60km/h$ đuổi theo người thứ nhất. Hỏi hai người ấy gặp nhau vào lúc mấy giờ ?

4.3 a) Giải phương trình: $2x^2 - 5x + 3$

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 6 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + 4x_1 + 2x_2 - 2mx_1 = -3$

Câu 5. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn tâm O . Kẻ đường thẳng d là tiếp tuyến tại A của đường tròn (O). Gọi d' là đường thẳng qua B và song song với d ; d' cắt các đường thẳng AO, AC lần lượt tại E, D . Kẻ AF là đường cao của tam giác ABC ($F \in BC$)

a) Chứng minh rằng tứ giác $ABFE$ nội tiếp

b) Chứng minh rằng $AB^2 = AD \cdot AC$

c) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC . Chứng minh rằng $MN \perp EF$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$a) \sqrt{16} + 1 = 4 + 1 = 5$$

$$b) \sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{36} = 6$$

Câu 2.

a) Rút gọn biểu thức P

Với $x \geq 0, x \neq 1$ ta có:

$$P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) \cdot \frac{x-1}{2\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}-1-\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{x-1}{2\sqrt{x}+1}$$

$$P = \frac{-2}{x-1} \cdot \frac{x-1}{2\sqrt{x}+1} = \frac{-2}{2\sqrt{x}+1}$$

b) Tìm tất cả các giá trị của x để $P \leq -1$

Với $x \geq 0, x \neq 1$ ta có:

$$P \leq -1 \Leftrightarrow \frac{-2}{2\sqrt{x}+1} \leq -1 \Leftrightarrow \frac{-2}{2\sqrt{x}+1} + 1 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-2+2\sqrt{x}+1}{2\sqrt{x}+1} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x}-1}{2\sqrt{x}+1} \leq 0$$

$$\text{Do } 2\sqrt{x}+1 > 0, \forall x \geq 0, x \neq 1 \text{ nên } \frac{2\sqrt{x}-1}{2\sqrt{x}+1} \leq 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{x}-1 \leq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{4}$$

Kết hợp điều kiện $x \geq 0, x \neq 1$ ta có: $0 \leq x \leq \frac{1}{4}$

Vậy với $0 \leq x \leq \frac{1}{4}$ thì $P \leq -1$

Câu 3.

a) Xác định hàm số $y = ax^2 \dots$

Vì đồ thị của hàm số $y = ax^2$ đi qua điểm $A(-2;5)$ nên ta có:

$$5 = a \cdot (-2)^2 \Leftrightarrow a = \frac{5}{4}$$

$$\text{Vậy } y = \frac{5}{4}x^2$$

b) Với $m \geq \frac{3}{2}$ ta có:

Giao điểm của đường thẳng d và trục tung là $A(0; y)$

Vì $A(0; y) \in (d)$ nên $y = \frac{m-1}{m} \cdot 0 - m + 1 = 1 - m \Rightarrow A(0; 1 - m)$

Giao điểm của đường thẳng (d) và trục hoành là $B(x; 0)$

Vì $B(x; 0) \in (d) \Rightarrow 0 = \frac{m-1}{m} \cdot x - m + 1 \Leftrightarrow \frac{m-1}{m} \cdot x = m - 1 \Leftrightarrow x = m$ (vì $m \geq \frac{3}{2}$)

Suy ra $B(m; 0)$

Vì $m \geq \frac{3}{2}$, ta có: $A(0; 1 - m) \Leftrightarrow OA = |1 - m| = m - 1$; $B(m; 0) \Rightarrow OB = |m| = m$

Xét tam giác OAB vuông tại O , theo định lý *Pytago* ta có:

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 = (m-1)^2 + m^2 = 2m^2 - 2m + 1 = 2\left(m^2 - m + \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{2} = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$$

Vì $m \geq \frac{3}{2}$ nên $\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 \geq \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\right)^2 \Leftrightarrow \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 1$

$$\Rightarrow 2\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \geq 2 \cdot 1 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

Ta có: AB^2 nhỏ nhất bằng $\frac{5}{2} \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$

Vậy độ dài AB nhỏ nhất bằng $\frac{\sqrt{10}}{2} \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$

Câu 4.

4.1 Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x - 3y = -4 \\ -x + 3y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{5+x}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{5+1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; 2)$

4.2 Hỏi hai người gặp nhau lúc mấy giờ

Gọi quãng đường cả hai người đi đến lúc gặp nhau là x (km), ($x > 0$)

Khi đó thời gian người thứ nhất đi đến lúc gặp người thứ hai là: $\frac{x}{40}$ (h)

Thời gian người thứ hai đi đến lúc gặp người thứ nhất là $\frac{x}{60}$ (h)

Người thứ hai đi sau người thứ nhất 2 giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{40} - \frac{x}{60} = 2 \Leftrightarrow 3x - 2x = 240 \Leftrightarrow x = 240(tm)$$

\Rightarrow Thời gian người thứ nhất đi đến khi gặp người thứ hai là: $\frac{240}{40} = 6(h)$

Vậy hai người gặp nhau lúc $8 + 6 = 14$ giờ.

4.3 a) Giải phương trình $2x^2 - 5x + 3 = 0$

Ta có: $\Delta = (-5)^2 - 4.2.3 = 1 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{5+1}{2.2} = \frac{3}{2} \\ x_2 = \frac{5-1}{2.2} = 1 \end{cases}. \text{ Vậy tập nghiệm của phương trình } S = \left\{ \frac{3}{2}; 1 \right\}$$

b) Tìm tham số m

Để phương trình đã cho có 2 nghiệm x_1, x_2 thì:

$$\Delta' = (m-1)^2 - (m^2 - 6) \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 - m^2 + 6 \geq 0 \Leftrightarrow -2m + 7 \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{7}{2}$$

Khi đó áp dụng định lý Vi - ét ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 2 \\ x_1 x_2 = m^2 - 6 \end{cases}$$

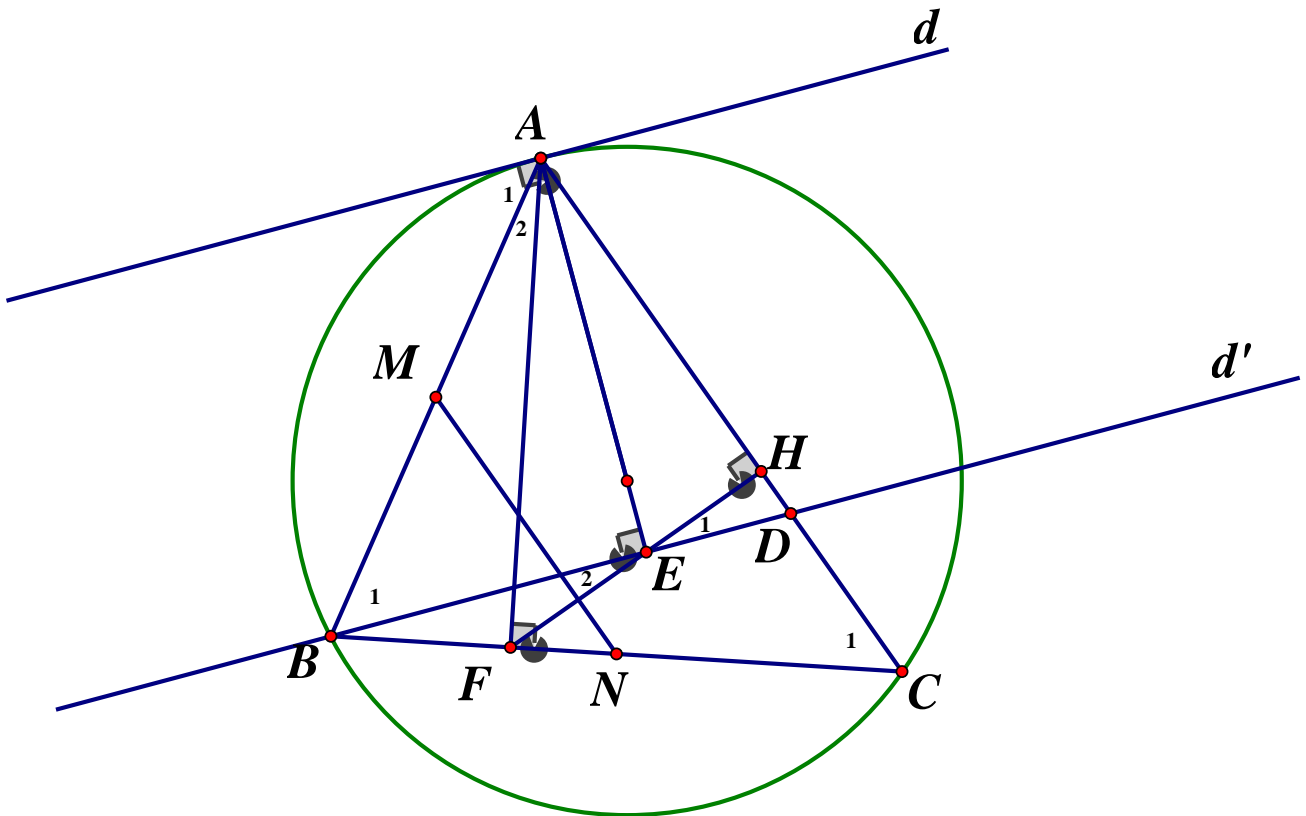
Theo bài ra ta có:

$$\begin{aligned} x_1^2 + 4x_1 + 2x_2 - 2mx_1 &= -3 \\ \Leftrightarrow x_1^2 - 2(m-1)x_1 + m^2 - 6 + 2x_1 + 2x_2 &= m^2 - 6 - 3 \\ \Leftrightarrow x_1^2 - 2(m-1)x_1 + m^2 - 6 + 2(x_1 + x_2) &= m^2 - 9(*) \end{aligned}$$

Vì x_1 là nghiệm của phương trình đã cho nên $x_1^2 - 2(m-1)x_1 + m^2 - 6 = 0$, do đó:

$$\begin{aligned} (*) &\Leftrightarrow 2(x_1 + x_2) = m^2 - 9 \Leftrightarrow 2.(2m - 2) = m^2 - 9 \\ &\Leftrightarrow 4m - 4 = m^2 - 9 \Leftrightarrow m^2 - 4m - 5 = 0 \\ &\Leftrightarrow m^2 + m - 5m - 5 = 0 \Leftrightarrow m(m+1) - 5(m+1) = 0 \\ &\Leftrightarrow (m+1)(m-5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m+1=0 \\ m-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-1(tm) \\ m=5(ktm) \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $m = -1$



a) Chứng minh rằng tứ giác $ABFE$ nội tiếp

$$\text{Ta có: } AF \perp BC \Rightarrow \widehat{AFB} = 90^\circ; \begin{cases} OA \perp d \\ d' // d \end{cases} \Rightarrow OA \perp d' \Rightarrow \widehat{AEB} = 90^\circ$$

Tứ giác $ABFE$ có $\widehat{AFB} = \widehat{AEB} = 90^\circ$ nên là tứ giác nội tiếp (tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh đối diện dưới các góc bằng nhau) (*dfcm*)

b) Chứng minh rằng $AB^2 = AD.AC$

$$\text{Ta có: } d // d' \Rightarrow \widehat{B_1} = \widehat{A_1} \text{ (so le trong)}$$

Mà $\widehat{A_1} = \widehat{C_1}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn \widehat{AB})

$$\Rightarrow \widehat{B_1} = \widehat{C_1} (= \widehat{A_1})$$

Xét $\triangle ABD$ và $\triangle ACB$ có: \widehat{A} chung; $\widehat{B_1} = \widehat{C_1}$

$$\Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle ACB (g - g) \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AB} \text{ (các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)}$$

$$\Rightarrow AB^2 = AC.AD (dfcm)$$

c) Chứng minh $MN \perp EF$

Gọi H là giao điểm của EF với AC

$$\text{Ta có: } \widehat{E_1} = \widehat{E_2} \text{ (đối đỉnh)}$$

Tứ giác $ABFE$ nội tiếp nên $\widehat{E}_2 = \widehat{A}_2$ (góc nội tiếp cùng chắn cung BF)

$$\Rightarrow \widehat{E}_1 = \widehat{A}_2 (= \widehat{E}_2)$$

Lại có $\triangle ABD \sim \triangle ACB$ (cmt) $\Rightarrow \widehat{ADB} = \widehat{ABC}$ (góc tương ứng)

$$\Rightarrow \widehat{ADB} + \widehat{E}_1 = \widehat{ABC} + \widehat{A}_2 = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{EHD} = 180^\circ - (\widehat{ADB} + \widehat{E}_1) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$$\Rightarrow FE \perp AC \quad (1)$$

Mà MN là đường trung bình của $\triangle ABC$ nên $MN \parallel AC$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $EF \perp MN$ (dpcm)

ĐỀ CHÍNH THỨC
Đề số 39

Câu 1. (1,5 điểm)

- a) Tính $L = \sqrt{4} + 3\sqrt{2} - \sqrt{18}$
 b) Rút gọn biểu thức $N = \frac{a + 3\sqrt{a}}{\sqrt{a} + 3} - \sqrt{a}$ với $a \geq 0$

Câu 2. (1,5 điểm)

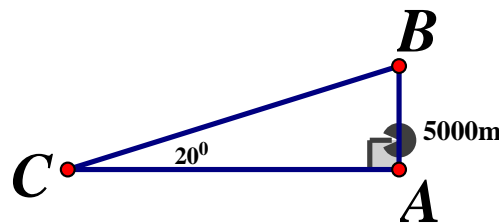
- a) Giải phương trình $\sqrt{(x+1)^2} = 2$
 b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$

Câu 3. (2,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $(d_1): y = x - 3$ và $(d_2): y = -3x + 1$

- a) Vẽ đường thẳng (d_1) trên mặt phẳng tọa độ Oxy
 b) Tìm tọa độ giao điểm của (d_1) và (d_2) bằng phép tính
 c) Viết phương trình đường thẳng (d) có dạng $y = ax + b$, biết (d) song song với (d_1) và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 7

Câu 4. (1,5 điểm)

- a) Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH , biết $AH = 4,8cm$ và $AC = 8cm$. Tính độ dài các đoạn thẳng CH, BC
 b) Đường bay lên của một máy bay tạo với phương nằm ngang một góc là 20° (như hình vẽ). Để đạt độ cao là $5000m$ thì máy bay đó bay được quãng đường là bao nhiêu?



Câu 5. (2,5 điểm) Cho tam giác ABC cân tại A ($\widehat{BAC} \neq 90^\circ$), các đường cao AD và BE cắt nhau tại H . Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AHE

- a) Chứng minh bốn điểm C, D, H, E cùng thuộc một đường tròn
 b) Chứng minh $BC = 2DE$
 c) Chứng minh DE là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

Câu 6. (1,0 điểm)

Cho x, y là các số thực. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = (x + 2y + 1)^2 + (x + 2y + 5)^2$$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$a) L = \sqrt{4} + 3\sqrt{2} - \sqrt{18} = 2 + 3\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 2$$

b) Với $a \geq 0$ ta có:

$$N = \frac{a + 3\sqrt{a}}{\sqrt{a} + 3} - \sqrt{a} = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} + 3)}{\sqrt{a} + 3} - \sqrt{a} = \sqrt{a} - \sqrt{a} = 0$$

Câu 2.

$$a) \sqrt{(x+1)^2} = 2 \Leftrightarrow |x+1| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=2 \\ x+1=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-3 \end{cases}. \text{ Vậy } S = \{1; -3\}$$

b) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 3x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 5 \\ y = 3x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \cdot 1 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x; y) = (1; 2)$

Câu 3.

a) Học sinh tự vẽ đồ thị

b) **Tìm tọa độ giao điểm**

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của (d_1) và (d_2) là:

$$x - 3 = -3x + 1 \Leftrightarrow 4x = 4 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - 3 = -2 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm của (d_1) và (d_2) là: $(1; -2)$

c) **Viết phương trình đường thẳng (d)**

Đường thẳng $(d): y = ax + b$ song song với đường thẳng $(d_1): y = x - 3$

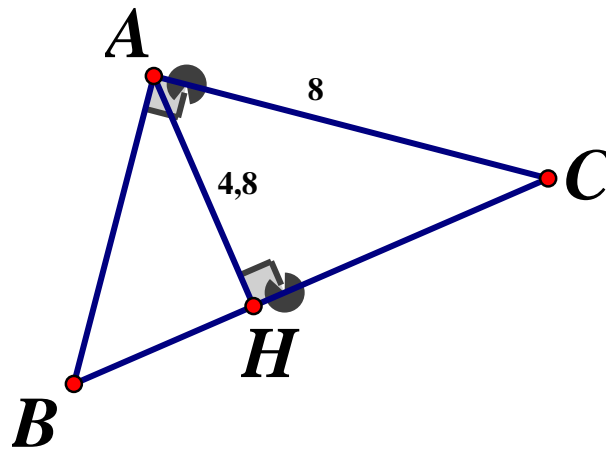
$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b \neq -3 \end{cases} \Rightarrow (d): y = x + b (b \neq -3)$$

Đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 7 nên d đi qua điểm $(0; 7)$

$$\Rightarrow 7 = 0 + b \Rightarrow b = 7 (tm)$$

Vậy phương trình đường thẳng $(d): y = x + 7$

Câu 4.



Áp dụng định lý Pytago vào ΔAHC ta có:

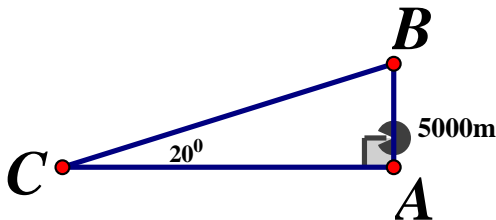
$$CH^2 = AC^2 - AH^2 \text{ hay } CH^2 = 8^2 - 4,8^2 \Rightarrow CH = \sqrt{40,96} = 6,4(\text{cm})$$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABC , đường cao AH ta có:

$$AC^2 = CH \cdot BC \Rightarrow BC = \frac{AC^2}{CH} = \frac{8^2}{6,4} = 10(\text{cm})$$

Vậy $CH = 6,4\text{cm}$, $BC = 10\text{cm}$

b) Quãng đường máy bay đi là bao nhiêu

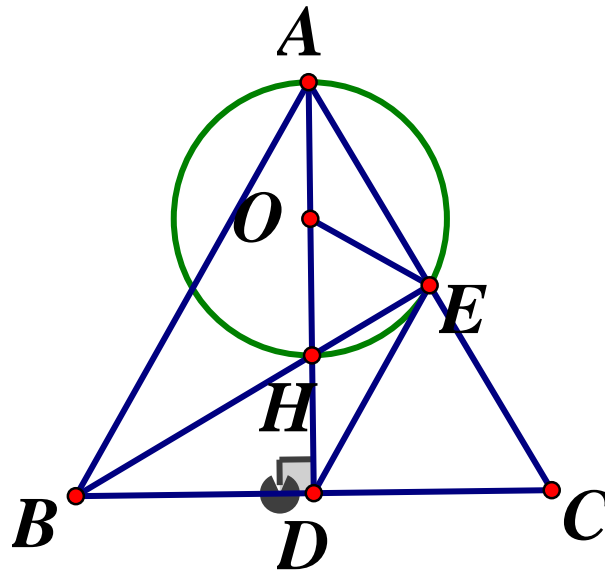


Quãng đường máy bay bay được để đạt được độ cao 5000m chính là độ dài đoạn thẳng BC trong hình vẽ.

$$\text{Xét } \Delta ABC \text{ vuông tại } A \text{ ta có: } \sin 20^\circ = \frac{AB}{BC} \Rightarrow BC = \frac{AB}{\sin 20^\circ} = \frac{5000}{\sin 20^\circ} \approx 14619(\text{m})$$

Vậy để đạt được độ cao là 5000m thì máy bay (bay từ điểm C) bay được quãng đường là 14619m

Câu 5.



a) Chứng minh bốn điểm C, D, H, E cùng thuộc một đường tròn

Ta có: AD, BE là các đường cao của $\triangle ABC$ (gt)

$$\Rightarrow \begin{cases} BE \perp AC \\ AD \perp BC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \widehat{BEC} = 90^\circ \\ \widehat{ADC} = 90^\circ \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} \widehat{HEC} = 90^\circ \\ \widehat{HDC} = 90^\circ \end{cases}$$

Xét tứ giác $DCEH$ ta có: $\widehat{HEC} + \widehat{HDC} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$, mà hai góc này ở vị trí đối diện nên $DCEH$ là tứ giác nội tiếp hay 4 điểm C, D, H, E cùng thuộc một đường tròn

b) Chứng minh $BC = 2DE$

Ta có: AD là đường cao của $\triangle ABC$ cân tại A nên AD cũng là đường trung tuyến của $\triangle ABC$

(tính chất tam giác cân) $\Rightarrow D$ là trung điểm của BC

Xét $\triangle BEC$ vuông tại E có đường trung tuyến $ED \Rightarrow ED = \frac{1}{2}BC \Rightarrow BC = 2ED$ (đpcm)

c) Chứng minh DE là tiếp tuyến của đường tròn (O)

Ta có: $\triangle AHE$ vuông tại E (gt) \Rightarrow Tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle AHE$ là trung điểm của cạnh huyền $AH \Rightarrow O$ là trung điểm của AH

$\Rightarrow OE$ là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền của $\triangle AEH$ vuông tại E

$\Rightarrow OE = OH = \frac{1}{2}AH \Rightarrow \triangle OEH$ cân tại O $\Rightarrow \widehat{OEH} = \widehat{OHE}$

Ta có: $\triangle BDE$ cân tại D $\left(DE = BD = \frac{1}{2}BC \right) \Rightarrow \widehat{DEB} = \widehat{EBD}$ (tính chất tam giác cân)

Ta có: $\triangle BHD$ vuông tại $D \Rightarrow \widehat{HBD} + \widehat{BHD} = 90^\circ$ mà $\widehat{OHE} = \widehat{BHD}$ (hai góc đối đỉnh)

$$\Rightarrow \widehat{BDH} + \widehat{OHE} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{BED} + \widehat{OHE} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{BED} + \widehat{OEH} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{OED} = 90^\circ \Rightarrow BE \perp OE$$

$\Rightarrow DE$ là tiếp tuyến của O tại E (đpcm)

Câu 6. Ta có:

$$\begin{aligned} P &= (x + 2y + 1)^2 + (x + 2y + 5)^2 \\ &= (x + 2y)^2 + 2(x + 2y) + 1 + (x + 2y)^2 + 10(x + 2y) + 25 \\ &= 2(x + 2y)^2 + 12(x + 2y) + 26 \\ &= 2\left[(x + 2y)^2 + 6(x + 2y) + 9\right] + 8 \\ &= 2(x + 2y + 3)^2 + 8 \end{aligned}$$

Vì $(x + 2y + 3)^2 \geq 0 \forall x, y$, do đó $P = (x + 2y + 3)^2 + 8 \geq 8 (\forall x, y)$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x + 2y + 3 = 0$

Vậy $\text{Min}P = 8 \Leftrightarrow x + 2y + 3 = 0$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NAM ĐỊNH

ĐỀ CHÍNH THỨC
Đề số 40

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
THPT

NĂM HỌC 2020 – 2021

Bài thi: TOÁN

Thời gian làm bài : 120 phút

Phần I. Trắc nghiệm

Câu 1. Điều kiện để biểu thức $2020\sqrt{3-x}$ có nghĩa là :

- A. $x \geq 3$ B. $x \neq 3$ C. $x \leq 3$ D. $x < 3$

Câu 2. Hàm số nào sau đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = -5x + 3$ B. $y = 5$ C. $y = 5x - 1$ D. $y = -5$

Câu 3. Hệ phương trình $\begin{cases} 5x - 2y = 5 \\ 2x + y = 11 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y)$ là:

- A. $(3; 5)$ B. $(5; 3)$ C. $(-5; 3)$ D. $(3; -5)$

Câu 4. Tìm a , biết đồ thị của hàm số $y = 2x - a$ đi qua điểm $(0; 1)$

- A. $a = 2$ B. $a = -1$ C. $a = 1$ D. $a = -2$

Câu 5. Trong các phương trình sau, phương trình nào có nghiệm kép ?

- A. $x^2 + 8x + 7 = 0$ B. $x^2 - 9 = 0$ C. $x^2 - 7x + 4 = 0$ D. $x^2 - 6x + 9 = 0$

Câu 6. Cho tam giác ABC vuông tại B , biết $AC = 10\text{cm}$, $\angle A = 60^\circ$. Độ dài đoạn AB là

- A. $5\sqrt{3}\text{cm}$ B. $10\sqrt{3}\text{cm}$ C. 5cm D. $\frac{10\sqrt{3}}{3}\text{cm}$

Câu 7. Cho đường tròn $(O; 5\text{cm})$ và đường tròn $(O'; 7\text{cm})$ biết $OO' = 2\text{cm}$. Vị trí tương đối của hai đường tròn là :

- A. Cắt nhau B. tiếp xúc trong C. tiếp xúc ngoài D. đựng nhau.

Câu 8. Diện tích xung quanh hình trụ có bán kính đáy 5cm , chiều cao 2cm là:

- A. $20\pi(\text{cm}^2)$ B. $10\pi(\text{cm}^2)$ C. $20(\text{cm}^2)$ D. $10(\text{cm}^2)$

Phần II. Tự luận (8,0 điểm)

Bài 1. (1,5 điểm)

1) Chứng minh đẳng thức $\sqrt{(\sqrt{5}-4)^2} - \sqrt{5} + \sqrt{20} = 4$

2) Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x+2}} + \frac{1}{\sqrt{x-2}} \right) : \frac{2}{x-2\sqrt{x}} \left(\begin{matrix} x > 0 \\ x \neq 4 \end{matrix} \right)$

Bài 2. (1,5 điểm) Cho phương trình $x^2 - (2m+1)x + m^2 + m = 0$ (với m là tham số)

1) Giải phương trình khi $m = 4$

2) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m . Tìm m để x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1^2 + x_2^2 - 5x_1x_2 = -17$

Bài 3. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2(x-2)^2 + \frac{1}{\sqrt{y+5}} \\ (x-2)^2 - \frac{2}{\sqrt{y+5}} = -1 \end{cases}$$

Bài 4. (3,0 điểm) Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Hai đường cao BD, CE của tam giác ABC cắt nhau tại H . Các tia BD, CE cắt đường tròn $(O; R)$ lần lượt tại điểm thứ hai là P, Q

1) Chứng minh tứ giác $BCDE$ nội tiếp và cung AP bằng cung AQ

2) Chứng minh E là trung điểm của HQ và $OA \perp DE$

3) Cho góc CAB bằng $60^\circ, R = 6\text{cm}$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác AED

Bài 5. (1,0 điểm)

1) Giải phương trình: $\sqrt{2}\sqrt{2x^2+x+1} - \sqrt{4x-1} + 2x^2 + 3x - 3 = 0$

2) Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $ab + bc + ca = 3$

Chứng minh: $\frac{a^3}{b+2c} + \frac{b^3}{c+2a} + \frac{c^3}{a+2b} \geq 1$

ĐÁP ÁN

I. Trắc nghiệm

1C 2C 3A 4B 5D 6C 7B 8A

II. Tự luận

Bài 1.

$$1) VT = \sqrt{(\sqrt{5}-4)^2} - \sqrt{5} + \sqrt{20} = |\sqrt{5}-4| - \sqrt{5} + 2\sqrt{5} \\ = 4 - \sqrt{5} - \sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 4 = VP(dfcm)$$

$$2) P = \left(\frac{1}{\sqrt{x+2}} + \frac{1}{\sqrt{x-2}} \right) : \frac{2}{x-2\sqrt{x}} \begin{matrix} (x > 0) \\ (x \neq 4) \end{matrix} \\ = \frac{\sqrt{x-2} + \sqrt{x+2}}{(\sqrt{x-2})(\sqrt{x+2})} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x-2})}{2} = \frac{2\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}}{2(\sqrt{x+2})} = \frac{x}{\sqrt{x+2}}$$

Bài 2.**1) Giải phương trình khi $m = 4$**

Khi $m = 4$ ta có phương trình : $x^2 - 9x + 20 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 5x + 20 = 0 \Leftrightarrow x(x-4) - 5(x-4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-5)(x-4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 4 \end{cases}$$

Vậy với $m = 4 \Leftrightarrow S = \{4; 5\}$

2) Tìm m

Xét phương trình $x^2 - (2m+1)x + m^2 + m = 0$ có:

$$\Delta = (2m+1)^2 - 4(m^2 + m) = 4m^2 + 4m + 1 - 4m^2 - 4m = 1 > 0$$

Vậy phương trình đã cho luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi m . Áp dụng hệ thức

$$\text{Vi-et ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 1 \\ x_1 x_2 = m^2 + m \end{cases} \text{ Theo đề bài ta có:}$$

$$x_1^2 + x_2^2 - 5x_1 x_2 = -17 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - 5x_1 x_2 = -17$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 7x_1 x_2 + 17 = 0 \Leftrightarrow (2m+1)^2 - 7(m^2 + m) + 17 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 + 4m + 1 - 7m^2 - 7m + 17 = 0 \Leftrightarrow 3m^2 - 3m - 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - m - 6 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 3m + 2m - 6 = 0 \Leftrightarrow m(m-3) + 2(m-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (m+2)(m-3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = 3 \end{cases}$$

Vậy $m = -3, m = 2$ thỏa đề.

$$\text{Bài 3. Giải hệ phương trình: } \begin{cases} 2(x-2)^2 + \frac{1}{\sqrt{y+5}} \\ (x-2)^2 - \frac{2}{\sqrt{y+5}} = -1 \end{cases}$$

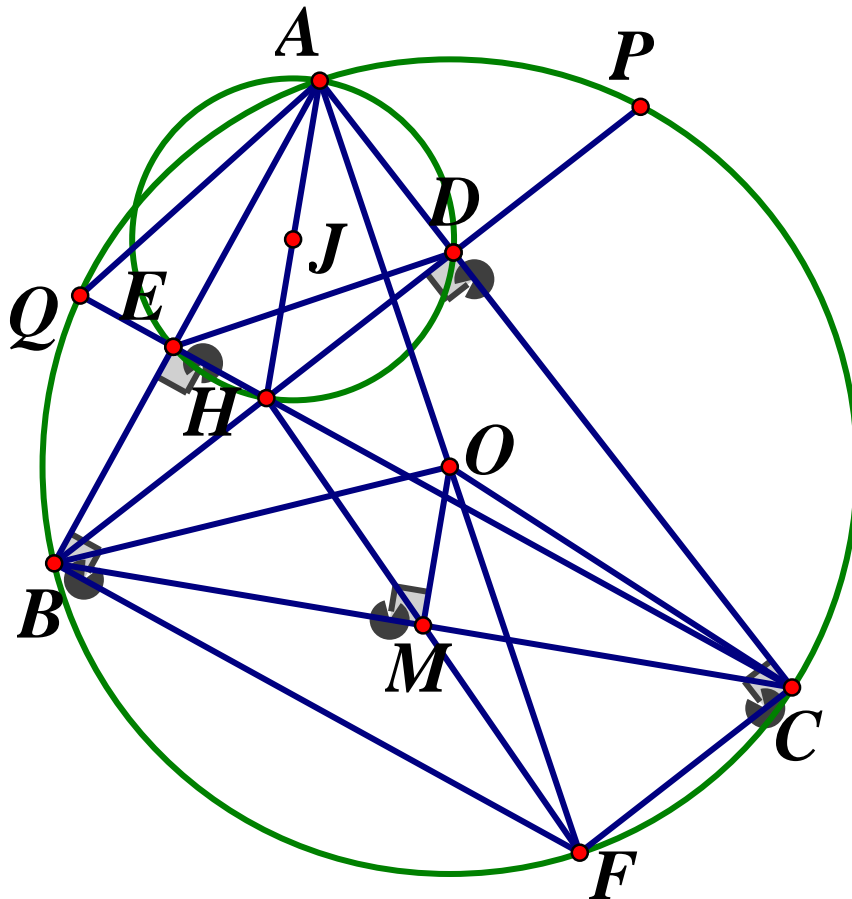
ĐKXD: $y \geq -5$, Đặt: $\begin{cases} u = (x-2)^2 \geq 0 \\ v = \frac{1}{\sqrt{y+5}} > 0 \end{cases}$, hệ phương trình thành :

$$\begin{cases} 2u + v = 3 \\ u - 2v = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u + v = 3 \\ 2u - 4v = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5v = 5 \\ u = 2v - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v = 1 \\ u = 1 \end{cases} \text{ (tm)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x-2)^2 = 1 \\ \frac{1}{\sqrt{y+5}} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x-2 = 1 \\ x-2 = -1 \end{cases} \\ y+5 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \end{cases} \\ y = -4 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = \{(3; -4); (1; -4)\}$

Bài 4.



1) Chứng minh tứ giác $BCDE$ nội tiếp và cung $AP =$ cung AQ

Ta có: BD, CE là các đường cao của ΔABC

$$\Rightarrow \begin{cases} BD \perp AC = \{D\} \\ CE \perp AB = \{E\} \end{cases} \Rightarrow \widehat{BEC} = \widehat{BDC} = 90^\circ$$

Xét tứ giác $BEDC$ ta có: $\widehat{BEC} = \widehat{BDC} = 90^\circ$ mà hai đỉnh E, D là hai đỉnh kề nhau

Nên $BEDC$ là tứ giác nội tiếp

Vì $BEDC$ là tứ giác nội tiếp nên $\angle EBD = \angle ECD$ (hai góc nội tiếp cùng chắn ED)
 $\Rightarrow \angle ABP = \angle ACQ$

Lại có: $\angle ABP, \angle ACQ$ lần lượt là tứ giác nội tiếp chắn các cung

$$AP, AQ \Rightarrow \text{cung } \widehat{AP} = \text{cung } \widehat{AQ}$$

2) Chứng minh E là trung điểm HQ.....

Xét tứ giác $AEHD$ ta có: $\widehat{AEH} + \angle ADH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$, mà hai góc này ở vị trí đối diện nên $AEHD$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{EAH} = \widehat{EDH}$ (cùng chắn cung EH)

Vì $BEDC$ là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \widehat{EDC} = \widehat{ECB}$ (cùng chắn cung EB)

$$\Rightarrow \angle AEH = \angle ECB (= \angle EDH) \text{ hay } \angle EAH = \angle EAQ (= \angle BCQ)$$

Lại có: $\widehat{QAB} = \widehat{QCB}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung QB)

$$\Rightarrow \widehat{EAH} = \widehat{EAQ} (= \angle BCQ) \Rightarrow AE \text{ là tia phân giác của } \angle QAH$$

Xét $\triangle QAH$ ta có: AE vừa là đường cao, vừa là đường phân giác nên $\triangle QAH$ cân tại A.

$$\Rightarrow AE \text{ cũng là đường trung tuyến } \Rightarrow E \text{ là trung điểm } HQ(\text{dfcm})$$

Kéo dài AO cắt đường tròn (O) tại F

Khi đó ta có: $\angle ABC = \widehat{AFC}$ (cùng chắn cung AC)

Vì $BCDE$ là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \angle ADE = \angle ABC$ (góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối diện) $\Rightarrow \widehat{ADB} = \widehat{AFC} (= \angle ABC)$

Ta có $\widehat{ACF} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$\widehat{CAF} + \widehat{AFC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{FAC} + \widehat{ADE} = 90^\circ \text{ hay}$$

$$\angle DAO + \angle ADE = 90^\circ \Rightarrow AO \perp DE(\text{dfcm})$$

3) Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác AED

Theo chứng minh b, ta có: $AEDH$ là tứ giác nội tiếp

Nên Đường tròn ngoại tiếp $\triangle AED$ là đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AEDH$

Ta có: $\angle AEH = 90^\circ$ và là góc nội tiếp chắn cung AH nên AH là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AEDH$

Gọi J là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ADE \Rightarrow J$ là trung điểm của AH . Gọi M là trung điểm của BC .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} FC \perp AC \\ DB \perp AC \end{cases} \Rightarrow FC // BD \text{ hay } BH // FC$$

$$\begin{cases} CE \perp AB \\ BF \perp AB \end{cases} \Rightarrow CE // BF \text{ hay } BF // CH$$

$\Rightarrow BHCF$ là hình bình hành nên BC, HF cắt nhau tại trung điểm mỗi đường

Mà M là trung điểm của $BC \Rightarrow M$ cũng là trung điểm của HF

Xét $\triangle AHF$ ta có: O, M lần lượt là trung điểm của AE, HF

$$\Rightarrow OM \text{ là đường trung bình của } \triangle AHF \Rightarrow \begin{cases} OM // AH \\ OM = \frac{1}{2} AH \end{cases}$$

Ta có: $\angle BOC$ là góc ở tâm chắn cung $BC \Rightarrow \angle BAC$ là góc ở tâm chắn cung BC

$$\Rightarrow \angle BAC \text{ là góc nội tiếp chắn cung } BC \Rightarrow BOC = 2\angle BAC = 2.60^\circ = 120^\circ$$

$\triangle OBC$ cân tại O có đường trung tuyến $OM \Rightarrow OM$ cũng là phân giác của \widehat{BOC}

$$\Rightarrow \widehat{BOM} = 60^\circ$$

Xét $\triangle OBM$ ta có: $OM = OB \cdot \cos \angle BOM = 6 \cdot \cos 60^\circ = 3(\text{cm})$

$$\Rightarrow AH = 2OM = 2.3 = 6\text{cm}$$

Vậy bán kính của đường tròn ngoại tiếp $\triangle ADE$ là: $AJ = \frac{1}{2} AH = 3\text{cm}$

Bài 5.

1) Giải phương trình: $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2x^2 + x + 1} - \sqrt{4x - 1} + 2x^2 + 3x - 3 = 0$

Điều kiện: $x \geq \frac{1}{4}$

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{2x^2 + x + 1} - \sqrt{4x - 1} + 2x^2 + 3x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{4x^2 + 2x + 2} - 2 + 1 - \sqrt{4x - 1} + 2x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{4x^2 + 2x + 2 - 4}{\sqrt{4x^2 + 2x + 2} + 2} + \frac{1 - 4x + 1}{1 + \sqrt{4x - 1}} + 2x^2 + 4x - x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{4x^2 + 2x - 2}{\sqrt{4x^2 + 2x + 2} + 2} + \frac{2 - 4x}{1 + \sqrt{4x - 1}} + 2x(x + 2) - (x + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2(2x - 1)(x + 1)}{\sqrt{4x^2 + 2x + 2} + 2} - \frac{2(2x - 1)}{1 + \sqrt{4x - 1}} + (x + 2)(2x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x - 1) \left[\frac{2x + 2}{\sqrt{4x^2 + 2x + 2} + 2} - \frac{2}{1 + \sqrt{4x - 1}} + x + 2 \right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} (tm) \\ \frac{2x + 2}{\sqrt{4x^2 + 2x + 2} + 2} - \frac{2}{1 + \sqrt{4x - 1}} + x + 2 = 0 (*) \end{cases}$$

$$\text{Với } x \geq \frac{1}{4} \Rightarrow \sqrt{4x - 1} + 1 \geq 1 \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{4x - 1} + 1} \leq 2 \Rightarrow 2 - \frac{2}{\sqrt{4x - 1} + 1} \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{2x + 2}{\sqrt{4x^2 + 2x + 2} + 2} + x + 2 - \frac{2}{\sqrt{4x - 1} + 1} > 0 \left(\forall x \geq \frac{1}{4} \right)$$

$\Rightarrow (*)$ vô nghiệm

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất: $x = \frac{1}{2}$

2) **Chứng minh** $\frac{a^3}{b + 2c} + \frac{b^3}{c + 2a} + \frac{c^3}{a + 2b} \geq 1$

Đặt $P = \frac{a^3}{b + 2c} + \frac{b^3}{c + 2a} + \frac{c^3}{a + 2b}$

Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho hai số dương $\frac{9a^3}{b + 2c}; (b + 2c)a$ ta có:

$$\frac{9a^2}{b + 2c} + (b + 2c)a \geq 6a^2$$

Tương tự ta có:
$$\begin{cases} \frac{9b^3}{c + 2a} + (c + 2a)b \geq 6b^2 \\ \frac{9c^3}{a + 2b} + (a + 2b)c \geq 6c^2 \end{cases}$$

Cộng vế với vế ba đẳng thức cùng chiều ta có:

$$\frac{a^3}{b + 2c} + \frac{b^3}{c + 2a} + \frac{c^3}{a + 2b} \geq 1 \Leftrightarrow a = b = c = 1$$

$$9 \left(\frac{a^3}{b + 2c} + \frac{b^3}{c + 2a} + \frac{c^3}{a + 2b} \right) + (b + 2c)a + (c + 2a)b + (a + 2b)c \geq 6a^2 + 6b^2 + 6c^2$$

$$\Leftrightarrow 9P + 3(ab + bc + ca) \geq 6(a^2 + b^2 + c^2)$$

$$\Leftrightarrow 9P + 9 \geq 6(a^2 + b^2 + c^2) \Leftrightarrow 3P + 3 \geq 2(a^2 + b^2 + c^2)$$

Lại có: $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca = 3$

$$\Rightarrow 3P \geq 2 \cdot 3 - 3 = 3 \Leftrightarrow P \geq 1$$

Vậy $\frac{a^3}{b+2c} + \frac{b^3}{c+2a} + \frac{c^3}{a+2b} \geq 1 \Leftrightarrow a = b = c = 1$

Câu 1. (2,5 điểm)

a) Tính $A = \sqrt{(1 - 2\sqrt{5})^2} - \sqrt{20}$

b) Rút gọn biểu thức $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{x}+1}$ (với $x \geq 0, x \neq 4$)

c) Tìm giá trị của tham số m để đường thẳng $y = (m^2 + 1)x + m$ song song với đường thẳng $y = 5x + 2$

Câu 2. (2,0 điểm)

a) Giải phương trình: $x^2 - 5x + 6 = 0$

b) Cho phương trình $x^2 - 4x - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Không giải

phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $T = \frac{x_1^2}{x_2} + \frac{x_2^2}{x_1}$

Câu 3. (1,5 điểm) Hưởng ứng phong trào toàn dân chung tay đẩy lùi đại dịch Covid – 19, trong tháng hai năm 2020, hai lớp 9A và 9B của một trường THCS đã nghiên cứu và sản xuất được 250 chai nước rửa tay sát khuẩn. Vì muốn tặng quà cho khu cách ly tập trung trên địa bàn, trong tháng ba, lớp 9A làm vượt mức 25%, lớp 9B làm vượt mức 20%, do đó tổng sản phẩm của cả hai lớp vượt mức 22% so với tháng hai. Hỏi trong tháng hai, mỗi lớp đã sản xuất được bao nhiêu chai nước rửa tay sát khuẩn ?

