

## TÀI LIỆU DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH KHÁ MỨC 7-8 ĐIỂM

**Dạng 1. Tích phân cơ bản có điều kiện**

**1. Định nghĩa:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $K$ ;  $a, b$  là hai phần tử bất kì thuộc  $K$ ,  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $K$ . Hiệu số  $F(b) - F(a)$  gọi là tích phân của của  $f(x)$  từ  $a$  đến  $b$  và được kí hiệu:  $\int_a^b f(x)dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$ .

**2. Các tính chất của tích phân:**

$+\int_a^a f(x)dx = 0$	$+\int_a^b [f(x) \pm g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$
$+\int_b^a f(x)dx = -\int_a^b f(x)dx$	$+\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$
$+\int_a^b k \cdot f(x)dx = k \cdot \int_a^b f(x)dx$	$+ \text{Nếu } f(x) \geq g(x) \forall x \in [a; b] \text{ thì } \int_a^b f(x)dx \geq \int_a^b g(x)dx.$

**Bảng nguyên hàm của một số hàm thường gặp**

$\int x^\alpha \cdot dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$	$\int (ax+b)^\alpha dx = \frac{1}{a} \cdot \frac{(ax+b)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$
$\int \frac{1}{x} dx = \ln x  + C$	$\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \cdot \ln ax+b  + C$
$\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C$	$\int \frac{1}{(ax+b)^2} dx = -\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{ax+b} + C$
$\int \sin x \cdot dx = -\cos x + C$	$\int \sin(ax+b) \cdot dx = -\frac{1}{a} \cdot \cos(ax+b) + C$
$\int \cos x \cdot dx = \sin x + C$	$\int \cos(ax+b) \cdot dx = \frac{1}{a} \cdot \sin(ax+b) + C$
$\int \frac{1}{\sin^2 x} \cdot dx = -\cot x + C$	$\int \frac{1}{\sin^2(ax+b)} \cdot dx = -\frac{1}{a} \cdot \cot(ax+b) + C$
$\int \frac{1}{\cos^2 x} \cdot dx = \tan x + C$	$\int \frac{1}{\cos^2(ax+b)} \cdot dx = \frac{1}{a} \cdot \tan(ax+b) + C$
$\int e^x \cdot dx = e^x + C$	$\int e^{ax+b} \cdot dx = \frac{1}{a} \cdot e^{ax+b} + C$
$\int a^x \cdot dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left  \frac{x-a}{x+a} \right  + C$

☞ **Nhận xét.** Khi thay  $x$  bằng  $(ax+b)$  thì lấy nguyên hàm nhân kết quả thêm  $\frac{1}{a}$ .

**Câu 1.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) = \frac{2}{x+2}$ . Biết  $F(-1) = 0$ . Tính  $F(2)$  kết quả là.

- A.  $\ln 8 + 1$ .                      B.  $4 \ln 2 + 1$ .                      C.  $2 \ln 3 + 2$ .                      D.  $2 \ln 4$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x)$ . Biết  $f(0) = 4$  và  $f'(x) = 2 \sin^2 x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$ , khi đó  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$  bằng

- A.  $\frac{\pi^2+16\pi-4}{16}$ .                      B.  $\frac{\pi^2-4}{16}$ .                      C.  $\frac{\pi^2+15\pi}{16}$ .                      D.  $\frac{\pi^2+16\pi-16}{16}$ .

**Câu 3.** Cho hàm số  $f(x)$ . Biết  $f(0) = 4$  và  $f'(x) = 2 \sin^2 x + 3, \forall x \in \mathbb{R}$ , khi đó  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$  bằng

- A.  $\frac{\pi^2-2}{8}$ .                      B.  $\frac{\pi^2+8\pi-8}{8}$ .                      C.  $\frac{\pi^2+8\pi-2}{8}$ .                      D.  $\frac{3\pi^2+2\pi-3}{8}$ .

**Câu 4.** Cho hàm số  $f(x)$ . Biết  $f(0) = 4$  và  $f'(x) = 2 \cos^2 x + 3, \forall x \in \mathbb{R}$ , khi đó  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$  bằng?

- A.  $\frac{\pi^2+8\pi+8}{8}$ .                      B.  $\frac{\pi^2+8\pi+2}{8}$ .                      C.  $\frac{\pi^2+6\pi+8}{8}$ .                      D.  $\frac{\pi^2+2}{8}$ .

- Câu 5.** Biết rằng hàm số  $f(x) = mx + n$  thỏa mãn  $\int_0^1 f(x) dx = 3$ ,  $\int_0^2 f(x) dx = 8$ . Khẳng định nào dưới đây là đúng?  
 A.  $m + n = 4$ .      B.  $m + n = -4$ .      C.  $m + n = 2$ .      D.  $m + n = -2$ .
- Câu 6.** Biết rằng hàm số  $f(x) = ax^2 + bx + c$  thỏa mãn  $\int_0^1 f(x) dx = -\frac{7}{2}$ ,  $\int_0^2 f(x) dx = -2$  và  
 A.  $-\frac{3}{4}$ .      B.  $-\frac{4}{3}$ .      C.  $\frac{4}{3}$ .      D.  $\frac{3}{4}$ .
- Câu 7.** Có hai giá trị của số thực  $a$  là  $a_1, a_2$  ( $0 < a_1 < a_2$ ) thỏa mãn  $\int_1^a (2x - 3) dx = 0$ . Hãy tính  $T = 3^{a_1} + 3^{a_2} + \log_2 \left(\frac{a_2}{a_1}\right)$ .  
 A.  $T = 26$ .      B.  $T = 12$ .      C.  $T = 13$ .      D.  $T = 28$ .
- Câu 8.** Cho  $\int_0^m (3x^2 - 2x + 1) dx = 6$ . Giá trị của tham số  $m$  thuộc khoảng nào sau đây?  
 A.  $(-1; 2)$ .      B.  $(-\infty; 0)$ .      C.  $(0; 4)$ .      D.  $(-3; 1)$ .
- Câu 9.** Cho  $I = \int_0^1 (4x - 2m^2) dx$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để  $I + 6 > 0$ ?  
 A. 1.      B. 5.      C. 2.      D. 3.
- Câu 10.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của  $a$  để  $\int_0^a (2x - 3) dx \leq 4$ ?  
 A. 5.      B. 6.      C. 4.      D. 3.
- Câu 11.** Có bao nhiêu số thực  $b$  thuộc khoảng  $(\pi; 3\pi)$  sao cho  $\int_{\pi}^b 4 \cos 2x dx = 1$ ?  
 A. 8.      B. 2.      C. 4.      D. 6.
- Câu 12.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$  thỏa mãn  $f'(x) = \frac{4}{x^2-4}$ ,  $f(-3) + f(3) = f(-1) + f(1) = 2$ . Giá trị biểu thức  $f(-4) + f(0) + f(4)$  bằng  
 A. 4.      B. 1.      C. 2.      D. 3.
- Câu 13.** Biết  $\int_1^4 \sqrt{\frac{1}{4x} + \frac{\sqrt{x+e^x}}{\sqrt{x}e^{2x}}} dx = a + e^b - e^c$  với  $a, b, c$  là các số nguyên. Tính  $T = a + b + c$   
 A.  $T = -3$ .      B.  $T = 3$ .      C.  $T = -4$ .      D.  $T = -5$ .
- Câu 14.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  thỏa mãn  $f'(x) = \frac{x+1}{x^2}$ ,  $f(-2) = \frac{3}{2}$  và  $f(2) = 2 \ln 2 - \frac{3}{2}$ . Giá trị của biểu thức  $f(-1) + f(4)$  bằng  
 A.  $\frac{6 \ln 2 - 3}{4}$ .      B.  $\frac{6 \ln 2 + 3}{4}$ .      C.  $\frac{8 \ln 2 + 3}{4}$ .      D.  $\frac{8 \ln 2 - 3}{4}$ .
- Câu 15.** Cho hàm số  $f(x)$  có  $f(0) = 4$  và  $f'(x) = 2 \cos^2 x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$  Khi đó  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$  bằng.  
 A.  $\frac{\pi^2 + 16\pi + 16}{16}$ .      B.  $\frac{\pi^2 + 4}{16}$ .      C.  $\frac{\pi^2 + 14\pi}{16}$ .      D.  $\frac{\pi^2 + 16\pi + 4}{16}$ .
- Câu 16.** Cho hàm số  $f(x)$  có  $f(0) = 0$  và  $f'(x) = \sin^4 x, \forall x \in \mathbb{R}$ . Tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$  bằng  
 A.  $\frac{\pi^2 - 6}{18}$ .      B.  $\frac{\pi^2 - 3}{32}$ .      C.  $\frac{3\pi^2 - 16}{64}$ .      D.  $\frac{3\pi^2 - 6}{112}$ .

### Dạng 2. Tích phân hàm số hữu tỷ

Tính  $I = \int_a^b \frac{P(x)}{Q(x)} dx$  với  $P(x)$  và  $Q(x)$  là các đa thức không chứa căn.

- Nếu bậc của tử  $P(x) \geq$  bậc mẫu  $Q(x) \xrightarrow{PP}$  chia đa thức.
- Nếu bậc của tử  $P(x) <$  bậc mẫu  $Q(x)$  mà mẫu số **phân tích được thành tích số**  $\xrightarrow{PP}$  đồng nhất thức để đưa thành tổng của các phân số.  
 Một số trường hợp đồng nhất thức thường gặp:





**Các bước tính tích phân đổi biến số**

- **Bước 1.** Biến đổi để chọn phép đặt  $t = u(x) \Rightarrow dt = u'(x) \cdot dx$  (quan trọng)
- **Bước 2.** Đổi cận:  $\begin{cases} x = b \\ x = a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = u(b) \\ t = u(a) \end{cases}$  (nhớ: **đổi biến phải đổi cận**)
- **Bước 3.** Đưa về dạng  $I = \int_{u(a)}^{u(b)} f(t) \cdot dt$  đơn giản hơn và dễ tính toán.

**Một số phương pháp đổi biến số thường gặp**

**Đổi biến dạng 1.** 
$$I = \int_a^b \frac{f(x)}{g(x)} \cdot dx = \underbrace{\int_a^b h(x) \cdot dx}_{I_1} + \underbrace{\int_a^b f(g(x)) \cdot \frac{g'(x)}{g(x)} \cdot dx}_{I_2}$$
 với

**Đổi biến dạng 2.**

Nghĩa là nếu gặp tích phân **chứa căn thức** thì có khoảng 80% sẽ đặt  $t =$  căn trừ một số trường hợp ngoại lệ sau:

1/  $I_1 = \int f(\sqrt{a^2 - x^2}) \cdot x^{\text{chẵn}} \cdot dx \rightarrow$  đặt  $x = a \cdot \sin t$  hoặc  $x = a \cdot \cos t$ .

$$(\text{xuất phát từ công thức } \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \begin{cases} \cos^2 x = 1 - \sin^2 x \\ \sin^2 x = 1 - \cos^2 x \end{cases})$$

2/  $I_2 = \int f(\sqrt{x^2 + a^2}) \cdot x^{\text{chẵn}} \cdot dx \rightarrow$  đặt  $x = a \cdot \tan t$  hoặc  $x = a \cdot \cot t$ .

$$(\text{mẫu chốt xuất phát từ công thức } \tan^2 x + 1 = \frac{1}{\cos^2 x})$$

3/  $I_3 = \int f(\sqrt{x^2 - a^2}) \cdot x^{\text{chẵn}} \cdot dx \rightarrow$  đặt  $x = \frac{a}{\sin t}$  hoặc  $x = \frac{a}{\cos t}$ .