Câu 4. (3,0 điểm) Cho tứ giác $ABCD$ ($AD > BC$) nội tiếp đường tròn tâm O đường kính AB . Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại E . Gọi H là hình chiếu của E trên AB

a) Chứng minh $ADEH$ là tứ giác nội tiếp

b) Tia CH cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là K . Gọi I là giao điểm của DK và AB . Chứng minh $DI^2 = AI \cdot BI$

c) Khi tam giác DAB không cân, gọi M là trung điểm của EB , tia DC cắt tia HM tại N . Tia NB cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác HMB tại điểm thứ hai là F . Chứng minh F thuộc đường tròn (O)

Câu 5. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^3 + 2y^2 + xy^2 = 2 + x - 2x^2 \\ 4y^2 = (\sqrt{y^2 + 1} + 1)(y^2 - x^3 + 3x - 2) \end{cases}$$

ĐÁP ÁN**Câu 1.**

$$a) A = \sqrt{(1 - 2\sqrt{5})^2} - \sqrt{20} = |1 - 2\sqrt{5}| - \sqrt{4 \cdot 5} = 2\sqrt{5} - 1 - 2\sqrt{5} = -1 \text{ (do } 2\sqrt{5} > 1)$$

$$b) B = \left(\frac{\sqrt{x}}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x} + \sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}+1}$$

$$= \frac{2(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2) \cdot (\sqrt{x}+1)} = \frac{2}{x-4}$$

c) Tìm giá trị tham số m.....

Để đường thẳng $y = (m^2 + 1)x + m$ song song với đường thẳng $y = 5x + 2$ thì

$$\begin{cases} m^2 + 1 = 5 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 2 \\ m \neq 2 \end{cases} \Rightarrow m = -2$$

Vậy $m = -2$

Câu 2.**a) Giải phương trình**

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3x + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-2) - 3(x-2) = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ x-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=3 \end{cases}$$

Vậy $S = \{3; 2\}$

b) Tính giá trị biểu thức

Ta thấy $ac < 0$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt, áp dụng hệ thức Vi - et ta

có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 x_2 = -3 \end{cases}$. Khi đó ta có:

$$T = \frac{x_1^2}{x_2} + \frac{x_2^2}{x_1} = \frac{x_1^3 + x_2^3}{x_1 x_2} = \frac{(x_1 + x_2)^3 - 3x_1 x_2 (x_1 + x_2)}{x_1 x_2}$$

$$= \frac{4^3 - 3 \cdot (-3) \cdot 4}{-3} = -\frac{100}{3}$$

$$\text{Vậy } T = -\frac{100}{3}$$

Câu 3.

Gọi số chai nước rửa tay lớp 9A, 9B lần lượt sản xuất trong tháng hai là x, y (chai, $x, y \in \mathbb{N}^*, x, y < 250$)

Tong tháng hai, hai lớp sản xuất được 250 chai nước rửa tay nên $x + y = 250$ (1)

Số chai nước rửa tay lớp 9A sản xuất được trong tháng 3 là $x + 25\%x = 1,25x$

Số chai nước rửa tay cả hai lớp sản xuất được trong tháng ba là: $y + 20\%y = 1,2y$

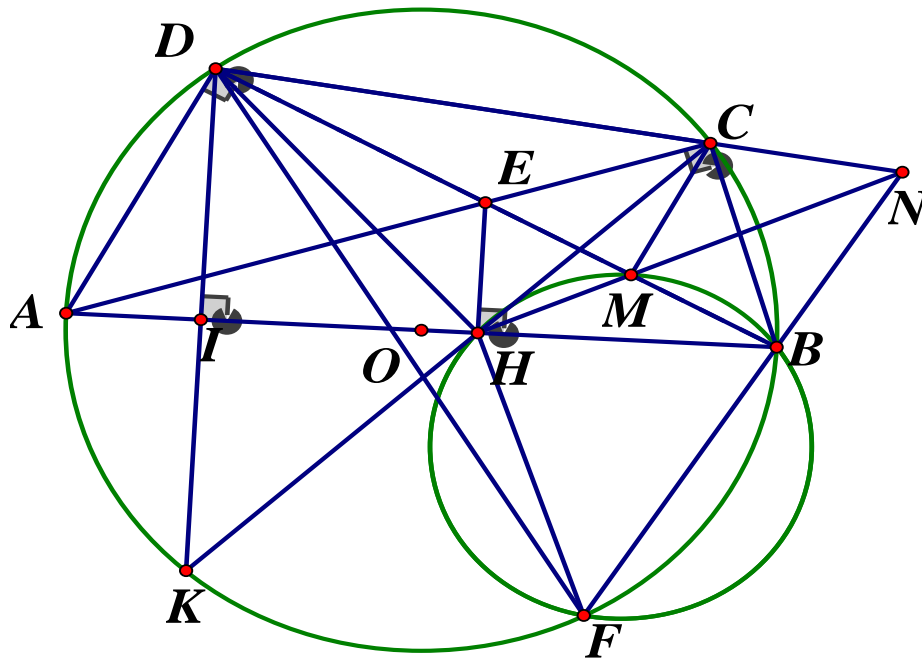
Số chai nước rửa tay cả hai lớp sản xuất được trong tháng ba là:

$250 + 250.22\% = 305$ (chai) nên ta có phương trình: $1,25x + 1,2y = 305$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ:

$$\begin{cases} x + y = 250 \\ 1,25x + 1,2y = 305 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1,2x + 1,2y = 300 \\ 1,25x + 1,2y = 305 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,05x = 5 \\ y = 250 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 100 \\ y = 150 \end{cases} \text{ (tm)}$$

Vậy lớp 9A sản xuất được 100 chai nước rửa tay, lớp 9B sản xuất được 150 chai.

Câu 4.**a) Chứng minh $ADEH$ là tứ giác nội tiếp**

Ta có: $\angle ADB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$EH \perp AB \Rightarrow \angle AHE = 90^\circ$$

Tứ giác $ADEH$ có: $\angle ADE + \angle AHE = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ nên là tứ giác nội tiếp (đpcm)

b) Chứng minh $DI^2 = AI \cdot BI$

Tứ giác $ADCK$ nội tiếp nên $\angle ADK = \angle ACK$ (hai góc nội tiếp cùng chắn \widehat{AK}) (1)

Xét tứ giác $ECBH$ có: $\widehat{ECB} = \angle ACB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)
 $\angle EHB = 90^\circ$ (do $EH \perp AB$) $\Rightarrow \widehat{ECB} + \widehat{EHB} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Do đó tứ giác $ECBH$ nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°)

$$\Rightarrow \widehat{ECH} = \widehat{EBH} \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung } EH) \Rightarrow \widehat{ACK} = \angle DBA \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{ADK} = \widehat{DBA} \Rightarrow \widehat{ADI} = \widehat{DBA}$

Lại có $\widehat{DBA} + \widehat{DAB} = 90^\circ$ nên $\widehat{ADI} + \widehat{DAB} = 90^\circ$ hay $\widehat{ADI} + \widehat{DAI} = 90^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{DIA} = 180^\circ - (\angle ADI + \angle DAI) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$\Rightarrow DI \perp AB$ nên DI là đường cao trong tam giác vuông ADB

$$\Rightarrow DI^2 = IA \cdot IB \text{ (theo hệ thức lượng)} \quad (dfcm)$$

c) Chứng minh F thuộc đường tròn (O)

Theo câu b, $DK \perp BA$ tại I nên AB là đường trung trực của DK

$$\Rightarrow DA = AK \Rightarrow sd \text{ cung } AD = sd \text{ cung } AK$$

$\Rightarrow \angle DCA = \angle ACK \Rightarrow CA$ là tia phân giác của góc DCH

$$\Rightarrow \widehat{DCH} = 2\widehat{ECH} \quad (3)$$

Tam giác EHB vuông tại H có M là trung điểm EB nên HM là đường trung tuyến

$$\Rightarrow MH = MB \Rightarrow \triangle MHB \text{ cân tại } M$$

$$\Rightarrow \widehat{DMH} = \angle MHB + \angle MBH = 2\angle MBH = 2\angle EBH \quad (4)$$

Tứ giác $ECBH$ có $\widehat{ECB} + \widehat{EHB} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ nên là tứ giác nội tiếp

$$\text{Suy ra } \widehat{ECH} = \widehat{EBH} \quad (5)$$

Từ (3), (4), (5) suy ra $\widehat{DCH} = \widehat{DMH} \Rightarrow DCMH$ là tứ giác nội tiếp

$$\Rightarrow \widehat{NCM} = \widehat{NHD} \text{ (tính chất)}$$

Xét $\triangle NCM$ và $\triangle NHD$ có: \widehat{N} chung; $\widehat{NCM} = \widehat{NHD}$ (cmt)

$$\Rightarrow \triangle NCM \sim \triangle NHD (g.g) \Rightarrow \frac{NC}{NH} = \frac{NM}{ND} \text{ (hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)}$$

$$\Rightarrow NC \cdot ND = NM \cdot NH \quad (6)$$

Tứ giác $HMBF$ nội tiếp nên $\widehat{NMB} = \widehat{NFH}$ (tính chất)

Xét $\triangle NMB$ và $\triangle NFH$ có: \widehat{N} chung; $\widehat{NMB} = \widehat{NFH} \Rightarrow \triangle NMB \sim \triangle NFH (g.g)$

$$\Rightarrow \frac{NM}{NF} = \frac{NB}{NH} \text{ (hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)} \Rightarrow NM \cdot NH = NB \cdot NF \quad (7)$$

Từ (6) & (7) suy ra $NC \cdot ND = NF \cdot NB \Rightarrow \frac{NC}{NF} = \frac{NB}{ND}$

Xét $\triangle NBC$ và $\triangle NDF$ có: \widehat{N} chung; $\frac{NC}{NF} = \frac{NB}{ND}$ (cmt) $\Rightarrow \triangle NBC \sim \triangle NDF$ (c.g.c)

$\Rightarrow \widehat{NCB} = \widehat{NFD} = \widehat{BFD}$ (các góc tương ứng)

Mà $\widehat{NCB} + \widehat{DCB} = 180^\circ$ (kề bù) nên $\widehat{BFD} + \widehat{DCB} = 180^\circ$

Do đó tứ giác $DCFB$ nội tiếp nên F nằm trên đường tròn (O) (dfcm)

Câu 5. Giải hệ phương trình

$$\text{Đặt } \begin{cases} x^3 + 2y^2 + xy^2 = 2 + x - 2x^2 & (1) \\ 4y^2 = (\sqrt{y^2 + 1} + 1)(y^2 - x^3 + 3x - 2) & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow (x^3 + 2x^2 - x - 2) + (2y^2 + xy^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)(x^2-1) + y^2(x+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)(x^2-1+y^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2=0 \\ x^2-1+y^2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y^2=1-x^2 \end{cases}$$

TH1: $x = -2$ thay vào (2) được:

$$4y^2 = (\sqrt{y^2+1}+1)(y^2+8-6-2) \Leftrightarrow 4y^2 = (\sqrt{y^2+1}+1).y^2$$

$$\Leftrightarrow y^2 \cdot (\sqrt{y^2+1}+1-4) = 0 \Leftrightarrow y^2 \cdot (\sqrt{y^2+1}-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y^2=0 \\ \sqrt{y^2+1}-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=0 \\ y^2=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=0 \\ y=\pm 2\sqrt{2} \end{cases}$$

Th2: $y^2 = 1 - x^2$ thay vào (2) ta được:

$$4(1-x^2) = (\sqrt{2-x^2}+1)(1-x^2-x^3+3x-2)$$

$$\Leftrightarrow 4(1-x^2) = (\sqrt{2-x^2}+1)(-x^3-x^2+3x-1)$$

$$\Leftrightarrow 4(x^2-1) = (\sqrt{2-x^2}+1)(x-1)(x^2+2x-1)$$

$$\Leftrightarrow 4(x-1)(x+1) = (\sqrt{2-x^2}+1)(x-1)(x^2+2x-1)$$

$$\Leftrightarrow (x-1) \left[4x+4 - (\sqrt{2-x^2}+1)(x^2+2x-1) \right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ 4x+4 = (\sqrt{2-x^2}+1)(x^2+2x-1) \end{cases}$$

Với $x = 1 \Rightarrow y = 0$

$$\text{Với } 4x + 4 = (\sqrt{2 - x^2} + 1)(x^2 + 2x - 1)$$

$$4x + 4 = (\sqrt{2 - x^2} + 1)(x^2 + 2x - 1)$$

$$\Leftrightarrow 4x + 4 = \sqrt{2 - x^2}(x^2 + 2x - 1) + x^2 + 2x - 1$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2 - x^2}(x^2 + 2x - 1) = -x^2 + 2x + 5$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2 - x^2} = \frac{-x^2 + 2x + 5}{x^2 + 2x - 1} \Leftrightarrow \sqrt{2 - x^2} = \frac{6 - (x - 1)^2}{(x + 1)^2 - 2} (*)$$

(Do $x^2 + 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1 + \sqrt{2}$ (ktmdk))

Vì $x^2 + y^2 = 1$ nên $x^2 \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$

$\Rightarrow 1 \leq \sqrt{2 - x^2} \leq \sqrt{2}$ hay $1 \leq VT(*) \leq \sqrt{2}$. Lại có:

$$\text{Với } x \leq 1 \text{ thì } \frac{6 - (x - 1)^2}{(x + 1)^2 - 2} \geq \frac{6 - (1 - 1)^2}{(1 + 1)^2 - 2} = 3 \Rightarrow VP \geq 3$$

$$\text{Với } x \geq -1 \Rightarrow \frac{6 - (x - 1)^2}{(x + 1)^2 - 2} \leq \frac{6 - (-1 - 1)^2}{(-1 + 1)^2 - 2} = -1 \Rightarrow VP(*) \leq -1$$

Do đó với $-1 \leq x \leq 1$ thì $VP(*) \geq 3$ hoặc $VP(*) \leq -1$

$\Rightarrow (*)$ vô nghiệm do $1 \leq VT(*) \leq \sqrt{2}$ và $VP(*) \geq 3$ hoặc $VP(*) \leq -1$

Vậy hệ đã cho có nghiệm $(x, y) = \{(-2; 0); (-2; -2\sqrt{2}); (-2; 2\sqrt{2}); (1; 0)\}$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH NINH BÌNH

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

Năm học 2020 – 2021

Bài thi môn: TOÁN . Ngày thi 17/07/2020

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài : 120 phút

Đề số 42

Câu 1. (2,0 điểm)

1. Tìm điều kiện của x để biểu thức $\sqrt{x-5}$ có nghĩa
2. Tính $A = \sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{75}$
3. Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{a+2}} + \frac{1}{\sqrt{a-2}} \right) : \frac{\sqrt{a}}{a-4}$, với $a > 0$ và $a \neq 4$

Câu 2. (3,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$
2. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx - 1$ nghịch biến trên \mathbb{R}
3. Xác định tọa độ giao điểm của parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 3x - 2$

Câu 3. (1,0 điểm)

Người ta đổ thêm 20 gam nước vào một dung dịch chứa 4 gam muối thì nồng độ của dung dịch giảm đi 10%. Hỏi trước khi đổ thêm nước thì dung dịch chứa bao nhiêu gam nước ?

Câu 4. (3,5 điểm)

1. Cho ΔABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O . Hai đường cao BE, CF của ΔABC cắt nhau tại H
 - a) Chứng minh tứ giác $BFEC$ nội tiếp đường tròn
 - b) Chứng minh rằng $AF \cdot AB = AE \cdot AC$
 - c) Kẻ đường kính AD của đường tròn tâm O . Chứng minh tứ giác $BHCD$ là hình bình hành
2. Một chiếc máy bay bay lên từ mặt đất với vận tốc 600 km/h . Đường bay lên tạo với phương nằm ngang một góc 30° . Hỏi sau 1,5 phút máy bay lên cao được bao nhiêu *kilomet* theo phương thẳng đứng

Câu 5. (0,5 điểm)

Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $\sqrt{xy} + \sqrt{yz} + \sqrt{zx} = 2020$. Tìm giá trị nhỏ

nhất của biểu thức: $Q = \frac{x^2}{x+y} + \frac{y^2}{y+z} + \frac{z^2}{z+x}$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

1) Biểu thức $\sqrt{x-5}$ có nghĩa khi $x-5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 5$

Vậy với $x \geq 5$ thì biểu thức $\sqrt{x-5}$ có nghĩa.

2) Ta có:

$$A = \sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{75} = \sqrt{4 \cdot 3} + \sqrt{9 \cdot 3} - \sqrt{25 \cdot 3} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 0$$

3) Rút gọn biểu thức. Ta có:

$$P = \left(\frac{1}{\sqrt{a}+2} + \frac{1}{\sqrt{a}-2} \right) : \frac{\sqrt{a}}{a-4} = \frac{\sqrt{a}-2+\sqrt{a}+2}{(\sqrt{a}+2)(\sqrt{a}-2)} \cdot \frac{a-4}{\sqrt{a}}$$

$$= \frac{2\sqrt{a}}{a-4} \cdot \frac{a-4}{\sqrt{a}} = \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = 2$$

Câu 2.**1) Giải hệ phương trình**

$$\begin{cases} x+y=3 \\ x-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x=4 \\ y=x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=2-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 1)$

2) Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx - 1$ nghịch biến trên R

Hàm số $y = mx - 1$ nghịch biến trên R khi $m < 0$

Vậy với $m < 0$ thì hàm số $y = mx - 1$ nghịch biến trên R

3) Xác định tọa độ giao điểm

Xét phương trình hoành độ giao điểm của Parabol (P) và đường thẳng (d), ta có:

$$x^2 = 3x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow x(x-1) - 2(x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \Rightarrow y=4 \\ x=1 \Rightarrow y=1 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm cần tìm là $(1; 1); (2; 4)$

Câu 3. Gọi khối lượng nước trước khi đổ thêm là x (gam) ($x > 0$)

Nồng độ dung dịch ban đầu là $\frac{4}{x+4} \cdot 100\%$

Sau khi đổ thêm 20 gam nước thì nồng độ dung dịch là $\frac{4}{20+x+4} \cdot 100\% = \frac{4}{x+24} \cdot 100\%$

Vì nồng độ của dung dịch giảm đi 10% nên ta có phương trình:

$$\frac{4}{x+4} \cdot 100\% - \frac{4}{x+24} \cdot 100\% = 10\% \Leftrightarrow \frac{4}{x+4} - \frac{4}{x+24} = \frac{1}{10}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4x+96-4x-16}{(x+4)(x+24)} = \frac{1}{10} \Leftrightarrow \frac{80}{x^2+28x+96} = \frac{1}{10}$$

$$\Leftrightarrow x^2+28x+96=800 \Leftrightarrow x^2+28x-704=0$$

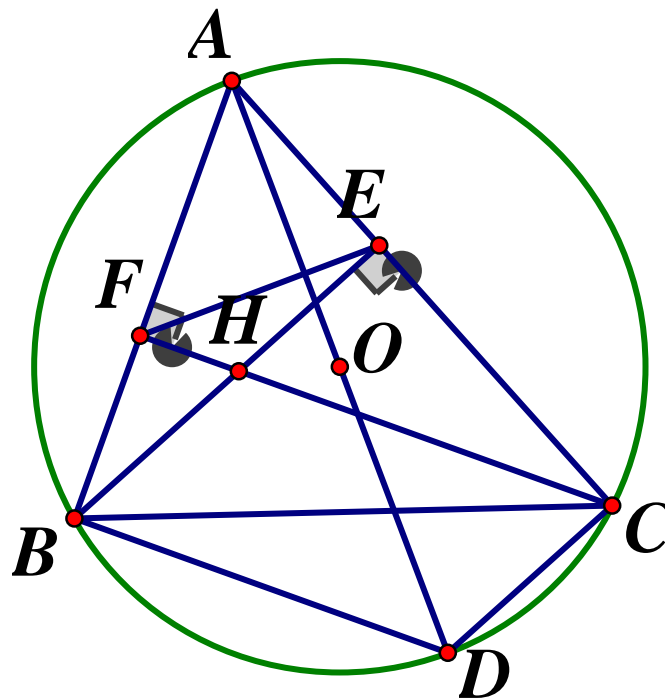
$$\Leftrightarrow x^2+44x-16x-704=0 \Leftrightarrow x(x+44)-16(x+44)=0$$

$$\Leftrightarrow (x-16)(x+44)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=16(tm) \\ x=-44(ktm) \end{cases}$$

Vậy lượng nước ban đầu của dung dịch trước khi đổ thêm là 16gam

Câu 4.

1)



a) Ta có: BE là đường cao nên $BE \perp AC \Rightarrow \widehat{BEC} = 90^\circ$

CF là đường cao nên $CF \perp AB \Rightarrow \widehat{BFC} = 90^\circ$

Xét tứ giác $BFEC$ có: $\widehat{BEC} = \widehat{BFC} = 90^\circ$ nên $BFEC$ là tứ giác nội tiếp (hai đỉnh kề một cạnh cùng nhìn cạnh đối diện dưới các góc bằng nhau)

Vậy tứ giác $BFEC$ nội tiếp

b) Theo câu a, $BFEC$ là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{BFE} + \widehat{BCE} = 180^\circ$ (tính chất)

Mà $\widehat{BFE} + \widehat{AFE} = 180^\circ$ (kề bù) nên $\widehat{BCE} = \widehat{BCA} = \widehat{AFE}$

Xét $\triangle AFE$ và $\triangle ACB$ có: \hat{A} chung; $\widehat{AFE} = \widehat{ACB} (mt) \Rightarrow \triangle AFE \sim \triangle ACB (g.g)$

$$\Rightarrow \frac{AF}{AC} = \frac{AE}{AB} \text{ (hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)} \Rightarrow AF \cdot AB = AE \cdot AC \text{ (đpcm)}$$

c) Chứng minh $BHCD$ là hình bình hành

AD là đường kính nên $\widehat{ACD} = \widehat{ABD} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$\Rightarrow DC \perp AC, DB \perp AB$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} DC \perp AC \\ BH \perp AB \end{cases} \Rightarrow DC // BH ; \quad \begin{cases} DB \perp AB \\ CH \perp AB \end{cases} \Rightarrow DB // CH$$

Tứ giác $BHCD$ có $DC // BH, DB // HC$ nên là hình bình hành (đpcm)

2. Máy bay bay cao bao nhiêu kilomet

$$1,5 \text{ phút} = \frac{1,5}{60} = \frac{1}{40} \text{ (h)}$$

Sau $\frac{1}{40}$ giờ máy bay bay được số *kilomet* theo phương AB là $600 \cdot \frac{1}{40} = 15 \text{ (km)}$

Sau 1,5 phút máy bay bay được số *kilomet* theo phương thẳng đứng là :

$$15 \cdot \sin 30^\circ = 15 \cdot \frac{1}{2} = 7,5 \text{ (km)}$$

Vậy sau 1,5 phút máy bay bay lên cao được $7,5 \text{ km}$

$$\text{Câu 5. Đặt } \begin{cases} a = \sqrt{x} \\ b = \sqrt{y} \\ c = \sqrt{z} \end{cases} \Rightarrow a, b, c > 0 \Rightarrow \sqrt{xy} + \sqrt{yz} + \sqrt{zx} = 2020 \Leftrightarrow ab + bc + ca = 2020$$

Ta có: $Q = \frac{a^4}{a^2 + b^2} + \frac{b^4}{b^2 + c^2} + \frac{c^4}{c^2 + a^2}$. Áp dụng BĐT $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} \geq \frac{(a+b)^2}{x+y}$ ta được:

$$\begin{aligned} Q &= \frac{a^4}{a^2 + b^2} + \frac{b^4}{b^2 + c^2} + \frac{c^4}{c^2 + a^2} \geq \frac{(a^2 + b^2)^2}{a^2 + b^2 + b^2 + c^2} + \frac{c^4}{c^2 + a^2} \\ &\geq \frac{(a^2 + b^2 + c^2)^2}{a^2 + b^2 + b^2 + c^2 + c^2 + a^2} = \frac{(a^2 + b^2 + c^2)^2}{2(a^2 + b^2 + c^2)} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2} \end{aligned}$$

$$\text{Lại có: } a^2 + b^2 \geq 2ab; \quad b^2 + c^2 \geq 2bc; \quad c^2 + a^2 \geq 2ca$$

$$\Rightarrow 2(a^2 + b^2 + c^2) \geq 2(ab + bc + ca) \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca = 2020$$

$$\Rightarrow Q \geq \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2} \geq \frac{2020}{2} = 1010 \Rightarrow Q \geq 1010$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } a = b = c = \sqrt{\frac{2020}{3}} \Rightarrow x = y = z = \frac{2020}{3}$$

$$\text{Vậy } \text{Min} Q = 1010 \Leftrightarrow x = y = z = \frac{2020}{3}$$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NINH THUẬN

KỶ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2020 – 2021

Khóa ngày : 18/07/2020

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN

Đề số 43

Thời gian làm bài : 120 phút

Bài 1. (2,0 điểm)

- Tìm x để biểu thức $A = \sqrt{2x - 3}$ có nghĩa
- Giải phương trình: $x^2 + 5x + 3 = 0$

Bài 2. (2,0 điểm)

Cho hàm số $y = 2x - 5$ có đồ thị là đường thẳng (d)

- Gọi A, B lần lượt là giao điểm của (d) với các trục tọa độ Ox, Oy . Tìm tọa độ các điểm A, B và vẽ đường thẳng (d) trong mặt phẳng tọa độ Oxy
- Tính diện tích tam giác OAB

Bài 3. (2,0 điểm)

- Rút gọn biểu thức $P = \frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} \cdot \left(\frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} + 1 \right) \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$
- Cho $a > 0, b > 0$. Chứng minh rằng $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$

Bài 4. (4,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$. Vẽ dây cung CD vuông góc với AB tại I (I nằm giữa A và O). Lấy điểm E trên cung nhỏ BC (E khác B và C), AE cắt CD tại F

- Chứng minh tứ giác $BEFI$ nội tiếp trong một đường tròn
- Tính độ dài cạnh AC theo R và $\angle ACD$ khi $\angle BAC = 60^\circ$
- Chứng minh khi điểm E chạy trên cung nhỏ BC thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CEF luôn thuộc một đường thẳng cố định.

ĐÁP ÁN

Bài 1.

a) Ta có biểu thức $A = \sqrt{2x-3}$ có nghĩa khi $2x-3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{3}{2}$

b) **Giải phương trình:** $x^2 + 5x + 3 = 0$

Ta có: $\Delta = 5^2 - 4.1.3 = 13 > 0$. Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{-5 + \sqrt{13}}{2}; x_2 = \frac{-5 - \sqrt{13}}{2}$$

Bài 2.

a) **Tìm tọa độ các điểm A, B**

Vì A là giao điểm của (d) và trục Ox nên $A(x; 0)$

$$\text{Ta có } A(x; 0) \in (d) \text{ nên } 0 = 2x - 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{2} \Rightarrow A\left(\frac{5}{2}; 0\right)$$

Vì B là giao điểm của (d) và trục Oy nên $B(0; y)$

$$\text{Ta có: } B(0; y) \in (d) \Rightarrow y = 2.0 - 5 = -5 \Rightarrow B(0; -5)$$

$$\text{Vậy } A\left(\frac{5}{2}; 0\right); B(0; -5)$$

Học sinh tự vẽ đồ thị

b) **Tính diện tích ΔOAB**

$$\text{Theo câu a) ta có: } A\left(\frac{5}{2}; 0\right), B(0; -5) \Rightarrow OA = \left|\frac{5}{2}\right| = \frac{5}{2}; OB = |-5| = 5$$

$$\text{Tam giác } OAB \text{ vuông tại O nên } S_{OAB} = \frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot 4 = 5 \text{ (dvd)}t$$

Bài 3.

a) **Rút gọn biểu thức**

Với $x \geq 0, x \neq 1$. Ta có:

$$\begin{aligned} P &= \frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} \cdot \left(\frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} + 1 \right) \\ &= \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{\sqrt{x} - 1} \cdot \left[\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)}{\sqrt{x} + 1} + 1 \right] = (\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1) = x - 1 \end{aligned}$$

b) **Chứng minh** $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$

Ta có:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b} \Leftrightarrow \frac{a+b}{ab} \geq \frac{4}{a+b} \Leftrightarrow \frac{(a+b)^2 - 4ab}{ab(a+b)} \geq 0$$

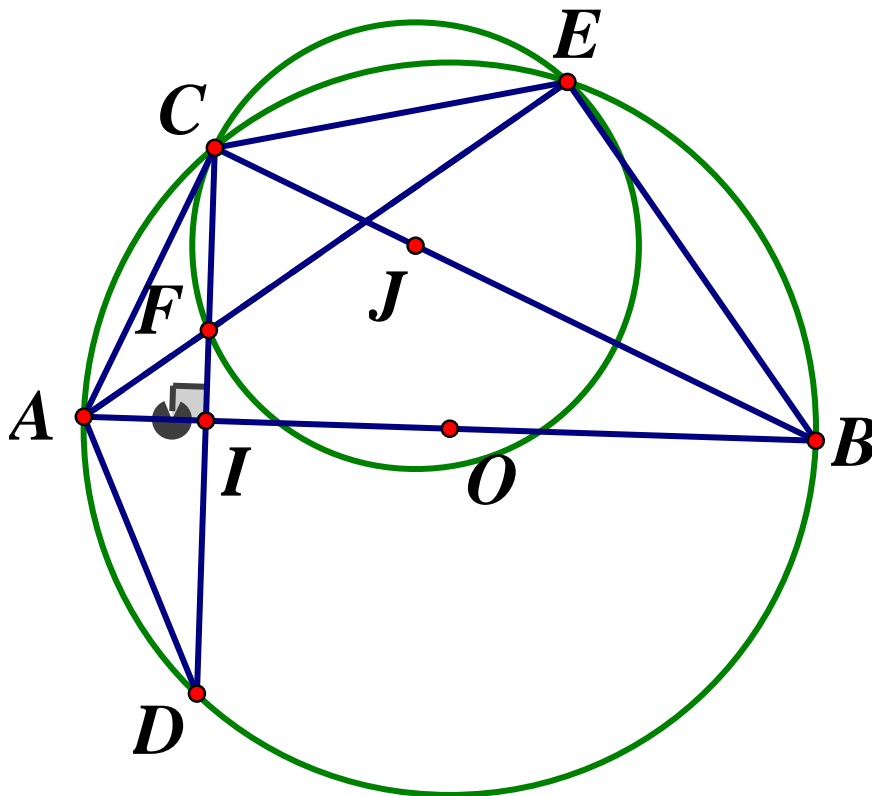
$$\Leftrightarrow (a+b)^2 - 4ab \geq 0 \text{ (do } a > 0, b > 0 \Rightarrow ab(a+b) > 0)$$

$$\Leftrightarrow a^2 + 2ab + b^2 - 4ab \geq 0 \Leftrightarrow a^2 - 2ab + b^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (a-b)^2 \geq 0 \text{ (luôn đúng)}$$

$$\text{Vậy } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b} \Leftrightarrow a = b$$

Bài 4.



a) Chứng minh tứ giác $BEFI$ nội tiếp

Xét đường tròn (O) có $\angle AEB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Lại có: $\angle FIB = 90^\circ$ (do $CD \perp AB$ tại I)

Xét tứ giác $BEFI$ có $\widehat{FEB} + \widehat{FIB} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow BEFI$ là tứ giác nội tiếp

b) Tính độ dài cạnh AC theo R

Xét đường tròn (O) có $\widehat{ACB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Xét tam giác ABC vuông tại C ta có: $\widehat{ABC} = 90^\circ - \widehat{BAC} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

$$\text{Ta có: } \cos \angle BAC = \frac{AC}{AB} \Leftrightarrow AC = AB \cdot \cos \angle BAC = 2R \cdot \cos 60^\circ = 2R \cdot \frac{1}{2} = R$$

Xét đường tròn (O) có $AB \perp CD$ tại I nên I là trung điểm của dây CD (tính chất đường kính – dây cung) hay AB là đường trung trực đoạn CD , suy ra $AC = AD$

Do đó cung $AC = \text{cung } AD$

Xét đường tròn (O) có $\angle ACD = \angle ABC = 30^\circ$ (hai góc nội tiếp chắn hai cung AC và AD bằng nhau) nên $\widehat{ACD} = 30^\circ$

Vậy $AC = R, \angle ACD = 30^\circ$ khi $\angle BAC = 60^\circ$

c) Chứng minh tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle CEF$ thuộc đường thẳng cố định

Xét đường tròn (O) có $\angle CEA = \angle ACD$ (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau CA, AD)

Xét đường tròn ngoại tiếp tam giác CEF có $\angle CEF = \angle ACF$

Mà $\angle CEF$ là góc nội tiếp chắn cung $CF \Rightarrow AC$ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác CEF

Gọi J là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle CEF, \Rightarrow JC \perp AC$ tại C (do AC là tiếp tuyến)

Lại có $\widehat{ACB} = 90^\circ$ (cmt) hay $AC \perp BC \Rightarrow J \in BC$

Hay tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CEF luôn thuộc đường thẳng BC cố định.

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (2,5 điểm)

Câu 1. Điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{2020-x}$ là:

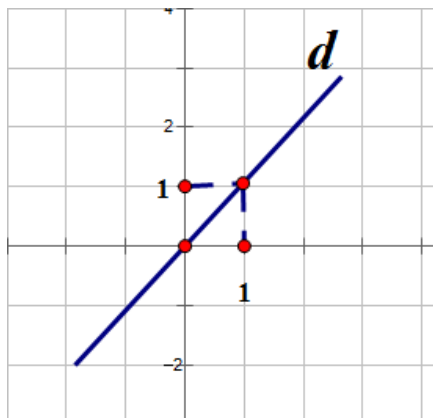
- A. $x \leq 2020$ B. $x \geq 2020$ C. $x < 2020$ D. $x > 2020$

Câu 2. Có bao nhiêu hàm số đồng biến trên \mathbb{R} trong các hàm số sau:

$$y = 17x + 2; y = 17x - 8; y = 11 - 5x; y = x + 10; y = -x + 2020$$

- A. 5 B. 4 C. 3 D. 2

Câu 3. Cho hàm số $y = (m-3)x$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào đúng?



A. $m = -4$

B. $m = -3$

C. $m = 3$

D. $m = 4$

Câu 4. Hệ phương trình $\begin{cases} -5x + 3y = 1 \\ x + 5y = 11 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y)$. Khi đó $x - y$ bằng:

- A. -1 B. 1 C. 3 D. 4

Câu 5. Điểm nào dưới đây không thuộc đồ thị hàm số $y = 5x^2$

- A. (1;5) B. (3;40) C. (2;20) D. (-1;5)

Câu 6. Giả sử phương trình $x^2 - 16x + 55 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$ ($x_1 < x_2$). Tính $x_1 - 2x_2$

- A. 1 B. 24 C. 13 D. -17

Câu 7. Cho parabol $y = x^2$ và đường thẳng $y = -2x + 3$ cắt nhau tại hai điểm

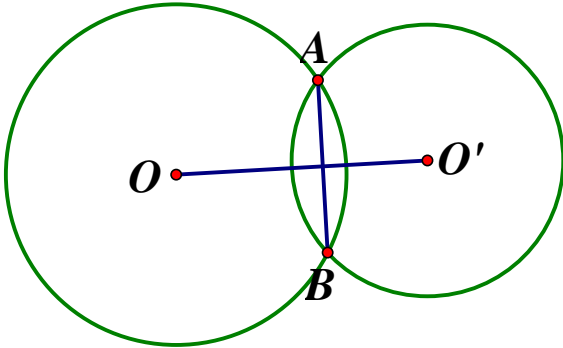
$A(x_1; y_1); B(x_2; y_2)$. Khi đó $y_1 + y_2$ bằng:

- A. 1 B. -2 C. 8 D. 10

Câu 8. Cho tam giác ABC vuông cân tại A , cạnh $BC = \sqrt{6}$ (cm). Diện tích tam giác ABC bằng:

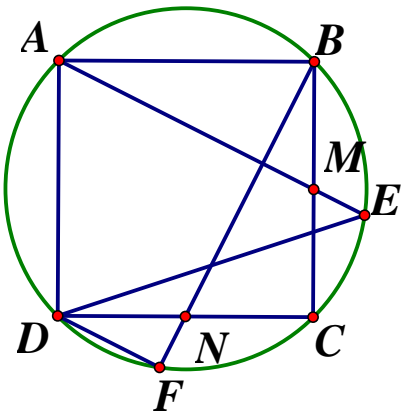
- A. $\sqrt{3}(cm^2)$ B. $3(cm^2)$ C. $\frac{3}{2}(cm^2)$ D. $6(cm^2)$

Câu 9. Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B. Biết $OA = 6cm$, $O'A = 5cm$, $AB = 8cm$ (như hình vẽ). Độ dài OO' bằng:



- A. $5(cm)$ B. $5\sqrt{5}cm$ C. $3 + 2\sqrt{5}cm$ D. $3 + 5\sqrt{2}cm$

Câu 10. Cho hình vuông $ABCD$ nội tiếp đường tròn tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm BC, CD . Đường thẳng AM, BN cắt đường tròn lần lượt tại E, F . Số đo góc \widehat{EDF} bằng



- A. 30^0 B. 45^0 C. 60^0 D. 75^0

Phần II. Tự luận

Câu 1. (1,5 điểm)

a) Tính giá trị biểu thức $P = \sqrt{45} + \sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x + 5y = 9 \\ -2x + 7y = 3 \end{cases}$$

Câu 2. (2,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2mx + m - 1 = 0$

a) Giải phương trình khi $m = 2$

- b) Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m
 c) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Tìm m để $x_1^2 + mx_2 - x_2 = 4$

Câu 3. (3,0 điểm) Cho ΔABC có 3 góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) . Tia phân giác \widehat{BAC} cắt cạnh BC tại D và cắt đường tròn (O) tại M . Gọi K là hình chiếu của M trên AB , T là hình chiếu của M trên AC . Chứng minh rằng:

- a) $AKMT$ là tứ giác nội tiếp
 b) $MB^2 = MC^2 = MD \cdot MA$
 c) Khi đường tròn (O) và $B; C$ cố định, điểm A thay đổi trên cung lớn BC thì tổng

$$\frac{AB}{MK} + \frac{AC}{MT} \text{ có giá trị không đổi.}$$

Câu 4. (1,0 điểm) Giải phương trình: $\sqrt{x^2 + 3x} + \sqrt{9x + 18} = 3x + \sqrt{x + \frac{6}{x} + 5}$

ĐÁP ÁN

I. Trắc nghiệm

1A 2C 3D 4A 5B 6D 7D 8C 9C 10B

II. Tự luận

Câu 1.

$$a) P = \sqrt{45} + \sqrt{9 - 4\sqrt{5}} = \sqrt{9 \cdot 5} + \sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2} = 3\sqrt{5} + |\sqrt{5} - 2|$$

$$= 3\sqrt{5} + \sqrt{5} - 2 = 4\sqrt{5} - 2$$

$$b) \begin{cases} 2x + 5y = 9 \\ -2x + 7y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12y = 12 \\ x = \frac{9 - 5y}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm $(x; y) = (2; 1)$

Câu 2.

a) Giải phương trình khi $m = 2$

Khi $m = 2$, pt thành $x^2 - 4x + 1 = 0$

Ta có: $\Delta' = (-2)^2 - 1 \cdot 1 = 3 > 0$, nên phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = 2 + \sqrt{3}; x_2 = 2 - \sqrt{3}$$

b) Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt

Xét phương trình $x^2 - 2mx + m - 1 = 0$ (*) ta có:

$$\Delta' = m^2 - 1 \cdot (m - 1) = m^2 - m + 1 = \left(m - \frac{1}{2}\right) + \frac{3}{4} > 0 (\forall m)$$

$$\Rightarrow \Delta' > 0 (\forall m)$$

Vậy phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m

c) Tìm m để

Với mọi m phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt, áp dụng hệ thức

$$\text{Vi - et ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases}. \text{ Theo bài ra ta có:}$$

$$x_1^2 x_2 + m x_2 - x_2 = 4 \Leftrightarrow x_1^2 x_2 + x_2 (m - 1) = 4$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 x_2 + x_2 x_1 x_2 = 4 \Leftrightarrow x_1 x_2 (x_1 + x_2) = 4$$

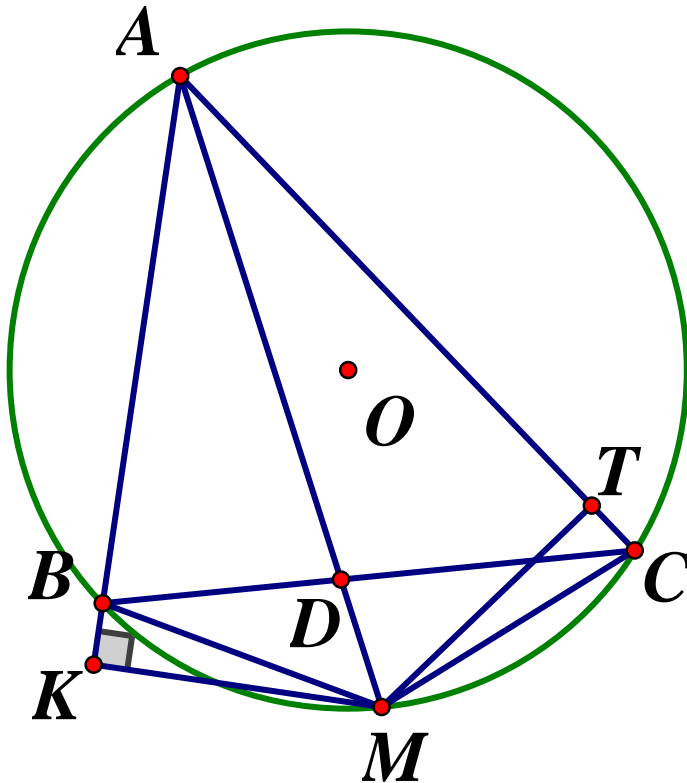
$$\Leftrightarrow (m - 1) \cdot 2m = 4 \Leftrightarrow m(m - 1) = 2$$

$$\Leftrightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m + m - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow m(m - 2) + (m - 2) = 0 \Leftrightarrow (m - 2)(m + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -1 \end{cases}$$

Vậy $m = -1, m = 2$ thỏa đề.

Câu 3.



a) Chứng minh $AKMT$ là tứ giác nội tiếp

Ta có: $\begin{cases} MK \perp AB = \{K\} \\ MT \perp AC = \{T\} \end{cases} (gt) \Rightarrow \widehat{AKM} = \widehat{ATM} = 90^\circ$

Xét tứ giác $AKMT$ có: $\widehat{AKM} + \widehat{ATM} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow AKMT$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh $MB^2 = MC^2 = MD \cdot MA$

Xét (O) ta có:

\widehat{MAB} là góc nội tiếp chắn cung BM ; \widehat{MAC} là góc nội tiếp chắn cung MC

Lại có: MA là tia phân giác của $\widehat{BAC} (gt) \Rightarrow \widehat{MAB} = \widehat{MAC} \Rightarrow sd \widehat{BM} = sd \widehat{CM}$ (hai góc nội tiếp bằng nhau chắn hai cung bằng nhau)

Ta có:

$\angle MBC$ là góc nội tiếp chắn \widehat{MC}

$\angle BAM$ là góc nội tiếp chắn cung BM

$\Rightarrow \angle MAB = \angle MBC = \angle MBD$ (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)

Xét $\triangle MAB$ và $\triangle MBD$ ta có:

\widehat{AMB} chung; $\angle MAB = \angle MBD (cmt) \Rightarrow \triangle MAB \sim \triangle MBD (g.g)$

$$\Rightarrow \frac{MA}{MB} = \frac{MB}{MD} \Rightarrow MB^2 = MD.MA$$

Lại có: $sd \widehat{BM} = sd \widehat{CM}$ (cmt) $\Rightarrow MB = MC$ (hai cung bằng nhau chắn hai dây bằng nhau)

$$\text{Vậy } MB^2 = MC^2 = MD.MA \text{ (dfcm)}$$

c) Khi đường tròn (O) và B, C cố định.....