4/  $I_4 = \int f\left(\sqrt{\frac{a \pm x}{a \mp x}}\right) dx \rightarrow$  đặt  $x = a \cdot \cos 2t$ .

5/  $I_5 = \int \frac{dx}{(a + bx^n) \sqrt[n]{a + bx^n}} \rightarrow$  đặt  $x = \frac{1}{t}$ .

6/  $I_6 = \int R[\sqrt[s_1]{ax+b}, \dots, \sqrt[s_k]{ax+b}] \cdot dx \rightarrow$  đặt  $t^n = ax + b$ .

(trong đó  $n$  là bội số chung nhỏ nhất của  $\{s_1; s_2; \dots; s_k\}$ )

7/  $I_7 = \int \frac{dx}{\sqrt{(ax+b)(cx+d)}} \rightarrow$  đặt  $t = \sqrt{ax+b} + \sqrt{cx+d}$ .

**Đổi biến dạng 3.** 
$$\int f(\ln x) \cdot \frac{1}{x} \cdot dx \rightarrow t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} \cdot dx$$

**Đổi biến dạng 4.** 
$$\int f(\sin x) \cdot \cos x \cdot dx \rightarrow t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x \cdot dx$$

**Đổi biến dạng 5.** 
$$\int f(\cos x) \cdot \sin x \cdot dx \rightarrow t = \cos x \Rightarrow dt = -\sin x \cdot dx$$

**Đổi biến dạng 6.**  $\int f(\tan x) \cdot \frac{1}{\cos^2 x} dx \rightarrow t = \tan x \Rightarrow dt = \frac{dx}{\cos^2 x}$

**Đổi biến dạng 7.**  $\int f(\cot x) \cdot \frac{1}{\sin^2 x} dx \rightarrow t = \cot x \Rightarrow dt = -\frac{dx}{\sin^2 x}$

**Đổi biến dạng 8.**  $\begin{cases} \int f(\sin x + \cos x) \cdot (\sin x - \cos x) dx \\ \int f(\sin x - \cos x) \cdot (\sin x + \cos x) dx \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t = \sin x + \cos x \\ t = \sin x - \cos x \end{cases}$

**Đổi biến dạng 9.**  $\begin{cases} \int f(ax^2 + b)^n \cdot x dx \rightarrow t = ax^2 + b \Rightarrow dt = 2ax dx \\ \int f(ax + b)^n \cdot x dx \rightarrow t = ax + b \Rightarrow dt = a dx \end{cases}$

**Câu 1.** Cho  $\int_0^1 \frac{x dx}{(x+2)^2} = a + b \ln 2 + c \ln 3$  với  $a, b, c$  là các số hữu tỷ. Giá trị của  $3a + b + c$  bằng

- A. 2                                      B. 1                                      C. -2                                      D. -1

**Câu 2.** Tính  $K = \int_2^3 \frac{x}{x^2-1} dx$  bằng

- A.  $K = \ln 2$ .                              B.  $K = \frac{1}{2} \ln \frac{8}{3}$ .                              C.  $K = 2 \ln 2$ .                              D.  $K = \ln \frac{8}{3}$ .

**Câu 3.** Cho tích phân  $I = \int_0^1 \frac{x^7}{(1+x^2)^5} dx$ , giả sử đặt  $t = 1 + x^2$ . Tìm mệnh đề đúng.

- A.  $I = \frac{1}{2} \int_1^2 \frac{(t-1)^3}{t^5} dt$ .                              B.  $I = \int_1^3 \frac{(t-1)^3}{t^5} dt$ .                              C.  $I = \frac{1}{2} \int_1^2 \frac{(t-1)^3}{t^4} dt$ .                              D.  $I = \frac{3}{2} \int_1^4 \frac{(t-1)^3}{t^4} dt$ .

**Câu 4.** Có bao nhiêu số thực  $a$  để  $\int_0^1 \frac{x}{a+x^2} dx = 1$ .

- A. 2                                      B. 1                                      C. 0                                      D. 3

**Câu 5.** Cho hàm số  $f(x)$  có  $f(1) = 0$  và  $f'(x) = 2019 \cdot 2020 \cdot x(x-1)^{2018}$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Khi đó  $\int_0^1 f(x) dx$  bằng

- A.  $\frac{2}{2021}$ .                                      B.  $\frac{1}{1011}$ .                                      C.  $-\frac{2}{2021}$ .                                      D.  $-\frac{1}{1011}$ .