Đặt $\widehat{BAM} = \widehat{CAM} = \alpha$. Xét $\triangle AKM$ và $\triangle ATM$ có:

AM chung; $\widehat{KAM} = \widehat{TAM} \Rightarrow \triangle AKM = \triangle ATM$ (cạnh huyền – góc nhọn)

$$\Rightarrow MK = MT \text{ (hai cạnh tương ứng)}$$

Giả sử, $AB \leq AC$, khi đó ta có:

$$\frac{AB}{MK} + \frac{AC}{MT} = \frac{AK - BK}{MK} + \frac{AT + TC}{MK} = \frac{AK + AT - BK + TC}{MK}$$

Xét $\triangle BMK$ và $\triangle CMT$ có: $MB = MC, MK = MT$ (cmt)

$$\Rightarrow \triangle BMK = \triangle CMT \text{ (cạnh huyền – cạnh góc vuông)}$$

$$\Rightarrow BK = TC \text{ (hai cạnh tương ứng)}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{MK} + \frac{AC}{MT} = \frac{AK + AT}{MK}$$

Xét tam giác AKM vuông tại K có: $AK = AM \cdot \cos \alpha, MK = AM \cdot \sin \alpha$

Xét tam giác vuông AMT vuông tại T có: $AT = AM \cdot \cos \alpha$

$$\Rightarrow \frac{AB}{MK} + \frac{AC}{MT} = \frac{AM \cdot \cos \alpha + AM \cdot \cos \alpha}{AM \cdot \sin \alpha} = \frac{2 \cos \alpha}{\sin \alpha} = 2 \cot \alpha$$

Vì đường tròn (O) và BC cố định nên số đo cung BC không đổi

$$\Rightarrow \widehat{BAC} = 2\alpha = \frac{1}{2} \text{ số đo cung BC không đổi (góc nội tiếp bằng nửa số đo cung bị chắn)}$$

$$\Rightarrow \alpha \text{ không đổi} \Rightarrow 2 \cot \alpha \text{ không đổi}$$

Vậy $\frac{AB}{MK} + \frac{AC}{MT} = 2 \cot \alpha$ không đổi, với $\alpha = \frac{1}{4}$ số đo cung BC không đổi.

Câu 4. Giải phương trình $\sqrt{x^2 + 3x} + \sqrt{9x + 18} = 3x + \sqrt{x + \frac{6}{x} + 5}$

$$DK: \begin{cases} x^2 + 3x \geq 0 \\ 9x + 18 \geq 0 \\ x + \frac{6}{x} + 5 \geq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0, x \leq -3 \\ x \geq -2 \\ \frac{x^2 + 5x + 6}{x} \geq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 0$$

Khi đó:

$$\begin{aligned}
PT &\Leftrightarrow \sqrt{x(x+3)} + 3\sqrt{x+2} = 3x + \sqrt{\frac{x^2+5x+6}{x}} \\
&\Leftrightarrow \sqrt{x} \cdot \sqrt{x(x+3)} + 3\sqrt{x} \cdot \sqrt{x+2} = 3x\sqrt{x} + \sqrt{x^2+5x+6} \\
&\Leftrightarrow x\sqrt{x+3} + 3\sqrt{x} \cdot \sqrt{x+2} = 3x\sqrt{x} + \sqrt{(x+2)(x+3)} \\
&\Leftrightarrow x\sqrt{x+3} - \sqrt{(x+2)(x+3)} + 3\sqrt{x} \cdot \sqrt{x+2} - 3x\sqrt{x} = 0 \\
&\Leftrightarrow \sqrt{x+3}(x - \sqrt{x+2}) - 3\sqrt{x}(x - \sqrt{x+2}) = 0 \\
&\Leftrightarrow (x - \sqrt{x+2})(\sqrt{x+3} - 3\sqrt{x}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - \sqrt{x+2} = 0 & (1) \\ \sqrt{x+3} - 3\sqrt{x} = 0 & (2) \end{cases}
\end{aligned}$$

Ta có:

$$\begin{aligned}
(1) &\Leftrightarrow x = \sqrt{x+2} \Leftrightarrow x^2 = x+2 \text{ (do } x > 2) \\
&\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + x - 2 = 0 \\
&\Leftrightarrow x(x-2) + (x-2) = 0 \\
&\Leftrightarrow (x+1)(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (ktm)} \\ x = 2 \text{ (tm)} \end{cases} \\
(2) &\Leftrightarrow \sqrt{x+3} = 3\sqrt{x} \Leftrightarrow 9x = x+3 \Leftrightarrow x = \frac{3}{8} \text{ (tm)}
\end{aligned}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \left\{ 2; \frac{3}{8} \right\}$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH PHÚ YÊN

KỶ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT
NĂM HỌC 2020 – 2021

Môn thi: TOÁN

ĐỀ CHÍNH THỨC
Đề số 45

Thời gian làm bài : 120 phút

I. TRẮC NGHIỆM (3,00 điểm)

Câu 1. Rút gọn biểu thức $M = \sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$ ta được:

A. $M = 1 - \sqrt{2}$ B. $M = 1 + \sqrt{2}$ C. $M = \sqrt{2} - 1$ D. $M = \frac{1}{2} - \sqrt{2}$

Câu 2. Kết quả nào dưới đây là sai (với $a \geq 0, b > 0$) ?

A. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ B. $\sqrt{9} \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$ C. $\sqrt{9} + \sqrt{3} = \sqrt{12}$ D. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

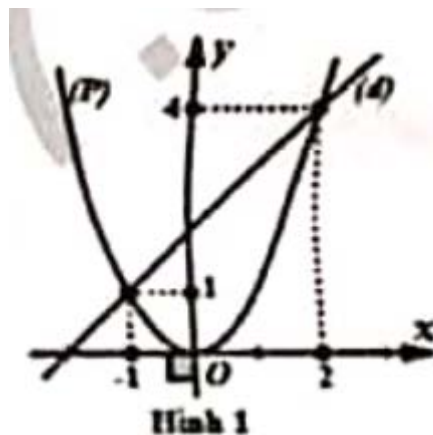
Câu 3. Biết đồ thị hàm số $y = ax + 2$ đi qua điểm $(-2; 4)$. Khi đó hệ số góc a bằng:

A. -2 B. 4 C. -1 D. 2

Câu 4. Phương trình $2x - y = 1$ có nghiệm tổng quát là :

A. $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = 2x + 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = 2x - 1 \end{cases}$ C. $(0; -1)$ D. $(1; 1)$

Câu 5.



Tọa độ các giao điểm của đồ thị hàm số $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = x + 2$ được cho ở Hình 1 là:

A. $(-1; 1); (2; 4)$ B. $(-1; 1)$ C. $(2; 4)$ D. $(1; -1); (4; 2)$

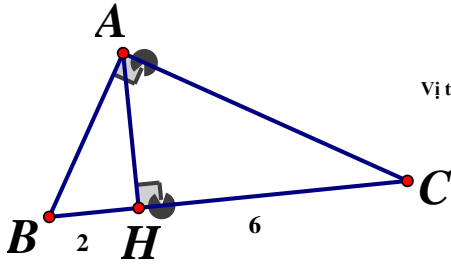
Câu 6. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $2x^2 - 3x - 5 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $N = x_1 + x_2 + x_1x_2$

$A.N = -1$

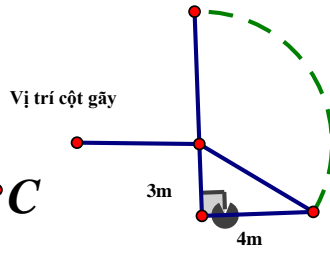
$B.N = -4$

$C.N = -\frac{1}{2}$

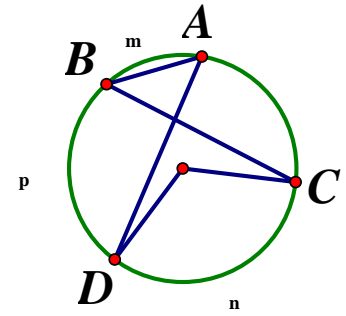
$D.N = 2$



Hình 2



Hình 3



Hình 4

Câu 7. ΔABC vuông tại A có đường cao $AH, BH = 2, HC = 6$ (hình 2). Độ dài cạnh AB bằng:

A.4

B. $\sqrt{12}$

C.12

D.16

Câu 8. Một trụ điện trồng vuông góc với mặt đất bị bão đánh gãy, ngọn của nó chạm đất và cách gốc 4m, chỗ gãy cách mặt đất 3m (Hình 3). Hỏi khi chưa gãy trụ điện cao bao nhiêu mét ?

A.4m

B.5m

C.7m

D.8m

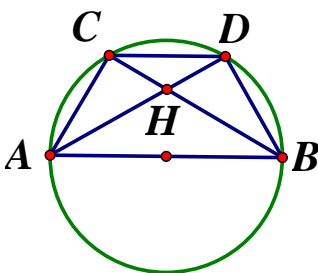
Câu 9. Cho hình vẽ như hình 4. Đẳng thức nào sau đây sai

A. $\widehat{AED} = \frac{1}{2}sd(\widehat{AmD} + \widehat{BnC})$

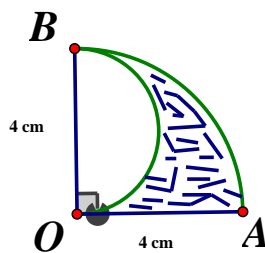
B. $\widehat{BOC} = sd\widehat{BnC}$

C. $\widehat{BAD} = \frac{1}{2}sd\widehat{BpD}$

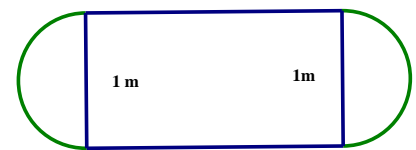
D. $\widehat{BEC} = \frac{1}{2}\widehat{BOC}$



Hình 5



Hình 6



Hình 7

Câu 10. Trên nửa đường tròn đường kính AB lấy các điểm C, D sao cho $\widehat{AC} = \widehat{CD} = \widehat{DB}$. Gọi H là giao điểm của AD và BC (hình 5). Khẳng định nào sau đây sai ?

A. $AC = CD = DB$

B. $CH = \frac{1}{2}AC$

C. $\widehat{AHB} = 120^0$

D. $\angle ADB = 90^0$

Câu 11. Tính diện tích phần tô đậm được tô bởi nửa đường tròn đường kính OB , đoạn thẳng OA và cung tròn AB , biết $\widehat{AOB} = 90^0$ (Hình 6)

A. πcm^2

B. $2\pi cm^2$

C. $3\pi cm^2$

D. $4\pi cm^2$

Câu 12. Một chiếc bàn hình tròn, đường kính bằng $1m$. Người ta nối rộng mặt bàn bằng cách ghép thêm vào giữa một mặt hình chữ nhật có một cạnh bằng $1m$ (hình 7). Để diện tích mặt bàn tăng gấp đôi thì cạnh còn lại của hình chữ nhật đó bằng bao nhiêu mét ?

A. $\frac{11}{28}$

B. $\frac{22}{7}$

C. $\frac{11}{7}$

D. $\frac{11}{14}$

II. TỰ LUẬN (7,00 điểm)

Câu 13. (1,5 điểm) Giải các phương trình, hệ phương trình sau :

$$a) \begin{cases} x - y = -1 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases} \quad b) 2x^2 + x - 6 = 0 \quad c) x^4 - 7x^2 - 8 = 0$$

Câu 14. (2,00 điểm) Cho hàm số $y = (m - 1)x + 4$ có đồ thị là đường thẳng (d)

- Xác định m biết đường thẳng (d) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -2
- Vẽ đồ thị hàm số với m vừa tìm được ở câu a
- Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (d)

Câu 15. (1,50 điểm) Giải toán bằng cách lập phương trình

Trong một thư viện, có hai máy in A và B. Để in 100 trang giấy thì máy A in nhanh hơn máy B là 1 phút. Khi cùng in, thì trong một phút cả hai máy in được tổng cộng 45 trang giấy. Tính thời gian để máy A in được 100 trang giấy.

Câu 16. (2,00 điểm) Cho đường tròn (O), đường kính AB . Trên (O) lấy điểm C sao cho $AC < BC$. Trên đoạn thẳng OB lấy điểm I cố định (I khác O, B). Đường thẳng qua I vuông góc với AB cắt BC tại E , cắt AC tại F

- Chứng minh rằng: $ACEI$ là tứ giác nội tiếp
- Gọi M là giao điểm của đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF với AB (M khác A). Chứng minh rằng tam giác EBM cân
- Chứng minh rằng khi C di chuyển trên (O) thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF chạy trên một đường thẳng cố định

ĐÁP ÁN

I. Trắc nghiệm

1C 2C 3C 4B 5A 6A 7A 8D 9D 10B 11B 12D

II. Tự luận

Câu 13.

$$a) \begin{cases} x - y = -1 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2y = -2 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y = 10 \\ x = -1 + y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; 2)$

$$b) 2x^2 + x - 6 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + 4x - 3x - 6 = 0 \Leftrightarrow 2x(x+2) - 3(x+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)(2x-3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = \left\{ -2; \frac{3}{2} \right\}$$

Câu 14.

a) Xác định m

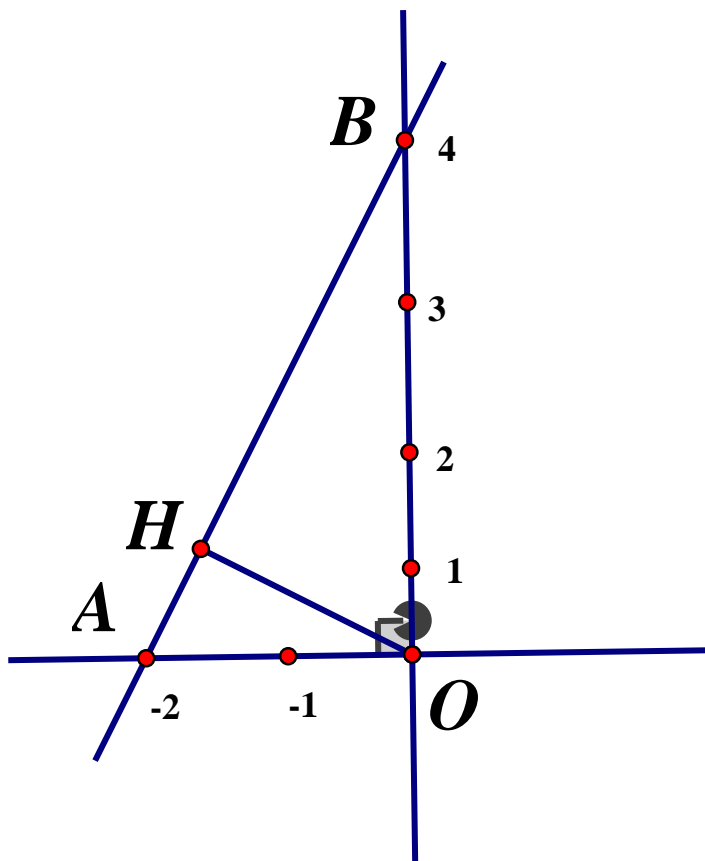
Vì đường thẳng (d) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -2 nên đường thẳng (d) đi qua điểm có tọa độ $(-2; 0)$

$$\Rightarrow 0 = (m-1)(-2) + 4 \Leftrightarrow m = 3$$

Vậy $m = 3$

b) Học sinh tự vẽ (P)

c) Tính khoảng cách từ O đến (d)



Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đường thẳng $y = 2x + 4$ cắt trục hoành tại điểm $A(-2; 0)$ và cắt trục tung tại điểm $B(0; 4)$

Kẻ $OH \perp d (H \in AB)$. Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông tại O, đường cao OH ta có:

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} \Leftrightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{4^2} = \frac{5}{16}$$

$$\Rightarrow OH = \sqrt{\frac{16}{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$$

Vậy khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (d) là $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

Câu 15.

Gọi thời gian máy A in được 100 trang giấy là x (phút) ($x > 0$)

\Rightarrow Thời gian máy B in được 100 trang giấy là $x + 1$ (phút)

Khi cùng in, trong 1 phút

Máy A in được: $\frac{100}{x}$ (trang giấy), Máy B in được $\frac{100}{x+1}$ (trang giấy)

Vì trong 1 phút, cả hai máy in in được 45 trang giấy nên ta có phương trình:

$$\frac{100}{x} + \frac{100}{x+1} = 45 \Leftrightarrow 100x + 100 + 100x = 45x(x+1)$$

$$\Leftrightarrow 200x + 100 = 45x^2 + 45x \Leftrightarrow 45x^2 - 155x - 100 = 0$$

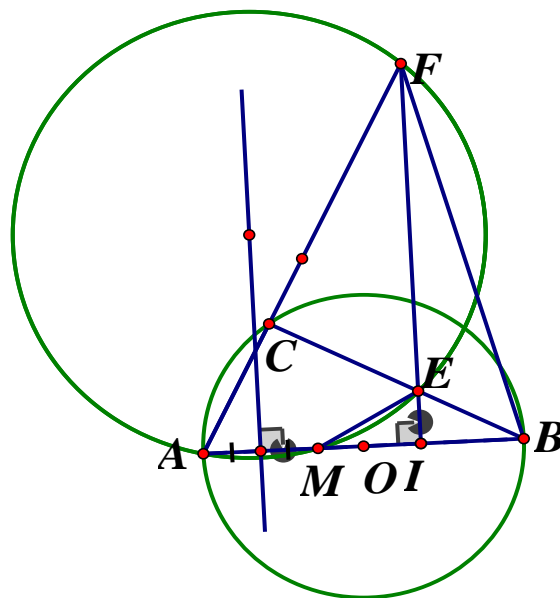
$$\Leftrightarrow 9x^2 - 31x - 20 = 0 \Leftrightarrow 9x^2 - 36x + 5x - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow 9x(x-4) + 5(x-4) = 0 \Leftrightarrow (x-4)(9x+5) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4(tm) \\ x = -\frac{5}{9}(ktm) \end{cases}$$

Vậy thời gian để máy A in hết 100 trang giấy là 4 phút.

Câu 16.



a) Chứng minh rằng tứ giác $ACEI$ là tứ giác nội tiếp

Vì $\angle ACB$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn nên $\angle ACB = 90^\circ \Rightarrow \angle ACE = 90^\circ$

Xét tứ giác $ACEI$ có: $\widehat{ACE} + \widehat{AIE} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $ACEI$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh rằng $\triangle EBM$ cân

Vì tứ giác $AMEF$ là tứ giác nội tiếp (các điểm A, M, E, F cùng thuộc đường tròn ngoại tiếp $\triangle AEF$) $\Rightarrow \angle EMI = \angle AFE = \widehat{AFI}$ (1) (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp). Ta lại có:

$$\widehat{AFI} + \widehat{FAI} = 90^\circ \text{ (do } \triangle AFI \text{ vuông tại } I)$$

$$\Rightarrow \widehat{ABC} + \widehat{CAB} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{ABC} + \widehat{FAI} = 90^\circ \text{ (} \triangle ABC \text{ vuông tại } C)$$

$$\Rightarrow \widehat{AFI} = \widehat{ABC} \text{ (cùng phụ với } \angle FAI) \Rightarrow \widehat{AFI} = \widehat{EBI} \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{EMI} = \widehat{EBI} \Rightarrow \triangle EBM$ cân tại E

c) Chứng minh tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF chạy trên một đường thẳng cố định

Ta có: $\triangle EBM$ cân tại E (cmt), mà $EI \perp BM$ nên I là trung điểm của BM (đường cao đồng thời là đường trung tuyến) $\Rightarrow M$ là điểm đối xứng với B qua I và $IM = IB$

Mà I, A, B cố định $\Rightarrow IB$ không đổi nên IM không đổi.

Lại có I cố định nên M cố định

Đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF đi qua điểm M , nên tâm đường tròn nội tiếp $\triangle AEF$ thuộc đường trung trực của AM

Vì A, M cố định nên trung trực của AM là cố định

Vậy tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF thuộc trung trực của AM cố định, với M là điểm đối xứng với B qua I

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG BÌNH

KỶ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT

NĂM HỌC 2020 – 2021

MÔN TOÁN CHUNG

Khóa ngày 16/07/2020

ĐỀ CHÍNH THỨC

Đề số 46

Câu 1. (2,0 điểm) Cho biểu thức $P = \frac{2x}{x-25} + \frac{5}{\sqrt{x}-5} + \frac{5}{\sqrt{x}+5} \begin{pmatrix} x \geq 0 \\ x \neq 25 \end{pmatrix}$

a) Rút gọn biểu thức P

b) Tìm các giá trị của x để $P = -\frac{1}{3}$

Câu 2. (1,5 điểm) Cho hàm số $y = (m-3)x + 2n - 5$ (1) có đồ thị là đường thẳng d (với m, n là tham số)

a) Tìm m để hàm số (1) nghịch biến trên R

b) Tìm m, n để đường thẳng d đi qua hai điểm $A(-1; 2)$ và $B(2; 4)$

Câu 3. (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 3 = 0$ (2) (với m là tham số)

a) Giải phương trình (2) với $m = 3$

b) Tìm các giá trị của m để phương trình (2) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn:

$$x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 > 3$$

Câu 4. (1,0 điểm) Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $a + b \leq 1$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = \frac{1}{a^2 + b^2} + \frac{5}{ab}$

Câu 5. (3,5 điểm) Cho tam giác ABC vuông ở A ($AB < AC$) có đường cao AH

($H \in BC$). Trên nửa mặt phẳng bờ BC chứa điểm A , vẽ nửa đường tròn (O_1), đường kính BH cắt AB tại I (I khác B) và nửa đường tròn (O_2) đường kính HC cắt AC tại K (K khác C). Chứng minh rằng:

a) Tứ giác $AKHI$ là hình chữ nhật

b) Tứ giác $BIKC$ là tứ giác nội tiếp

c) IK là tiếp tuyến chung của hai nửa đường tròn (O_1) và (O_2)

ĐÁP ÁN

Câu 1.

a) Với điều kiện $x \geq 0, x \neq 25$ ta có:

$$P = \frac{2x + 5(\sqrt{x} + 5) + 5(\sqrt{x} - 5)}{(\sqrt{x} - 5)(\sqrt{x} + 5)} = \frac{2x + 5\sqrt{x} + 25 + 5\sqrt{x} - 25}{(\sqrt{x} - 5)(\sqrt{x} + 5)}$$

$$= \frac{2x + 10\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 5)(\sqrt{x} + 5)} = \frac{2(\sqrt{x} + 5)}{(\sqrt{x} - 5)(\sqrt{x} + 5)} = \frac{2}{\sqrt{x} - 5}$$

$$b) P = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 5} = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow 6\sqrt{x} = 5 - \sqrt{x}$$

$$\Leftrightarrow 7\sqrt{x} = 5 \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{5}{7} \Leftrightarrow x = \frac{25}{49} (tm)$$

$$\text{Vậy } x = \frac{25}{49} \text{ thì } P = -\frac{1}{3}$$

Câu 2.

a) Hàm số (1) nghịch biến trên R khi và chỉ khi $m - 3 < 0 \Leftrightarrow m < 3$

b) Đường thẳng d đi qua hai điểm A, B nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} (m-3)(-1) + 2n - 5 = 2 \\ (m-3) \cdot 2 + 2n - 5 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m + 2n = 4 \\ 2m + 2n = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{11}{3} \\ n = \frac{23}{6} \end{cases}$$

Câu 3.

a) Khi $m = 3$, phương trình (2) trở thành $x^2 - 8x + 6 = 0$

Ta có: $\Delta' = (-4)^2 - 1 \cdot 6 = 8$ nên ta có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = 4 - \sqrt{10}; x_2 = 4 + \sqrt{10}$$

b) Phương trình (2) có hai nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0$

$$\Leftrightarrow (m+1)^2 - (m^2 - 3) \geq 0 \Leftrightarrow 2m + 4 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -2 (*)$$

Áp dụng hệ thức Vi - et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1 x_2 = m^2 - 3 \end{cases}$. Khi đó:

$$x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 x_2 > 3 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 > 3$$

$$\Leftrightarrow 4(m+1)^2 - 4(m^2 - 3) > 3 \Leftrightarrow 8m + 13 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{13}{8} (tm(**))$$

Vậy $m > -\frac{13}{8}$

Câu 4.

$$Q = \frac{1}{a^2 + b^2} + \frac{5}{ab} = \frac{1}{a^2 + b^2} + \frac{1}{2ab} + \frac{9}{2ab}$$

Xét $(m+n)^2 = \left(\frac{m}{\sqrt{k}} \cdot \sqrt{k} + \frac{n}{\sqrt{k}} \cdot \sqrt{k} \right)^2 \leq \left(\frac{m^2}{k} + \frac{n^2}{k} \right) (k+k)$ (BĐT Bunhiacopxki)

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki cho 2 bộ số $\left(\frac{1}{a^2 + b^2}; \frac{1}{2ab} \right)$ và $(a^2 + b^2; 2ab)$ lần

lượt tương ứng với $\left(\frac{m^2}{k}; \frac{n^2}{k} \right)$ và $(k; k)$ ta có:

$$\left(\frac{1}{a^2 + b^2} + \frac{1}{2ab} \right) \cdot (a^2 + b^2 + 2ab) \geq (1+1)^2 = 4$$

Hay $\frac{1}{a^2 + b^2} + \frac{1}{2ab} \geq 4$ (vì $(a+b)^2 \leq 1$) (1)

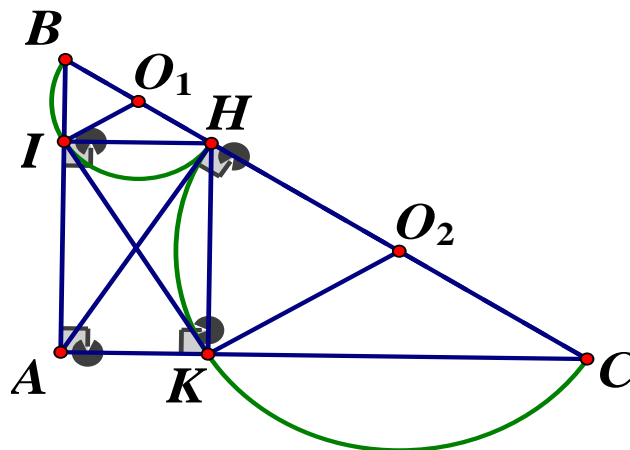
$$4ab \leq (a+b)^2 \leq 1 \Rightarrow 2ab \leq \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{9}{2ab} \geq 18 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow Q \geq 22$. Dấu "=" xảy ra khi:

$$\begin{cases} \frac{1}{a^2 + b^2} = \frac{1}{a+b} & (\text{do (1)}) \\ a = b & (\text{do (2)}) \\ a + b \leq 1 & (\text{gt}) \end{cases} \Leftrightarrow a = b = \frac{1}{2}$$

Vậy $\text{Min}Q = 22 \Leftrightarrow a = b = \frac{1}{2}$

Câu 5.



a) Xét tứ giác $AHKI$ có $\widehat{AKH} = \widehat{HKD} = 90^\circ$; $\widehat{AIH} = \widehat{BIH} = 90^\circ$

Và theo giả thiết: $\widehat{IAK} = 90^\circ$ nên $AKHI$ là hình chữ nhật

b) Vì $AKHI$ là hình chữ nhật nên $\widehat{AIK} = \angle AHK$

Hơn nữa, ta có: $\widehat{AHK} = \widehat{HCK}$ (cùng chắn cung HK của nửa đường tròn (O_2))

Do đó $\widehat{AIK} = \widehat{HCK} \Rightarrow$ tứ giác $BIKC$ là tứ giác nội tiếp

c) Ta có:

$$\widehat{O_1IK} = \widehat{O_1IH} + \widehat{HIK} = \widehat{O_1HI} + \widehat{HAK} = \widehat{BCA} + \widehat{HAK} = 90^\circ$$

Tương tự ta cũng có: $\widehat{O_2KI} = 90^\circ$.

Từ đó ta có: IK là tiếp tuyến chung của hai đường tròn (O_1) và (O_2)

Môn thi: TOÁN chung

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Thời gian: 120 phút

Đề số 47

Khóa thi ngày: 23 – 25/7/2020

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Thực hiện phép tính $A = 2\sqrt{27} - \sqrt{12} + \frac{3}{\sqrt{3}}$

b) Rút gọn biểu thức $B = \frac{a - \sqrt{a}}{1 - \sqrt{a}} + \frac{a - 1}{\sqrt{a} + 1}$ với $a \geq 0, a \neq 1$

Câu 2. (2,0 điểm)a) Xác định các hệ số a, b của hàm số $y = ax + b$ biết đồ thị của nó đi qua điểm $A(2;1)$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 5.b) Cho parabol $(P)y = 3x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x + m$ (m là tham số). Tìm m để (P) và (d) có một điểm chung duy nhất. Tìm tọa độ điểm chung đó.**Câu 3. (2,5 điểm)**

a) Giải phương trình: $x^4 + 5x^2 - 36 = 0$

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2xx - 3y = -4 \end{cases}$

c) Cho phương trình $x^2 - (2m + 1)x + 4m - 3 = 0$ (m là tham số). Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi giá trị của m . Tìm tất cả giá trị của m để trong hai nghiệm trên có một nghiệm lớn hơn 1 và một nghiệm nhỏ hơn 1.**Câu 4. (3,5 điểm)**

Cho đường tròn (O) , A là điểm cố định nằm ngoài đường tròn (O) . Vẽ đường thẳng d vuông góc với OA tại A , lấy điểm M tùy ý trên d (M khác A). Vẽ hai tiếp tuyến MB, MC của đường tròn (O) (B, C là hai tiếp điểm; B và M khác phía với đường thẳng OA)

a) Chứng minh tứ giác $MBOC$ nội tiếp trong đường trònb) Hạ BK vuông góc với OA tại K , gọi H là giao điểm của BC và OM . Chứng minh $KA.OH = KB.HB$ c) Chứng minh rằng khi M thay đổi trên d thì đường thẳng BC luôn đi qua điểm cố định

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$a) 2\sqrt{27} - \sqrt{12} + \frac{3}{\sqrt{3}} = 2 \cdot 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + \sqrt{3} = 6\sqrt{3} - \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

$$b) B = \frac{a - \sqrt{a}}{1 - \sqrt{a}} + \frac{a - 1}{\sqrt{a} + 1} \begin{matrix} (a \geq 0) \\ (a \neq 1) \end{matrix} = \frac{-\sqrt{a}(1 - \sqrt{a})}{1 - \sqrt{a}} + \frac{(\sqrt{a} + 1)(\sqrt{a} - 1)}{\sqrt{a} + 1}$$

$$= -\sqrt{a} + \sqrt{a} - 1 = -1$$

Câu 2.

$$a) \text{Đồ thị hàm số } y = ax + b \text{ qua } A(2;1) \Rightarrow 2a + b = 1 \quad (1)$$

Đồ thị hàm số $y = ax + b$ cắt trục tung tại điểm có tung độ là 5

$$\Rightarrow a \cdot 0 + b = 5 \Rightarrow b = 5 \Rightarrow a = \frac{1 - 5}{2} = -2$$

Vậy $a = -2, b = 5$

$$b) \text{Ta có phương trình hoành độ giao điểm của } (P) \text{ \& } (d): 3x^2 = 2x + m$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 2x + m = 0(1)$$

(P) cắt (d) tại một điểm chung duy nhất

$$\Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow (-1)^2 - 3 \cdot (-m) = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{3}$$

$$\text{Tọa độ điểm duy nhất là: } x = -\frac{b'}{a} = \frac{1}{3} \Rightarrow y = \frac{1}{3}$$

Vậy $m = -\frac{1}{3}$, tọa độ điểm chung của hai đồ thị là $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$

Câu 3.

$$a) x^4 + 5x^2 - 36 = 0$$

Đặt $t = x^2 (t \geq 0)$ phương trình thành: $t^2 + 5t - 36 = 0$

$$\Leftrightarrow t^2 + 9t - 4t - 36 = 0 \Leftrightarrow t(t + 9) - 4(t + 9) = 0$$

$$\Leftrightarrow (t - 4)(t + 9) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4(tm) \\ t = -9(ktm) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

Vậy $S = \{\pm 2\}$

$$b) \begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x - 3y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x - 4y = -10 \\ 2x - 3y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7y = -14 \\ x = 5 - 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy $(x; y) = (1; 2)$

$$c) x^2 - (2m+1)x + 4m - 3 = 0$$

$$\Delta = (2m+1)^2 - 4(4m-3) = 4m^2 + 4m + 1 - 16m + 12$$

$$= 4m^2 - 12m + 9 + 4 = (2m-3)^2 + 4 > 0 \Rightarrow \Delta > 0$$

Nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt. Áp dụng định lý Vi - et ta có:

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = 4m - 3 \\ x_1 + x_2 = 2m + 1 \end{cases}$$

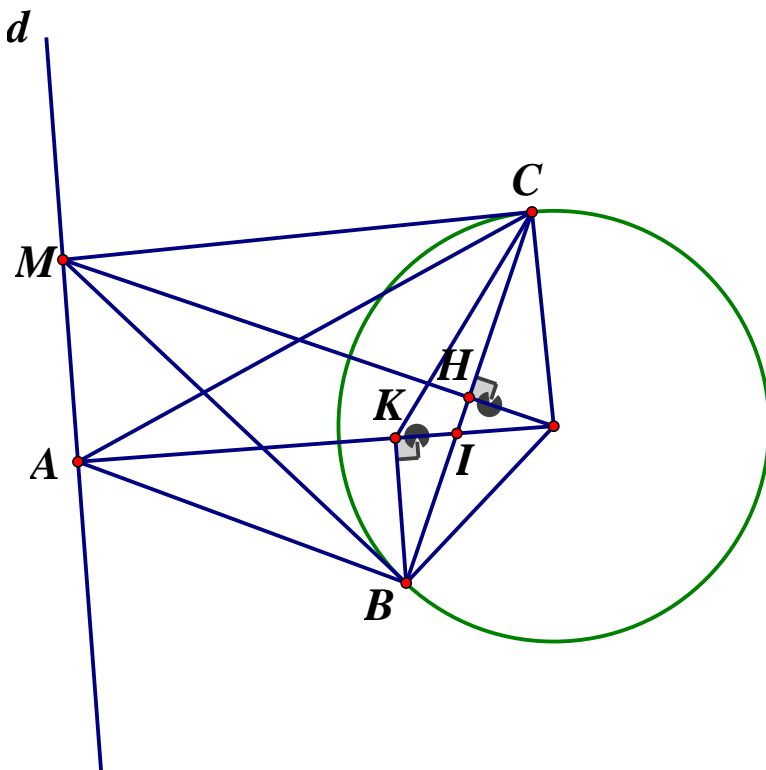
$$\text{Để 1 nghiệm lớn hơn 1, 1 nghiệm nhỏ hơn 1} \Rightarrow \begin{cases} x_1 > 1 \\ x_2 < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 - 1 > 0 \\ x_2 - 1 < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (x_1 - 1)(x_2 - 1) < 0 \Leftrightarrow x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 < 0$$

$$\Leftrightarrow 4m - 3 - 2m - 1 + 1 < 0 \Leftrightarrow 2m < 3 \Leftrightarrow m < \frac{3}{2}$$

Vậy $m < \frac{3}{2}$ thì thỏa đề .

Câu 4.



a) Chứng minh tứ giác $MBOC$ nội tiếp

Vì MB, MC là hai tiếp tuyến nên $\widehat{OCM} = \widehat{OBM} = 90^\circ$

Tứ giác $MCOB$ có $\widehat{OCM} + \widehat{OBM} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow MCOB$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh $KA \cdot HO = KB \cdot HB$

Ta có: MB, MC là hai tiếp tuyến của $(O) \Rightarrow MB = MC$ (tính chất tiếp tuyến cắt nhau)

$$\Rightarrow M \in \text{đường trung trực của } BC \quad (1)$$

Có $OB = OC = R \Rightarrow O$ thuộc trung trực của BC (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow OM$ là đường trung trực của $BC \Rightarrow OM \perp BC$ tại $H \Rightarrow \widehat{BHO} = 90^\circ$

Vì tứ giác $MBOC$ nội tiếp trong đường tròn (câu a)

$$\Rightarrow \widehat{M}_1 = \widehat{C}_1 \text{ (cùng chắn cung } OB)$$

Mà ΔBOC cân tại O (vì $OB = OC$) $\Rightarrow \widehat{B}_1 = \widehat{C}_1$ (4) (tính chất tam giác cân)

Ta có: $\widehat{MAO} = 90^\circ$ (do $d \perp OA$ tại A)

$$\widehat{MBO} = 90^\circ \text{ (do } MB \text{ là tiếp tuyến của } (O))$$

$$\Rightarrow \widehat{MAO} = \widehat{MBO} = 90^\circ$$

Xét tứ giác $MAOB$ có hai đỉnh A và B kề nhau cùng nhìn OM dưới một góc 90°)

$$\Rightarrow MAOB \text{ là tứ giác nội tiếp} \Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{M}_1 \text{ (cùng chắn cung } OB) \quad (5)$$

Từ (3), (4), (5) $\Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{B}_1$

Xét ΔKBA và ΔHOB có:

$$\widehat{BKA} = \widehat{BHO} = 90^\circ \text{ (do } BK \perp OA, BC \perp OM); \widehat{A}_1 = \widehat{B}_1 \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \Delta KBA \sim \Delta HOB (g.g) \Rightarrow \frac{KA}{HB} = \frac{KB}{HO} \Rightarrow KA \cdot HO = KB \cdot HB \text{ (dfcm)}$$

c) Chứng minh rằng khi M thay đổi trên d thì đường thẳng BC luôn đi qua điểm cố định

Gọi giao điểm của OA và BC là I

Xét ΔOMA và ΔOIH có: \widehat{O} chung; $\widehat{A} = \widehat{H} = 90^\circ$

$$\Rightarrow \Delta OMA \sim \Delta OIH (g.g) \Rightarrow \frac{OM}{OA} = \frac{OI}{OH} \Rightarrow OM \cdot OH = OI \cdot OA = OB^2 = R^2 \text{ (hệ thức}$$

lượng)

$$\Rightarrow OI = \frac{R^2}{OA}. \text{ Do } (O), \text{ điểm } A \text{ cố định suy ra } OA \text{ là khoảng cách từ } O \text{ đến } d \text{ không đổi, } R$$

không đổi nên OI không đổi, I thuộc OA cố định, do đó I là điểm cố định.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NGÃI

KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2020 – 2021

ĐỀ CHÍNH THỨC
Đề số 48

Ngày thi: 17/07/2020
Môn thi: TOÁN
Thời gian: 120 phút

Bài 1. (2,0 điểm)

- Thực hiện phép tính $16\sqrt{9} - 9\sqrt{16}$
- Cho hàm số $y = ax^2$, với a là tham số
 - Tìm a để đồ thị của hàm số qua điểm $M(2;8)$
 - Vẽ đồ thị của hàm số ứng với giá trị a tìm được

Bài 2. (2,0 điểm)

- Giải phương trình và hệ phương trình sau :
 - $x^2 - 5x - 4 = 0$
 - $\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$
- Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m - 4 = 0$, với m là tham số
 - Chứng minh phương trình có hai nghiệm phân biệt với mọi m
 - Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Chứng minh giá trị biểu thức:
 $A = x_1 \cdot (1 - x_2) - x_2 \cdot (1 - x_1)$ không phụ thuộc vào m

Bài 3. (1,5 điểm)

Để chuẩn bị vào năm học mới, bạn An muốn mua một cái cặp và một đôi giày. Bạn đã tìm hiểu, theo giá niêm yết thì tổng số tiền mua hai vật dụng trên là 850.000 đồng. Khi bạn An đến mua thì cửa hàng có chương trình giảm giá: cái cặp được giảm 15000 đồng, đôi giày được giảm 10% so với giá niêm yết. Do đó bạn An mua hai vật dụng trên chỉ với số tiền 785000 đồng. Hỏi giá niêm yết của mỗi vật dụng trên là bao nhiêu ?

Bài 4. (3,5 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O , đường kính AB và điểm M bất kỳ trên nửa đường tròn đó ($M \neq A, M \neq B$). Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đường tròn, kẻ tiếp tuyến Ax . Tia BM cắt Ax tại I , tia phân giác của góc \widehat{IAM} cắt nửa đường tròn tại E và cắt tia BM tại F . Tia BE cắt AM tại K và cắt Ax tại H

- Chứng minh tứ giác $EFMK$ nội tiếp đường tròn
- Chứng minh $\triangle ABF$ là tam giác cân
- Chứng minh tứ giác $AFKH$ là hình thoi
- Xác định vị trí của điểm M để tứ giác $AKFI$ nội tiếp được đường tròn.

Bài 5. (1,0 điểm)

Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x + y = 5$ và $xy = -2$. Tính giá trị của biểu thức

$$P = \frac{x^3}{y^2} + \frac{y^3}{x^2} + 2020$$

ĐÁP ÁN**Bài 1.**

- 1) Ta có: $16\sqrt{9} - 9\sqrt{16} = 16.3 - 9.4 = 48 - 36 = 12$
- 2) a) Thay $x = 2, y = 8$ vào hàm số $y = ax^2$ ta được: $8 = a.2^2 \Leftrightarrow a = 2$
b) Học sinh tự vẽ

Bài 2.**1) Giải phương trình và hệ phương trình**

$$a) x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x(x-1) - 4(x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=4 \end{cases}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 1; x = 4$

$$b) \begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 2x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 4x - 2y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 14 \\ y = 2x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 1)$

2) a) Chứng minh phương trình có hai nghiệm phân biệt với mọi m

Xét phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m - 4 = 0$. Ta có:

$$\begin{aligned} \Delta' &= [-(m+1)]^2 - 1.(m-4) = m^2 + 2m + 1 - m + 4 = m^2 + m + 5 \\ &= m^2 + 2m.\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{19}{4} = \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{19}{4} > 0 \Rightarrow \Delta' > 0 (\forall m) \end{aligned}$$

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt với mọi m

b) Chứng minh biểu thức A không phụ thuộc vào m

Theo câu a phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt với mọi m

$$\text{Áp dụng hệ thức Vi - et ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) = 2m + 2 \\ x_1 x_2 = m - 4 \end{cases}$$

Ta có:

$$\begin{aligned} A &= x_1(1-x_2) + x_2(1-x_1) = x_1 - x_1x_2 + x_2 - x_1x_2 \\ &= (x_1 + x_2) - 2x_1x_2 = 2m + 2 - 2m + 8 = 10 \end{aligned}$$

Vậy $A = 10$ không phụ thuộc vào m

Bài 3.

Gọi giá niêm yết của 1 cái cặp bạn An mua là x (đồng) ($15000 < x < 850000$)

Giá niêm yết của một đôi giày bạn An mua là y (đồng) ($0 < y < 850000$)

Vì giá tiền của 1 chiếc cặp và 1 đôi giày là 850 000 đồng nên ta có phương trình:

$$x + y = 850000(1)$$

Sau khi giảm giá, giá tiền của:

- 1 chiếc cặp: $x - 15000$ (đồng)
- 1 đôi giày: $y - 10\% y = 0,9y$ (đồng)

Sau khi giảm giá bạn An trả tiền cho chiếc cặp và đôi giày là 785000 đồng nên ta có

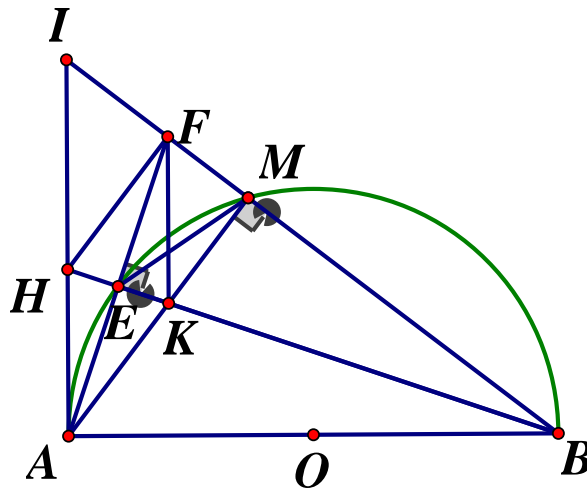
phương trình: $x - 15000 + \frac{9}{10}y = 785000 \Leftrightarrow 10x + 9y = 8000000(2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 850000 \\ 10x + 9y = 8000000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x + 10y = 8500000 \\ 10x + 9y = 8000000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 350000(tm) \\ y = 500000(tm) \end{cases}$$

Vậy giá niêm yết 1 cái cặp là 350000 đồng và 1 đôi giày là 500000 đồng.

Bài 4.



a) Chứng minh tứ giác $EFMK$ nội tiếp đường tròn

Xét đường tròn (O) ta có:

$$\widehat{AEB} = 90^\circ \text{ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)} \Rightarrow \widehat{FEK} = 90^\circ$$

$$\widehat{AMB} = 90^\circ \text{ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)} \Rightarrow \widehat{FMK} = 90^\circ$$

Tứ giác $EFMK$ có $\widehat{FEK} + \widehat{FMK} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ nên là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°)

Vậy tứ giác $EFMK$ nội tiếp đường tròn (đpcm)

b) Chứng minh $\triangle ABF$ là tam giác cân

Tứ giác $AEMB$ nội tiếp nên $\widehat{EAM} = \widehat{EBM}$ (cùng chắn \widehat{EM})

Mà AF là tia phân giác của \widehat{IAM} nên $\widehat{IAF} = \widehat{FAM} = \widehat{EAM} \Rightarrow \widehat{EBM} = \widehat{FAI}$

Mà $\widehat{FAI} + \widehat{FAB} = \widehat{IAB} = 90^\circ$; $\widehat{EBM} + \widehat{EFB} = 90^\circ$

Nên $\widehat{FAB} = \widehat{EFB} = \widehat{AFB}$

Tam giác ABF có $\widehat{FAB} = \widehat{AFB}$ nên $\triangle ABF$ cân tại B

c) Chứng minh tứ giác $AKFH$ là hình thoi

Tam giác ABF cân tại B (cmt) nên BE vừa là đường cao, vừa là đường trung tuyến

Nên E là trung điểm AF

Tam giác AHK có AE vừa là đường cao vừa là đường phân giác nên $\triangle AHK$ cân tại A

$\Rightarrow AE$ cũng là đường trung tuyến $\triangle AHK \Rightarrow E$ là trung điểm HK

Tứ giác $AKFH$ có hai đường chéo, AF, HK cắt nhau tại trung điểm mỗi đường nên là hình bình hành, mà $HK \perp AF$ nên tứ giác $AKFH$ là hình thoi (dfcm)

d) Xác định vị trí của điểm M để tứ giác $AFKI$ nội tiếp được đường tròn

$AKFH$ là hình thoi nên $FK \parallel AH \Rightarrow FK \parallel AI$ nên tứ giác $AKFI$ là hình thang

Để tứ giác $AKFI$ là tứ giác nội tiếp thì $\widehat{AKF} + \widehat{AIF} = 180^\circ$

Mà $\widehat{AKF} + \widehat{KAI} = 180^\circ$ (kề bù) nên $\widehat{AIF} = \widehat{KAI}$ hay $\widehat{AIM} = \widehat{MAI}$

Do đó tam giác AMI vuông cân nên $\widehat{MAI} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{MAB} = 45^\circ$

$\Rightarrow sd$ cung $\widehat{MB} = 2\widehat{MAB} = 2.45^\circ = 90^\circ \Rightarrow M$ là điểm chính giữa của cung AB .

Bài 5. Ta có:

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 5^2 - 2.(-2) = 29$$

$$x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y) = 5^3 - 3.(-2).5 = 155$$

$$\Rightarrow P = \frac{x^3}{y^2} + \frac{y^3}{x^2} + 2020 = \frac{x^5 + y^5}{x^2 y^2} + 2020$$

$$= \frac{(x^2 + y^2)(x^3 + y^3) - (x^2 y^3 + x^3 y^2)}{(xy)^2} + 2020$$

$$= \frac{(x^2 + y^2)(x^3 + y^3) - x^2 y^2 (x + y)}{(xy)^2} + 2020$$

$$= \frac{29.155 - (-2)^2 .5}{(-2)^2} + 2020 = \frac{12555}{4}$$

$$\text{Vậy } P = \frac{12555}{4}$$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH QUẢNG NINH
ĐỀ THI CHÍNH THỨC
Đề số 49

KỶ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM 2020

Môn thi: Toán (Dành cho mọi thí sinh)

Thời gian làm bài : 120 phút, không kể giao đề

Câu 1. (2,0 điểm)

1) Thực hiện phép tính: $2 + \sqrt{9}$

2) Rút gọn biểu thức $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x+2}} - \frac{1}{\sqrt{x+7}} \right) : \frac{5}{\sqrt{x+7}}$ với $x \geq 0$

3) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$

Câu 2. (2,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 + 4x + 3m - 2 = 0$, với m là tham số

1) Giải phương trình với $m = -1$

2) Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có một nghiệm $x = 2$

3) Tìm các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $x_1 + 2x_2 = 1$

Câu 3. (2,0 điểm) Khoảng cách giữa hai bến sông A và B là 32km . Một ca nô xuôi dòng từ bến A đến bến B rồi lập tức quay về bến A. Kể từ lúc khởi hành đến lúc về tới bến A hết tất cả 6 giờ. Tính vận tốc của ca nô khi nước yên lặng, biết vận tốc dòng nước là 4km/h

Câu 4. (3,5 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$ và A là một điểm nằm bên ngoài đường tròn. Từ điểm A kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) (B, C là hai tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của AO và BC . Kẻ đường kính BD của đường tròn (O) , AD cắt đường tròn tại điểm thứ hai là E

a) Chứng minh $ABOC$ là tứ giác nội tiếp

b) Tính độ dài AH , biết $R = 3\text{cm}, AB = 4\text{cm}$

c) Chứng minh $AE \cdot AD = AH \cdot AO$

d) Tia CE cắt AH tại F . Chứng tỏ F là trung điểm của AH

Câu 5. (0,5 điểm)

Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $x + y \leq 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

thức $Q = x^2 + y^2 - 9x - 12y + \frac{16}{2x+y} + 25$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$1) 2 + \sqrt{9} = 2 + 3 = 5$$

2) Điều kiện $x \geq 0$

$$B = \left(\frac{1}{\sqrt{x+2}} - \frac{1}{\sqrt{x+7}} \right) : \frac{5}{\sqrt{x+7}} = \frac{\sqrt{x+7} - \sqrt{x+2}}{(\sqrt{x+2})(\sqrt{x+7})} \cdot \frac{\sqrt{x+7}}{5}$$

$$= \frac{5}{5 \cdot (\sqrt{x+2})} = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$$

3) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ x - 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 4 \\ x = 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất : $(x; y) = (2; 1)$

Câu 2.

1) Thay $m = -1$ vào phương trình đã cho ta có:

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$\text{Phương trình có dạng } a + b + c = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -5 \end{cases}$$

Vậy khi $m = -1$ thì tập nghiệm của phương trình là $S = \{1; -5\}$

2) Tìm giá trị m

Vì $x = 2$ là một nghiệm của phương trình nên thay $x = 2$ vào phương trình ta có:

$$2^2 + 4 \cdot 2 + 3m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{10}{3}$$

Vậy khi $m = -\frac{10}{3}$ thì phương trình đã cho có nghiệm $x = 2$

3) Tìm m để $x_1 + 2x_2 = 1$

$$\text{Ta có: } \Delta' = (-2)^2 - (3m - 2) = 4 - 3m + 2 = 6 - 3m$$

Để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 6 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < 2$

$$\text{Khi đó áp dụng định lý Vi-et ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = -4 \\ x_1 x_2 = 3m - 2 \end{cases} (*)$$

Theo bài ra ta có: $x_1 + 2x_2 = 1 \Leftrightarrow x_1 = 1 - 2x_2$. Thế vào (*) ta có:

$$\begin{cases} 1 - 2x_2 + x_2 = -4 \\ (1 - 2x_2)x_2 = 3m - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = 5 \\ (1 - 2 \cdot 5) \cdot 5 = 3m - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = 5 \\ 3m - 2 = -45 \end{cases} \Rightarrow m = -\frac{43}{3} (tm)$$

$$\text{Vậy } m = -\frac{43}{3}$$

Câu 3.

Gọi vận tốc của ca nô khi nước yên lặng là $x(km/h)$ ($x > 4$)

Vận tốc cano khi xuôi dòng là $x + 4(km/h)$

Vận tốc ca nô khi ngược dòng: $x - 4(km/h)$

Thời gian ca nô xuôi dòng từ bến A đến bến B là $\frac{32}{x+4}$ (giờ)

Thời gian ca nô ngược dòng từ bến B về bến A là $\frac{32}{x-4}$ (giờ)

Vì từ lúc khởi hành đến lúc về tới bến A mất 6 giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{32}{x+4} + \frac{32}{x-4} = 6 \Leftrightarrow \frac{32(x-4) + 32(x+4)}{(x+4)(x-4)} = 6$$

$$\Rightarrow 32x - 128 + 32x + 128 = 6(x^2 - 16)$$

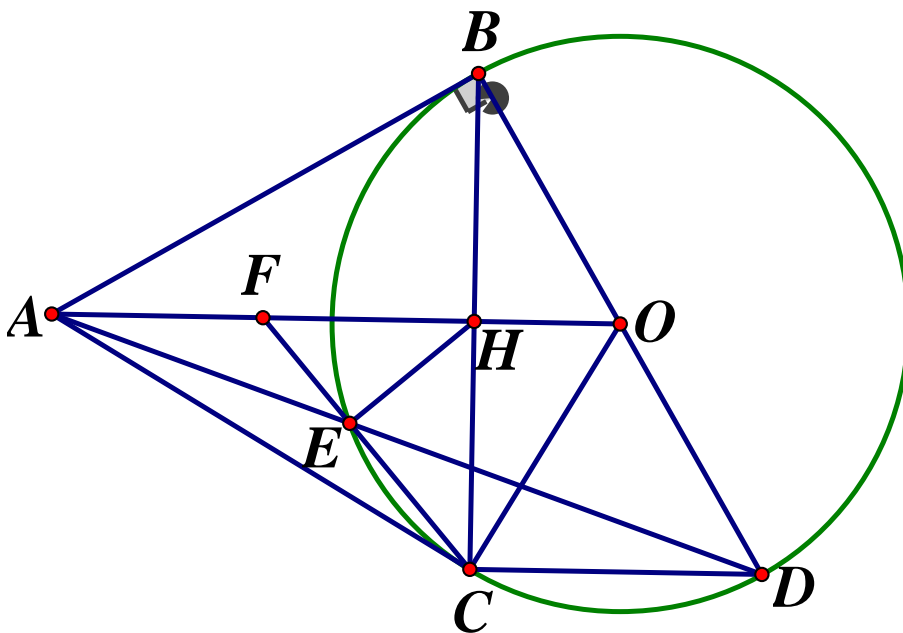
$$\Leftrightarrow 6x^2 - 64x - 96 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 32x - 48 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 36x + 4x - 48 = 0 \Leftrightarrow 3x(x-12) + 4(x-12) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-12)(3x+4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12(tm) \\ x = -\frac{4}{3}(ktm) \end{cases}$$

Vậy vận tốc của ca nô khi nước yên lặng là $12km/h$

Câu 4.



a) Chứng minh $ABOC$ là tứ giác nội tiếp

Xét đường tròn (O) có AB, AC là các tiếp tuyến $\Rightarrow \widehat{ABO} = 90^\circ; \widehat{ACO} = 90^\circ$

Xét tứ giác $ABOC$ có $\widehat{ABO} + \widehat{ACO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow ABOC$ là tứ giác nội tiếp

b) Tính độ dài AH biết $R = 3cm, AB = 4cm$

Xét đường tròn (O) có AB, AC là hai tiếp tuyến cắt nhau tại A

Suy ra $AB = AC$ (tính chất) mà $OB = OC = R \Rightarrow AO$ là đường trung trực của đoạn thẳng BC

Do đó $OA \perp BC$ tại H

Xét tam giác ABO vuông tại B , theo định lý Pytago ta có:

$$AO^2 = AB^2 + OB^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow OA = \sqrt{25} = 5cm$$

Xét $\triangle ABO$ vuông tại B có BH là đường cao, theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta

$$\text{có: } AB^2 = AH \cdot AO \Leftrightarrow AH = \frac{AB^2}{AO} = \frac{4^2}{5} = 3,2(cm) \text{ Vậy } AH = 3,2cm$$

c) Xét $\triangle ABO$ vuông tại B có BH là đường cao, theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có: $AB^2 = AH \cdot AO$ (1)

Xét $\triangle AEB$ và $\triangle ABD$ có: \widehat{BAE} chung; $\widehat{ABE} = \widehat{BDE}$ (cùng chắn \widehat{BE})

$$\Rightarrow \triangle AEB \sim \triangle ABD (g - g) \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AB}{AD} \Rightarrow AE \cdot AD = AB^2 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $AE \cdot AD = AH \cdot AO$

d) Chứng tỏ F là trung điểm của AH

Xét đường tròn (O) có $\widehat{BCD} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow BC \perp CD$

Lại có: $AO \perp BC \Rightarrow CD // AO \Rightarrow \widehat{ADC} = \widehat{OAD}$ (so le trong)

Xét (O) có $\widehat{ACE} = \widehat{EDC}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến dây cung cùng chắn \widehat{EC})

$$\text{Suy ra } \widehat{ACE} = \widehat{FAE} (= \widehat{CDE})$$

Xét $\triangle AFE$ và $\triangle CFA$ có: \widehat{AFE} chung; $\widehat{ACE} = \widehat{FAE}$ (cmt) $\Rightarrow \triangle AFE \sim \triangle CFA$ (g - g)

$$\Leftrightarrow \frac{AF}{CF} = \frac{FE}{FA} \Rightarrow FA^2 = FC \cdot FE (*)$$

$$\text{Theo câu b ta có: } AE \cdot AD = AH \cdot AO \Rightarrow \frac{AE}{AH} = \frac{AO}{AD}$$

$$\Rightarrow \triangle AEH \sim \triangle AOD (c - g - c) \Rightarrow \widehat{AHE} = \widehat{ADO}$$

Suy ra tứ giác $EHOD$ là tứ giác nội tiếp (góc ngoài tại 1 đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối diện) $\Rightarrow \widehat{HED} = \widehat{BOA}$ (cùng phụ với \widehat{AOD})

Xét đường tròn (O) có $\widehat{CED} = \widehat{CBD}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn \widehat{CD})

Lại có: $\widehat{BOH} + \widehat{HBO} = 90^\circ$ (do ΔBHO vuông tại H)

Nên $\widehat{EHD} + \widehat{CED} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{HEC} = 90^\circ$ hay $EH \perp FC$

Xét tam giác HFC vuông tại H có HE là đường cao, theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có: $FH^2 = FE \cdot FC$ (**)

Từ (*) và (**) suy ra $FA^2 = FH^2 \Leftrightarrow FA = FH \Rightarrow F$ là trung điểm AH

Câu 5.

Ta có:

$$Q = x^2 + y^2 - 9x - 12y + \frac{16}{2x+y} + 25$$

$$= (x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 4y + 4) + (2x + y) + \frac{16}{2x+y} - 9(x+y) + 20$$

$$= (x-1)^2 + (y-2)^2 + (2x+y) + \frac{16}{2x+y} - 9(x+y) + 20$$

$$(x-1)^2 \geq 0; (y-2)^2 \geq 0$$

$$2x+y + \frac{16}{2x+y} \geq 2\sqrt{(2x+y) \cdot \frac{16}{2x+y}} = 8$$

$$\Rightarrow -9(x+y) \geq -9 \cdot 3 = -27$$

$$\Rightarrow Q \geq 0 + 0 + 8 - 27 + 20 = 1 \Rightarrow Q \geq 1$$

Dấu "=" xảy ra khi $x=1, y=2$

$$\text{Vậy } Q_{\min} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN
QUẢNG TRỊ

Khóa ngày 21 tháng 7 năm 2020

Môn thi: TOÁN

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài : 120 phút

Đề số 50

Câu 1. (1,5 điểm)

Bằng các phép biến đổi đại số, hãy rút gọn các biểu thức sau :

$$A = \sqrt{2} \cdot \sqrt{7} + \sqrt{81} - \sqrt{14}$$

$$B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) \cdot (x-1) \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

Câu 2. (2,0 điểm) Giải các phương trình và hệ phương trình sau :

$$a) 9x^2 - 2x - 7 = 0 \qquad b) \begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 5x - 3y = -1 \end{cases}$$

Câu 3. (1,5 điểm) Cho hàm số $y = 2x^2$ có đồ thị (P)

- Vẽ đồ thị (P)
- Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng $(d): y = m$ cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 10$

Câu 4. (1,5 điểm)

Một tàu du lịch xuất phát từ cảng Cửa Việt đến đảo Cồn Cỏ, tàu dừng lại ở đảo 40 phút rồi quay về điểm xuất phát. Tổng thời gian của chuyến đi là 3 giờ. Biết rằng vận tốc của tàu lúc về lớn hơn lúc đi là 4 hải lý/ giờ và cảng Cửa Việt cách đảo Cồn Cỏ 16 hải lý. Tính vận tốc của tàu lúc đi

Câu 5. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn ($AB \neq AC$) nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Các đường cao BD và CE ($D \in AC, E \in AB$) của tam giác ABC cắt nhau tại H . Gọi I là giao điểm thứ hai của CE và đường tròn (O) . Chứng minh rằng:

- $AEHD$ là tứ giác nội tiếp
- $\widehat{AHB} = \widehat{AIB}$
- $AH^2 + BC^2 = 4R^2$

Câu 6. (0,5 điểm) Cho các phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0; cx^2 + bx + a = 0 (a \neq c)$ có duy nhất một nghiệm chung. Gọi x_1, x_2 lần lượt là hai nghiệm còn lại của hai phương trình trên. Chứng minh $|x_1| + |x_2| > 2$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$A = \sqrt{2} \cdot \sqrt{7} + \sqrt{81} - \sqrt{14} = \sqrt{14} + 9 - \sqrt{14} = 9$$

$$B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) (x-1) \begin{matrix} x > 0 \\ x \neq 1 \end{matrix} = \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \cdot (\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x}} \cdot (\sqrt{x}+1) = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$$

Câu 2.

$$a) 9x^2 - 2x - 7 = 0 \Leftrightarrow 9x^2 - 9x + 7x - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow 9x(x-1) + 7(x-1) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(9x+7) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{7}{9} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = \left\{ 1; -\frac{7}{9} \right\}$$

$$b) \begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 5x - 3y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 7 \\ y = \frac{8-2x}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } (x; y) = (1; 2)$$

Câu 3.

a) Học sinh tự vẽ hình

b) Ta có phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là :

$$2x^2 = m \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{\sqrt{2m}}{2} \Rightarrow y_1 = m \\ x_2 = -\frac{\sqrt{2m}}{2} \Rightarrow y_2 = m \end{cases} \Rightarrow A \left(\frac{\sqrt{2m}}{2}; m \right); B \left(-\frac{\sqrt{2m}}{2}; m \right). \text{ Vì } AB = 10$$

$$\Rightarrow \sqrt{(y_A - y_B)^2 + (x_A - x_B)^2} = 10$$

$$\Leftrightarrow (m - m)^2 + \left(\frac{\sqrt{2m}}{2} + \frac{\sqrt{2m}}{2} \right)^2 = 100$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{2m})^2 = 100 \Leftrightarrow 2m = 100 \Leftrightarrow m = 50$$

Câu 4. Gọi x là vận tốc lúc đi ($x > 4$) \Rightarrow vận tốc lúc về: $x - 4$

Suy ra thời gian lúc đi : $\frac{16}{x}$, thời gian lúc về: $\frac{16}{x-4}$; 40 phút = $\frac{2}{3}h$

Nên tổng thời gian đi và về là : $3 - \frac{2}{3} = \frac{7}{3}(h)$ nên ta có phương trình

$$\frac{16}{x} + \frac{16}{x-4} = \frac{7}{3} \Leftrightarrow 3[16(x-4) + 16x] = 7x(x-4)$$

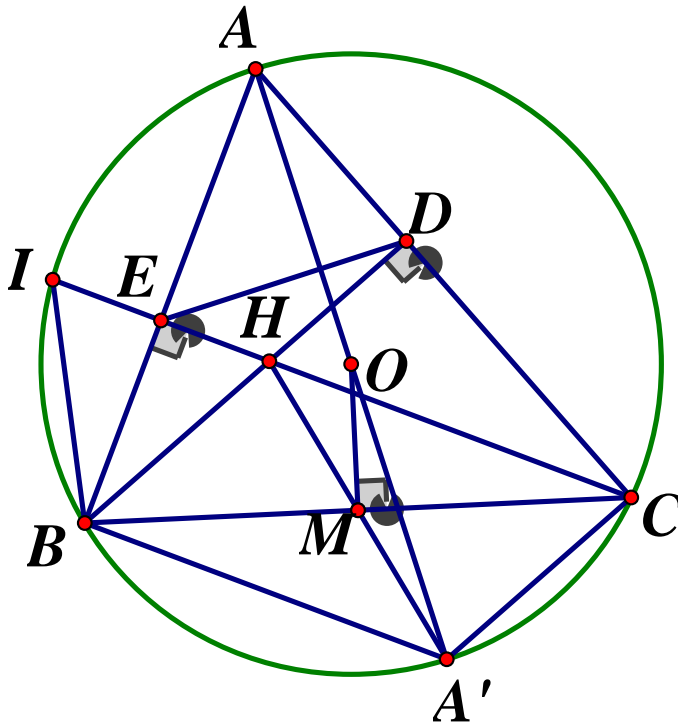
$$\Leftrightarrow 3.(32x - 64) = 7x^2 - 28x \Leftrightarrow 7x^2 - 124x + 192 = 0$$

$$\Leftrightarrow 7x^2 - 112x - 12x + 192 = 0 \Leftrightarrow 7x(x-16) - 12(x-16) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-16)(7x-12) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16(tm) \\ x = \frac{12}{7}(ktm) \end{cases}$$

Vậy vận tốc lúc đi là 16 hải lý / 1 giờ.

Câu 5.



a) Ta có: $\angle ADH + \angle AEH = 90^0 + 90^0 = 180^0 \Rightarrow$ tứ giác $AEHD$ nội tiếp

b) Ta có : $\widehat{AIC} = \widehat{ABC}$ (tứ giác $AIBC$ nội tiếp cùng chắn cung AC)

$\angle BEC = \angle BDC = 90^0(gt) \Rightarrow BEDC$ là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow \widehat{EBC} = \widehat{EDA}$ (góc trong tại 1 đỉnh bằng góc ngoài tại đỉnh đối diện)

$\Rightarrow \widehat{EIA} = \widehat{AHE}$ (1)

Mặt khác $\widehat{ADE} = \widehat{AHE}$ (do tứ giác $AEHD$ nội tiếp)

Tương tự ta có: $\widehat{BIC} = \widehat{BAC}$ ($AIBC$ là tứ giác nội tiếp)

$\widehat{BAC} = \widehat{DHC}$ ($HEAD$ là tứ giác nội tiếp); $\widehat{DHC} = \widehat{IHB}$ (đối đỉnh)

Nên $\widehat{BIC} = \widehat{IHB}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{AIB} = \widehat{AHB}$

c) Kẻ đường kính AOA' , chứng minh được $BHCA'$ là hình bình hành nên HA' đi qua

trung điểm M của $BC \Rightarrow OM = \frac{1}{2}AH$ mà $BM = \frac{1}{2}BC \Rightarrow \Delta OMI$ vuông tại I

($OM \perp BC$ - tính chất đường kính dây cung)

Áp dụng định lý Pytago và các biến đổi ta có:

$$BC^2 = (2BM)^2 = 4BM^2 = 4(BO^2 - OM^2) = 4R^2 - 4OM^2$$

$$\text{Mà } AH^2 = (2OM)^2 = 4OM^2$$

$$\Rightarrow AH^2 + BC^2 = 4OM^2 + 4R^2 - 4OM^2 = 4R^2$$

Câu 6.

Gọi m là nghiệm chung của phương trình: $ax^2 + bx + c = 0$ (1) và $cx^2 + bx + a = 0$ (2)

$$\Rightarrow \begin{cases} am^2 + bm + c = 0 & (3) \\ cm^2 + bm + a = 0 & (4) \end{cases} \text{ . Lấy (3) - (4) ta được:}$$

$$(a - c)m^2 - (a - c) = 0$$

$$\Leftrightarrow (a - c)(m^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow m^2 - 1 = 0 \text{ (do } a \neq c) \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \end{cases}$$

Với $m = 1$, pt (1) có hai nghiệm $x_2 = 1; x_1$ thỏa mãn $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$

$\Leftrightarrow 1 \cdot x_1 = \frac{c}{a} \Rightarrow x_1 = \frac{c}{a}$, tương tự: $x_2 = \frac{a}{c}$. Áp dụng định lý Cô si ta có:

$$\left| \frac{a}{c} \right| + \left| \frac{c}{a} \right| \geq 2 \sqrt{\frac{a}{c} \cdot \frac{c}{a}} = 2. \text{ Dấu " = " xảy ra } \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{c}{a} \Leftrightarrow a = c \text{ (ktm)}$$

Với $m = -1$, chứng minh tương tự như trên $\Rightarrow x_1 = -\frac{c}{a}, x_2 = -\frac{a}{c}$

Áp dụng bất Cô - si $\Rightarrow |x_1| + |x_2| = \left| -\frac{c}{a} \right| + \left| -\frac{a}{c} \right| \geq 2$. Dấu " = " xảy ra $\Leftrightarrow a = c$ (ktm)

Vậy $|x_1| + |x_2| > 2$

ĐỀ CHÍNH THỨC

Đề số 51

Bài 1. (1,0 điểm)a) Cho $a \geq 0$ và $b < 0$. Rút gọn biểu thức $P = \sqrt{a^2} - \sqrt{b^2}$ b) Thực hiện phép tính : $(\sqrt{12} + \sqrt{75}) \cdot \sqrt{3}$ **Bài 2. (2, điểm)** Giải phương trình và hệ phương trình sau :

a) $2x^2 - 9x - 5 = 0$

b)
$$\begin{cases} x - y = -1 \\ 2x + y = 6061 \end{cases}$$

Bài 3. (2,0 điểm) Cho hàm số $y = -x^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng $d : y = 2x - 3$ a) Vẽ đồ thị (P) trên mặt phẳng tọa độ Oxy b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (d) bằng phương pháp đại số

Bài 4. (1,5 điểm) Trong thời gian bị ảnh hưởng bởi đại dịch COVID-19, một công ty may mặc đã chuyển sang sản xuất khẩu trang với hợp đồng là 1000000 cái. Biết công ty có 2 xưởng may khác nhau là xưởng X1 và xưởng X2. Người quản lý xưởng cho biết: nếu cả hai xưởng cùng sản xuất thì trong 3 ngày sẽ đạt được 437500 cái khẩu trang; còn nếu để mỗi xưởng tự sản xuất số lượng 1000000 cái khẩu trang thì xưởng X1 sẽ hoàn thành sớm hơn xưởng X2 là 4 ngày. Do tình hình dịch bệnh diễn biến phức tạp xưởng X1 buộc phải đóng cửa không sản xuất. Hỏi chỉ khi còn xưởng X2 hoạt động thì sau bao nhiêu ngày công ty sẽ sản xuất đủ số lượng khẩu trang theo hợp đồng nêu trên ?

Bài 5. (3,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A . Gọi M là trung điểm AC và O là trung điểm của MC . Vẽ đường tròn tâm O , bán kính OC . Kẻ BM cắt (O) tại D , đường thẳng AD cắt (O) tại E

a) Chứng minh $ABCD$ là tứ giác nội tiếpb) Chứng minh $\Delta MAB \sim \Delta MDC$ và tính tích $MB \cdot MD$ theo AC c) Gọi F là giao điểm của CE với BD và N là giao điểm của BE với AC Chứng minh $MB \cdot NE \cdot CF = MF \cdot NB \cdot CE$

Bài 6. (0,5 điểm) Chiếc nón lá có dạng hình nón. Biết khoảng cách từ đỉnh của nón đến một điểm trên vành của nón là 30 cm, đường kính của vành nón là 40cm. Tính diện tích xung quanh của chiếc nón đó.

ĐÁP ÁN

Bài 1.

$$a) \sqrt{a^2} - \sqrt{b^2} = |a| - |b| = a - (-b) = a + b$$

$$b) (\sqrt{12} + \sqrt{75})\sqrt{3} = (2\sqrt{3} + 5\sqrt{3})\sqrt{3} = 7.3 = 21$$

Bài 2.

$$a) 2x^2 - 9x - 5 = 0$$

$$\Delta = (-9)^2 - 4.2.(-5) = 121 > 0$$

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{9+11}{4} = 5 \\ x_2 = \frac{9-11}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x - y = -1 \\ 2x + y = 6061 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 6060 \\ y = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2020 \\ y = 2019 \end{cases}$$

Vậy $(x; y) = (2020; 2019)$

Bài 3.

a) Học sinh vẽ đồ thị (P)

b) Ta có phương trình hoành độ giao điểm :

$$-x^2 = 2x - 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 3x - x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x+3) - (x+3) = 0 \Leftrightarrow (x+3)(x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \Rightarrow y = -9 \\ x = 1 \Rightarrow y = -1 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm là $(-3; -9); (1; -1)$

Bài 4.

Gọi thời gian một mình xưởng X2 hoạt động để sản xuất đủ khẩu trang là x (ngày)

$$(x > 4) \Rightarrow \text{Mỗi ngày xưởng X2 sản xuất được số khẩu trang: } \frac{1000000}{x} \text{ (chiếc)}$$

Nếu để mỗi xưởng tự sản xuất số lượng 1000000 cái khẩu trang thì xưởng X1 sẽ hoàn thành sớm xưởng X2 là 4 ngày, nên 1 mình xưởng X1 hoạt động để sản xuất được 1 000 000 khẩu trang là $x - 4$ (ngày)

$$\text{Nên mỗi ngày xưởng X1 sản xuất được số khẩu trang: } \frac{1000000}{x-4} \text{ (chiếc)}$$

\Rightarrow Mỗi ngày cả 2 xưởng làm được: $\frac{1000000}{x} + \frac{1000000}{x-4}$ (chiếc)

Nếu cả hai xưởng cùng sản xuất thì trong 3 ngày sẽ làm được 437500 cái khẩu trang nên ta có phương trình:

$$3\left(\frac{1000000}{x} + \frac{1000000}{x-4}\right) = 437500 \Leftrightarrow 3000000\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x-4}\right) = 437500$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x-4} = \frac{7}{48} \Leftrightarrow 48(x-4) + 48x = 7x(x-4)$$

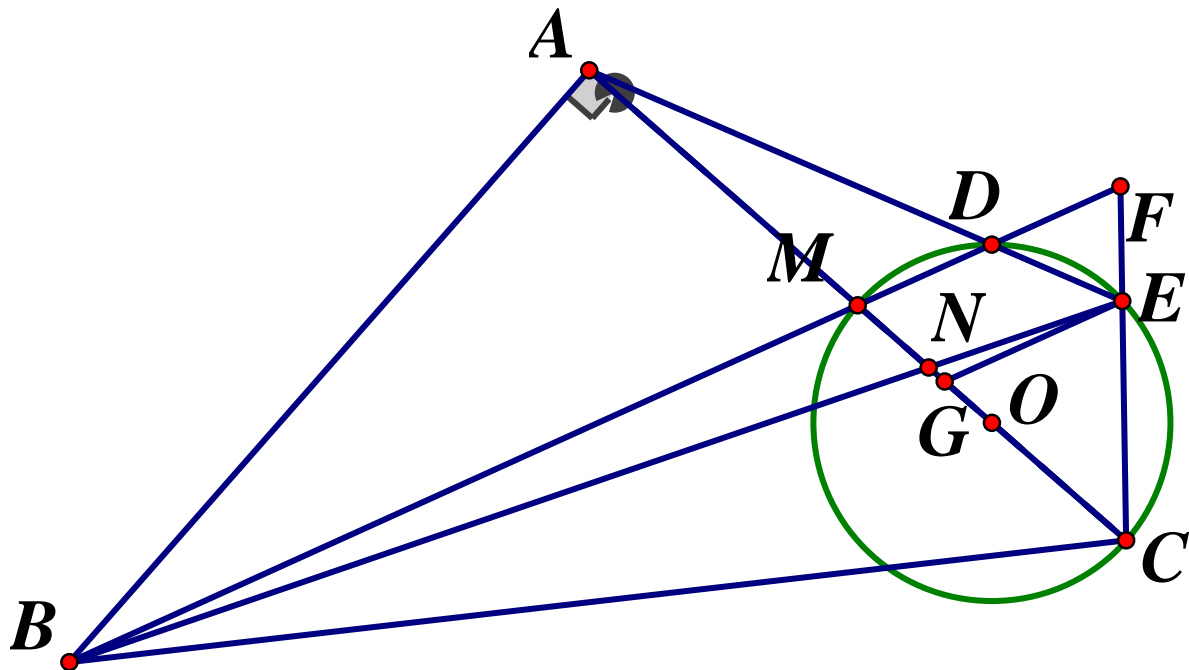
$$\Leftrightarrow 48x - 192 + 48x = 7x^2 - 28x \Leftrightarrow 7x^2 - 124x + 192 = 0$$

$$\Leftrightarrow 7x^2 - 112x - 12x + 192 = 0 \Leftrightarrow 7x(x-16) - 12(x-16) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-16)(7x-12) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16(\text{tm}) \\ x = \frac{12}{7}(\text{ktm}) \end{cases}$$

Vậy khi chỉ còn xưởng X2 hoạt động thì sau 16 ngày sẽ làm xong số khẩu trang theo hợp đồng.

Bài 5.



a) Chứng minh $ABCD$ là tứ giác nội tiếp

Ta có: $\widehat{MDC} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O))

$\Rightarrow \widehat{BDC} = \widehat{BAC} = 90^\circ \Rightarrow ABCD$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có 2 đỉnh liên tiếp cùng nhìn 1 cạnh dưới các góc bằng nhau)

b) Chứng minh $\triangle MAB \sim \triangle MDC$ và tính tích $MB \cdot MD$ theo AC

Xét ΔMAB và ΔMDC có:

$$\angle AMB = \angle DMC \text{ (đối đỉnh); } \widehat{MAB} = \angle MDC = 90^\circ \Rightarrow \Delta MAB \sim \Delta MDC (g.g)$$

$$\Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{MB}{MC} \text{ (hai cạnh tương ứng)} \Rightarrow MB.MD = MA.MC$$

$$\text{Mà } M \text{ là trung điểm } AC \text{ nên } MA = MC = \frac{1}{2}AC \Rightarrow MA.MC = \frac{1}{2}AC \cdot \frac{1}{2}AC = \frac{1}{4}AC^2$$

$$\text{Vậy } MB.MD = \frac{1}{4}AC^2$$

c) Chứng minh $MB.NE.CF = MF.NB.CE$

$$\text{Kẻ } EG // BF (G \in AC) \Rightarrow \frac{NB}{NE} = \frac{MB}{EG} \text{ (1) và } \frac{CE}{CF} = \frac{EG}{MF} \text{ (2) (định lý Ta - let)}$$

Nhân hai vế của (1) và (2) ta được:

$$\frac{NB}{NE} \cdot \frac{CE}{CF} = \frac{MB}{EG} \cdot \frac{EG}{MF} \Rightarrow \frac{NB}{NE} \cdot \frac{CE}{CF} = \frac{MB}{MF}$$

$$\Leftrightarrow MB.NE.CF = MF.NB.CE \text{ (đpcm)}$$

Bài 6.

Vì khoảng cách từ đỉnh nón đến vành nón chính là độ dài đường sinh của hình nón nên độ dài đường sinh của hình nón là $l = 30(cm)$

$$\Rightarrow \text{Bán kính vành nón là } R = \frac{40}{2} = 20(cm)$$

$$\text{Vậy diện tích xung quanh của chiếc nón là } S_{xq} = \pi Rl = \pi \cdot 20 \cdot 30 = 600\pi (cm^2)$$

Câu 1.(1, 5 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{x}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x+2}} - \frac{1}{\sqrt{x-2}}$

- Tìm điều kiện để biểu thức A xác định
- Rút gọn biểu thức A

Câu 2. (1,0 điểm)

Trên cùng hệ trục tọa độ vẽ đồ thị hai hàm số $y = x + 2$ & $y = x^2$. Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị đó.

Câu 3. (2,0 điểm) Giải các phương trình sau:

$$a) \frac{x}{2} + 2020 = x + \frac{2035}{2} \quad b) x^2 - 2\sqrt{2}x - 6 = 0 \quad c) x^2 + \frac{9x^2}{(x+3)^2} = 7$$

Câu 4. (1,0 điểm) Cho phương trình $x^2 + 2(m-3)x + m - 1 = 0$ với m là tham số. Tìm m để phương trình có hai nghiệm dương.

Câu 5. (1,5 điểm)

Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích $480m^2$. Nếu tăng chiều dài lên $8m$ và chiều rộng giảm đi $2m$ thì diện tích không đổi. Hãy tính chu vi của mảnh vườn đó

Câu 6. (3,0 điểm) Từ điểm A bên ngoài đường tròn tâm O vẽ các cát tuyến AB, AC (B, C là các tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của OA và BC

- Chứng minh tứ giác $ABOC$ nội tiếp được đường tròn .
- Tính diện tích tam giác ABC trong trường hợp bán kính đường tròn (O) bằng R và $AO = 3R$
- Dây cung EF thay đổi nhưng luôn đi qua H . Chứng minh AO là tia phân giác của góc $\angle EAF$

Câu 1.**a) Tìm điều kiện**

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x \geq 0 \\ x - 4 \neq 0 \\ \sqrt{x} - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 4 \\ \sqrt{x} \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 4 \end{cases}$$

Vậy biểu thức A xác định khi $x \geq 0, x \neq 4$

b) Rút gọn A

$$\begin{aligned} A &= \frac{x}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{1}{\sqrt{x}-2} \begin{pmatrix} x \geq 0 \\ x \neq 4 \end{pmatrix} \\ &= \frac{x + \sqrt{x} - 2 - \sqrt{x} - 2}{x-4} = \frac{x-4}{x-4} = 1 \end{aligned}$$

Câu 2.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$\begin{aligned} x+2 &= x^2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + x - 2 = 0 \\ &\Leftrightarrow x(x-2) + (x-2) = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x+1) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \Rightarrow y=4 \Rightarrow A(2;4) \\ x=-1 \Rightarrow y=1 \Rightarrow B(-1;1) \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tọa độ giao điểm cần tìm là $A(2;4); B(-1;1)$

Câu 3.

$$\begin{aligned} a) \frac{x}{2} + 2020 &= x + \frac{2035}{2} \Leftrightarrow x - \frac{x}{2} = 2020 - \frac{2035}{2} \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{2}x = \frac{2005}{2} \Leftrightarrow x = 2005 \end{aligned}$$

$$b) x^2 - 2\sqrt{2}x - 6 = 0$$

$$\Delta' = 2 + 6 = 8 > 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \sqrt{2} + \sqrt{8} = 3\sqrt{2} \\ x_2 = \sqrt{2} - \sqrt{8} = -\sqrt{2} \end{cases}$$

$$S = \{3\sqrt{2}; -\sqrt{2}\}$$

$$c) x^2 + \frac{9x^2}{(x+3)^2} = 7(*). \text{ Điều kiện } x \neq 3$$

$$\Rightarrow (*) \Leftrightarrow x^2 - 2 \cdot \frac{3x^2}{x+3} + \frac{9x^2}{(x+3)^2} + \frac{6x^2}{x+3} = 7$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{3x}{x+3}\right)^2 + \frac{6x^2}{x+3} - 7 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{x^2 + 3x - 3x}{x+3}\right)^2 + \frac{6x^2}{x+3} - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{x^2}{x+3}\right)^2 + 6 \cdot \frac{x^2}{x+3} - 7 = 0 \quad (1)$$

Đặt $\frac{x^2}{x+3} = t$

$$\Rightarrow (1) \Leftrightarrow t^2 + 6t - 7 = 0 \Leftrightarrow t^2 + 7t - t - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow t(t+7) - (t+7) = 0 \Leftrightarrow (t+7)(t-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=-7 \end{cases}$$

+) $t = -7 \Rightarrow \frac{x^2}{x+3} = -7 \Leftrightarrow x^2 + 7x + 21 = 0$ có $\Delta = -35 < 0 \Rightarrow$ PTVN

$$+) t = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{x+3} = 1 \Rightarrow x^2 - x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1 - \sqrt{13}}{2} (tm) \\ x_2 = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} (tm) \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình: $S = \left\{ \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \right\}$

Câu 4. Tìm m....

Để phương trình $x^2 + 2(m-3)x + m - 1 = 0$ có hai nghiệm dương thì

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-3)^2 - (m-1) \geq 0 \\ -2(m-3) > 0 \\ m-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 6m + 9 - m + 1 \geq 0 \\ m-3 < 0 \\ m > 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 7m + 10 \geq 0 \\ m < 3 \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x \leq 2 \\ x \geq 5 \end{cases} \\ 1 < m < 3 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m \leq 2$$

Vậy $1 < m \leq 2$

Câu 5.