**Câu 6.** Cho  $\int_0^1 \frac{x dx}{(x+2)^2} = a + b \ln 2 + c \ln 3$  với  $a, b, c$  là các số hữu tỷ. Giá trị của  $3a + b + c$  bằng

- A. -2                                      B. -1                                      C. 2                                      D. 1

**Câu 7.** Cho  $\int 2x(3x-2)^6 dx = A(3x-2)^8 + B(3x-2)^7 + C$  với  $A, B, C \in \mathbb{R}$ . Tính giá trị của biểu thức  $12A + 7B$ .

- A.  $\frac{23}{252}$                                       B.  $\frac{241}{252}$                                       C.  $\frac{52}{9}$                                       D.  $\frac{7}{9}$

**Câu 8.** Biết  $\int_0^1 \frac{2x^2+3x+3}{x^2+2x+1} dx = a - \ln b$  với  $a, b$  là các số nguyên dương. Tính  $P = a^2 + b^2$ .

- A. 13.                                      B. 5.                                      C. 4.                                      D. 10.

**Câu 9.** Cho  $\int_1^2 e^{3x-1} dx = m(e^p - e^q)$  với  $m, p, q \in \mathbb{Q}$  và là các phân số tối giản. Giá trị  $m + p + q$  bằng

- A. 10.                                      B. 6.                                      C.  $\frac{22}{3}$ .                                      D. 8.

**Câu 10.** Biết rằng  $\int_0^1 x e^{x^2+2} dx = \frac{a}{2}(e^b - e^c)$  với  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ . Giá trị của  $a + b + c$  bằng

- A. 4.                                      B. 7.                                      C. 5.                                      D. 6.

**Câu 11.** Biết  $\int_1^e \frac{x+1}{x^2+x \ln x} dx = \ln(ae + b)$  với  $a, b$  là các số nguyên dương. Tính giá trị của biểu thức  $T = a^2 - ab + b^2$ .

- A. 3.                                      B. 1.                                      C. 0.                                      D. 8.

- Câu 12.** Biết  $\int_1^2 (x+1)^2 e^{x-\frac{1}{x}} dx = me^{\frac{p}{q}} - n$ , trong đó  $m, n, p, q$  là các số nguyên dương và  $\frac{p}{q}$  là phân số tối giản. Tính  $T = m + n + p + q$ .  
**A.**  $T = 11$ .                      **B.**  $T = 10$ .                      **C.**  $T = 7$ .                      **D.**  $T = 8$ .
- Câu 13.** Số điểm cực trị của hàm số  $f(x) = \int_{2x}^{x^2} \frac{2tdt}{1+t^2}$  là  
**A.** 0                      **B.** 1                      **C.** 2                      **D.** 3
- Câu 14.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  đồng thời thỏa mãn  $f(0) = f(1) = 5$ . Tính tích phân  $I = \int_0^1 f'(x)e^{f(x)} dx$ .  
**A.**  $I = 10$                       **B.**  $I = -5$                       **C.**  $I = 0$                       **D.**  $I = 5$
- Câu 15.** Cho hàm số  $f(x)$  có  $f(3) = 3$  và  $f'(x) = \frac{x}{x+1-\sqrt{x+1}}, \forall x > 0$ . Khi đó  $\int_3^8 f(x) dx$  bằng  
**A.** 7.                      **B.**  $\frac{197}{6}$ .                      **C.**  $\frac{29}{2}$ .                      **D.**  $\frac{181}{6}$ .
- Câu 16.** Cho  $\int_5^{21} \frac{dx}{x\sqrt{x+4}} = a \ln 3 + b \ln 5 + c \ln 7$ , với  $a, b, c$  là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào sau đây đúng?  
**A.**  $a - b = -2c$                       **B.**  $a + b = -2c$                       **C.**  $a + b = c$                       **D.**  $a - b = -c$
- Câu 17.** Cho  $\int_{16}^{55} \frac{dx}{x\sqrt{x+9}} = a \ln 2 + b \ln 5 + c \ln 11$ , với  $a, b, c$  là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?  
**A.**  $a + b = 3c$                       **B.**  $a - b = -3c$                       **C.**  $a - b = -c$                       **D.**  $a + b = c$
- Câu 18.** Tính tích phân  $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2 - 1} dx$  bằng cách đặt  $u = x^2 - 1$ , mệnh đề nào dưới đây đúng?  
**A.**  $I = \int_0^3 \sqrt{u} du$                       **B.**  $I = \frac{1}{2} \int_1^2 \sqrt{u} du$                       **C.**  $I = 2 \int_0^3 \sqrt{u} du$                       **D.**  $I = \int_1^2 \sqrt{u} du$
- Câu 19.** Giả sử tích phân  $I = \int_1^5 \frac{1}{1+\sqrt{3x+1}} dx = a + b \ln 3 + c \ln 5$ . Lúc đó  
**A.**  $a + b + c = \frac{5}{3}$ .                      **B.**  $a + b + c = \frac{4}{3}$ .                      **C.**  $a + b + c = \frac{7}{3}$ .                      **D.**  $a + b + c = \frac{8}{3}$ .
- Câu 20.** Cho hàm số  $f(x)$  có  $f(2) = 0$  và  $f'(x) = \frac{x+7}{\sqrt{2x-3}}, \forall x \in (\frac{3}{2}; +\infty)$ . Biết rằng  $\int_4^7 f(\frac{x}{2}) dx = \frac{a}{b}$  ( $a, b \in \mathbb{Z}, b > 0, \frac{a}{b}$  là phân số tối giản). Khi đó  $a + b$  bằng  
**A.** 250.                      **B.** 251.                      **C.** 133.                      **D.** 221.
- Câu 21.** Biết tích phân  $\int_0^{\ln 6} \frac{e^x}{1+\sqrt{e^x+3}} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$ , với  $a, b, c$  là các số nguyên. Tính  $T = a + b + c$ .  
**A.**  $T = -1$ .                      **B.**  $T = 0$ .                      **C.**  $T = 2$ .                      **D.**  $T = 1$ .
- Câu 22.** Tích phân  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{3x+1}}$  bằng  
**A.**  $\frac{4}{3}$ .                      **B.**  $\frac{3}{2}$ .                      **C.**  $\frac{1}{3}$ .                      **D.**  $\frac{2}{3}$ .
- Câu 23.** Biết  $\int_1^2 \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x+x\sqrt{x+1}}} = \sqrt{a} - \sqrt{b} - c$  với  $a, b, c$  là các số nguyên dương. Tính  $P = a + b + c$   
**A.**  $P = 18$                       **B.**  $P = 46$                       **C.**  $P = 24$                       **D.**  $P = 12$
- Câu 24.** Biết  $\int_1^e \frac{\ln x}{x\sqrt{1+\ln x}} dx = a + b\sqrt{2}$  với  $a, b$  là các số hữu tỷ. Tính  $S = a + b$ .  
**A.**  $S = 1$ .                      **B.**  $S = \frac{1}{2}$ .                      **C.**  $S = \frac{3}{4}$ .                      **D.**  $S = \frac{2}{3}$ .
- Câu 25.** Cho tích phân  $I = \int_0^{2\sqrt{2}} \sqrt{16 - x^2} dx$  và  $x = 4 \sin t$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?  
**A.**  $I = 8 \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 + \cos 2t) dt$ . **B.**  $I = 16 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 t dt$ . **C.**  $I = 8 \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 - \cos 2t) dt$ . **D.**  $I = -16 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 t dt$ .

- Câu 26.** Biết  $\int_1^5 \frac{1}{1+\sqrt{3x+1}} dx = a + b \ln 3 + c \ln 5$  ( $a, b, c \in \mathbb{Q}$ ). Giá trị của  $a + b + c$  bằng  
**A.**  $\frac{7}{3}$ . **B.**  $\frac{5}{3}$ . **C.**  $\frac{8}{3}$ . **D.**  $\frac{4}{3}$ .
- Câu 27.** Cho  $\int_{\frac{1}{2}}^1 \sqrt{\frac{x}{x^3+1}} dx = \frac{1}{a} \ln \left( \frac{b}{c} + \sqrt{d} \right)$ , với  $a, b, c, d$  là các số nguyên dương và  $\frac{b}{c}$  tối giản. Giá trị của  $a + b + c + d$  bằng  
**A.** 12 **B.** 10 **C.** 18 **D.** 15
- Câu 28.** Cho biết  $\int_0^{\sqrt{7}} \frac{x^3}{\sqrt[3]{1+x^2}} dx = \frac{m}{n}$  với  $\frac{m}{n}$  là một phân số tối giản. Tính  $m - 7n$   
**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 91.
- Câu 29.** Biết rằng  $\int_0^1 \frac{dx}{3x+5\sqrt{3x+1}+7} = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$ , với  $a, b, c$  là các số hữu tỉ. Giá trị của  $a + b + c$  bằng  
**A.**  $-\frac{10}{3}$  **B.**  $-\frac{5}{3}$  **C.**  $\frac{10}{3}$  **D.**  $\frac{5}{3}$
- Câu 30.** Biết  $\int_1^e \frac{\ln x}{x\sqrt{1+\ln x}} dx = a + b\sqrt{2}$  với  $a, b$  là các số hữu tỷ. Tính  $S = a + b$ .  
**A.**  $S = 1$ . **B.**  $S = \frac{1}{2}$ . **C.**  $S = \frac{3}{4}$ . **D.**  $S = \frac{2}{3}$ .
- Câu 31.** Cho  $\int_0^3 \frac{x}{4+2\sqrt{x+1}} dx = \frac{a}{3} + b \ln 2 + c \ln 3$  với  $a, b, c$  là các số nguyên. Giá trị  $a + b + c$  bằng:  
**A.** 9 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 7
- Câu 32.** Cho  $I = \int_0^3 \frac{x}{4+2\sqrt{x+1}} dx = \frac{a}{d} + b \ln 2 + c \ln d$ , với  $a, b, c, d$  là các số nguyên và  $\frac{a}{d}$  là phân số tối giản. Giá trị của  $a + b + c + d$  bằng  
**A.** 16. **B.** 4. **C.** 28. **D.** -2.
- Câu 33.** Tính  $I = \int_0^a \frac{x^3+x}{\sqrt{x^2+1}} dx$ .  
**A.**  $I = (a^2 + 1)\sqrt{a^2 + 1} - 1$ . **B.**  $I = \frac{1}{3}[(a^2 + 1)\sqrt{a^2 + 1} - 1]$ .  
**C.**  $I = \frac{1}{3}[(a^2 + 1)\sqrt{a^2 + 1} + 1]$ . **D.**  $I = (a^2 + 1)\sqrt{a^2 + 1} + 1$ .
- Câu 34.** Giá trị của tích phân  $\int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{x}{1-x}} dx$  bằng tích phân nào dưới đây?  
**A.**  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} 2 \sin^2 y dy$ . **B.**  $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\sin^2 x}{\cos x} dx$ . **C.**  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^2 y}{\cos y} dy$ . **D.**  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin^2 y dy$ .
- Câu 35.** Biết  $\int_{\sqrt{3}}^{2\sqrt{2}} \frac{x}{\sqrt{x^2+1+x^2-1}} dx = \frac{b}{a} \ln 5 - c \ln 2$  với  $a, b, c$  là các số nguyên và phân số  $\frac{a}{b}$  là tối giản. Tính  $P = 3a + 2b + c$ .  
**A.** 11. **B.** 12. **C.** 14. **D.** 13.
- Câu 36.** Cho tích phân  $\int_1^4 \frac{\sqrt{25-x^2}}{x} dx = a + b\sqrt{6} + c \ln \left( \frac{5\sqrt{6}+12}{5\sqrt{6}-12} \right) + d \ln 2$  với  $a, b, c, d$  là các số hữu tỉ. Tính tổng  $a + b + c + d$ .  
**A.**  $-\frac{1}{3}$ . **B.**  $-\frac{3}{25}$ . **C.**  $-\frac{3}{2}$ . **D.**  $-\frac{3}{20}$ .
- Câu 37.** Cho tích phân  $I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$  nếu đổi biến số  $x = 2 \sin t, t \in \left( -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right)$  thì ta được.  
**A.**  $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} dt$ . **B.**  $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} dt$ . **C.**  $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} t dt$ . **D.**  $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{dt}{t}$ .
- Câu 38.** Biết  $\int_0^1 \frac{x^3}{x+\sqrt{1+x^2}} dx = \frac{a\sqrt{b}+c}{15}$  với  $a, b, c$  là các số nguyên và  $b \geq 0$ . Tính  $P = a + b^2 - c$ .  
**A.**  $P = 3$ . **B.**  $P = 7$ . **C.**  $P = -7$ . **D.**  $P = 5$ .