Gọi chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn là x, y (m) ($x > y > 2$)

Vì diện tích mảnh vườn là $480m^2$ nên ta có phương trình $xy = 480(1)$

Nếu tăng chiều dài lên $8m$ thì chiều dài mới là $x + 8(m)$

Giảm chiều rộng đi $2m$ thì chiều rộng mới là $y - 2(m)$

Khi đó diện tích mảnh vườn không thay đổi nên ta có phương trình:

$$(x + 8)(y - 2) = 480 \Leftrightarrow xy + 8y - 2x - 16 = 480$$

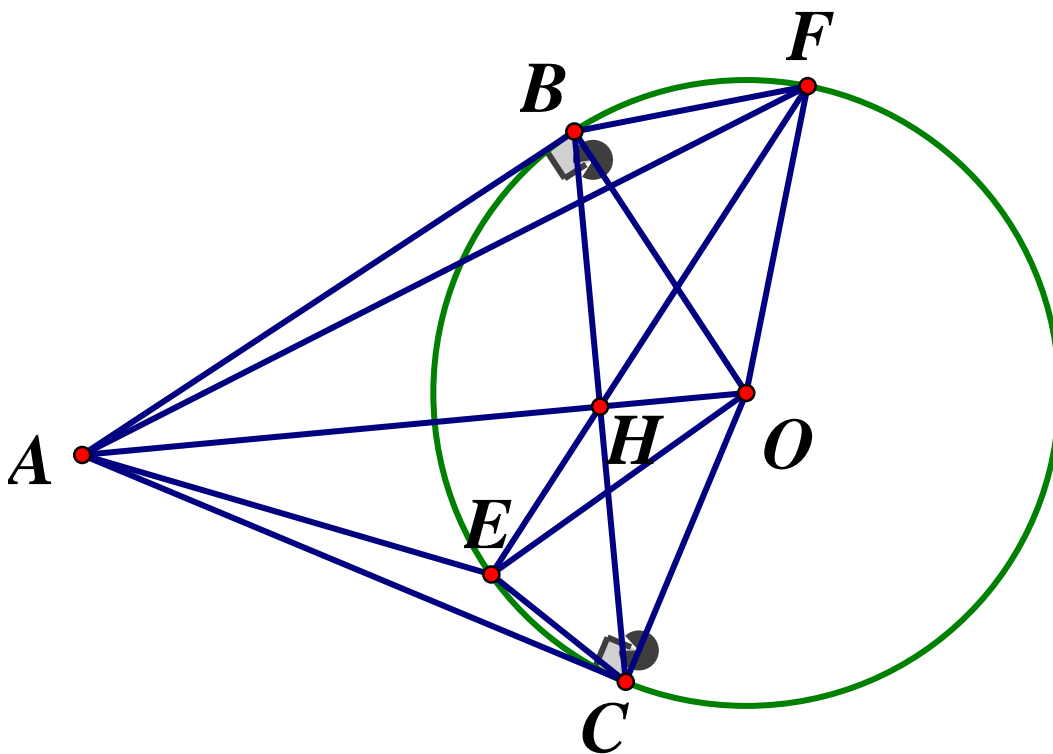
$$\Leftrightarrow 2x - 8y = -16 \text{ (do } xy = 480) \Rightarrow x - 4y = -8 \text{ (2)}$$

$$\begin{cases} xy = 480 \\ x - 4y = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (4y - 8) \cdot y = 480 \\ x = 4y - 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4y^2 - 8y - 480 = 0 \\ x = 4y - 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 - 2y - 120 = 0 \\ x = 4y - 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 12 \text{ (tm)} \\ y = -10 \text{ (ktm)} \\ x = 4 \cdot 12 - 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 12 \end{cases} \text{ (tm)}$$

Vậy chu vi mảnh vườn đó: $C = 2(x + y) = 2 \cdot (40 + 12) = 104(m)$

Câu 6.



a) Chứng minh tứ giác $ABOC$ nội tiếp được đường tròn

Ta có: AB, AC là các tiếp tuyến của đường tròn (O)

$$\Rightarrow \begin{cases} AB \perp OB \\ AC \perp OC \end{cases} \Rightarrow \widehat{ABO} = \widehat{ACO} = 90^\circ$$

Xét tứ giác $ABOC$ có: $\widehat{ABO} + \widehat{ACO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow ABOC$ là tứ giác nội tiếp

b) Tính diện tích tam giác ABC

Ta có: $OB = OC = R \Rightarrow O$ thuộc đường trung trực của BC

$AB = AC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow A$ thuộc đường trung trực của BC

$\Rightarrow AO$ là đường trung trực của $BC \Rightarrow AO \perp BC = \{H\}$

$\Rightarrow H$ là trung điểm của BC (tính chất đường kính dây cung)

Áp dụng định lý Pytago vào $\triangle ABO$ vuông tại B ta có:

$$AB = \sqrt{AO^2 - OB^2} = \sqrt{9R^2 - R^2} = 2\sqrt{2}R$$

Áp dụng hệ thức lượng cho $\triangle ABO$ vuông tại B, đường cao BH ta có:

$$BH = \frac{OB \cdot AB}{AO} = \frac{2\sqrt{2}R \cdot R}{3R} = \frac{2\sqrt{2}R}{3}$$

$$AH = \frac{AB^2}{AO} = \frac{8R^2}{3R} = \frac{8R}{3} \Rightarrow BC = 2BH = \frac{4\sqrt{2}R}{3}$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{8R}{3} \cdot \frac{4\sqrt{2}R}{3} = \frac{16\sqrt{2}R^2}{9} (dvdv)$$

$$\text{Vậy khi } OA = 3R \text{ thì } S_{ABC} = \frac{16\sqrt{2}R^2}{9} (dvdv)$$

c) Chứng minh AO là tia phân giác của $\angle EAF$

Ta có: $ABOC$ là tứ giác nội tiếp (theo câu a)

$\Rightarrow 4$ điểm A, B, O, C cùng thuộc đường tròn đường kính AO

$$\Rightarrow HA \cdot HO = HB \cdot HC \quad (1)$$

Ta có 4 điểm E, B, F, C cùng thuộc một đường tròn $\Rightarrow HE \cdot HF = HB \cdot HC$ (phương tích)

(2)

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } HA \cdot HO = HE \cdot HF \Rightarrow \frac{HA}{HE} = \frac{HF}{HO}$$

Xét $\triangle HEO$ và $\triangle HAF$ có:

$$\frac{HA}{HE} = \frac{HF}{HO} (cmt); \widehat{EHO} = \widehat{AHF} \text{ (đối đỉnh)} \Rightarrow \triangle HEO \sim \triangle HAF (c.g.c)$$

$$\Rightarrow \widehat{HEO} = \widehat{HAF} \text{ (hai góc tương ứng)}$$

$\Rightarrow \widehat{FEO} = \widehat{CAF} \Rightarrow AEOF$ là tứ giác nội tiếp (hai đỉnh liên tiếp A, E cùng nhìn cạnh OF dưới các góc bằng nhau)

Xét đường tròn ngoại tiếp $AEOF$ có $\widehat{OE} = \widehat{OF}$ (vì $OE = OF$) $\Rightarrow \widehat{EAO} = \widehat{FAO}$

$$\Rightarrow AO \text{ là tia phân giác của } \widehat{EAF} (dfcm)$$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH TÂY NINH

ĐỀ CHÍNH THỨC
Đề số 53

KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
THPT

Ngày thi: 17/07/2020
Môn thi: TOÁN (không chuyên)
Thời gian làm bài : 120 phút

Câu 1.(1,0 điểm) Tính giá trị biểu thức $T = \sqrt{49} - \sqrt{36} + \sqrt{16}$

Câu 2.(1,0 điểm) Tìm x để biểu thức $T = \sqrt{4x - 3}$ xác định

Câu 3.(1,0 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + 3y = 6 \end{cases}$$

Câu 4.(1,0 điểm) Vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$

Câu 5.(1,0 điểm) Cho tam giác cân ABC . Biết $AB = AC = a\sqrt{5}$, $BC = 2a$. Gọi M là trung điểm BC , tính theo a độ đo đoạn thẳng AM

Câu 6.(1,0 điểm) Biết rằng đồ thị của hàm số $y = (m + 1)x - 3m + 4$ đi qua điểm $A(1;3)$.
Tìm m

Câu 7.(1,0 điểm) Cho phương trình $2x^2 - 4x - 7 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $S = (x_1^2 - 1)(x_2^2 - 1)$.

Câu 8.(1,0 điểm) Có hai rổ chứa số quả cam như nhau. Nếu lấy 6 quả cam từ rổ thứ nhất bỏ sang rổ thứ hai thì khi đó số quả cam ở rổ thứ hai bằng bình phương số quả cam ở rổ thứ nhất. Hỏi ban đầu mỗi rổ có bao nhiêu quả cam ?

Câu 9.(1,0 điểm) Cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 2020. Gọi M là trung điểm của AB và N là điểm trên cạnh AD sao cho $AN = 2ND$. Hai đoạn CM và BN cắt nhau tại K . Tính diện tích của tam giác KBC

Câu 10.(1,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{ABC} = 60^\circ$ và đường cao AH (H thuộc cạnh BC). Trên cạnh AC lấy D sao cho $AD = AB$. Gọi I là trung điểm BD , đường thẳng HI cắt AC tại E . Tính \widehat{AEH}

ĐÁP ÁN

Câu 1. $\sqrt{49} - \sqrt{36} + \sqrt{16} = 7 - 6 + 4 = 5$

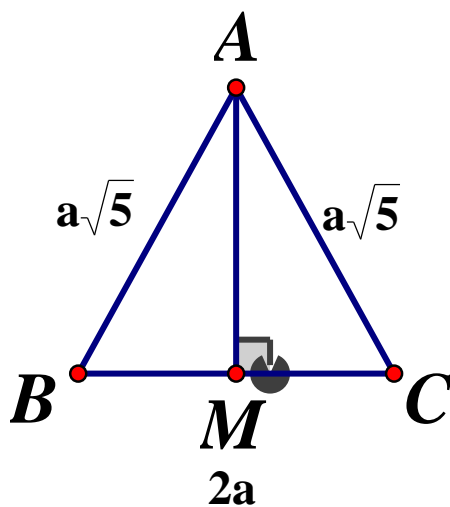
Câu 2. Để biểu thức $T = \sqrt{4x-3}$ xác định $\Leftrightarrow 4x-3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{3}{4}$

Câu 3. $\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + 3y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 5 \\ 2x + 6y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7y = 7 \\ x = 6 - 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 3 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (3; 1)$

Câu 4. Học sinh tự vẽ đồ thị hàm số (P)

Câu 5.



$\triangle ABC$ cân mà $MB = MC \Rightarrow AM \perp BC$

$$\Rightarrow BM = MC = \frac{BC}{2} = \frac{2a}{2} = a$$

Xét $\triangle AMC$ vuông tại M, áp dụng định lý Pytago ta có:

$$AC^2 = AM^2 + MC^2 \Rightarrow AM = \sqrt{AC^2 - MC^2} = \sqrt{(a\sqrt{5})^2 - a^2} = 2a$$

Câu 6. Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1; 3)$, thay tọa độ điểm A vào hàm số ta có:

$$3 = (m+1) \cdot 1 - 3m + 4 \Leftrightarrow 2m = 2 \Leftrightarrow m = 1$$

Vậy với $m = 1$ thì đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1; 3)$

Câu 7.

Áp dụng hệ thức Vi - et ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = -\frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 S &= (x_1^2 - 1)(x_2^2 - 1) = (x_1 x_2)^2 - (x_1^2 + x_2^2) + 1 \\
 &= (x_1 x_2)^2 - [(x_1 + x_2) - 2x_1 x_2] + 1 \\
 &= \left(-\frac{7}{2}\right)^2 - \left[2^2 - 2 \cdot \left(-\frac{7}{2}\right)\right] + 1 = \frac{9}{4}
 \end{aligned}$$

Câu 8.

Gọi số cam ở mỗi rổ là $x (x > 6, x \in \mathbb{N})$

Rổ thứ nhất sau khi lấy đi 6 quả cam là : $x - 6$ (quả)

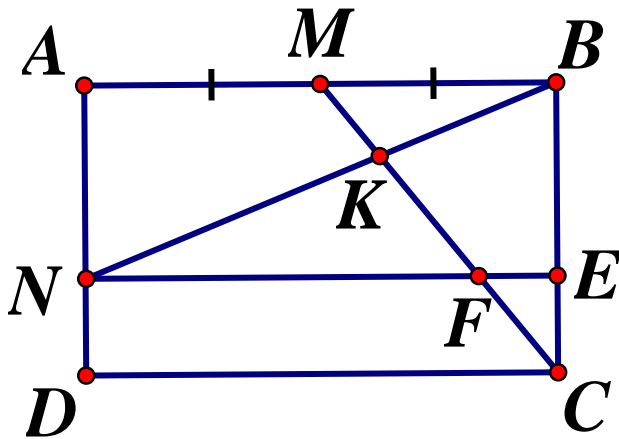
Rổ thứ hai sau khi thêm vào 6 quả cam là : $x + 6$ (quả)

Theo đề bài, số cam ở rổ thứ hai bằng bình phương số cam ở rổ thứ nhất nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned}
 x + 6 &= (x - 6)^2 \Leftrightarrow x + 6 = x^2 - 12x + 36 = 0 \\
 \Leftrightarrow x^2 - 13x + 30 &= 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 10x + 30 = 0 \\
 \Leftrightarrow x(x - 3) - 10(x - 3) &= 0 \Leftrightarrow (x - 10)(x - 3) = 0 \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 10 = 0 \\ x - 3 = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 (tm) \\ x = 3 (ktm) \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy số cam ở mỗi rổ ban đầu là 10 quả.

Câu 9.



$$\text{Kẻ } NE \parallel DC (E \in BC); NE \cap MC = F \Rightarrow \frac{MK}{KF} = \frac{MB}{NF}$$

$$\text{Có: } \frac{EF}{MB} = \frac{EC}{BC} = \frac{ND}{AD} = \frac{1}{3}$$

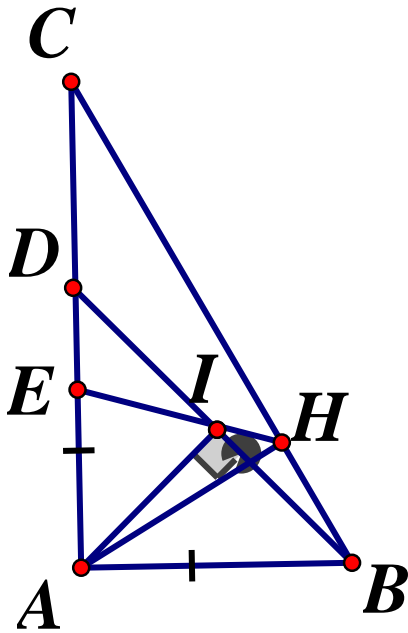
$$\Rightarrow \frac{EF}{AB} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{EF}{NE} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{NE}{NF} = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{NF}{AB} = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{NF}{MB} = \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{MK}{KF} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{MK}{MF} = \frac{3}{8}$$

$$\text{Mà } \frac{MF}{MC} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{MK}{MC} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{KC}{MC} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow S_{KBC} = \frac{3}{4} \cdot S_{BMC} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} S_{ABCD} \Rightarrow S_{KBC} = \frac{3}{16} \cdot 2020 = 378,75$$

Câu 10.



Xét $\triangle ABD$ vuông tại A mà $AB = AD \Rightarrow \triangle ABD$ vuông cân tại A

Lại có: I là trung điểm của BD

\Rightarrow Trong $\triangle ABD$ có AI là đường trung tuyến, đồng thời AI cũng là đường cao

$$\Rightarrow \widehat{AIB} = 90^\circ \text{ mà } \widehat{AHB} = 90^\circ \text{ (AH là đường cao)} \Rightarrow \widehat{AIB} = \widehat{AHB} = 90^\circ$$

Xét tứ giác $AIHB$ có 2 đỉnh H và I kề nhau cùng nhìn cạnh AB dưới 1 góc vuông

Nên tứ giác $AIHB$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{AHI} = \widehat{ABI} = 45^\circ$ (cùng chắn cung AI)

$$\text{Mà } \widehat{AHC} = 90^\circ \text{ (AH } \perp \text{ BC)} \Rightarrow \widehat{AHI} + \widehat{EHC} = \widehat{AHC}$$

$$\Rightarrow \widehat{EHC} = \widehat{AHC} - \widehat{AHI} = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ \quad (1)$$

$$\triangle ABC \text{ vuông tại A} \Rightarrow \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90^\circ \text{ (hai góc phụ nhau)}$$

$$\Rightarrow \widehat{ACB} = 90^\circ - \widehat{ABC} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ \text{ hay } \widehat{ECH} = 30^\circ \quad (2)$$

$$\text{Ta có: } \widehat{AEH} \text{ là góc ngoài của } \triangle EHC \Rightarrow \widehat{AEH} = \widehat{EHC} + \widehat{ECH} \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2), (3)} \Rightarrow \widehat{AEH} = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2020-2021
MÔN THI: TOÁN

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài : 120 phút

Đề số 54

Câu 1. (2,0 điểm)

Cho $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$

- Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$
- Rút gọn biểu thức B
- Tìm x để giá trị của A và B trái dấu

Câu 2. (2,0 điểm) Cho hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y = 4m - 5 \\ 2x + y = 3m \end{cases}$ (m là tham số)

- Giải hệ phương trình khi $m = 3$
- Tìm m để hệ phương trình có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn $\frac{2}{x} - \frac{1}{y} = -1$

Câu 3. (2,0 điểm) Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 3mx + 1 - m^2$ (m là tham số)

- Tìm m để (d) đi qua điểm $A(1; -9)$
- Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 2x_1x_2$

Câu 4. (3,5 điểm) Qua điểm M nằm bên ngoài đường tròn $(O; R)$, kẻ hai tiếp tuyến MA, MB (A, B là hai tiếp điểm). Vẽ cát tuyến MCD không đi qua tâm O (C nằm giữa M và D)

- Chứng minh tứ giác $MAOB$ nội tiếp và $MO \perp AB$
- Chứng minh $MA \cdot AD = MD \cdot AC$
- Gọi I là trung điểm của dây cung CD và E là giao điểm của hai đường thẳng AB và OI . Tính độ dài đoạn thẳng OE theo R khi $OI = \frac{R}{3}$
- Qua tâm O kẻ đường thẳng vuông góc với OM cắt các đường thẳng MA, MB lần lượt tại P, Q . Tìm vị trí của điểm M để diện tích tam giác MPQ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 5. (0,5 điểm)

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = -3x^2 - 4x\sqrt{y} + 16x - 2y + 12\sqrt{y} + 1998$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

a) Thay $x = 9$ (*tmdk*) vào biểu thức A ta có: $A = \frac{\sqrt{9} + 1}{\sqrt{9} - 1} = 2$

b) Rút gọn biểu thức B

Với $x > 0, x \neq 1$ ta có:

$$B = \left(\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} = \frac{(\sqrt{x} + 1)^2 - (\sqrt{x} - 1)^2}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)} \cdot \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}}$$

$$= \frac{(\sqrt{x} + 1 + \sqrt{x} - 1) \cdot (\sqrt{x} + 1 - \sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} + 1) \cdot \sqrt{x}} = \frac{4\sqrt{x}}{(\sqrt{x} + 1) \cdot \sqrt{x}} = \frac{4}{\sqrt{x} + 1}$$

c) Để giá trị A và B trái dấu thì $AB < 0$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} \cdot \frac{4}{\sqrt{x} + 1} < 0 \Leftrightarrow \frac{4}{\sqrt{x} - 1} < 0$$

$$\text{Do } 4 > 0 \Rightarrow \frac{4}{\sqrt{x} - 1} < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} - 1 < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 1 \Leftrightarrow x < 1$$

Kết hợp với điều kiện, Vậy Để giá trị A và B trái dấu thì $0 < x < 1$

Câu 2.

a) Giải hệ phương trình khi $m=3$

Với $m = 3$ ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - 2y = 7 \\ 2x + y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 7 \\ 4x + 2y = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 25 \\ y = 9 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy với $m = 3 \Rightarrow (x; y) = (5; -1)$

b) Tìm m để.....

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x - 2y = 4m - 5 & (1) \\ 2x + y = 3m & (2) \end{cases}$$

Từ phương trình (2) ta có: $y = 3m - 2x$

Thế vào phương trình (1) ta có:

$$(1) \Leftrightarrow x - 2(3m - 2x) = 4m - 5$$

$$\Leftrightarrow x - 6m + 4x = 4m - 5$$

$$\Leftrightarrow 5x = 10m - 5 \Rightarrow x = 2m - 1$$

$$\Rightarrow y = 3m - 2x = 3m - 2(2m - 1) = -m + 2$$

\Rightarrow Với mọi m phương trình luôn có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2m - 1; -m + 2)$

Theo đề bài ta có: $\frac{2}{x} - \frac{1}{y} = -1$ (*)

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x \neq 0 \\ y \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m-1 \neq 0 \\ -m+2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \frac{1}{2} \\ m \neq 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (*) \Leftrightarrow \frac{2}{2m-1} - \frac{1}{-m+2} = -1 \Leftrightarrow \frac{2}{2m-1} + \frac{1}{m-2} + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2m-1)(m-2) + 2(m-2) + 2m-1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2m^2 - 5m + 2 + 2m - 4 + 2m - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2m^2 - m - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1(tm) \\ m = \frac{3}{2}(tm) \end{cases}$$

Vậy $m = -1; m = \frac{3}{2}$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 3.

a) Tìm m để đường thẳng

Đường thẳng (d): $y = 3mx + 1 - m^2$ đi qua điểm $A(1; -9)$

$$\Rightarrow -9 = 3m \cdot 1 + 1 - m^2 \Leftrightarrow m^2 - 3m - 9 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 3m - 10 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 5m + 2m - 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow m(m-5) + 2(m-5) = 0 \Leftrightarrow (m+2)(m-5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = 5 \end{cases}$$

Vậy $m = -2$ hoặc $m = 5$ thỏa mãn bài toán

b) Tìm m để (d) cắt (P).....

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là :

$$x^2 = 3mx + 1 - m^2 \Leftrightarrow x^2 - 3mx + m^2 - 1 = 0 (*)$$

Đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ là giao điểm x_1, x_2

$$\Rightarrow (*) \text{ có hai nghiệm phân biệt } x_1, x_2$$

$$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow (3m)^2 - 4(m^2 - 1) > 0 \Leftrightarrow 5m^2 + 4 > 0 (\forall m)$$

Vậy với mọi m (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2

Áp dụng hệ thức Vi - et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3m \\ x_1 x_2 = m^2 - 1 \end{cases}$. Theo đề bài ta có:

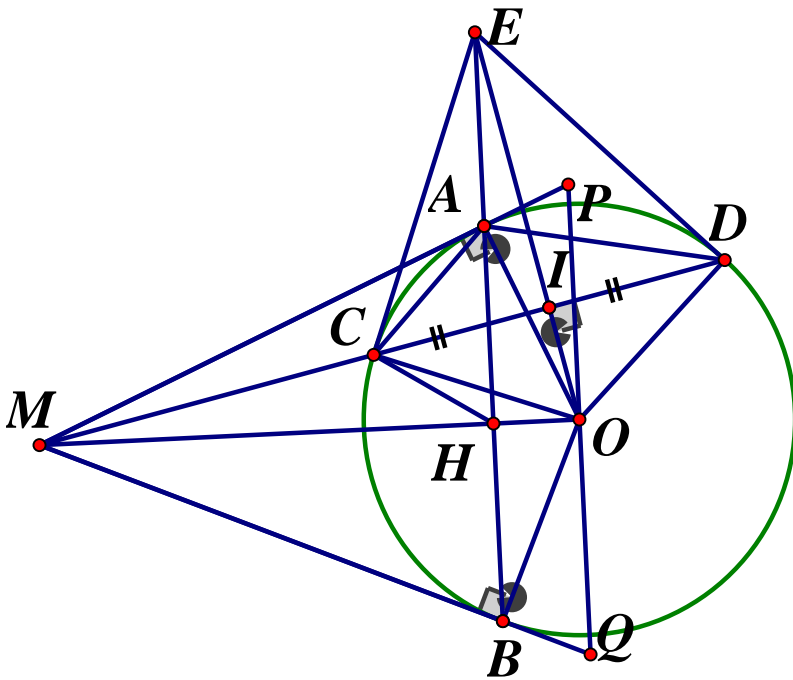
$$x_1 + x_2 = 2x_1x_2 \Leftrightarrow 3m = 2(m^2 - 1) \Leftrightarrow 2m^2 - 3m - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2m^2 - 4m + m - 2 = 0 \Leftrightarrow 2m(m - 2) + (m - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (m - 2)(2m + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy $m = -\frac{1}{2}$ và $m = 2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 4.



a) Chứng minh tứ giác $MAOB$ nội tiếp và $MO \perp AB$

Vì MA, MB là các tiếp tuyến của (O) nên $\widehat{OAM} = \widehat{OBM} = 90^\circ$

Xét tứ giác $MAOB$ có: $\angle OAM + \angle OBM = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow MAOB$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°)

Vì $OA = OB (= R) \Rightarrow O$ thuộc trung trực của AB

$MA = MB$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow M$ thuộc trung trực của AB .

$\Rightarrow MO$ là trung trực của đoạn thẳng AB

Vậy $MO \perp AB$ (đpcm)

b) Chứng minh $MA \cdot AD = MD \cdot AC$

Xét $\triangle MAC$ và $\triangle MDA$ có: $\angle AMD$ chung; $\widehat{MAC} = \widehat{MDA}$ (cùng chắn cung AC)

$\Rightarrow \triangle MAC \sim \triangle MDA$ (g.g) $\Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{AC}{AD} \Rightarrow MA \cdot AD = MD \cdot AC$ (đpcm)

c) Tính độ dài đoạn thẳng OE theo R

Gọi $AB \cap OM = \{H\}$, theo ý a) ta có $OM \perp AB$ tại H

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông OAM , đường cao AH ta có:

$$OA^2 = OH \cdot OM$$

$$\text{Mà } OA = OC (= R) \text{ nên } OC^2 = OH \cdot OM \Rightarrow \frac{OC}{OH} = \frac{OM}{OC}$$

$$\text{Xét } \triangle OCH \text{ và } \triangle OMC \text{ có: } \angle COM \text{ chung; } \frac{OC}{OH} = \frac{OM}{OC} \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle OCH \sim \triangle OMC \text{ (c.g.c)} \Rightarrow \angle OCH = \angle OMC = \angle OMI \quad (1) \text{ (hai góc tương ứng)}$$

Vì I là trung điểm của CD (gt) nên $OI \perp CD$ (đường kính dây cung)

$$\Rightarrow \triangle OMI \text{ vuông tại } I \Rightarrow \widehat{OMI} + \widehat{MOI} = 90^\circ$$

Lại có: $\widehat{OEH} + \widehat{EOH} = 90^\circ$ (do $\triangle OEH$ vuông tại H)

$$\text{Mà } \widehat{MOI} = \widehat{EOH} \text{ nên } \angle OMI = \angle OEH \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\angle OCH = \angle OEH (= \angle OMI)$

\Rightarrow Tứ giác $OECH$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có 2 đỉnh liên tiếp cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau)

$$\Rightarrow \widehat{OCE} = \widehat{OHE} = 90^\circ \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung } OE)$$

$\Rightarrow \triangle OCE$ vuông tại C, có đường cao CI

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông OCE ta có:

$$OC^2 = OI \cdot OE \Rightarrow OE = \frac{OC^2}{OI} = \frac{R^2}{\frac{R}{3}} = 3R$$

Vậy khi $OI = \frac{R}{3}$ thì $OE = 3R$

d) Tìm vị trí điểm M.....

Đặt $OM = x (x > R)$. Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông OMP , đường cao OA ta có:

$$\frac{1}{OA^2} = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{OP^2} \Rightarrow \frac{1}{R^2} = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{OP^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{OP^2} = \frac{1}{R^2} - \frac{1}{x^2} \Rightarrow OP = \frac{xR}{\sqrt{x^2 - R^2}}$$

Xét tam giác MPQ có đường cao MO đồng thời là đường phân giác (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) nên $\triangle MPQ$ là tam giác cân tại M, do đó đường cao MO cũng đồng thời là

$$\text{đường trung tuyến} \Rightarrow PQ = 2OP = \frac{2xR}{\sqrt{x^2 - R^2}}$$

$$\text{Khi đó } S_{MPQ} = \frac{1}{2} MO \cdot PQ = \frac{1}{2} x \cdot \frac{2xR}{\sqrt{x^2 - R^2}} = R \cdot \frac{x^2}{\sqrt{x^2 - R^2}}$$

$$\text{Ta có: } \frac{x^2}{\sqrt{x^2 - R^2}} = \frac{x^2 - R^2 + R^2}{\sqrt{x^2 - R^2}} = \sqrt{x^2 - R^2} + \frac{R^2}{\sqrt{x^2 - R^2}}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô si, ta có:

$$\sqrt{x^2 - R^2} + \frac{R^2}{\sqrt{x^2 - R^2}} \geq 2 \sqrt{\sqrt{x^2 - R^2} \cdot \frac{R^2}{\sqrt{x^2 - R^2}}} = 2R$$

$$\text{Khi đó } S_{MPQ} \geq R \cdot 2R = 2R^2$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - R^2} = \frac{R^2}{\sqrt{x^2 - R^2}} \Leftrightarrow x^2 - R^2 = R^2 \Leftrightarrow x = R\sqrt{2} \text{ (tm)}$$

Vậy diện tích tam giác MPQ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $2R^2 \Leftrightarrow M$ cách tâm O một khoảng bằng $R\sqrt{2}$

Câu 5. Tìm giá trị lớn nhất của P

Điều kiện $y \geq 0$

$$\begin{aligned} P &= -3x^2 - 4x\sqrt{y} + 16x - 2y + 12\sqrt{y} + 1998 \\ &= (-2x^2 - 4x\sqrt{y} - 2y + 12x + 12\sqrt{y}) - x^2 + 4x + 1998 \\ &= -2(x^2 + 2x\sqrt{y} + y - 6x - 6\sqrt{y} + 9) - (x^2 - 4x + 4) + 18 + 4 + 1998 \\ &= -2(x + \sqrt{y} - 3)^2 - (x - 2)^2 + 2020 \end{aligned}$$

$$\forall i \begin{cases} -2(x + \sqrt{y} - 3)^2 \leq 0, \forall x, y \geq 0 \\ -(x - 2)^2 \leq 0, \forall x \end{cases} \Rightarrow P \leq 2020 \forall x, y \geq 0$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow \begin{cases} x + \sqrt{y} - 3 = 0 \\ x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \text{Max}P = 2020 \Leftrightarrow x = 2; y = 1$$

ĐỀ CHÍNH THỨC

Đề số 55

Câu 1. Không dùng máy tính cầm tay, rút gọn biểu thức $A = \sqrt{50} - \sqrt{32} + \sqrt{2}$

Câu 2. Không dùng máy tính cầm tay, giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$$

Câu 3. Cho hàm số bậc nhất $y = f(x) = (\sqrt{3} - 1)x + 1$

a) Hàm số trên là đồng biến hay nghịch biến trên \mathbb{R} ? Vì sao?

b) Tính các giá trị: $f(0); f(\sqrt{3} + 1)$

Câu 4. Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = -2x^2$ và $y = x - 3$

Câu 5. Cho biểu thức $P = \left[\frac{3x + 3\sqrt{x} - 3}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 1)} + \frac{1}{\sqrt{x} + 2} - \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 1} \right] : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} \begin{matrix} (x > 0) \\ (x \neq 1) \end{matrix}$

a) Rút gọn biểu thức P

b) Tìm giá trị của x để $P > 0$

Câu 6. Ông Minh dự định đi bằng xe máy từ địa điểm A đến địa điểm B cách nhau 80km trong thời gian định trước. Khi đi được 20km, tại địa điểm C, xe của ông hỏng nên ông phải dừng lại để sửa xe mất 10 phút. Sau khi sửa xe xong, để đảm bảo thời gian như đã định, ông Minh tăng vận tốc thêm 5km/h trên quãng đường đi từ C đến B. Hãy tính vận tốc xe của ông Minh trên quãng đường từ A đến C

Câu 7. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Biết $AB = 3cm, BC = 5cm$. Tính độ dài cạnh AC và đường cao AH.

Câu 8. Cho hai đường tròn $(O_1; 10cm)$ và $(O_2; 15cm)$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt. Tiếp tuyến chung ngoài AB cắt đường thẳng O_1O_2 tại điểm C với $A \in (O_1), B \in (O_2)$. Tính độ dài đoạn thẳng O_1O_2 biết $CO_1 = 40cm$.

Câu 9. Cho tam giác ABC cân tại A, các đường cao AM, BN cắt nhau tại H. Chứng minh MN là tiếp tuyến của đường tròn đường kính AH

Câu 10. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O), các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Đường thẳng AD cắt đường tròn (O) tại M khác A

a) Chứng minh tam giác BHM cân

- b) Gọi P, Q lần lượt là điểm đối xứng với M qua AB và AC . Chứng minh ba điểm P, H, Q thẳng hàng.

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$A = \sqrt{50} - \sqrt{32} + \sqrt{2} = 5\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

Câu 2. Ta có:

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 9 \\ y = 4 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(x; y) = (3; 1)$

Câu 3.

a) Đồng biến hay nghịch biến

Xét hàm số $y = f(x) = (\sqrt{3} - 1)x + 1$ có $a = \sqrt{3} - 1 > 0$ nên hàm số

$y = f(x) = (\sqrt{3} - 1)x + 1$ đồng biến trên \mathbb{R}

b) Tính các giá trị

Xét hàm số $y = f(x) = (\sqrt{3} - 1)x + 1$ có:

$$\begin{cases} f(0) = (\sqrt{3} - 1) \cdot 0 + 1 = 1 \\ f(\sqrt{3} + 1) = (\sqrt{3} - 1) \cdot (\sqrt{3} + 1) + 1 = 3 - 1 + 1 = 3 \end{cases}$$

Vậy $f(0) = 1$ và $f(\sqrt{3} + 1) = 3$

Câu 4.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số đã cho là :

$$-2x^2 = x - 3 \Leftrightarrow 2x^2 + x - 3 = 0$$

Phương trình có dạng $a + b + c = 2 + 1 - 3 = 0$ nên có hai nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = -2 \\ x = -\frac{3}{2} \Rightarrow y = -\frac{9}{2} \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm là $(1; -2); \left(-\frac{3}{2}; -\frac{9}{2}\right)$

Câu 5.

a) Rút gọn P

Với $x > 0, x \neq 1$ ta có:

$$\begin{aligned}
 P &= \left[\frac{3x+3\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1} \right] : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \\
 &= \frac{3x+3\sqrt{x}-3+\sqrt{x}-1-x+4}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} = \frac{2x+4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} \\
 &= \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} = \frac{2(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}-1}
 \end{aligned}$$

b) Tìm giá trị x

$$\text{Ta có: } P > 0 \Leftrightarrow \frac{2(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}-1} > 0$$

$$\text{Do } 2(\sqrt{x}+1) > 0 (\forall x) \Rightarrow \frac{2(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}-1} > 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1 (tm)$$

Vậy để $P > 0$ thì $x > 1$.

Câu 6.

Gọi vận tốc dự định của ông Minh là $x (km/h) (x > 0)$

Khi đó thời gian dự định ông Minh đi hết quãng đường A đến B là $\frac{80}{x} (h)$

Thời gian ông Minh đi hết quãng đường AC là: $\frac{20}{x} (h)$

Sau khi sửa xe ông Minh đã tăng vận tốc thêm $5km/h$ trên quãng đường CB nên vận tốc ông Minh đi trên quãng đường CB: $x+5 (km/h)$

Thời gian ông Minh đi hết quãng đường BC là: $\frac{80-20}{x+5} = \frac{60}{x+5} (h)$

Tuy phải sửa xe mất 10 phút $= \frac{1}{6} h$ nhưng ông Minh vẫn đến nơi đúng giờ nên ta có

phương trình:

$$\frac{80}{x} = \frac{20}{x} + \frac{60}{x+5} + \frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{60}{x} - \frac{60}{x+5} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow 6 \cdot 60(x+5) - 6 \cdot 60x = x(x+5)$$

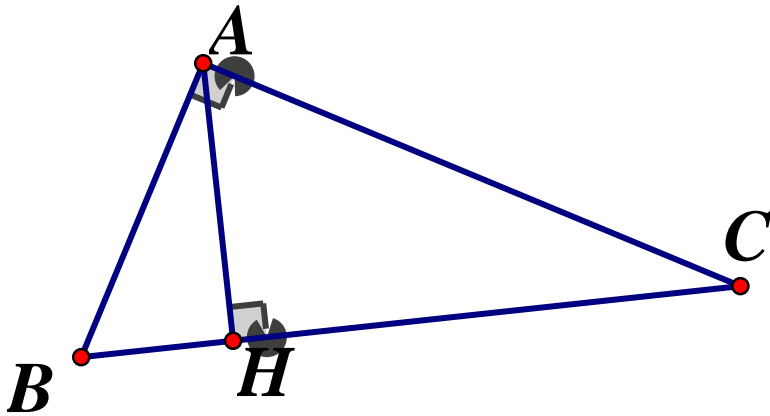
$$\Leftrightarrow 1800 = x^2 + 5x \Leftrightarrow x^2 + 45x - 40x - 1800 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x+45) - 40(x+45) = 0 \Leftrightarrow (x-40)(x+45) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+45=0 \\ x-40=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-45 (ktm) \\ x=40 (tm) \end{cases}$$

Vậy vận tốc của ông Minh trên quãng đường AC là $40km/h$

Câu 7.



Áp dụng định lý Pytago vào $\triangle ABC$ vuông tại A ta có:

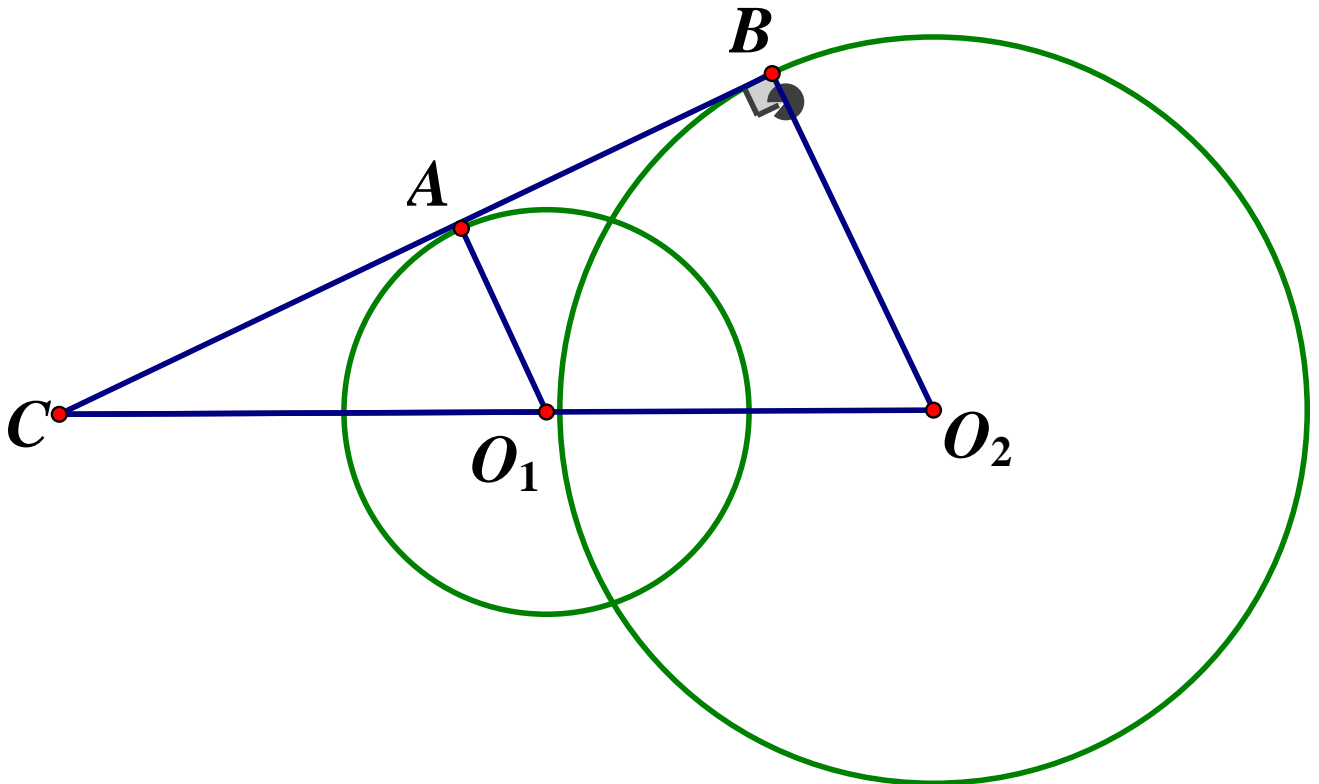
$$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4(\text{cm})$$

Áp dụng hệ thức lượng cho $\triangle ABC$ vuông tại A có đường cao AH ta có:

$$AH \cdot BC = AB \cdot AC \Rightarrow AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{3 \cdot 4}{5} = 2,4(\text{cm})$$

Vậy $AC = 4\text{cm}$, $AH = 2,4\text{cm}$

Câu 8.



$$\text{Ta có: } \begin{cases} A \in (O_1) \Rightarrow O_1A = 10\text{cm} \\ B \in (O_2) \Rightarrow O_2B = 15\text{cm} \end{cases}$$

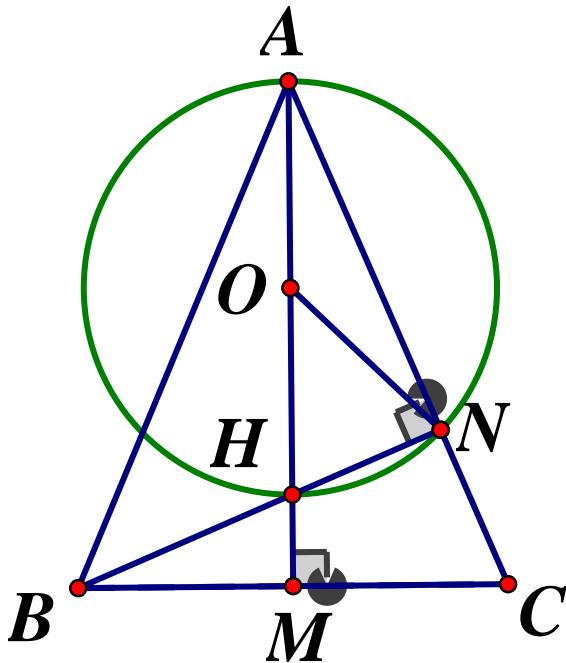
AB là tiếp tuyến chung ngoài của hai đường tròn $\Rightarrow \begin{cases} O_1A \perp BC \\ O_2B \perp BC \end{cases} \Rightarrow AO_1 // BO_2$

$$\Rightarrow \frac{CO_1}{CO_2} = \frac{AO_1}{BO_2} \text{ (định lý Ta let)}$$

$$\Rightarrow \frac{40}{CO_2} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3} \Rightarrow CO_2 = 60(\text{cm}) \Rightarrow O_1O_2 = 60 - 40 = 20(\text{cm})$$

Vậy $O_1O_2 = 20\text{cm}$

Câu 9.



Gọi O là trung điểm của $AH \Rightarrow O$ là tâm của đường tròn đường kính AH

Ta có: BN là đường cao của $\triangle ABC \Rightarrow BN \perp AC \Rightarrow \widehat{HNA} = 90^\circ \Rightarrow \triangle ANH$ vuông tại N
 $\Rightarrow N \in (O)$ (*)

Xét $\triangle ANH$ vuông tại N có đường trung tuyến $ON \Rightarrow ON = OH = \frac{1}{2}AH$ (đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông).

$\Rightarrow \triangle ONH$ cân tại $O \Rightarrow \widehat{ONH} = \widehat{OHN}$ (1)

Vì $\triangle ABC$ cân tại A , có đường cao $AM \Rightarrow M$ là trung điểm BC

Xét $\triangle BCN$ vuông tại N có đường trung tuyến NM

$\Rightarrow MN = BM = \frac{1}{2}BC$ (đường trung tuyến ứng với cạnh huyền)

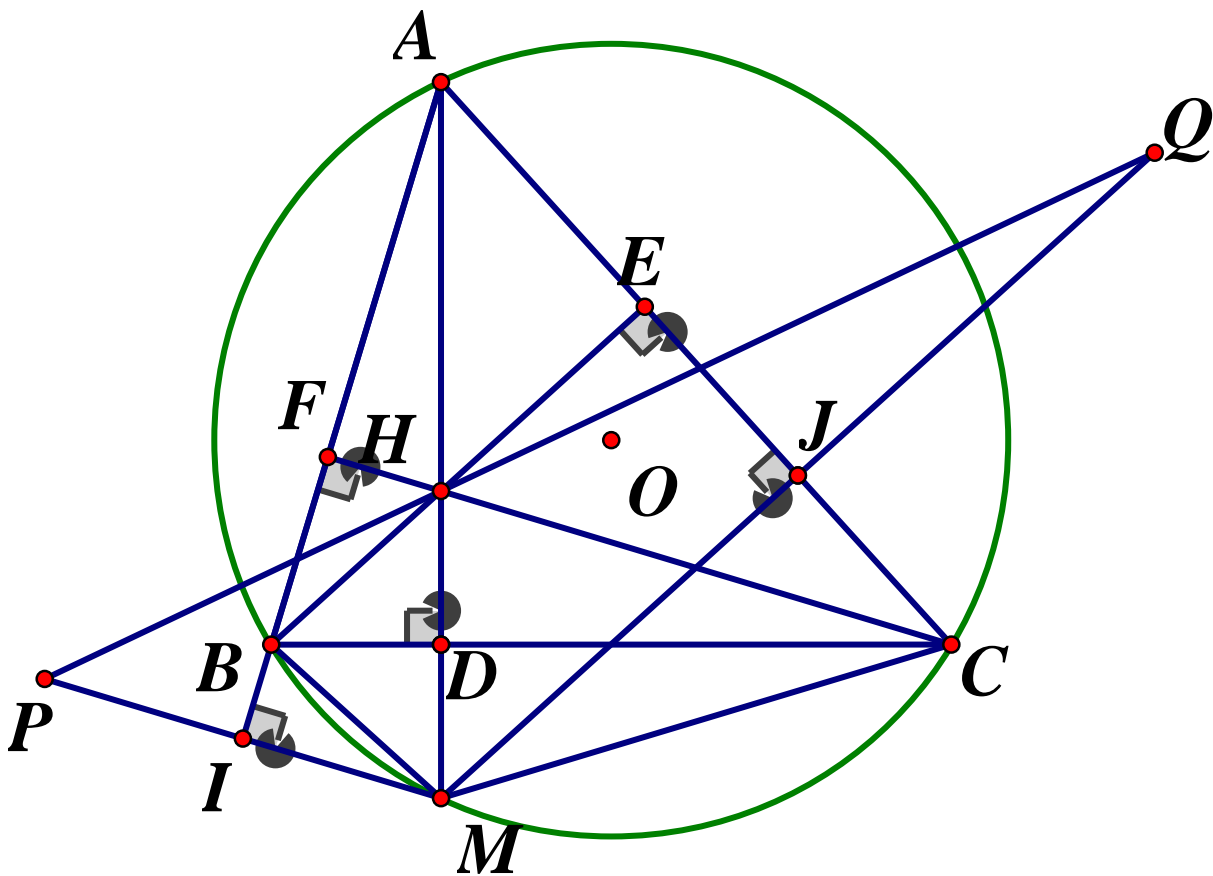
$$\Rightarrow \widehat{MBN} = \widehat{MNB} \quad (2)$$

Mặt khác $\widehat{BHM} = \widehat{OHN}$ (hai góc đối đỉnh) $\Rightarrow \widehat{OHN} + \widehat{HBM} = 90^\circ$ (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra $\widehat{MBN} + \widehat{HNO} = 90^\circ$ hay $MN \perp ON$ (**)

Từ (*), (**) $\Rightarrow MN$ là tiếp tuyến của đường tròn đường kính AH .

Câu 10.



a) Chứng minh $\triangle BHM$ cân

Ta có: AD, CF là hai đường cao của $\triangle ABC \Rightarrow \begin{cases} CF \perp AB \\ AD \perp BC \end{cases} \Rightarrow \widehat{AFC} = \angle ADC = 90^\circ$

Xét tứ giác $ACDF$ có: $\angle AFC = \angle EDC = 90^\circ$, Mà đỉnh F, D là hai đỉnh kề nhau nên $ACDF$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{DAC} = \widehat{DFC}$ (cùng chắn \widehat{DC})

$$\text{hay } \angle MAC = \angle DFC \quad (1)$$

Xét đường tròn (O) ta có: $\widehat{MBC} = \widehat{MAC}$ (2) (hai góc nội tiếp cùng chắn \widehat{MC})

Xét tứ giác $BFHD$ có: $\widehat{BFH} + \widehat{BDH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow BFHD$ là tứ giác nội tiếp
 $\Rightarrow \widehat{HFD} = \widehat{HBD}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn \widehat{HD}) hay $\angle CFD = \angle HBD$ (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra $\angle HBD = \angle CBM$ hay $\angle HBD = \angle DBM \Rightarrow BD$ là đường phân giác của $\triangle BHM$

Xét $\triangle HBM$ ta có: BD vừa là đường cao, vừa là đường phân giác
 $\Rightarrow \triangle BHM$ cân tại B (*dfcm*)

b) Chứng minh P, H, Q thẳng hàng

Gọi I là giao điểm của AB và PM , J là giao điểm của AC và $MQ \Rightarrow \begin{cases} AB \perp PM = \{I\} \\ AC \perp MQ = \{J\} \end{cases}$

Xét tứ giác $IBDM$ có: $\widehat{BIM} + \widehat{BDM} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà hai góc này là hai góc đối diện nên $IBDM$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{IMB} = \widehat{IDB}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn \widehat{IB})

Xét tứ giác $MDJC$ ta có: $\widehat{MDC} = \widehat{MJC} = 90^\circ$ mà hai góc này kề nhau nên $MDJC$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{JDC} = \widehat{JMC}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn \widehat{JC})

Tứ giác $ABMC$ là tứ giác nội tiếp đường tròn (O) $\Rightarrow \widehat{IBM} = \widehat{ACM}$ (góc ngoài tại 1 đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối diện) (1)

Ta có: $\triangle BIM$ vuông tại $I \Rightarrow \widehat{IBM} + \widehat{IMB} = 90^\circ$ (2)

$\triangle JMC$ vuông tại $J \Rightarrow \widehat{JMC} + \widehat{JCM} = 90^\circ$ (3)

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow \widehat{BMI} = \widehat{BDI} = \angle JDC = \angle JMC \Rightarrow \widehat{BDI}, \widehat{JDC}$ là hai góc đối đỉnh nên I, D, J thẳng hàng.

Ta có: $\triangle BHD$ là tam giác cân tại B (*cm*) có đường cao BD đồng thời là đường trung tuyến $\Rightarrow D$ là trung điểm của HM . Xét $\triangle PHM$ có:

D, I lần lượt là trung điểm của $MH, MP \Rightarrow DI$ là đường trung bình của $\triangle PHM$
 $\Rightarrow DI // PH \Rightarrow PH // IJ$ (4)

Xét $\triangle MHQ$ ta có: D, J lần lượt là trung điểm của MH, MQ

$\Rightarrow DJ$ là đường trung bình $\triangle MHQ \Rightarrow DJ // HQ \Rightarrow HQ // JI$ (5)

Từ (4) và (5) $\Rightarrow P, H, Q$ thẳng hàng.

Câu I. (2,0 điểm)

Cho biểu thức $P = \left(\frac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{8x}{x-4} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} + 3 \right) \begin{cases} x \geq 0; x \neq 1 \\ x \neq 4 \end{cases}$

- 1) Rút gọn biểu thức P
- 2) Tìm các giá trị của x để $P = -4$

Câu II. (2,0 điểm)

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng (d) có phương trình $y = ax + b$.
Tìm a, b để đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 và đi qua điểm $M(2;3)$

2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + 3y = 4 \\ 2x - 3y = -1 \end{cases}$$

Câu III. (2,0 điểm)

1. Giải phương trình: $x^2 + 5x + 4 = 0$
2. Cho phương trình $x^2 + 5x + m - 2 = 0$ (m là tham số). Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức:

$$\frac{1}{(x_1 - 1)^2} + \frac{1}{(x_2 - 1)^2} = 1$$

Câu IV. (3 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) . Các đường cao BD, CE (D thuộc AC, E thuộc AB) của tam giác kéo dài lần lượt cắt đường tròn (O) tại các điểm M và N (M khác B, N khác C)

1. Chứng minh tứ giác $BCDE$ nội tiếp được trong một đường tròn
2. Chứng minh MN song song với DE
3. Khi đường tròn (O) và dây BC cố định, điểm A di động trên cung lớn BC sao cho tam giác ABC nhọn, chứng minh bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ADE không đổi và tìm vị trí của điểm A để diện tích tam giác ADE đạt giá trị lớn nhất.

Câu V. (1 điểm)

Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn điều kiện $x + y + z = xyz$. Tìm giá trị nhỏ nhất

của biểu thức $Q = \frac{y+2}{x^2} + \frac{z+2}{y^2} + \frac{x+2}{z^2}$

ĐÁP ÁN

Câu I.

1. Rút gọn biểu thức P

Với $x \geq 0, x \neq 1, x \neq 4$ ta có:

$$\begin{aligned} P &= \left(\frac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{8x}{x-4} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} + 3 \right) \\ &= \frac{4\sqrt{x}(\sqrt{x}-2) - 8x}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} : \frac{\sqrt{x}+2+3(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}-2} \\ &= \frac{4x - 8\sqrt{x} - 8x}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2+3\sqrt{x}-6} = \frac{-4\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{4(\sqrt{x}-1)} \\ &= \frac{\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} \end{aligned}$$

2) Tìm x để $P = -4$

Ta có:

$$\begin{aligned} P = -4 &\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} = 4 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 4(1-\sqrt{x}) \\ &\Leftrightarrow 5\sqrt{x} = 4 \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{4}{5} \Leftrightarrow x = \frac{16}{25} \text{ (tm)} \end{aligned}$$

Vậy $P = -4$ thì $x = \frac{16}{25}$

Câu II.

1) Tìm a, b

Đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 nên đường thẳng (d) đi qua điểm $(0; 2)$, thay vào ta có:

$$2 = a \cdot 0 + b \Leftrightarrow b = 2$$

Khi đó phương trình (d) có dạng $y = ax + 2$

Đường thẳng (d) đi qua điểm $M(2; 3)$ nên thay tọa độ điểm M và đường thẳng (d)

ta có: $3 = a \cdot 2 + 2 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $y = \frac{1}{2}x + 2$

b) giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x + 3y = 4 \\ 2x - 3y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 3 \\ y = \frac{4-x}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x; y) = (1; 1)$

Câu III.

1) Giải phương trình $x^2 + 5x + 4 = 0$

$$x^2 + 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 + x + 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x(x+1) + 4(x+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+4)(x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = -1 \end{cases}$$

Vậy $S = \{-1; -4\}$

2) Tìm tham số m

Để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thì

$$\Delta > 0 \Leftrightarrow 5^2 - 4(m-2) > 0 \Leftrightarrow 25 - 4m + 8 > 0 \Leftrightarrow 4m < 33 \Leftrightarrow m < \frac{33}{4}$$

Khi đó áp dụng định lý Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -5 \\ x_1 x_2 = m - 2 \end{cases}$

$$\frac{1}{(x_1-1)^2} + \frac{1}{(x_2-1)^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{(x_1-1)^2 + (x_2-1)^2}{(x_1-1)^2 \cdot (x_2-1)^2} = 1$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 - 2x_1 + 1 + x_2^2 - 2x_2 + 1 = [x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1]^2$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 2 = [x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1]^2$$

$$\Leftrightarrow 25 - 2(m-2) - 2 \cdot (-5) + 2 = (m-2+5+1)^2$$

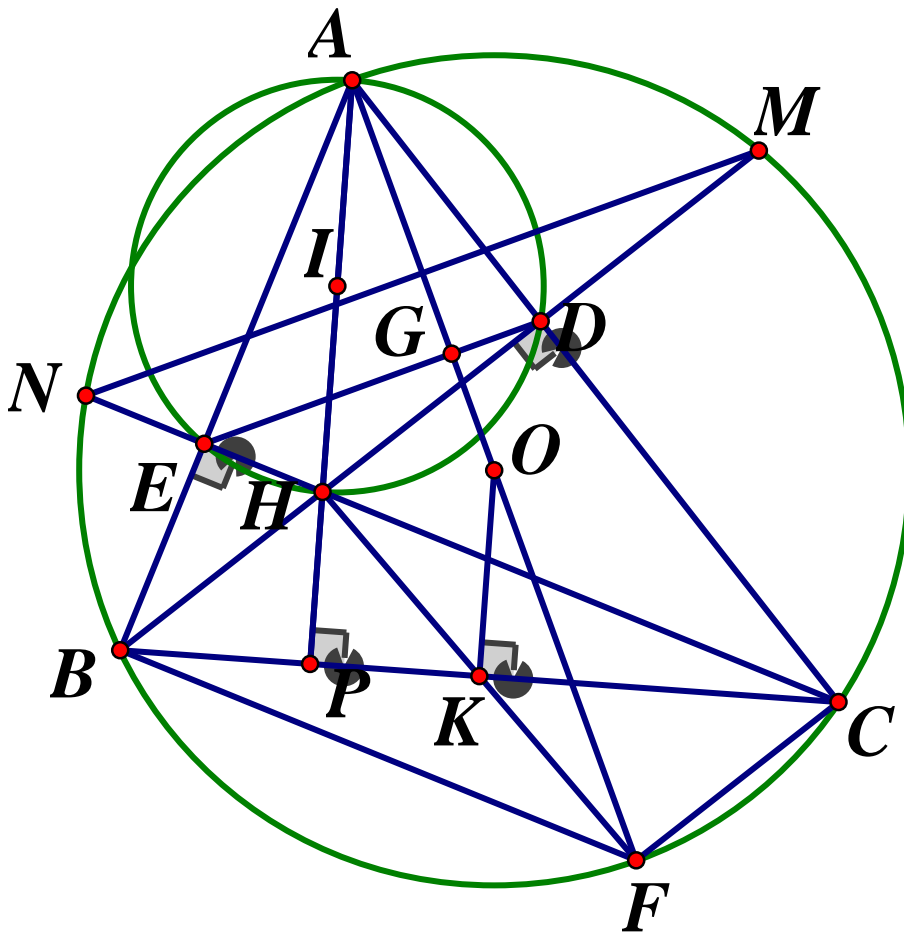
$$\Leftrightarrow 25 - 2m + 4 + 10 + 2 = (m+4)^2$$

$$\Leftrightarrow -2m + 41 = m^2 + 8m + 16$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 10m - 25 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -5 + 5\sqrt{2} (tm) \\ m = -5 - 5\sqrt{2} (tm) \end{cases}$$

Vậy $m = -5 \pm 5\sqrt{2}$ thì thỏa đề.

Câu IV.



1) Chứng minh tứ giác $BCDE$ nội tiếp

Vì BD, CE là các đường cao của $\triangle ABC$ nên $BD \perp AC, CE \perp AB \Rightarrow \widehat{BDC} = \widehat{BEC} = 90^\circ$
Suy ra tứ giác $BCDE$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có hai đỉnh kề cùng nhìn 1 cạnh dưới các góc bằng nhau)

2) Chứng minh MN song song với DE

Vì $BCDE$ là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \widehat{BDE} = \widehat{BCE}$ (cùng chắn cung BE)

Mà $\widehat{BCE} = \widehat{BCN} = \widehat{BMN}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn \widehat{BN})

$\Rightarrow \widehat{BDE} = \widehat{BMN}$, mà hai góc này ở vị trí đồng vị nên $MN \parallel DE$

3) Tìm vị trí A để S_{ADE} lớn nhất.

Gọi $BD \cap CE = \{H\}$

Xét tứ giác $AEHD$ có $\widehat{AEH} + \widehat{ADH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow AEHD$ là tứ giác nội tiếp

Lại có $\widehat{AEH} = 90^\circ$ nên là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn, do đó tứ giác $AEHD$ nội tiếp đường tròn đường kính AH , tâm I là trung điểm của AH

Suy ra đường tròn ngoại tiếp tam giác ADE là đường tròn $\left(I; \frac{AH}{2}\right)$

Kẻ đường kính AF và gọi K là trung điểm của BC

Vì $\angle ABF, \widehat{ACF}$ là các góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O) nên $\angle ABF = \angle ACF = 90^\circ$

Ta có:

$$\begin{cases} CF \perp AB \\ BH \perp AB \end{cases} \Rightarrow CF \parallel BH ; \begin{cases} BF \perp AB \\ CH \perp BF \end{cases} \Rightarrow CH \parallel BF$$

\Rightarrow Tứ giác $BHCF$ là hình bình hành

\Rightarrow Hai đường chéo BC, HF cắt nhau tại trung điểm mỗi đường mà K là trung điểm BC (theo cách vẽ) nên K cũng là trung điểm của HF

Khi đó OK là đường trung bình của $\triangle AHF$ nên $OK = \frac{1}{2}AH$ (tính chất đường trung bình)

, suy ra đường tròn ngoại tiếp $\triangle ADE$ là đường tròn $(I; OK)$

Mà (O) và BC cố định, do đó O, K cố định nên OK không đổi

Vậy bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ADE$ bằng OK không đổi

Ta có: $\angle BAC = \frac{1}{2}sd$ cung BC mà BC cố định nên số cung BC không đổi.

Do đó \widehat{BAC} không đổi

Xét $\triangle ADE$ và $\triangle ACB$ có: \widehat{BAC} chung;

$\widehat{AED} = \widehat{ACB}$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác $BCDE$)

$\Rightarrow \triangle AED \sim \triangle ACB$ (g.g) theo tỉ số $k = \frac{AD}{AB}$

Do đó ta có: $\frac{S_{AED}}{S_{ACB}} = k^2 = \left(\frac{AD}{AB}\right)^2$

Xét tam giác vuông ABD có: $\frac{AD}{AB} = \cos \angle BAC$

$\Rightarrow \frac{S_{AED}}{S_{ABC}} = \cos^2 \angle BAC \Rightarrow S_{AED} = \cos^2 \angle BAC \cdot S_{ABC}$, mà $\cos \angle BAC$ không đổi nên S_{AED} đạt

giá trị lớn nhất thì S_{ABC} max

Kéo dài AH cắt BC tại P nên $AP \perp BC$ và $S_{ABC} = \frac{1}{2}AP \cdot BC$

Do BC không đổi (giả thiết) nên S_{ABC} không đổi $\Leftrightarrow AP$ lớn nhất

Khi đó A phải là điểm chính giữa của cung lớn BC

Vậy S_{AED} đạt giá trị lớn nhất khi A là điểm chính giữa của cung lớn BC

Câu V.

Ta có: $x + y + z = xyz \Rightarrow \frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx} = 1$

Đặt $\begin{cases} a = \frac{1}{x} \\ b = \frac{1}{y} \\ c = \frac{1}{z} \end{cases} (a, b, c > 0) \Rightarrow ab + bc + ca = 1$. Khi đó:

$$Q = a^2 \left(\frac{1}{b} + 2 \right) + b^2 \left(\frac{1}{c} + 2 \right) + c^2 \left(\frac{1}{a} + 2 \right)$$

$$= \left(\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} \right) + 2(a^2 + b^2 + c^2)$$

Áp dụng BĐT $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} \geq \frac{(x+y)^2}{a+b}$ ta có:

$$\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} \geq \frac{(a+b)^2}{b+c} + \frac{c^2}{a} \geq \frac{(a+b+c)^2}{a+b+c} = a+b+c$$

Lại có:

$$a^2 + b^2 \geq 2ab; \quad b^2 + c^2 \geq 2bc \quad ; \quad c^2 + a^2 \geq 2ca$$

$$\Rightarrow 2(a^2 + b^2 + c^2) \geq 2(ab + bc + ca) \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

$$\geq ab + bc + ca + 2ab + 2bc + 2ca = 3(ab + bc + ca)$$

$$\Rightarrow a+b+c \geq \sqrt{3(ab+bc+ca)} = \sqrt{3}$$

Do đó :

$$\left(\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} \right) + 2(a^2 + b^2 + c^2) \geq a+b+c + 2(ab+bc+ca) \geq \sqrt{3} + 2$$

Vậy $Q_{\min} = \sqrt{3} + 2 \Leftrightarrow a = b = c = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow x = y = z = \sqrt{3}$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THỪA THIÊN HUẾ

KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT

Khóa ngày 18 tháng 7 năm 2020

Môn thi: TOÁN

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài : 120 phút (không kể giao đề)

Đề số 57

Câu 1. (1,5 điểm)

a) Không sử dụng máy tính cầm tay, tính giá trị biểu thức $A = \sqrt{25} - \sqrt{16}$

b) Đưa thừa số ra ngoài dấu căn, tính giá trị của biểu thức

$$B = \sqrt{9 \cdot 2} - 2\sqrt{25 \cdot 2} + 2\sqrt{16 \cdot 2}$$

c) Rút gọn biểu thức $C = \left(\frac{\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} \right) : \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$ với $x > 0, x \neq 1$

Câu 2. (1,5 điểm)

a) Không sử dụng máy tính cầm tay, giải hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 3 \\ 3y - 2x = -5 \end{cases}$

b) Tìm giá trị của m để đường thẳng $y = mx + 2m (m \neq 0)$ song song với đường thẳng $y = 2x + 2020$

Câu 3. (1,0 điểm)

Để xây dựng thành phố Huế ngày càng đẹp hơn và khuyến khích người dân rèn luyện sức khỏe, Ủy ban nhân dân tỉnh Thừa Thiên Huế đã cho xây dựng tuyến đường đi bộ ven bờ Bắc sông Hương, từ cầu Trường Tiền đến cầu Dã Viên có chiều dài 2km. Một người đi bộ trên tuyến đường này, khởi hành từ cầu Trường Tiền đến cầu Dã Viên rồi quay về lại cầu Trường Tiền hết tất cả $\frac{17}{18}$ giờ. Tính vận tốc của người đó lúc về, biết rằng vận tốc lúc đi lớn hơn vận tốc lúc về là $0,5 \text{ km/h}$.

Câu 4. (2,0 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - (m+1)x + m = 0$ (1) (với x là ẩn số)

a) Giải phương trình (1) khi $m = 2$

b) Chứng minh phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi giá trị của m

c) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện

$$x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 - 12 = 0$$

Câu 5. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O . Gọi M là một điểm bất kỳ trên cung nhỏ AC sao cho \widehat{BCM} nhọn (M không trùng A và C). Gọi E và F lần

lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ M đến BC và AC . Gọi P là trung điểm của AB , Q là trung điểm của FE . Chứng minh rằng :

- Tứ giác $MFEC$ nội tiếp
- Tam giác FEM và tam giác ABM đồng dạng
- $MA.MQ = MP.MF$ và $\widehat{PQM} = 90^\circ$

Câu 6. (1,0 điểm)

Một chiếc cốc thủy tinh có dạng hình trụ, chiều cao bằng 10cm và chứa một lượng nước có thể tích bằng một nửa thể tích chiếc cốc. Một chiếc cốc thủy tinh khác có dạng hình nón (không chứa gì cả) và có bán kính đáy bằng bán kính đáy chiếc cốc hình trụ đã cho. Biết rằng khi đổ hết lượng nước trong chiếc cốc hình trụ vào chiếc cốc hình nón thì chiếc cốc hình nón đầy nước và không có nước tràn ra ngoài. Tính chiều cao của chiếc cốc dạng hình nón (bỏ qua bề dày thành cốc và đáy cốc).

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$a) A = \sqrt{25} - \sqrt{16} = 5 - 4 = 1$$

$$b) B = \sqrt{9 \cdot 2} - 2\sqrt{25 \cdot 2} + 2\sqrt{16 \cdot 2} = 3\sqrt{2} - 2 \cdot 5\sqrt{2} + 2 \cdot 4\sqrt{2} \\ = 3\sqrt{2} - 10\sqrt{2} + 8\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$c) C = \left(\frac{\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} \right) : \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) = \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} \\ = \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} = \frac{\sqrt{x}+1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} = \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \\ = \frac{1}{x-1}$$

Câu 2.

$$a) \begin{cases} x - y = 3 \\ 3y - 2x = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2y = 6 \\ -2x + 3y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = y + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (4; 1)$

b) Tìm giá trị của m

Để đường thẳng $y = mx + 2m$ ($m \neq 0$) song song với đường thẳng $y = 2x + 2020$ thì

$$\begin{cases} m = 2 \\ 2m \neq 2020 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m \neq 1010 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy $m = 2$

Câu 3.

Gọi vận tốc lúc về của người đó là $x(km/h)$ ($x > 0$)

Suy ra vận tốc lúc đi : $x + 0,5(km/h)$

Thời gian lúc đi: $\frac{2}{x+0,5}(h)$ Thời gian lúc về: $\frac{2}{x}(h)$

Vì người đó khởi hành từ cầu Trường Tiền đến cầu Dã Viên rồi quay về lại cầu Trường

Tiền hết tất cả $\frac{17}{18}$ giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{2}{x+0,5} + \frac{2}{x} = \frac{17}{18} \Leftrightarrow 36x + 36(x+0,5) = 17x(x+0,5)$$

$$\Leftrightarrow 36x + 36x + 18 = 17x^2 + \frac{17}{2}x \Leftrightarrow 17x^2 - \frac{127}{2}x - 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow 34x^2 - 127x - 36 = 0 \Leftrightarrow 34x^2 - 136x + 9x - 36 = 0$$

$$\Leftrightarrow 34x(x-4) + 9(x-4) = 0 \Leftrightarrow (x-4)(34x+9) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-4=0 \\ 34x+9=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4(tm) \\ x=-\frac{9}{34}(ktm) \end{cases}$$

Vậy vận tốc người đó lúc về là $4km/h$

Câu 4.

a) Giải phương trình(1) khi $m = 2$

Với $m = 2$ thì phương trình (1) trở thành:

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow x(x-1) - 2(x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$$

Vậy với $m = 2$ thì phương trình (1) có hai nghiệm $x = 1; x = 2$

b) Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm với mọi m

Xét phương trình $x^2 - (m+1)x + m = 0(1)$

$$\text{Ta có: } \Delta = [-(m+1)]^2 - 4.1.m = m^2 + 2m + 1 - 4m = m^2 - 2m + 1 = (m-1)^2$$

Vì $(m-1)^2 \geq 0$ nên $\Delta \geq 0(\forall m)$

Suy ra phương trình (1) luôn có hai nghiệm với mọi giá trị m

c) Tìm các giá trị m

Theo câu b phương trình luôn có hai nghiệm với mọi m

Khi đó, áp dụng hệ thức Vi - et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 1 \\ x_1 x_2 = m \end{cases}$

Theo bài ra ta có:

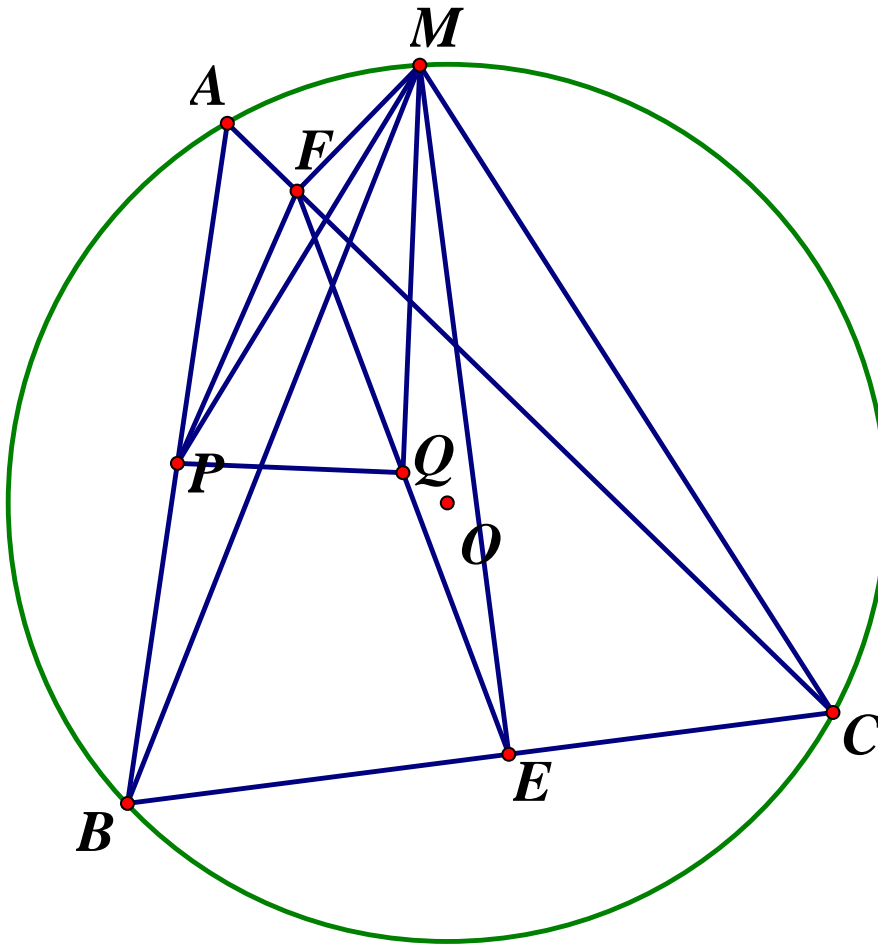
$$x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow x_1 x_2 (x_1 + x_2) - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow m(m+1) - 12 = 0 \Leftrightarrow m^2 + m - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m+4)(m-3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -4 \\ m = 3 \end{cases}$$

Vậy $m = -4; m = 3$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 5.



$$\begin{aligned} \angle AMF = A_1; \angle FMP = A_2; \angle PMB = A_3 \\ \angle BMQ = A_4 \end{aligned}$$

a) Tứ giác $MFEC$ là tứ giác nội tiếp

$$\text{Ta có: } MF \perp AC \Rightarrow \widehat{MFC} = 90^\circ, ME \perp BC \Rightarrow \widehat{MEC} = 90^\circ$$

Tứ giác $MFEC$ có $\widehat{MFC} = \widehat{MEC} = 90^\circ$ nên là tứ giác nội tiếp (hai đỉnh kề một cạnh cùng nhìn cạnh đối diện dưới các góc bằng nhau).

b) Tam giác FEM và tam giác ABM đồng dạng

$$\text{Theo câu a, tứ giác } MFEC \text{ nội tiếp nên } \widehat{EFM} + \widehat{ECM} = 180^\circ \quad (1)$$

$$\text{Tứ giác } ABCM \text{ nội tiếp nên } \widehat{BAM} + \widehat{BCM} = 180^\circ \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{BAM} = \widehat{EFM}$ (cùng bù với \widehat{BCM})

$$\widehat{FEM} = \widehat{FCM} \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn } \widehat{FM}) \text{ (3)}$$

$$\widehat{FCM} = \widehat{ABM} \text{ (cùng chắn } \widehat{AM}) \text{ (4)}$$

Từ (3) và (4) suy ra $\widehat{FEM} = \widehat{ABM}$

Xét $\triangle FEM$ và $\triangle ABM$ có:

$$\widehat{BAM} = \widehat{EFM} \text{ (cmt); } \widehat{FEM} = \widehat{ABM} \text{ (cmt)} \Rightarrow \triangle FEM \sim \triangle ABM \text{ (g.g) (dfcm)}$$

$$\text{c) } MA.MQ = MP.MF \text{ và } \angle PMQ = 90^\circ$$

Từ câu b ta có: $\triangle FEM \sim \triangle ABM \Rightarrow \frac{FE}{AB} = \frac{MF}{MA}$ (các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)

$$\Rightarrow \frac{2FQ}{2AP} = \frac{MF}{MA} \Rightarrow \frac{FQ}{AP} = \frac{MF}{MA} \Rightarrow \frac{AM}{AP} = \frac{FM}{FQ}$$

Xét $\triangle MAP$ và $\triangle MFQ$ có: $\frac{AM}{AP} = \frac{FM}{FQ}$; $\widehat{MAP} = \widehat{MFQ}$ (cmt) $\Rightarrow \triangle MAP \sim \triangle MFQ$ (c.g.c)

$$\Rightarrow \frac{MA}{MF} = \frac{MP}{MQ} \text{ (2 cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)} \Rightarrow MA.MQ = MP.MF \text{ (dfcm)}$$

Lại có: $\triangle MAP \sim \triangle MFQ$ (cmt) $\Rightarrow \widehat{AMP} = \widehat{FMQ}$ (hai góc tương ứng)

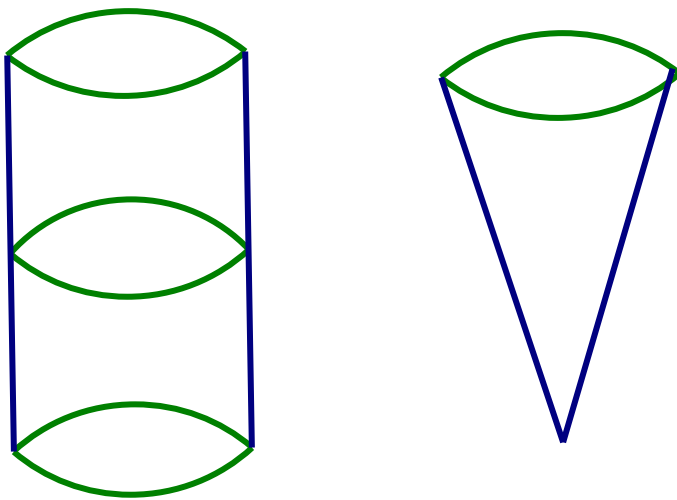
$$\Rightarrow \widehat{M}_1 + \widehat{M}_2 = \widehat{M}_2 + \widehat{M}_3 + \widehat{M}_4 \Rightarrow \widehat{M}_1 = \widehat{M}_3 + \widehat{M}_4 \Rightarrow \widehat{AMF} = \widehat{PMQ}$$

Xét $\triangle MAF$ và $\triangle MPQ$ có:

$$\widehat{AMF} = \widehat{PMQ} \text{ (cmt); } \frac{MA}{MF} = \frac{MP}{MQ} \text{ (cmt)} \Rightarrow \triangle MFA \sim \triangle MPQ \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow \widehat{MFA} = \widehat{MQP} \text{ (hai góc tương ứng) mà } \widehat{MFA} = 90^\circ \text{ nên } \widehat{MQP} = 90^\circ \text{ (dfcm)}$$

Câu 6.



Theo đề bài ta có:

Thể tích nước trong cốc hình trụ = thể tích chiếc cốc hình nón = $\frac{1}{2}$ thể tích chiếc cốc hình trụ.

Gọi bán kính đáy của hai chiếc cốc là $R (R > 0)$

Chiều cao của chiếc cốc hình trụ là $h = 10\text{cm}$ (gt)

Gọi chiều cao của chiếc cốc hình nón là $h_1 (h_1 > 0)$

Gọi thể tích chiếc cốc hình trụ là V , thể tích chiếc cốc hình nón là V_1

$$\Rightarrow V_1 = \frac{1}{2}V \Leftrightarrow \frac{1}{3}\pi R^2 h_1 = \frac{1}{2}\pi R^2 h \Leftrightarrow \frac{1}{3}h_1 = \frac{1}{2} \cdot 10 \Leftrightarrow h_1 = 15\text{cm}(tm)$$

Vậy chiều cao của chiếc cốc hình nón là 15cm

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỶ THI TUYỂN SINH TRUNG HỌC PHỔ THÔNG
TỈNH TIỀN GIANG

Năm học 2020-2021

Môn thi: TOÁN

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề số 58

Ngày thi: 18/07/2020

Bài I. (1,5 điểm)

1. Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{(5 + \sqrt{7})^2} - \frac{7}{\sqrt{7}}$

2. Cho biểu thức $M = \frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

a) Rút gọn biểu thức M .

b) Tìm tất cả các giá trị của x để $M = 1$

Bài II. (2,5 điểm)

1. Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^2 + 2x - 3 = 0$ b) $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$ c) $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$

2. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua $A(1;4)$ và song song với đường thẳng (d') : $y = x + 7$

Bài III. (1,5 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol (P) : $y = x^2$

a) Vẽ đồ thị parabol (P)

b) Bằng phép tính, tìm tọa độ điểm N thuộc parabol (P) có hoành độ là $\sqrt{2}$

Bài IV. (1,5 điểm)

Một người đi xe máy từ địa điểm A đến địa điểm B hết 1 giờ 30 phút. Rồi tiếp tục đi từ địa điểm B đến địa điểm C hết 2 giờ. Tìm vận tốc của người đi xe máy trên mỗi quãng đường AB và BC , biết quãng đường xe máy đã đi từ A đến C dài $150km$ và vận tốc của xe máy đi trên quãng đường AB nhỏ hơn vận tốc đi trên quãng đường BC là $5km/h$

Bài V. (3 điểm)

1. Cho tam giác ABC vuông tại A , biết $AB = 6cm, BC = 10cm$. Tính giá trị của biểu thức $P = 5 \sin B + 3$

2. Cho hai đường tròn $(O;R)$ và $(O';r)$ tiếp xúc ngoài tại A , với $R > r$. Kẻ BC là tiếp tuyến chung ngoài của hai đường tròn với $B \in (O), C \in (O')$, tiếp tuyến chung trong tại A của hai đường tròn cắt BC tại M

- Chứng minh 4 điểm $O; B; M; A$ cùng thuộc một đường tròn
- Gọi E là giao điểm của OM và AB , F là giao điểm của $O'M$ và AC . Chứng minh tứ giác $AEMF$ là hình chữ nhật
- Chứng minh rằng tam giác MEF đồng dạng với tam giác $MO'O$
- Cho biết $R = 16\text{cm}$ và $r = 9\text{cm}$. Tính diện tích tứ giác $OBCO'$

ĐÁP ÁN

Bài I.

1) Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{(5 + \sqrt{7})^2} - \frac{7}{\sqrt{7}}$

Ta có:

$$A = \sqrt{(5 + \sqrt{7})^2} - \frac{7}{\sqrt{7}} = |5 + \sqrt{7}| - \sqrt{7} = 5 + \sqrt{7} - \sqrt{7} = 5$$

Vậy $A = 5$

2. Cho biểu thức

a) Rút gọn biểu thức M

Với $x \geq 0, x \neq 1$ ta có:

$$\begin{aligned} M &= \frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-1} = \frac{\sqrt{x}+1 + \sqrt{x}-1 + 2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \\ &= \frac{2\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{2(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{2}{\sqrt{x}-1} \end{aligned}$$

Vậy $M = \frac{2}{\sqrt{x}-1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

b) Tìm tất cả các giá trị của x để $M = 1$

Ta có: $M = \frac{2}{\sqrt{x}-1}$. Để $M = 1 \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{x}-1} = 1$

$$\Leftrightarrow 2 = \sqrt{x} - 1 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 3 \Leftrightarrow x = 9(tm)$$

Vậy với $x = 9$ thì $M = 1$

Bài II.

1) Giải các phương trình và hệ phương trình:

a) $x^2 + 2x - 3 = 0$

Phương trình trên có dạng $a + b + c = 1 + 2 - 3 = 0$ nên có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = 1; x_2 = \frac{c}{a} = -3$$

Vậy $S = \{1; -3\}$

$$b) x^4 + 3x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^4 - x^2 + 4x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2(x^2 - 1) + 4(x^2 - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + 4)(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 4 = 0 (VN) \\ x^2 - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \end{cases}$$

Vậy $S = \{\pm 1\}$

$$c) \begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 4 \\ y = x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 1)$

Bài III.

a) Học sinh tự vẽ Parabol

b) **Tìm tọa độ điểm N**

Gọi điểm $N(\sqrt{2}; y)$ là điểm thuộc parabol $(P): y = x^2$

$$\text{Ta có: } y = x^2 = (\sqrt{2})^2 = 2 \Rightarrow N(\sqrt{2}; 2)$$

Vậy $N(\sqrt{2}; 2)$

Bài IV.

Gọi vận tốc của xe máy trên quãng đường AB là $x(km/h)$ ($x > 0$)

Vì vận tốc của xe máy đi trên quãng đường AB nhỏ hơn vận tốc đi trên quãng đường BC là $5km/h$ nên vận tốc của xe máy trên quãng đường BC là $x + 5(km/h)$

Vì thời gian đi xe máy từ địa điểm A đến địa điểm B hết 1 giờ 30 phút = 1,5 giờ nên quãng đường AB là $1,5x(km)$

Vì thời gian đi từ B đến C là 2 giờ nên quãng đường BC là $2(x + 5)(km)$

Vì quãng đường $AC = 150km$ nên ta có phương trình:

$$1,5x + 2(x + 5) = 150 \Leftrightarrow 1,5x + 2x + 10 = 150$$

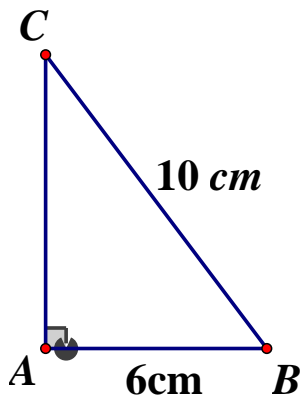
$$\Leftrightarrow 3,5x = 140 \Leftrightarrow x = 40(tm)$$

Vậy vận tốc của xe máy trên quãng đường AB là $40km/h$

Và vận tốc của xe máy trên quãng đường BC là $40 + 5 = 45(km/h)$

Bài V.