- Câu 39.** Cho  $n$  là số nguyên dương khác 0, hãy tính tích phân  $I = \int_0^1 (1-x^2)^n x dx$  theo  $n$ .  
**A.**  $I = \frac{1}{2n+2}$ .      **B.**  $I = \frac{1}{2n}$ .      **C.**  $I = \frac{1}{2n-1}$ .      **D.**  $I = \frac{1}{2n+1}$ .
- Câu 40.** Giả sử  $I = \int_1^{64} \frac{dx}{\sqrt{x+3}\sqrt{x}} = a \ln \frac{2}{3} + b$  với  $a, b$  là số nguyên. Khi đó giá trị  $a - b$  là  
**A.**  $-17$ .      **B.**  $5$ .      **C.**  $-5$ .      **D.**  $17$ .
- Câu 41.** Cho hàm số  $f(x)$  có  $f(\sqrt{2}) = -2$  và  $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{6-x^2}}, \forall x \in (-\sqrt{6}; \sqrt{6})$ . Khi đó  $\int_0^{\sqrt{3}} f(x) \cdot dx$  bằng  
**A.**  $-\frac{3\pi}{4}$ .      **B.**  $\frac{3\pi+6}{4}$ .      **C.**  $\frac{\pi+2}{4}$ .      **D.**  $-\frac{3\pi+6}{4}$ .
- Câu 42.** Biết  $\int_1^2 \frac{x}{3x+\sqrt{9x^2-1}} dx = a + b\sqrt{2} + c\sqrt{35}$  với  $a, b, c$  là các số hữu tỷ, tính  $P = a + 2b + c - 7$ .  
**A.**  $-\frac{1}{9}$ .      **B.**  $\frac{86}{27}$ .      **C.**  $-2$ .      **D.**  $\frac{67}{27}$ .
- Câu 43.** Biết  $\int_1^2 \frac{dx}{x\sqrt{x+1}+(x+1)\sqrt{x}} = \sqrt{a} - \sqrt{b} - \sqrt{c}$  với  $a, b, c$  là các số nguyên dương. Tính  $P = a + b + c$ .  
**A.**  $P = 44$ .      **B.**  $P = 42$ .      **C.**  $P = 46$ .      **D.**  $P = 48$ .
- Câu 44.** Biết  $\int_0^4 \frac{\sqrt{2x+1} dx}{2x+3\sqrt{2x+1}+3} = a + b \ln 2 + c \ln \frac{5}{3}$  ( $a, b, c \in \mathbb{Z}$ ). Tính  $T = 2a + b + c$ .  
**A.**  $T = 4$ .      **B.**  $T = 2$ .      **C.**  $T = 1$ .      **D.**  $T = 3$ .
- Câu 45.** Cho hàm số  $f(x)$  có  $f(0) = 0$  và  $f'(x) = \cos x \cos^2 2x, \forall x \in \mathbb{R}$ . Khi đó  $\int_0^\pi f(x) dx$  bằng  
**A.**  $\frac{1042}{225}$ .      **B.**  $\frac{208}{225}$ .      **C.**  $\frac{242}{225}$ .      **D.**  $\frac{149}{225}$ .
- Câu 46.** Cho  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin^2 x - 5 \sin x + 6} dx = a \ln \frac{4}{b}$ . Giá trị của  $a + b$  bằng  
**A.**  $0$ .      **B.**  $1$ .      **C.**  $4$ .      **D.**  $3$ .
- Câu 47.** Tính tích phân  $I = \int_0^\pi \cos^3 x \cdot \sin x dx$ .  
**A.**  $I = -\frac{1}{4}$       **B.**  $I = -\frac{1}{4} \pi^4$       **C.**  $I = -\pi^4$       **D.**  $I = 0$
- Câu 48.** [2D3-0.0-3] Cho  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin^2 x - 5 \sin x + 6} dx = a \ln \frac{4}{c} + b$ , tính tổng  $S = a + b + c$   
**A.**  $S = 1$ .      **B.**  $S = 4$ .      **C.**  $S = 3$ .      **D.**  $S = 0$ .
- Câu 49.** Cho tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{2 + \cos x} \cdot \sin x dx$ . Nếu đặt  $t = 2 + \cos x$  thì kết quả nào sau đây đúng?  
**A.**  $I = \int_3^2 \sqrt{t} dt$ .      **B.**  $I = \int_2^3 \sqrt{t} dt$ .      **C.**  $I = 2 \int_3^2 \sqrt{t} dt$ .      **D.**  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{t} dt$ .
- Câu 50.** Tính tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^2 x}{\cos^4 x} dx$  bằng cách đặt  $u = \tan x$ , mệnh đề nào dưới đây đúng?  
**A.**  $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} u^2 du$ .      **B.**  $I = \int_0^2 \frac{1}{u^2} du$ .      **C.**  $I = -\int_0^1 u^2 du$ .      **D.**  $I = \int_0^1 u^2 du$ .
- Câu 51.** Tính tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\cos^3 x} dx$ .  
**A.**  $I = \frac{5}{2}$ .      **B.**  $I = \frac{3}{2}$ .      **C.**  $I = \frac{\pi}{3} + \frac{9}{20}$ .      **D.**  $I = \frac{9}{4}$ .
- Câu 52.** Cho tích phân  $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\cos x + 2} dx = a \ln 5 + b \ln 2$  với  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?  
**A.**  $2a + b = 0$ .      **B.**  $a - 2b = 0$ .      **C.**  $2a - b = 0$ .      **D.**  $a + 2b = 0$ .
- Câu 53.** Có bao nhiêu số  $a \in (0; 20\pi)$  sao cho  $\int_0^a \sin^5 x \sin 2x dx = \frac{2}{7}$ .

A. 10.

B. 9.

C. 20.

D. 19.

**Câu 54.** Biết  $F(x)$  nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{\sin 2x + \cos x}{\sqrt{1 + \sin x}}$  và  $F(0) = 2$ . Tính  $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$

A.  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{2\sqrt{2}-8}{3}$

B.  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{2\sqrt{2}+8}{3}$

C.  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{4\sqrt{2}-8}{3}$

D.  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{4\sqrt{2}+8}{3}$

**Câu 55.** Biết  $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{dx}{1 + \sin x} = \frac{a\sqrt{3} + b}{c}$ , với  $a, b \in \mathbb{Z}, c \in \mathbb{Z}^+$  và  $a, b, c$  là các số nguyên tố cùng nhau. Giá trị của tổng  $a + b + c$  bằng

A. 5.

B. 12.

C. 7.

D. -1.

**Câu 56.** Cho tích phân số  $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\cos x + 2} dx = a \ln 5 + b \ln 2$  với  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $2a + b = 0$ .

B.  $a - 2b = 0$ .

C.  $2a - b = 0$ .

D.  $a + 2b = 0$ .

**Câu 57.** Cho  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{(\cos x)^2 - 5 \cos x + 6} dx = a \ln \frac{4}{c} + b$ , với  $a, b$  là các số hữu tỉ,  $c > 0$ . Tính tổng  $m$ .

A.  $S = 3$ .

B.  $S = 0$ .

C.  $S = 1$ .

D.  $S = 4$ .

**Câu 58.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $f(0) = 1$  và  $f'(x) = \tan^3 x + \tan x, \forall x \in \mathbb{R}$ . Biết  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx = \frac{a+\pi}{b}; a, b \in \mathbb{Q}$ , khi đó  $b - a$  bằng

A. 4.

B. 12.

C. 0.

D. -4.

**Câu 59.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $f(0) = 0$  và  $f'(x) = \sin^8 x - \cos^8 x - 4 \sin^6 x, \forall x \in \mathbb{R}$ . Tính  $I = \int_0^{\pi} 16f(x) dx$ .

A.  $I = 10\pi^2$ .

B.  $I = 160\pi$ .

C.  $I = 16\pi^2$ .

D.  $I = -10\pi^2$ .

**Câu 60.** Cho  $\int_0^1 \frac{dx}{e^x + 1} = a + b \ln \frac{1+e}{2}$ , với  $a, b$  là các số hữu tỉ. Tính  $S = a^3 + b^3$ .

A.  $S = -2$ .

B.  $S = 0$ .

C.  $S = 1$ .

D.  $S = 2$ .

**Câu 61.** Cho tích phân  $I = \int_1^e \frac{3 \ln x + 1}{x} dx$ . Nếu đặt  $t = \ln x$  thì

A.  $I = \int_0^1 \frac{3t+1}{e^t} dt$ .

B.  $I = \int_1^e \frac{3t+1}{t} dt$ .

C.  $I = \int_1^e (3t + 1) dt$ .

D.  $I = \int_0^1 (3t + 1) dt$ .

**Câu 62.** Cho  $I = \int_1^e \frac{\ln x}{x(\ln x + 2)^2} dx = a \ln 3 + b \ln 2 + \frac{c}{3}$ , với  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ . Khẳng định nào sau đây đúng.