1.



Áp dụng định lý Pytago ta có:

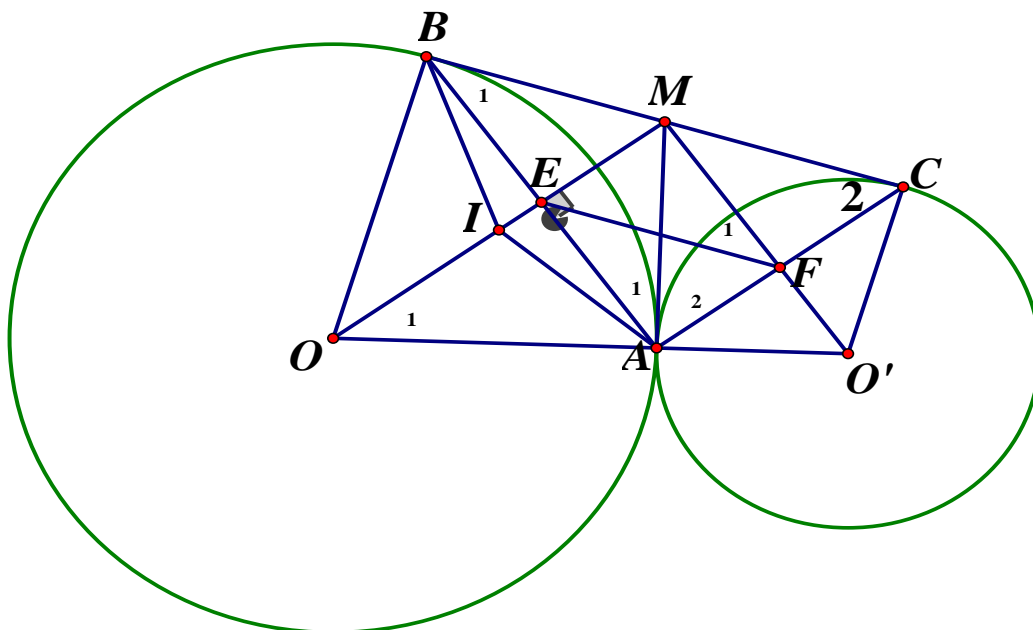
$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Leftrightarrow AC^2 = BC^2 - AB^2 = 10^2 - 6^2 = 64$$

$$\Rightarrow AC = 8 \Rightarrow \sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow P = 5 \sin B + 3 = 5 \cdot \frac{4}{5} + 3 = 7$$

Vậy $P = 7$

2.



a) Chứng minh bốn điểm O, B, M, A cùng thuộc một đường tròn

Gọi I là trung điểm của OM ta có:

$$\widehat{OBM} = 90^\circ (BM \text{ là tiếp tuyến với } (O) \text{ tại } B) \Rightarrow \Delta OBM \text{ vuông tại } B$$

$\Rightarrow IO = IM = IB(1)$ (trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông bằng nửa cạnh huyền)

$$\widehat{OAM} = 90^\circ (AM \text{ là tiếp tuyến với } (O) \text{ tại } A) \Rightarrow \Delta OAM \text{ vuông tại } A$$

$\Rightarrow IO = IM = IA$ (2) (trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông bằng nửa cạnh huyền)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow IO = IM = IB = IA$

Vậy bốn điểm O, B, M, A cùng thuộc đường tròn tâm I đường kính OM (*dfcm*)

b) Chứng minh $AEMF$ là hình chữ nhật

Ta có: $OA = OB = R$

$MA = MB$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow OM$ là đường trung trực của đoạn AB

$\Rightarrow OM \perp AB \Rightarrow \widehat{MEA} = 90^\circ$

Tương tự $O'M \perp CA \Rightarrow \widehat{MFA} = 90^\circ$

$MA = MB \Rightarrow \Delta MAB$ cân tại $M \Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{B}_1$ (1)

$MC = MA \Rightarrow \Delta MCA$ cân tại $M \Rightarrow \widehat{A}_2 = \widehat{C}_2$

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{A}_1 + \widehat{A}_2 = \widehat{B}_1 + \widehat{C}_2 \Rightarrow \widehat{BAC} = \widehat{B}_1 + \widehat{C}_2$

Mà $\widehat{BAC} + \widehat{B}_1 + \widehat{C}_2 = 180^\circ$ (tổng 3 góc trong tam giác)

$\Rightarrow \widehat{BAC} = \widehat{B}_1 + \widehat{C}_2 = 90^\circ$

Tứ giác $AEMF$ có ba góc vuông nên là hình chữ nhật (*dfcm*)

c) Chứng minh $\Delta MEF \sim \Delta MO'O$

Theo câu b, tứ giác $AEMF$ là hình chữ nhật nên $\widehat{F}_1 = \widehat{A}_1$ (3)

Mà tứ giác $OAMB$ nội tiếp (câu a) nên $\widehat{O}_1 = \widehat{A}_1$ (cùng chắn cung BM) (4)

Từ (3) và (4) suy ra $\widehat{F}_1 = \widehat{O}_1$

Xét ΔMEF và $\Delta MO'O$ có: \widehat{M} chung; $\widehat{F}_1 = \widehat{O}_1$ (*cmt*)

$\Rightarrow \Delta MEF \sim \Delta MO'O$ (*g - g*)

d) Tính diện tích tứ giác $OBCO'$

Tứ giác $AEMF$ là hình chữ nhật nên $\widehat{EMF} = 90^\circ \Rightarrow \Delta OMO'$ vuông tại M

MA là đường cao trong tam giác vuông OMO' nên:

$MA^2 = AO \cdot AO' = 16 \cdot 9 = 144 \Rightarrow MA = 12$ (*cm*)

$\Rightarrow MA = MB = 12$ (*cm*) $\Rightarrow BC = 24$ *cm*

Ta có: $O'C \perp BC, OB \perp BC \Rightarrow OB \parallel O'C$

Tứ giác $OBCO'$ có $OB \parallel O'C$ và $\widehat{OBC} = 90^\circ$ nên là hình thang vuông

$\Rightarrow S_{OBCO'} = \frac{1}{2}(OB + O'C) \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot (16 + 9) \cdot 24 = 300$ (*cm*²)

Vậy $S_{OBCO'} = 300$ *cm*²

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH TRÀ VINH

KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2020 – 2021

ĐỀ CHÍNH THỨC
Đề số 59

Môn thi: TOÁN

Thời gian: 120 phút

I. Phần chung cho tất cả thí sinh (7,0 điểm)

Bài 1. (3,0 điểm)

1. Rút gọn biểu thức $A = 3\sqrt{27} - 4\sqrt{75} + 2\sqrt{108}$

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ 3x + 2y = 0 \end{cases}$

3. Giải phương trình: $2x^2 + x - 10 = 0$

Bài 2. (2,0 điểm) Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ có đồ thị là (P)

- Vẽ đồ thị (P) của hàm số
- Tìm tung độ của điểm nằm trên (P) có hoành độ bằng 8.

Bài 3. (1,0 điểm)

Để dẫn nước ngọt tưới tiêu cho vườn nhà, ông Hai đã xé một con mương làm cho phần đất còn lại của vườn có dạng hình tam giác vuông với độ dài cạnh huyền và chu vi lần lượt là $130m$ và $300m$. Tính diện tích phần đất còn lại của ông Hai

Bài 4. (1,0 điểm)

Cho biểu thức $B = \frac{x^2 + x}{x - \sqrt{x} + 1} + 1 - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} (x > 0)$

- Rút gọn B
- Tìm giá trị nhỏ nhất của B

II. Phần tự chọn (3,0 điểm)

Thí sinh chọn một trong hai đề sau đây

Đề 1.

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp trong đường tròn (O) . Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H

- Chứng minh tứ giác $BDHF$ nội tiếp đường tròn
- BE và CF cắt đường tròn (O) lần lượt tại M, N . Chứng minh $MN // EF$
- Chứng minh H là tâm của đường tròn nội tiếp tam giác DEF

Đề 2

Từ một điểm M ở ngoài đường tròn (O) , vẽ hai tiếp tuyến MA, MB đến đường tròn (A, B là hai tiếp điểm). Qua A vẽ đường thẳng song song với MB , cắt đường tròn tại

E , đoạn thẳng ME cắt đường tròn tại F . Hai đường thẳng AF và MB cắt nhau tại I .

Chứng minh

- 1) Tứ giác $MAOB$ nội tiếp đường tròn
- 2) $IB^2 = IF \cdot IA$
- 3) $IM = IB$

ĐÁP ÁN

Bài 1.

1) Rút gọn biểu thức

Ta có:

$$\begin{aligned} A &= 3\sqrt{27} - 4\sqrt{75} + 2\sqrt{108} = 3 \cdot 3\sqrt{3} - 4 \cdot 5\sqrt{3} + 2 \cdot 6\sqrt{3} \\ &= 9\sqrt{3} - 20\sqrt{3} + 12\sqrt{3} = \sqrt{3} \end{aligned}$$

2) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x - y = 7 \\ 3x + 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 2y = 14 \\ 3x + 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 14 \\ y = 2x - 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; -3)$

3) Giải phương trình $2x^2 + x - 10 = 0$

$$2x^2 + x - 10 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 4x + 5x - 10 = 0 \Leftrightarrow 2x(x - 2) + 5(x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)(2x + 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \\ 2x + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = \left\{ 2; -\frac{5}{2} \right\}$$

Bài 2.

1) Học sinh tự vẽ đồ thị hàm số (P)

2) Tìm tung độ.....

Gọi A là điểm thuộc đồ thị (P) và có hoành độ bằng 8 $\Rightarrow A(8; y_A)$

$$\Rightarrow y_A = \frac{1}{2} \cdot 8^2 = 32 \Rightarrow A(8; 32)$$

Vậy tung độ của điểm cần tìm là $y_A = 32$

Bài 3.

Gọi độ dài hai cạnh góc vuông phần đất còn lại của ông Hai lần lượt là

$$x, y(m) \quad (DK : 0 < x, y < 150)$$

Vì độ dài cạnh huyền mảnh đất còn lại là $130m$ nên ta có phương trình

$$x^2 + y^2 = 130^2 = 16900 \quad (1) \quad (\text{định lý Pytago trong tam giác vuông})$$

Lại có chu vi của mảnh đất là $300m$ nên ta có:

$$x + y + 130 = 300 \Leftrightarrow x + y = 170 \Leftrightarrow y = 170 - x(2)$$

Thế (2) vào (1) ta có:

$$x^2 + (170 - x)^2 = 16900$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 28900 - 340x + x^2 = 16900$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 170x + 6000 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 120x - 50x + 6000 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - 120) - 50(x - 120) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 120)(x - 50) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 120 \Rightarrow y = 50(tm) \\ x = 50 \Rightarrow y = 120(tm) \end{cases}$$

Hai cạnh góc vuông phần đất còn lại là $50m, 120m$

Vậy diện tích phần đất còn lại của ông Hai là : $S = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 120 = 3000(m^2)$

Bài 4.

1) Rút gọn B

Điều kiện: $x > 0$

$$B = \frac{x^2 + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x} + 1} + 1 - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$

$$B = \frac{\sqrt{x} \cdot (x\sqrt{x} + 1)}{x - \sqrt{x} + 1} + 1 - \frac{\sqrt{x} \cdot (2\sqrt{x} + 1)}{\sqrt{x}}$$

$$= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)}{x - \sqrt{x} + 1} + 1 - 2\sqrt{x} - 1$$

$$= x + \sqrt{x} - 2\sqrt{x} = x - \sqrt{x}$$

2) Tìm Min P

Điều kiện: $x > 0$

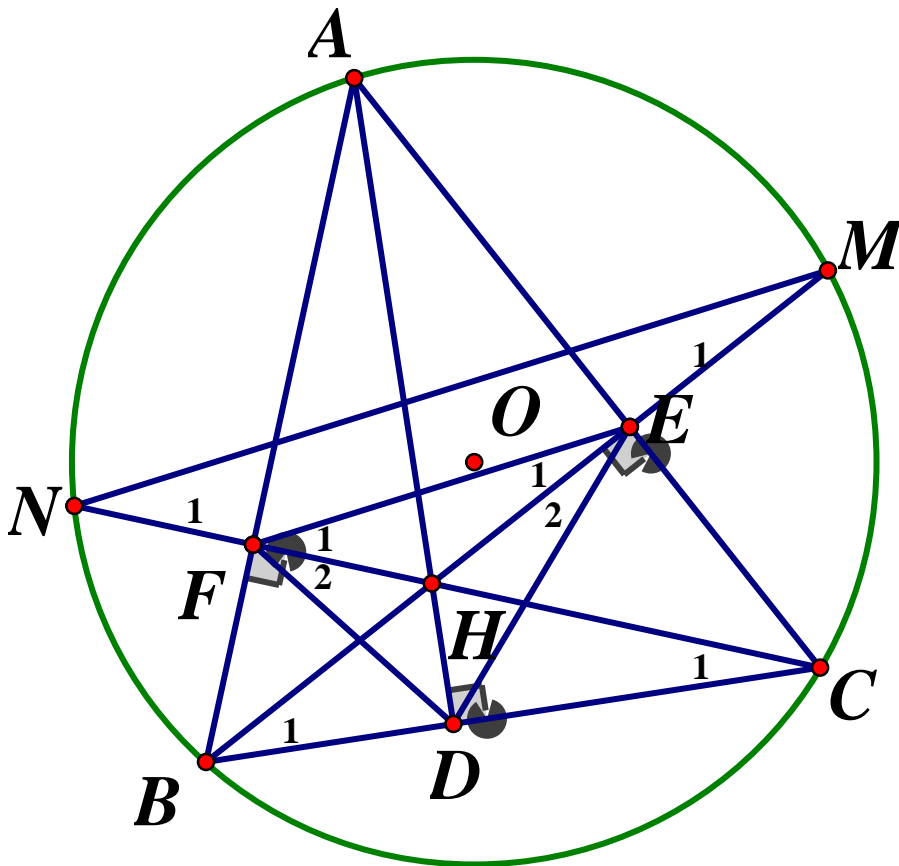
$$\text{Ta có: } B = x - \sqrt{x} = (\sqrt{x})^2 - 2 \cdot \sqrt{x} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$$

$$\text{Vì } \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0 (\forall x > 0) \Rightarrow \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} \geq -\frac{1}{4} (\forall x > 0) \Rightarrow B \geq -\frac{1}{4}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow \sqrt{x} - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}(tm)$$

$$\text{Vậy } \text{Max} B = -\frac{1}{4} \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$$

Đề 1.



1) Chứng minh tứ giác $BDHF$ nội tiếp

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AD \perp BC \Rightarrow \widehat{BFH} = 90^\circ \\ CF \perp AB \Rightarrow \widehat{BDH} = 90^\circ \end{cases}$$

Xét tứ giác $BDHF$ có $\widehat{BFH} + \widehat{BDH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

\Rightarrow Tứ giác $BDHF$ là tứ giác nội tiếp

2) Chứng minh $MN \parallel EF$

$$\text{Xét tứ giác } BCEF \text{ có: } \begin{cases} BE \perp AC \Rightarrow \widehat{BEC} = \widehat{BFC} = 90^\circ \\ CF \perp AB \end{cases}$$

$\Rightarrow BCEF$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn 1 cạnh dưới các góc

bằng nhau) $\Rightarrow \widehat{C}_1 = \widehat{E}_1$ (hai góc nội tiếp cùng chắn \widehat{BF})

Lại có $\widehat{C}_1 = \angle M_1$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BN) $\Rightarrow \angle M_1 = \angle E_1 (= \angle C_1)$

Mà hai góc này ở vị trí đồng vị nên $MN \parallel EF$ (đpcm)

3) Chứng minh H là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle DEF$

Xét tứ giác $CDHE$ có: $\begin{cases} AD \perp BC \\ BE \perp AC \end{cases} \Rightarrow \widehat{CDH} = \widehat{CEH} = 90^\circ$

$\Rightarrow \widehat{CDH} + \widehat{CEH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow CDHE$ là tứ giác nội tiếp

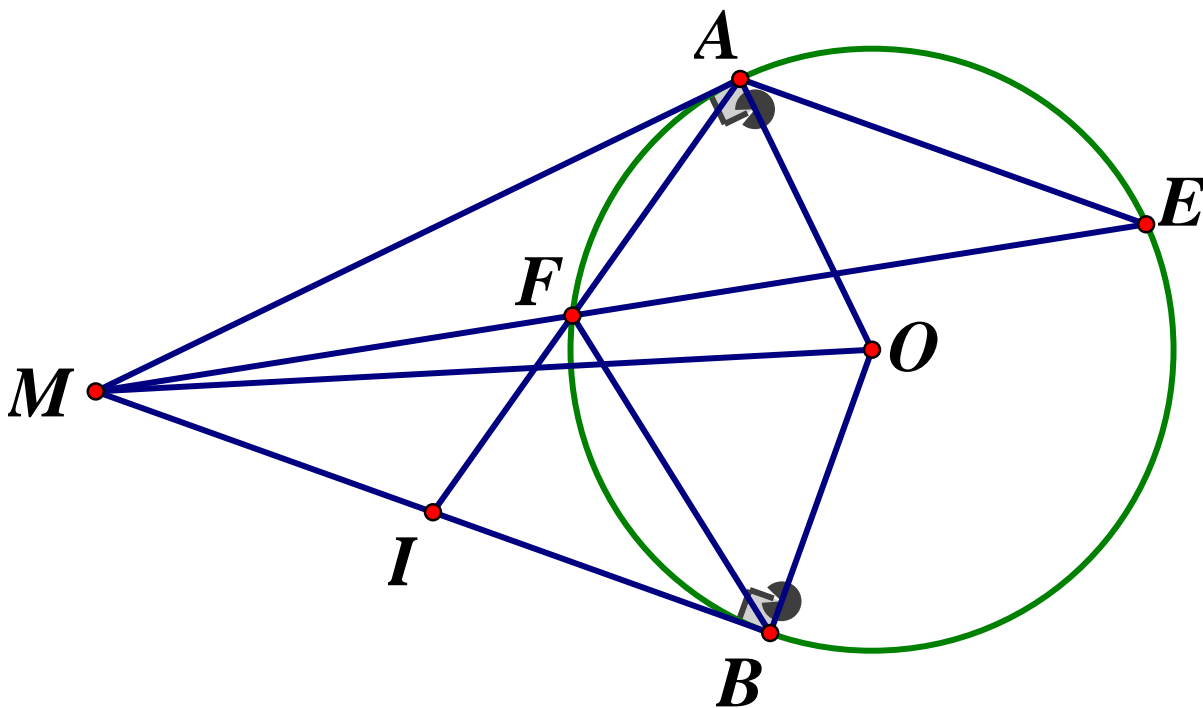
$\Rightarrow \widehat{E}_2 = \widehat{C}_1$ (hai góc nội tiếp cùng chắn \widehat{DH})

Lại có $\widehat{C}_1 = \widehat{E}_1$ (cmt) $\Rightarrow \widehat{E}_1 = \widehat{E}_2 \Rightarrow EH$ là tia phân giác của \widehat{DEF} (1)

Chứng minh hoàn toàn tương tự ta có FH là phân giác của \widehat{DFE} (2)

Vậy H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác DEF (dfcm)

Đề 2.



1) Tứ giác $MAOB$ nội tiếp đường tròn

Ta có MA, MB là các tiếp tuyến tại A, B của $(O) \Rightarrow \begin{cases} OA \perp MA \\ OB \perp MB \end{cases} \Rightarrow \widehat{MAO} = \widehat{MBO} = 90^\circ$

Xét tứ giác $MAOB$ có $\widehat{MAO} + \widehat{MBO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$, mà hai góc này đối diện nên $MAOB$ là tứ giác nội tiếp

2) $IB^2 = IF \cdot IA$

Xét $\triangle IBF$ và $\triangle IAB$ có: $\angle AIB$ chung

$\widehat{IAB} = \widehat{IBF}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến dây cung cùng chắn \widehat{BF})

$\Rightarrow \triangle IBF \sim \triangle IAB$ (g - g) $\Rightarrow \frac{IB}{IA} = \frac{IF}{IB} \Rightarrow IB^2 = IF \cdot IA$ (dfcm)

3) Chứng minh $IM = IB$

Ta có: $AE // MB(gt) \Rightarrow \widehat{AEM} = \widehat{EMB}$ (hai góc so le trong)

Hay $\widehat{AEM} = \widehat{FMI}$

Lại có: $\widehat{AEI} = \widehat{MAI}$ (cùng chắn \widehat{AF}) $\Rightarrow \angle MAI = \angle IMF (= \angle AEM)$

Xét $\triangle MIF$ và $\triangle AIM$ có: \widehat{MIA} chung; $\widehat{IMF} = \widehat{MAI}(cmt) \Rightarrow \triangle MIF \sim \triangle AIM (g.g)$

$$\Rightarrow \frac{MI}{AI} = \frac{IF}{IM} \Rightarrow MI^2 = IA \cdot IF$$

$$\Rightarrow MI^2 = IB^2 = IA \cdot IF \Rightarrow MI = IB(dfcm)$$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TUYÊN QUANG

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN THI: TOÁN

ĐỀ CHÍNH THỨC
Đề số 60

Thời gian làm bài : 90 phút
Ngày thi: 22/07/2020

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1. Hai hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$ và $\begin{cases} ax - 2y = 3 \\ x + by = 3 \end{cases}$ tương đương với nhau khi và chỉ

khi :

A. $a = 5, b = -2$ B. $a = -5, b = -2$ C. $a = 5, b = 2$ D. $a = -5, b = 2$

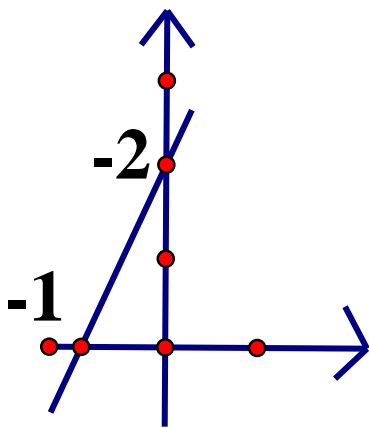
Câu 2. Trong các hệ phương trình dưới đây, hệ phương trình nào là hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn ?

A. $\begin{cases} x^2 + y = 1 \\ 2x + 3y = 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + 3y = 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + 3y^2 = 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + 3y = 0 \end{cases}$

Câu 3. Cho hai đường tròn $(O_1; 5cm)$ & $(O_2; 6cm)$. Biết $O_1O_2 = 1cm$. Khẳng định nào dưới đây đúng ?

A. (O_1) & (O_2) cắt nhau B. (O_1) & (O_2) tiếp xúc ngoài với nhau
C. (O_1) & (O_2) không giao nhau D. (O_1) & (O_2) tiếp xúc trong với nhau

Câu 4. Cho hàm số $y = ax - b$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào dưới đây đúng



A. $a = 1, b = -2$ B. $a = -1, b = -2$ C. $a = 2, b = -2$ D. $a = -2, b = -2$

Câu 5. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 0 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$ là:

A. $\begin{cases} x = -3 \\ y = 3 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -3 \\ y = -3 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3 \\ y = -3 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}$

Câu 6. Trong một đường tròn, khẳng định nào dưới đây đúng ?

- A. Góc nội tiếp có số đo bằng góc ở tâm cùng chắn 1 cung
- B. Góc ở tâm có số đo bằng một nửa số đo của cung bị chắn
- C. Góc nội tiếp có số đo bằng số đo của cung bị chắn
- D. Góc ở tâm có số đo bằng số đo của cung bị chắn

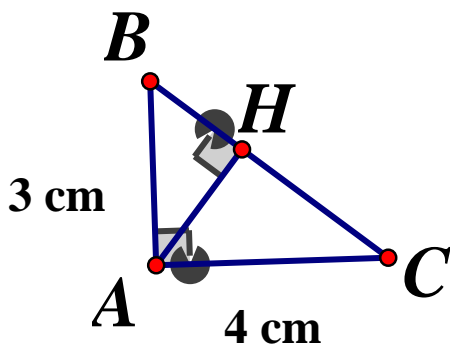
Câu 7. Đường thẳng $y = (2m + 1)x + 3$ (với m là tham số) song song với đường thẳng $y = 2x$ khi và chỉ khi:

A. $m = \frac{2}{3}$ B. $m = \frac{1}{2}$ C. $m = \frac{3}{2}$ D. $m = 2$

Câu 8. Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^2$ đi qua điểm nào dưới đây ?

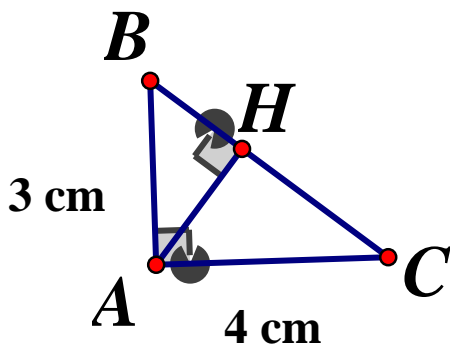
A. $P(-3; -3)$ B. $Q(-3; -1)$ C. $N(3; 1)$ D. $M(3; 3)$

Câu 9. Cho tam giác vuông ABC có đường cao AH như hình vẽ. Khẳng định nào dưới đây đúng ?



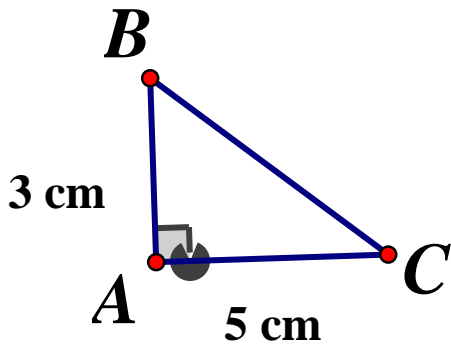
A. $\cot \widehat{CAH} = \frac{3}{4}$ B. $\cot \widehat{CAH} = \frac{4}{3}$ C. $\cot \widehat{CAH} = \frac{3}{5}$ D. $\cot \widehat{CAH} = \frac{4}{5}$

Câu 10. Cho tam giác ABC có đường cao AH như hình vẽ. Khẳng định nào dưới đây đúng ?



A. $BH = 1,8\text{cm}$ B. $BH = 1,7\text{cm}$ C. $BH = 2\text{cm}$ D. $BH = 1,9\text{cm}$

Câu 11. Cho tam giác vuông ABC như hình vẽ. Khẳng định nào dưới đây đúng ?



$AC = 4(cm)$ $B.AC = 2\sqrt{7}(cm)$ $C.AC = \sqrt{34}(cm)$ $D.AC = 6(cm)$

Câu 12. Biết đồ thị hàm số $y = ax^2$ đi qua điểm $A(2; 2)$, giá trị của a bằng:

A. 1 B. $-\frac{1}{2}$ C. -1 D. $\frac{1}{2}$

Câu 13. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $x^2 - 3x - 2 = 0$ bằng:

A. -3 B. -2 C. 2 D. 3

Câu 14. Trong một đường tròn, khẳng định nào dưới đây sai ?

A. Hai dây cách đều tâm thì bằng nhau B. Dây nào gần tâm hơn thì dây đó nhỏ hơn

C. Dây nào gần tâm hơn thì dây đó lớn hơn D. Hai dây bằng nhau thì cách đều tâm

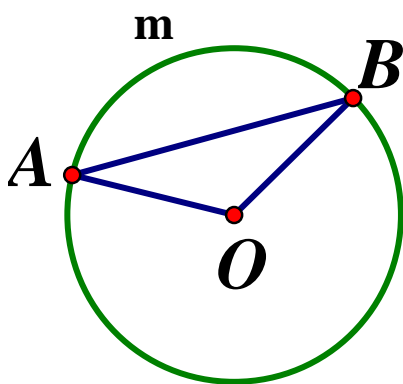
Câu 15. Biểu thức $\sqrt{x-5}$ xác định khi và chỉ khi

A. $x \geq 5$ B. $x < 5$ C. $x \leq 5$ D. $x > 5$

Câu 16. Đường tròn ngoại tiếp hình vuông cạnh $6(cm)$ có bán kính bằng

A. $3\sqrt{2}(cm)$ B. $3(cm)$ C. $6(cm)$ D. $6\sqrt{2}(cm)$

Câu 17. Cho đường tròn (O) như hình vẽ, Biết cung $\widehat{AmB} = 110^\circ$. Số đo của góc OAB bằng



A. 40° B. 35° C. 25° D. 30°

Câu 18. Cho $a > 0, b < 0$. Khẳng định nào dưới đây đúng ?

$$A. b\sqrt{a} = -\sqrt{|ba|} \quad B. b\sqrt{a} = \sqrt{|ba|} \quad C. b\sqrt{a} = -\sqrt{b^2a} \quad D. b\sqrt{a} = \sqrt{b^2a}$$

Câu 19. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào là hàm số bậc nhất?

$$A. y = 2021x^2 \quad B. y = -2020x + 7 \quad C. y = \frac{2}{x+1} - 10 \quad D. y = 2020x^2$$

Câu 20. Thể tích hình cầu có bán kính r bằng:

$$A. 4\pi r^2 \quad B. 4\pi r^3 \quad C. \frac{4}{3}\pi r^2 \quad D. \frac{4}{3}\pi r^3$$

Câu 21. Căn bậc hai số học của 16 là :

$$A. -4 \quad B. = 4 \& 4 \quad C. 4 \quad D. 256$$

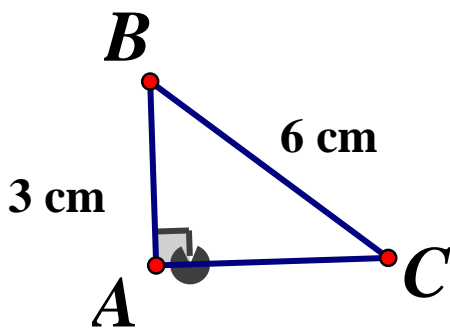
Câu 22. Đồ thị hàm số $y = 2x - 4$ đi qua điểm nào dưới đây ?

$$A. P(1;2) \quad B. N(0;4) \quad C. Q(4;-4) \quad D. M(2;0)$$

Câu 23. Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh là l . Diện tích xung quanh của hình nón được tính theo công thức ?

$$A. S_{xq} = \frac{1}{3}\pi r^2 l \quad B. S_{xq} = 2\pi r l \quad C. S_{xq} = \pi r l \quad D. S_{xq} = \pi r^2 l$$

Câu 24. Cho tam giác vuông ABC như hình vẽ



Khẳng định nào dưới đây đúng ?

$$A. \cos \widehat{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad B. \cos \widehat{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad C. \cos \widehat{ABC} = \frac{1}{2} \quad D. \cos \widehat{ABC} = \sqrt{3}$$

Câu 25. Cho $a < -1$, khẳng định nào dưới đây đúng ?

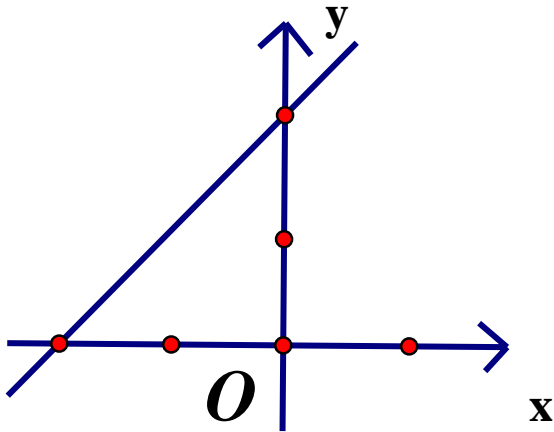
$$A. \sqrt{(a+1)^2} = a+1 \quad B. \sqrt{(a+1)^2} = (a+1)^4$$

$$C. \sqrt{(a+1)^2} = -1-a \quad D. \sqrt{(a+1)^2} = -(a+1)^4$$

Câu 26. Đường tròn đường kính $d = 10(\text{cm})$ có chu vi bằng:

$$A. 10\pi(\text{cm}) \quad B. 20\pi(\text{cm}) \quad C. 100\pi(\text{cm}) \quad D. 25\pi(\text{cm})$$

Câu 27. Cho hàm số $y = ax - b$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào dưới đây đúng



A. $a < 0, b < 0$ B. $a > 0, b < 0$ C. $a > 0, b > 0$ D. $a < 0, b > 0$

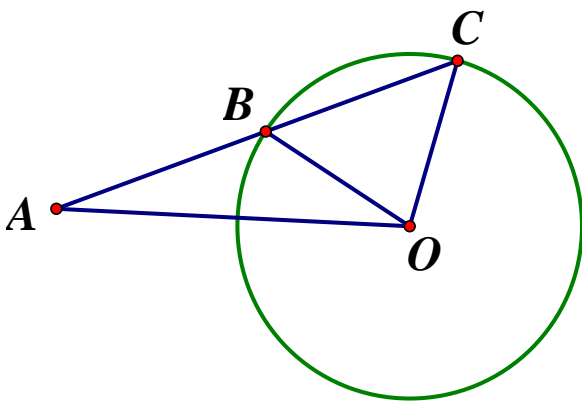
Câu 28. Một hộp sữa hình trụ có chiều cao $h = 15(\text{cm})$, chu vi của đáy bằng 37cm . Tính thể tích của hộp sữa (lấy đến 1 chữ số sau dấu phẩy và coi phần vỏ hộp là không đáng kể)

A. $1634,2(\text{cm}^3)$ B. $544,7(\text{cm}^3)$ C. $1634,1(\text{cm}^3)$ D. $544,8(\text{cm}^3)$

Câu 29. Biểu thức $\sqrt{1-x^2}$ xác định khi và chỉ khi:

A. $-1 < x < 1$ B. $\begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x < -1 \\ x > 1 \end{cases}$ D. $-1 \leq x \leq 1$

Câu 30. Cho đường tròn tâm O, bán kính $r = 4(\text{cm})$



Biết rằng $AO = 2r, AB = BC$, tính độ dài đoạn thẳng AB

A. $AB = 2\sqrt{6}(\text{cm})$ B. $AB = 2\sqrt{5}(\text{cm})$ C. $AB = 4\sqrt{2}(\text{cm})$ D. $AB = 2\sqrt{7}(\text{cm})$

PHẦN II. TỰ LUẬN

Câu 31. (1,0 điểm) Giải phương trình: $2x^2 + x + 1 = 2(3 - x)$

Câu 32. (1,0 điểm) Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 4(\text{cm})$, $\widehat{ADB} = 30^\circ$. Gọi H là chân đường cao kẻ từ A xuống đường thẳng BD. Tính độ dài đoạn thẳng BD và diện tích tam giác ABH

Câu 33.(0,5 điểm) Cho hai số thực a, b thỏa mãn $0 \leq a, b \leq 1$. Tính giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 2a\sqrt{b} - b\sqrt{a}$

ĐÁP ÁN

I. Trắc nghiệm

1C 2B 3D 4C 5A 6D 7B 8D 9B 10A
 11C 12D 13B 14B 15A 16A 17B 18C 19B 20D
 21C 22D 23C 24C 25C 26A 27C 28C 29D 30A

II. Tự luận

Câu 31. Giải phương trình

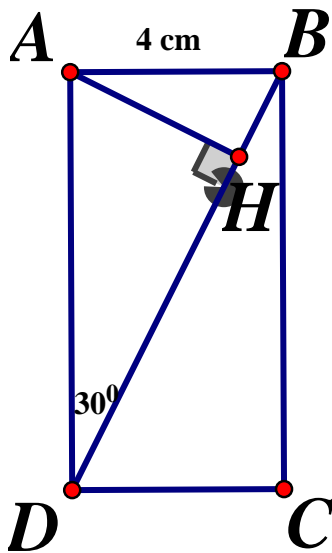
$$2x^2 + x + 1 = 2(3 - x) \Leftrightarrow 2x^2 + x + 1 = 6 - 2x$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 5 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x(2x + 5) - (2x + 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)(2x + 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = \left\{ 1; -\frac{5}{2} \right\}$$

Câu 32.



Xét tam giác vuông ABD có:

$$\sin \angle ADB = \frac{AB}{BD} \Rightarrow BD = \frac{AB}{\sin \angle ADB} = \frac{4}{\sin 30^\circ} = \frac{4}{\frac{1}{2}} = 8(\text{cm})$$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác ABD vuông tại A , ta có:

$$AB^2 = BH \cdot BD \Rightarrow BH = \frac{AB^2}{BD} = \frac{4^2}{8} = 2(\text{cm})$$

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông ABH ta có:

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 \Rightarrow AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\Rightarrow S_{\Delta ABH} = \frac{1}{2}AH \cdot BH = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} \cdot 2 = 2\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

$$\text{Vậy } BD = 8\text{cm}, S_{\Delta ABH} = 2\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

Câu 33.

$$P = \sqrt{a}(2\sqrt{a} - \sqrt{b})$$

Nếu $2\sqrt{a} - \sqrt{b} \leq 0$ thì $P \leq 0$

Nếu $2\sqrt{a} - \sqrt{b} > 0$ ta có:

$$P = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}(2\sqrt{a} - \sqrt{b}) \leq \left(\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b} + 2\sqrt{a} - \sqrt{b}}{3} \right)^3 = (\sqrt{a})^3 \leq 1$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a} = \sqrt{b} = 2\sqrt{a} - \sqrt{b} \\ \sqrt{a} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = 1$$

Vậy $\text{Max}P = 1 \Leftrightarrow a = b = 1$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
VĨNH LONG

KỶ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2020 – 2021

Môn thi: TOÁN

ĐỀ CHÍNH THỨC

Ngày thi: 19/07/2020

Đề số 61

Thời gian làm bài :120 phút

Bài 1. (1,0 điểm)

Tính giá trị biểu thức:

$$a) A = 2\sqrt{20} + 3\sqrt{45} - \sqrt{80}$$

$$b) \sqrt{(3-\sqrt{7})^2} + \sqrt{11+4\sqrt{7}}$$

Bài 2. (2,0 điểm) Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

$$a) 3x^2 - 7x + 4 = 0$$

$$b) 3x^2 - 12 = 0$$

$$c) \begin{cases} x + 3y = 8 \\ 6x - 3y = 27 \end{cases}$$

$$d) x^4 - 4x^2 + 4 = 0$$

Bài 3. (2,0 điểm)

a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ có đồ thị (P) . Vẽ đồ thị (P)

b) Cho phương trình $x^2 + (2m - 5)x + 4 - 2m = 0$ (x là ẩn số, m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 = 1$

Bài 4. (1,0 điểm)

Một người dự định đi xe máy từ Vĩnh Long đến Sóc Trăng cách nhau $90km$. Vì có việc gấp cần đến Sóc Trăng trước giờ dự định 27 phút, nên người ấy phải tăng vận tốc thêm $10km/h$. Hãy tính vận tốc xe máy mà người đó dự định đi

Bài 5. (1,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $BH = 4cm, CH = 9cm$

a) Tính độ dài đường cao AH và số đo \widehat{ABH} (làm tròn đến độ)

b) Vẽ đường trung tuyến AM của tam giác ABC ($M \in BC$), tính diện tích tam giác AHM

Bài 6. (2,5 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB . Vẽ đường thẳng d vuông góc với OA tại M ($M \neq O, A$). Trên d lấy điểm N sao cho N nằm bên ngoài nửa đường tròn (O) . Kẻ tiếp tuyến NE với nửa đường tròn (O) (E là tiếp điểm, E và A nằm cùng một phía đối với đường thẳng d)

a) Chứng minh tứ giác $OMEN$ nội tiếp được đường tròn

- b) Nối NB cắt nửa đường tròn (O) tại C . Chứng minh $NE^2 = NC \cdot NB$
 c) Gọi H là giao điểm của AC và d . F là giao điểm của tia EH và nửa đường tròn (O)

Chứng minh $\widehat{NEF} = \widehat{NOF}$

Bài 7. (0,5 điểm)

Cho hai phương trình $x^2 + (2m^2 + 1)x + m^3 + 7\sqrt{2} - 23 = 0(1)$ và $2x^2 + (m^2 - m)x + 9\sqrt{2} - 30 = 0(2)$ (x là ẩn số, m là tham số).

Tìm giá trị của tham số m để phương trình (1) và phương trình (2) có nghiệm chung $x = 3$

ĐÁP ÁN

Bài 1.

$$a) A = 2\sqrt{20} + 3\sqrt{45} - \sqrt{80} = 2 \cdot 2\sqrt{5} + 3 \cdot 3\sqrt{5} - 4\sqrt{5} \\ = 4\sqrt{5} + 9\sqrt{5} - 4\sqrt{5} = 9\sqrt{5}$$

$$b) B = \sqrt{(3 - \sqrt{7})^2} + \sqrt{11 + 4\sqrt{7}} = |3 - \sqrt{7}| + \sqrt{(\sqrt{7} + 2)^2} \\ = 3 - \sqrt{7} + \sqrt{7} + 2 \quad (\text{Do } 3 > \sqrt{7}) \\ = 5$$

Bài 2.

a) Giải phương trình $3x^2 - 7x + 4 = 0$

Ta có: $a + b + c = 3 - 7 + 4 = 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 1; x_2 = \frac{4}{3}$

$$b) 3x^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 = 12 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2 \quad S = \{\pm 2\}$$

$$c) \begin{cases} x + 3y = 8 \\ 6x - 3y = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 35 \\ y = \frac{8-x}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất: $(x; y) = (5; 1)$

$$d) x^4 - 4x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 2)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$$

Vậy $S = \{\pm\sqrt{2}\}$

Bài 3.

- a) Học sinh tự vẽ
 b) Tìm tham số m

Xét phương trình $x^2 + (2m - 5)x + 4 - 2m = 0$ (*)

Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta > 0$

$$\Leftrightarrow (2m - 5)^2 - 4 \cdot (4 - 2m) > 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 20m + 25 - 16 + 8m > 0$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 12m + 9 > 0 \Leftrightarrow (2m - 3)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq \frac{3}{2}$$

Khi phương trình có hai nghiệm phân biệt, áp dụng hệ thức Viet, ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 5 \\ x_1 x_2 = 4 - 2m \end{cases}. \text{ Theo bài ra ta có:}$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^3 - 3x_1 x_2 (x_1 + x_2) = 1$$

$$\Leftrightarrow (-2m + 5)^3 - 3(4 - 2m)(-2m + 5) = 1$$

$$\Leftrightarrow -8m^3 + 60m^2 - 150m + 125 - 60 - 12m^2 + 54m = 1$$

$$\Leftrightarrow -8m^3 + 48m^2 - 96m + 64 = 0$$

$$\Leftrightarrow (-2m + 4)^3 = 0 \Leftrightarrow 2m = 4 \Leftrightarrow m = 2(tm)$$

Vậy $m = 2$

Bài 4.

Gọi vận tốc dự định của người đó là x (km/h) ($x > 0$)

Nên thời gian dự định đi của người đó: $\frac{90}{x}$ (giờ)

Vận tốc thực tế người đó đi: $x + 10$ (km/h)

Nên thời gian thực tế đi là $\frac{90}{x + 10}$ (h)

Vì đến Sóc Trăng sớm hơn dự định $27' = \frac{9}{20}$ h nên ta có phương trình:

$$\frac{90}{x} - \frac{90}{x + 10} = \frac{9}{20} \Leftrightarrow \frac{10}{x} - \frac{10}{x + 20} = \frac{1}{20}$$

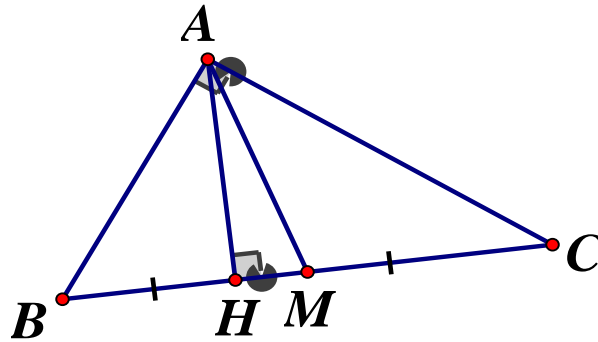
$$\Leftrightarrow 10 \cdot 20(x + 10) - 10 \cdot 20x = x(x + 10) \Leftrightarrow 2000 = x^2 + 10x$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 50x - 40x - 2000 = 0 \Leftrightarrow x(x + 50) - 40(x + 50) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 50)(x - 40) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -50(ktm) \\ x = 40(tm) \end{cases}$$

Vậy vận tốc dự định đi của người đó là 40 km/h

Bài 5.



a) Tính độ dài AH.....

Xét tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH , áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có: $AH^2 = BH \cdot CH = 4 \cdot 9 = 36 \Rightarrow AH = 6\text{cm}$

Xét $\triangle AHB$ vuông tại B ta có: $\tan \widehat{ABH} = \frac{AH}{BH} = \frac{6}{4} = 1,5 \Rightarrow \angle ABH \approx 56^\circ$

Vậy $AH = 6\text{cm}, \angle ABH = 56^\circ$

b) Tính diện tích AHM

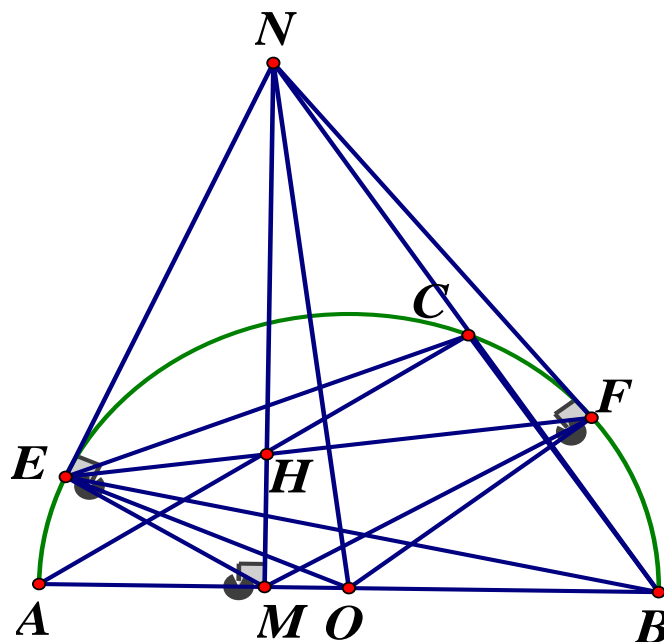
Ta có: $BC = BH + CH = 4 + 9 = 13(\text{cm})$

Vì M là trung điểm cạnh BC nên $BM = \frac{BC}{2} = \frac{13}{2} = 6,5(\text{cm})$

$\Rightarrow HM = BM - BH = 6,5 - 4 = 2,5(\text{cm})$

Diện tích tam giác AHM vuông tại H là $S_{AHM} = \frac{1}{2} AH \cdot HM = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2,5 = 7,5(\text{cm}^2)$

Bài 6.



a) Chứng minh tứ giác OMEN nội tiếp

Ta có: $d \perp OA \Rightarrow \widehat{NMO} = 90^\circ$

NE là tiếp tuyến của (O) tại E nên $OE \perp NE \Rightarrow \widehat{NEO} = 90^\circ$

Tứ giác $OMEN$ có $\widehat{NMO} = \widehat{NEO} = 90^\circ$ nên tứ giác $OMEN$ là tứ giác nội tiếp (hai đỉnh kề cùng 1 cạnh cùng nhìn cạnh đối diện dưới các góc bằng nhau. (đpcm))

b) Chứng minh $NE^2 = NC.NB$

Nối E với C, E với B

Xét $\triangle NEC$ và $\triangle NBE$ có: $\angle N$ chung; $\angle NBE = \angle NEC$ (cùng chắn \widehat{EC})

$\Rightarrow \triangle NEC \sim \triangle NBE (g.g) \Rightarrow \frac{NE}{NB} = \frac{NC}{NE}$ (các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)

Vậy $NE^2 = NB.NC$

c) Chứng minh $\widehat{NEF} = \widehat{NOF}$

Xét $\triangle NCH$ và $\triangle NMB$ có:

\widehat{N} chung; $\widehat{NCH} = \widehat{NMB} = 90^\circ \Rightarrow \triangle NCH \sim \triangle NMB (g.g) \Rightarrow \frac{NC}{NM} = \frac{NH}{NB}$ (hai cặp cạnh

tương ứng tỉ lệ) $\Rightarrow NC.NB = NH.NM$ mà

$NE^2 = NB.NC (cmt) \Rightarrow NE^2 = NH.NM \Rightarrow \frac{NE}{NM} = \frac{NH}{NE}$

Xét $\triangle NEH$ và $\triangle NME$ có:

\widehat{N} chung; $\frac{NE}{NM} = \frac{NH}{NE} (cmt) \Rightarrow \triangle NEH \sim \triangle NME (c.g.c) \Rightarrow \widehat{NHE} = \widehat{NEM}$ (góc tương ứng

) (1)

Kẻ tiếp tuyến NF' với nửa đường tròn (O)

Do $NE = NF'$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow NF'^2 = NH.NM \Rightarrow \frac{NF'}{NH} = \frac{NM}{NF'}$

Xét $\triangle NF'H$ và $\triangle NMF'$ có: \widehat{N} chung; $\frac{NF'}{NH} = \frac{NM}{NF'} (cmt) \Rightarrow \triangle NF'H \sim \triangle NMF' (c.g.c)$

$\Rightarrow \widehat{NHF'} = \widehat{NF'M}$ (các góc tương ứng) (2)

Lại có tứ giác $OMEN$ nội tiếp (câu a) nên 4 điểm O, M, E, N cùng thuộc một đường tròn (3)

Tứ giác $OENF'$ có $\widehat{OEN} + \widehat{OF'N} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ nên là tứ giác nội tiếp, do đó 4 điểm O, E, N, F' cùng thuộc một đường tròn (4)

Từ (3) và (4) suy ra 5 điểm O, M, E, N, F' cùng thuộc một đường tròn suy ra tứ giác

$MENF'$ nội tiếp nên $\widehat{NEM} + \widehat{NF'M} = 180^\circ$ (5)

Từ (1), (2), (5) suy ra $\widehat{NHE} + \widehat{NHF'} = \widehat{NEM} + \widehat{NF'M} = 180^\circ$

$\Rightarrow E, H, F'$ thẳng hàng hay F' là giao điểm của EH với nửa đường tròn (O)

$\Rightarrow F \equiv F' \Rightarrow$ Tứ giác $NEOF$ nội tiếp

$\Rightarrow \widehat{NEF} = \widehat{NOF}$ (cùng chắn cung NF)

Bài 7. Tìm giá trị tham số m

Phương trình (1) có hai nghiệm $\Delta_1 \geq 0$

$$\Leftrightarrow (2m^2 + 1)^2 - 4(m^3 + 7\sqrt{2} - 23) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 4m^4 + 4m^2 + 1 - 4m^3 - 28\sqrt{2} + 92 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 4m^4 - 4m^3 + 4m^2 - 28\sqrt{2} + 93 \geq 0(*)$$

Phương trình (2) có hai nghiệm $\Leftrightarrow \Delta_2 \geq 0$

$$\Leftrightarrow (m^2 - m)^2 - 8(9\sqrt{2} - 30) \geq 0 \Leftrightarrow m^4 - 2m^3 + 2m^2 - 72\sqrt{2} + 240 \geq 0(**)$$

Hai phương trình đã cho có nghiệm chung là $x = 3$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9 + (2m^2 + 1) \cdot 3 + m^3 + 7\sqrt{2} - 23 = 0 \\ 2 \cdot 9 + (m^2 - m) \cdot 3 + 9\sqrt{2} - 30 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^3 + 6m^2 + 7\sqrt{2} - 11 = 0 \\ 3m^3 - 3m + 9\sqrt{2} - 12 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^3 + 6m^2 + 7\sqrt{2} - 11 = 0(3) \\ m^2 - m + 3\sqrt{2} - 4 = 0 \quad (4) \end{cases}$$

Giải phương trình (4) ta được:

$$(4) \Leftrightarrow m^2 - m = 4 - 3\sqrt{2} \Leftrightarrow m^2 - 2 \cdot m \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{17}{4} - 3\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{17 - 12\sqrt{2}}{4} \Leftrightarrow \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{9 - 2 \cdot 3 \cdot 2\sqrt{2} + 8}{4}$$

$$\Leftrightarrow \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{(3 - 2\sqrt{2})^2}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} m - \frac{1}{2} = \frac{3 - 2\sqrt{2}}{2} \\ m - \frac{1}{2} = -\frac{3 - 2\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 - \sqrt{2} (tm(*), (**)) \\ m = \sqrt{2} - 1 (tm(*), (**)) \end{cases}$$

+) Với $m = 2 - \sqrt{2}$ ta có:

$$(3) \Leftrightarrow (2 - \sqrt{2})^3 + 6(2 - \sqrt{2})^2 + 7\sqrt{2} - 11 = 0$$

$$\Leftrightarrow 20 - 14\sqrt{2} + 6(6 - 4\sqrt{2}) + 7\sqrt{2} - 11 = 0$$

$$\Leftrightarrow 9 - 7\sqrt{2} + 36 - 24\sqrt{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow 45 - 31\sqrt{2} = 0 (ktm)$$

Vậy $m = 2 - \sqrt{2}$ không thỏa mãn bài toán

$$(3) \Leftrightarrow (\sqrt{2} - 1)^3 + 6(\sqrt{2} - 1)^3 + 7\sqrt{2} - 11 = 0$$

$$\Leftrightarrow -7 + 5\sqrt{2} + 6(3 - 2\sqrt{2}) + 7\sqrt{2} - 11 = 0$$

$$\Leftrightarrow -18 + 12\sqrt{2} + 18 - 12\sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow 0 = 0(tm)$$

$\Rightarrow m = \sqrt{2} - 1$ thỏa mãn bài toán

Vậy $m = \sqrt{2} - 1$

ĐỀ CHÍNH THỨC
Đề số 62

Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian giao đề

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm)

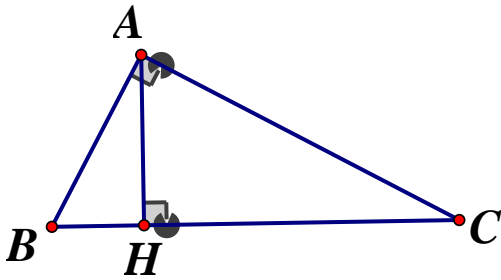
Câu 1. Biểu thức $\sqrt{2020 - x}$ có nghĩa khi và chỉ khi

- A. $x > 2020$ B. $x \geq 2020$ C. $x < 2020$ D. $x \leq 2020$

Câu 2. Hàm số $y = mx - 2$ (m là tham số) đồng biến trên R khi và chỉ khi

- A. $m \leq 0$ B. $m < 0$ C. $m > 0$ D. $m \geq 0$

Câu 3.

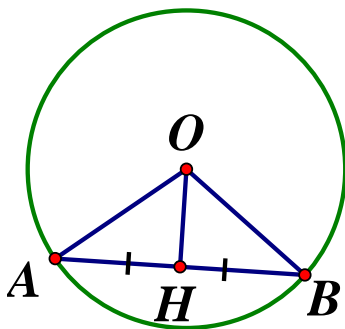


Hình vẽ 1

Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH (hình vẽ 1). Biết độ dài $BH = 5\text{cm}$, $BC = 20\text{cm}$. Độ dài cạnh AB bằng:

- A. 5cm B. 10cm C. 25cm D. 100cm

Câu 4.



Cho đường tròn tâm O , bán kính R , H là trung điểm của dây cung AB (hình vẽ). Biết $R = 6\text{cm}$, $AB = 8\text{cm}$. Độ dài đoạn thẳng OH bằng :

- A. $2\sqrt{5}\text{cm}$ B. 20cm
C. 14cm D. $2\sqrt{13}\text{cm}$

II. TỰ LUẬN

Câu 5. (3,5 điểm)

a) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x - y = 9 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$$

b) Giải phương trình: $x^2 - 4x + 3 = 0$

- c) Cho parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x + m$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1x_2 + 1)^2 = x_1 + x_2 + x_1x_2 + 3$

Câu 6. (1,0 điểm) Một đội xe theo kế hoạch mỗi ngày chở số tấn hàng như nhau và dự định chở 140 tấn hàng trong một số ngày. Do mỗi ngày đội xe đó chở vượt mức 5 tấn nên đội xe đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn dự định 1 ngày và chở thêm được 10 tấn hàng. Hỏi số ngày dự định theo kế hoạch là bao nhiêu ngày?

Câu 7. (3,0 điểm) Cho đường tròn (O) và điểm A nằm ngoài đường tròn (O) . Từ điểm A kẻ hai tiếp tuyến AB và AC đến (O) (B, C là các tiếp điểm). Kẻ đường kính BD của đường tròn (O) . Đường thẳng đi qua O vuông góc với đường thẳng AD và cắt AD, BC lần lượt tại K, E . Gọi I là giao điểm của OA và BC .

- Chứng minh rằng các tứ giác $ABOC, AIKE$ nội tiếp đường tròn
- Chứng minh rằng $OI.OA = OK.OE$
- Biết $OA = 5cm$, đường tròn (O) có bán kính $R = 3cm$. Tính độ dài đoạn thẳng BE

Câu 8. (0,5 điểm) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $abc = 1$. Chứng

minh rằng: $\frac{a+1}{a^4} + \frac{b+1}{b^4} + \frac{c+1}{c^4} \geq \frac{3}{4}(a+1)(b+1)(c+1)$

ĐÁP ÁN

I. Trắc nghiệm

1D 2C 3B 4A

II. Tự luận

Câu 5.

a) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x - y = 9 \\ x + 2y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 2y = 18 \\ x + 2y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 25 \\ y = 2x - 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (5; 1)$

b) Giải phương trình $x^2 - 4x + 3 = 0$

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x - x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-3) - (x-3) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Vậy $S = \{1; 3\}$

c) Tìm tham số m

Xét phương trình hoành độ giao điểm : $\frac{1}{2}x^2 = 2x + m \Leftrightarrow x^2 - 4x - 2m = 0(*)$

Để đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thì phương trình $(*)$ phải có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow (-2)^2 - 1 \cdot (-2m) > 0 \Leftrightarrow m > -2$. Khi đó áp dụng hệ thức Vi - ét ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 x_2 = -2m \end{cases}$$

Theo bài ra ta có:

$$(x_1 x_2 + 1)^2 = x_1 + x_2 + x_1 x_2 + 3 \Leftrightarrow (-2m + 1)^2 = 4 - 2m + 3$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 4m + 1 = 4 - 2m + 3 \Leftrightarrow 4m^2 - 2m - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 + 4m - 6m - 6 = 0 \Leftrightarrow 4m(m + 1) - 6(m + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (m + 1)(4m - 6) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m + 1 = 0 \\ 4m - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = \frac{3}{2} \end{cases} (tm)$$

Vậy $m = -1$ hoặc $m = \frac{3}{2}$

Câu 6.

Gọi số ngày dự định theo kế hoạch là x (ngày) ($x \in \mathbb{N}^*, x > 1$)

Vì dự định ban đầu chở 140 tấn hàng trong x ngày nên mỗi ngày

chở được: $\frac{140}{x}$ (tấn)

Theo thực tế số tấn hàng đã chở được là $140 + 10 = 150$ (tấn)

Do thực tế sớm hơn thời gian dự định 1 ngày nên thời gian thực tế chở hết 150 tấn hàng là : $x - 1$ (ngày)

\Rightarrow Thực tế mỗi ngày chở được số tấn hàng: $\frac{150}{x - 1}$ (tấn)

Vì thực tế mỗi ngày đội xe đó chở vượt mức 5 tấn hàng nên ta có phương trình:

$$\frac{150}{x - 1} - \frac{140}{x} = 5 \Leftrightarrow \frac{30}{x - 1} - \frac{28}{x} = 1 \Leftrightarrow 30x - 28x + 28 = x(x - 1)$$

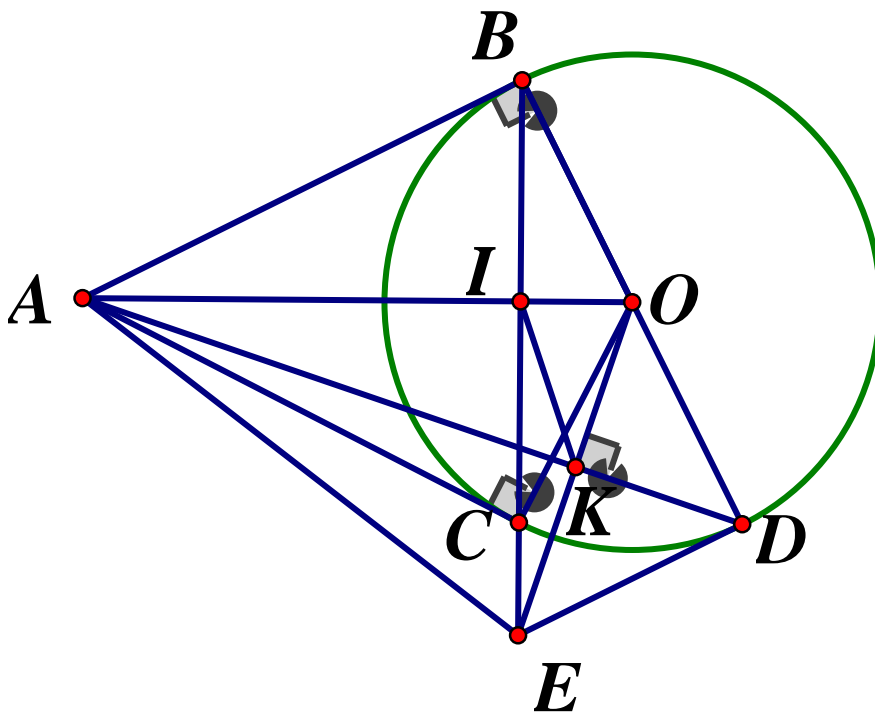
$$\Leftrightarrow 2x + 28 = x^2 - x \Leftrightarrow x^2 - 3x - 28 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 4x - 28 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - 7) + 4(x - 7) = 0 \Leftrightarrow (x - 7)(x + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 7 = 0 \\ x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 (tm) \\ x = -4 (ktm) \end{cases}$$

Vậy số ngày dự định theo kế hoạch là 7 ngày.

Câu 7.



a) Chứng minh rằng các tứ giác $ABOC$, $AIKE$ nội tiếp đường tròn

Vì AB, AC là các tiếp tuyến của (O) nên $\widehat{OBA} = \widehat{OCA} = 90^\circ$

$\Rightarrow \angle OBA + \angle OCA = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow O, B, A, C$ là tứ giác nội tiếp

Vì $OB = OC (= R), AB = AC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$\Rightarrow OA$ là trung trực của $BC \Rightarrow OA \perp BC$ tại I

Xét tứ giác $AIKE$ có: $\widehat{AIE} = \widehat{AKE} = 90^\circ$

$\Rightarrow AIKE$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn 1 cạnh dưới các góc bằng nhau)

b) Chứng minh $OI.OA = OK.OE$

Vì $AIKE$ là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \angle OIK = \angle OEA$ (góc và góc trong tại đỉnh đối diện).

Xét $\triangle OIK$ và $\triangle OEA$ có:

$\angle AOE$ chung; $\widehat{OIK} = \widehat{OEA}$ (cmt) $\Rightarrow \triangle OIK \sim \triangle OEA$ (g.g)

$\Rightarrow \frac{OI}{OE} = \frac{OK}{OA} \Rightarrow OI.OA = OK.OE$ (dfcm)

c) Tính độ dài đoạn thẳng BE

Vì OA là trung trực của BC (cmt) $\Rightarrow OA \perp BC$

Xét $\triangle OAB$ vuông tại B, đường cao BI ta có:

$OB^2 = OI.OA \Rightarrow OI = \frac{OB^2}{OA} = \frac{3^2}{5} = \frac{9}{5}$ (cm) (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

$$\Leftrightarrow BI^2 = OB^2 - OI^2 = 3^2 - \left(\frac{9}{5}\right)^2 = \frac{144}{25} \text{ (Định lý Pytago)} \Rightarrow BI = \sqrt{\frac{144}{25}} = 2,4(\text{cm})$$

Ta có BD là đường kính của $(O; 3\text{cm})$ nên $BD = 6\text{cm}$

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông OAB ta có:

$$AB^2 = OA^2 - OB^2 = 5^2 - 3^2 = 16 \Rightarrow AB = 4(\text{cm})$$

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác ABD ta có:

$$AD^2 = AB^2 + BD^2 = 4^2 + 6^2 = 52 \Rightarrow AD = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}(\text{cm})$$

Xét $\triangle ODK$ và $\triangle ADB$ có: \widehat{ADB} chung; $\widehat{OKD} = \widehat{ABD} = 90^\circ$

$$\Rightarrow \triangle ODK \sim \triangle ADB(g.g) \Rightarrow \frac{OD}{OK} = \frac{AD}{AB}$$

$$\Rightarrow OK = \frac{OD \cdot AB}{AD} = \frac{3 \cdot 4}{2\sqrt{13}} = \frac{6}{\sqrt{13}}(\text{cm})$$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông OAK ta có :

$$AK^2 = OA^2 - OK^2 = 5^2 - \left(\frac{6}{\sqrt{13}}\right)^2 = \frac{289}{13} \Rightarrow AK = \frac{17}{\sqrt{13}}(\text{cm})$$

Xét $\triangle OAK$ và $\triangle OEI$ có: $\angle IOK$ chung; $\angle OKA = \angle OIE = 90^\circ$

$$\Rightarrow \triangle OAK \sim \triangle OEI(g.g) \Rightarrow \frac{OK}{AK} = \frac{OI}{EI} \text{ (hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)}$$

$$\Rightarrow EI = \frac{AK \cdot OI}{OK} = \frac{\frac{17}{\sqrt{13}} \cdot 5}{\frac{6}{\sqrt{13}}} = 5,1(\text{cm})$$

$$\text{Vậy } BE = BI + IE = 2,4 + 5,1 = 7,5(\text{cm})$$

Câu 8.

Ta có :

$$VT = \frac{a+1}{a^4} + \frac{b+1}{b^4} + \frac{c+1}{c^4} = \frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} + \frac{1}{a^4} + \frac{1}{b^4} + \frac{1}{c^4}$$

$$VP = \frac{3}{4}(a+1)(b+1)(c+1)$$

$$= \frac{3}{4}(abc + ab + bc + ca + a + b + c + 1)$$

$$= \frac{3}{4}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} + 2\right)$$

Đặt $x = \frac{1}{a}; y = \frac{1}{b}, z = \frac{1}{c} \Rightarrow xyz = \frac{1}{abc} = 1$. Khi đó :

$$VT = x^3 + y^3 + z^3 + x^4 + y^4 + z^4$$

$$VP = \frac{3}{4}(x + y + z + xy + yz + xz)$$

Bất đẳng thức trở thành:

$$x^3 + y^3 + z^3 + x^4 + y^4 + z^4 \geq \frac{3}{4}(x + y + z + xy + yz + xz + 2)$$

$$\Leftrightarrow 4(x^3 + y^3 + z^3 + x^4 + y^4 + z^4) \geq 3(x + y + z + xy + yz + xz + 2)$$

$$\Leftrightarrow 4(x^3 + y^3 + z^3) + 4(x^2 + y^2 + z^2) \geq 3(xy + yz + xz) + 3(x + y + z) + 6(*)$$

Ta sẽ chứng minh (*) đúng với mọi $x, y, z > 0$. Áp dụng BĐT Cô si ta có:

$$x^3 + 1 + 1 \geq 3\sqrt[3]{x^3 \cdot 1 \cdot 1} = 3x$$

$$y^3 + 1 + 1 \geq 3\sqrt[3]{y^3 \cdot 1 \cdot 1} = 3y$$

$$z^3 + 1 + 1 \geq 3\sqrt[3]{z^3 \cdot 1 \cdot 1} = 3z$$

$$\Rightarrow x^3 + y^3 + z^3 \geq 3(x + y + z) - 6$$

Lại có:

$$x^3 + y^3 + z^3 \geq 3\sqrt[3]{xyz} = 3 \Rightarrow 3(x^3 + y^3 + z^3) \geq 9$$

$$\Rightarrow 4(x^3 + y^3 + z^3) \geq 3(x + y + z) + 3(1)$$

Tiếp tục áp dụng BĐT Cô si ta có:

$$x^4 + 1 \geq 2\sqrt{x^4 \cdot 1} = 2x^2$$

$$y^4 + 1 \geq 2\sqrt{y^4 \cdot 1} = 2y^2$$

$$z^4 + 1 \geq 2\sqrt{z^4 \cdot 1} = 2z^2$$

$$\Rightarrow x^4 + y^4 + z^4 \geq 2(x^2 + y^2 + z^2) - 3$$

$$\text{Lại có: } \begin{cases} x^2 + y^2 \geq 2xy \\ y^2 + z^2 \geq 2yz \\ z^2 + x^2 \geq 2zx \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2(x^2 + y^2 + z^2) \geq 2(xy + yz + xz)$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$$

$$\text{Và } x^2 + y^2 + z^2 \geq 3\sqrt[3]{(xyz)^2} = 3$$

$$\Rightarrow 2(x^2 + y^2 + z^2) = (x^2 + y^2 + z^2) + (x^2 + y^2 + z^2) \geq xy + yz + zx + 3$$

$$\Rightarrow x^4 + y^4 + z^4 = 2(x^2 + y^2 + z^2) - 3 \geq xy + yz + zx + 3 - 3$$

$$\Rightarrow x^4 + y^4 + z^4 \geq xy + yz + zx$$

$$\Rightarrow 3(x^4 + y^4 + z^4) \geq 3(xy + yz + zx)$$

Ta lại có: $x^4 + y^4 + z^4 \geq 3\sqrt[3]{(xyz)^4} = 3$

$$\Rightarrow 4(x^4 + y^4 + z^4) \geq 3(xy + yz + zx) + 3(2)$$

Cộng vế theo vế (1) và (2) ta có:

$$4(x^3 + y^3 + z^3) + 4(x^4 + y^4 + z^4) \geq 3(x + y + z) + 3 + 3(xy + yz + zx) + 3$$

$$\Leftrightarrow 4(x^3 + y^3 + z^3) + 4(x^4 + y^4 + z^4) \geq 3(x + y + z) + 3(xy + yz + zx) + 6$$

Do đó (*) đúng với mọi $x, y, z > 0$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = y = z = 1 \Leftrightarrow a = b = c = 1$

Vậy ta có điều phải chứng minh.

Câu 1. Kết quả rút gọn của biểu thức $M = a(a-1) - a + 1$ là:

A. $M = (a+1)^2$ B. $M = 1 - a^2$ C. $M = (a-1)^2$ D. $a^2 - 1$

Câu 2. Điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{2x+5}$ là:

A. $x \leq -\frac{5}{2}$ B. $x < -\frac{5}{2}$ C. $x > -5$ D. $x \geq -\frac{5}{2}$

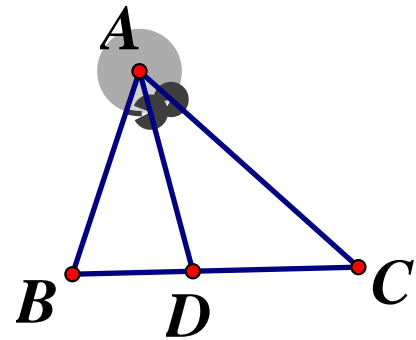
Câu 3. Số phần tử của tập hợp $H = \{x \in \mathbb{N}^* / x \leq 10\}$ là

A. 11 B. 8 C. 10 D. 9

Câu 4. Cho tam giác ABC có AD là tia

phân giác của \widehat{BAC} (như hình bên). Đẳng thức nào dưới đây đúng ?

A. $\frac{BD}{BC} = \frac{BA}{CA}$ B. $\frac{BD}{BA} = \frac{CA}{CD}$
C. $\frac{BD}{CD} = \frac{CA}{BD}$ D. $\frac{BD}{BA} = \frac{CD}{CA}$



Câu 5. Cho hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$). Kết luận nào sau đây đúng ?

- A. Với $a < 0$ hàm số nghịch biến khi $x < 0$
- B. Với $a > 0$ hàm số nghịch biến khi $x < 0$
- C. Với $a < 0$ hàm số nghịch biến khi $x = 0$
- D. Với $a > 0$ hàm số nghịch biến khi $x > 0$

Câu 6. Hàm số nào sau đây không phải là hàm số bậc nhất ?

A. $y = 5x$ B. $y = 2 - 3x$ C. $y = \sqrt{x} + 1$ D. $y = x + \sqrt{2}$

Câu 7. Cho số thực $a > 0$. Căn bậc hai số học của a là

A. a^2 B. $-\sqrt{a}$ C. $\pm\sqrt{a}$ D. \sqrt{a}

Câu 8. Phương trình $1 - 2x = 0$ có nghiệm là :

A. $x = 1$ B. $x = -\frac{1}{2}$ C. $x = \frac{1}{2}$ D. $x = 2$

Câu 9. Kết quả của phép tính $\left(\frac{7}{3}\right)^{14} : \left(\frac{7}{3}\right)^4$ bằng:

A. $\left(\frac{7}{3}\right)^6$ B. $\left(\frac{7}{3}\right)^{14}$ C. $\left(\frac{7}{3}\right)^{10}$ D. 1

Câu 10. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến ?

A. $y = \frac{2}{3} + 2x$ B. $y = -x + 1$ C. $y = 6 - 2(x + 1)$ D. $y = -2x + 1$

Câu 11. Cho ΔABC . Hệ thức nào sau đây chứng tỏ ΔABC vuông tại B ?

A. $AC^2 = AB^2 + BC^2$ B. $BC^2 = AB^2 - AC^2$
 C. $BC^2 = AB^2 + AC^2$ D. $AB^2 = AC^2 + BC^2$

Câu 12. Cho đường thẳng d và điểm O cách d một khoảng $5cm$. Vẽ đường tròn tâm O đường kính $10cm$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. d đi qua tâm O B. d tiếp xúc với đường tròn (O)
 C. d cắt đường tròn (O) tại hai điểm phân biệt
 D. d không cắt đường tròn (O)

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\sqrt{x-5} = 3$ là

A. $x = 11$ B. $x = 8$ C. $x = 4$ D. $x = 14$

Câu 14. Công thức tính diện tích toàn phần của hình nón có đường sinh l và bán kính đáy r là:

A. $S_{tp} = 2\pi r^2 l$ B. $S_{tp} = \pi r^2 l$ C. $S_{tp} = 2\pi r l + \pi r^2$ D. $S_{tp} = \pi r l + \pi r^2$

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = -2x + 4$. Giá trị của $f(-1)$ bằng:

A. 2 B. 7 C. 1 D. 6

Câu 16. Cho hai đường tròn ($O; 5cm$) và ($O'; 4cm$). Biết $OO' = 10cm$. Vị trí tương đối của hai đường tròn là :

A. Không cắt nhau B. Cắt nhau C. Tiếp xúc ngoài D. Tiếp xúc trong

Câu 17. Đẳng thức nào sau đây đúng ?

A. $\sin 42^\circ = \tan 48^\circ$ B. $\cos 42^\circ = \cot 48^\circ$ C. $\sin 42^\circ = \cot 48^\circ$ D. $\sin 42^\circ = \cos 48^\circ$

Câu 18. Trong một đường tròn, góc nội tiếp có số đo bằng 40° thì số đo cung bị chắn bởi góc đó bằng:

A. 80° B. 40° C. 90° D. 20°

Câu 19. Cặp số nào sau đây là một nghiệm của phương trình $2x - 3y = -5$?

A. $(-1; 1)$ B. $(3; 1)$ C. $(1; -1)$ D. $(1; 3)$

Câu 20. Số lỗi trong một bài văn của 20 học sinh được ghi lại trong bảng sau:

1	3	4	3	1	2	1	8	2	3
2	2	1	5	1	4	3	1	5	4

Mốt của dấu hiệu là :

- A.5 B.20 C.1 D.8

Câu 21. Cho tam giác ABC vuông tại A , biết $AB = 3\text{cm}$, $AC = 4\text{cm}$. Bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là:

- A. $R = \frac{7}{2}\text{cm}$ B. $R = 5\text{cm}$ C. $R = 7\text{cm}$ D. $R = \frac{5}{2}\text{cm}$

Câu 22. Giá trị của m để đường thẳng $(d): mx - y + 2m + 4 = 0$ đi qua gốc tọa độ là:

- A. $m = 2$ B. $m = \frac{1}{2}$ C. $m = -2$ D. $m = -\frac{1}{2}$

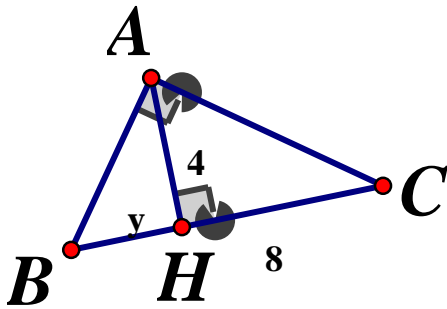
Câu 23. Các số thực x thỏa mãn $\sqrt{7x} < 14$ là:

- A. $0 \leq x \leq 28$ B. $x \leq 28$ C. $0 \leq x < 28$ D. $x < 28$

Câu 24. Điều kiện của m để đồ thị các hàm số $y = (m+1)x + 5$ và $y = (3-m)x + 2$ cắt nhau là:

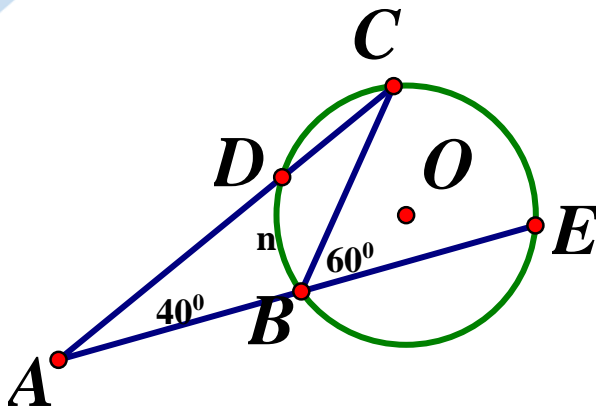
- A. $m \neq 2$ B. $m \neq 3$ C. $m \neq 1$ D. $m \neq -1$

Câu 25. Cho hình vẽ dưới, biết $AH = 4$, $CH = 8$, $BH = y$. Giá trị của y bằng



- A.2 B.3 C.4 D.1

Câu 26. Cho hình vẽ bên, số đo \widehat{BnD} là:



A. 26° B. 52° C. 40° D. 32°

Câu 27. Cho tập hợp $M = \{a; b; c; d\}$. Số tập hợp con có 3 phần tử của tập hợp M là

A. 1 B. 3 C. 2 D. 4

Câu 28. Rút gọn phân thức $M = \frac{y(2x - x^2)}{x(2y + y^2)}$ (với $x \neq 0, y \neq 0, y \neq -2$) được kết quả là :

A. $M = \frac{2 - x}{2 + y}$ B. $M = \frac{2 - x}{x(2 + y)}$ C. $M = \frac{x - 2}{2 + y}$ D. $M = \frac{1 - x}{1 - y}$

Câu 29. Trong mặt phẳng Oxy , số giao điểm của parabol $(P): y = -2x^2$ và đường thẳng $(d): y = x - 1$ là:

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 30. Cho ΔABC có $AB = AC = 15\text{cm}, BC = 10\text{cm}$. Phân giác trong của góc B cắt AC tại D. Đường vuông góc với BD tại B cắt đường thẳng AC tại E. Độ dài đoạn thẳng EC bằng:

A. 30cm B. 20cm C. 40cm D. 25cm

Câu 31. Hệ số góc a của đường thẳng $y = ax + b (a \neq 0)$ đi qua hai điểm $A(-2; 1)$ và $B(1; 7)$ là: A. $a = 1$ B. $a = -2$ C. $a = 2$ D. $a = -1$

Câu 32. Cho ΔAHB vuông tại $H, \hat{B} = 60^\circ, BH = 10\text{cm}$. Độ dài của cạnh AH là :

A. $AH = 10\sqrt{3}\text{cm}$ B. $AH = 20\text{cm}$ C. $AH = 15\sqrt{3}\text{cm}$ D. $AH = 20\sqrt{3}\text{cm}$

Câu 33. Kết quả rút gọn biểu thức $Q = \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}$ là:

A. $Q = 4$ B. $Q = 2$ C. $Q = 1$ D. $Q = 3$

Câu 34. Nghiệm của phương trình $\sqrt{2x^2 + 2} = 3x - 1$ là:

A. $x = 1$ B. $x = -1$ C. $x = -\frac{1}{7}$ D. $x = \frac{1}{7}$

Câu 35. Giá trị của x thỏa mãn $(x-1)^3 = -8$ là:

- A. -1 B. 1 C. 3 D. -3

Câu 36. Số các giá trị nguyên của x để biểu thức $T = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{2}{\sqrt{x}+2} - \frac{4\sqrt{x}}{x-4}$ nhận giá trị

nguyên là :

- A. 2 B. 1 C. 0 D. 3

Câu 37. Cho ΔABC vuông cân tại A , biết $AB = AC = 4$. Vẽ đường thẳng d qua A . Từ B và C vẽ BD và CE cùng vuông góc với d ($D, E \in d$). Khi đó $BD^2 + CE^2$ bằng

- A. $4\sqrt{2}$ B. 8 C. 16 D. 4

Câu 38. Cho ΔABC vuông tại A , biết $AB = 12(\text{cm})$ và $AC = 15\text{cm}$. Đường phân giác trong góc B cắt cạnh AC tại điểm D . Độ dài đoạn thẳng AD bằng (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

- A. 5,77cm B. 5,67cm C. 5,87cm D. 5,57cm

Câu 39. Cho đường tròn $(O; R)$ dây cung AB với $\widehat{AOB} = 120^\circ$. Hai tiếp tuyến tại A và B của đường tròn cắt nhau tại C . Diện tích tam giác ABC bằng:

- A. $\frac{3R^2\sqrt{2}}{4}$ B. $\frac{3R^2\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{R^2\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{3R^2\sqrt{3}}{4}$

Câu 40. Cho các số a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 + 14 = 2(3a + 2b + c)$. Giá trị của biểu thức $T = 2a + 3b + c$ là:

- A. $T = 14$ B. $T = 13$ C. $T = 6$ D. $T = 9$

Câu 41. Cho hai đường thẳng $(d_1): y = x + 1, (d_2): y = -x + 1$. Đường thẳng (d_1) cắt trục hoành tại điểm $A, (d_2)$ cắt trục hoành tại điểm $B, (d_1), (d_2)$ cắt nhau tại điểm C . Bán kính đường tròn nội tiếp ΔABC là (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba)

- A. 0,414(dvdd) B. 0,130(dvdd) C. 0,585(dvdd) D. 0,207(dvdd)

Câu 42. Lúc 7 giờ một người đi xe máy khởi hành từ A với vận tốc 40km/h . Sau đó, lúc 8 giờ 30 phút một người khác cũng đi xe máy từ A đuổi theo với vận tốc 60km/h . Hỏi hai người gặp nhau lúc mấy giờ ?

- A. 9 giờ 30 phút B. 10 giờ 30 phút C. 11 giờ 30 phút D. 12 giờ 30 phút

Câu 43. Biết tất cả các giá trị của m để hàm số $y = (2m^2 - 5m + 2)x^2$ (với

$2m^2 - 5m + 2 \neq 0$) đạt giá trị lớn nhất tại $x = 0$ thỏa mãn $a < m < b$. Giá trị của biểu thức $T = 2a + 4b - 3$ bằng:

- A. 7 B. 6 C. 5 D. 4

Câu 44. Cho hình thang $ABCD$ ($AD // BC$) có hai đường chéo cắt nhau tại O . Biết

$S_{BOC} = 144\text{cm}^2$, $S_{AOD} = 196\text{cm}^2$. Diện tích S của tam giác AOB là:

A. $S = 156\text{cm}^2$ B. $S = 168\text{cm}^2$ C. $S = 184\text{cm}^2$ D. $S = 170\text{cm}^2$

Câu 45. Tổng tất cả các số nguyên dương n thỏa mãn bất đẳng thức $\frac{1}{59049} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^n < 9$ là:

A. 45 B. 42 C. 55 D. 52

Câu 46. Số dư trong phép chia $A = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2020}$ cho 6 là :

A. 0 B. 4 C. 5 D. 2

Câu 47. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \sqrt{\left(x^2 + \frac{4}{x^2}\right)^2 - 8\left(x + \frac{2}{x}\right)^2} + 50$ là:

A. 2 B. $\sqrt{50}$ C. $\sqrt{2}$ D. 50

Câu 48. Số các giá trị nguyên của m để đường thẳng $y = 2(m+1)x - 5$ không có điểm chung với đồ thị hàm số $y = 20x^2$ là:

A. 19 B. 18 C. 20 D. 21

Câu 49. Tổng các bình phương tất cả các giá trị của m để hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x + y = 5m - 2 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$$
 có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn $x^2 - 3y^2 = 22$ là:

A. 52 B. 58 C. 60 D. 56

Câu 50. Cho tam giác vuông ABC nội tiếp một đường tròn đường kính 41cm và ngoại tiếp một đường tròn có đường kính 14cm . Diện tích tam giác ABC bằng:

A. 336cm^2 B. 334cm^2 C. 332cm^2 D. 338cm^2

ĐÁP ÁN

1D	2D	3C	4B	5B	6C	7B	8B	9C	10A
11A	12C	13D	14C	15D	16A	17D	18A	19A	20C
21D	22C	23D	24C	25A	26C	27B	28A	29C	30D
31C	32A	33C	34A	35A	36A	37D	38A	39D	40B
41A	42C	43C	44B	45D	46D	47C	48D	49B	50A