A.  $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ .

B.  $a^2 + b^2 + c^2 = 11$ .

C.  $a^2 + b^2 + c^2 = 9$ .

D.  $a^2 + b^2 + c^2 = 3$ .

**Câu 63.** Biết  $I = \int_0^4 x \ln(x^2 + 9) dx = a \ln 5 + b \ln 3 + c$  trong đó  $a, b, c$  là các số thực. Giá trị của biểu thức  $T = a + b + c$  là:

A.  $T = 11$ .

B.  $T = 9$ .

C.  $T = 10$ .

D.  $T = 8$ .

**Câu 64.** Cho  $I = \int_1^e \frac{\ln x}{x(\ln x + 2)^2} dx$  có kết quả dạng  $I = \ln a + b$  với  $a > 0, b \in \mathbb{R}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $2ab = -1$ .

B.  $2ab = 1$ .

C.  $-b + \ln \frac{3}{2a} = -\frac{1}{3}$ .

D.  $-b + \ln \frac{3}{2a} = \frac{1}{3}$ .

**Câu 65.** Cho  $\int_1^e \frac{2 \ln x + 1}{x(\ln x + 2)^2} dx = \ln \frac{a}{b} - \frac{c}{d}$  với  $a, b, c$  là các số nguyên dương, biết  $\frac{a}{b}; \frac{c}{d}$  là các phân số tối giản. Tính giá trị  $a + b + c + d$ ?

A. 18.

B. 15.

C. 16.

D. 17.

**Câu 66.** Biết  $\int_0^1 \frac{\pi x^3 + 2^x + e x^3 \cdot 2^x}{\pi + e \cdot 2^x} dx = \frac{1}{m} + \frac{1}{e \ln n} \ln \left( p + \frac{e}{e + \pi} \right)$  với  $m, n, p$  là các số nguyên dương. Tính tổng  $S = m + n + p$ .

A.  $S = 6$ .

B.  $S = 5$ .

C.  $S = 7$ .

D.  $S = 8$ .

- Câu 67.** Cho  $\int_1^e \frac{(3x^3-1)\ln x+3x^2-1}{1+x\ln x} dx = a.e^3 + b + c.\ln(e+1)$  với  $a, b, c$  là các số nguyên và  $\ln e = 1$ .  
 1. Tính  $P = a^2 + b^2 + c^2$ .  
 A.  $P = 9$ .                      B.  $P = 14$ .                      C.  $P = 10$ .                      D.  $P = 3$ .
- Câu 68.** Biết  $I = \int_0^{\ln 2} \frac{dx}{e^{x+3e^{-x}+4}} = \frac{1}{c}(\ln a - \ln b + \ln c)$  với  $a, b, c$  là các số nguyên dương.  
 Tính  $P = 2a - b + c$ .  
 A.  $P = -3$ .                      B.  $P = -1$ .                      C.  $P = 4$ .                      D.  $P = 3$
- Câu 69.** Biết  $\int_1^2 \frac{x+1}{x^2+x\ln x} dx = \ln(\ln a + b)$  với  $a, b$  là các số nguyên dương. Tính  $P = a^2 + b^2 + ab$ .  
 A. 10.                      B. 8.                      C. 12.                      D. 6.
- Câu 70.** Cho  $\int_0^1 \frac{(x^2+x)e^x}{x+e^{-x}} dx = a.e + b \ln(e + c)$  với  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ . Tính  $P = a + 2b - c$ .  
 A.  $P = 1$ .                      B.  $P = -1$ .                      C.  $P = 0$ .                      D.  $P = -2$ .
- Câu 71.** Cho hàm số  $y = f(x)$  biết  $f(0) = \frac{1}{2}$  và  $f'(x) = xe^{x^2}$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Khi đó  $\int_0^1 xf(x)dx$  bằng  
 A.  $\frac{e+1}{4}$ .                      B.  $\frac{e-1}{4}$ .                      C.  $\frac{e-1}{2}$ .                      D.  $\frac{e+1}{2}$ .
- Câu 72.** Biết rằng  $\int_1^e \frac{2\ln x+1}{x(\ln x+1)^2} dx = a \ln 2 - \frac{b}{c}$  với  $a, b, c$  là các số nguyên dương và  $\frac{b}{c}$  là phân số tối giản.  
 Tính  $S = a + b + c$ .  
 A.  $S = 3$ .                      B.  $S = 7$ .                      C.  $S = 10$ .                      D.  $S = 5$ .

**Dạng 4. Tích phân từng phần**

Nếu  $u, v$  có đạo hàm liên tục trên  $(a; b)$  thì  $I = \int_a^b u \cdot dv = u \cdot v|_a^b - \int_a^b v \cdot du$ .

Chọn  $\begin{cases} u = \dots\dots\dots \xrightarrow{\text{Vi phân}} du = \dots\dots\dots dx \\ dv = \dots\dots\dots \xrightarrow{\text{Nguyên hàm}} v = \dots\dots\dots \end{cases}$

Nhận dạng: **tích hai hàm khác loại nhân nhau** (ví dụ: mũ nhân lượng giác,...)

Thứ tự ưu tiên **chọn u** là: "**log – đa – lượng – mũ**" và **dv** là **phần còn lại**.

Nghĩa là nếu có  $\ln$  hay  $\log_a x$  thì chọn  $u = \ln$  hay  $u = \log_a x = \frac{1}{\ln a} \cdot \ln x$  và  $dv =$  còn lại. Nếu không có  $\ln$ ;  $\log$  thì chọn  $u =$  đa thức và  $dv =$  còn lại,...

**CHÚ Ý:.**  $\int_a^b$  (hàm mũ). (lượng giác).  $dx \rightarrow$  tích phân từng phần luân hồi.

Nghĩa là sau khi đặt  $u, dv$  để tính tích phân từng phần và tiếp tục tính  $\int u dv$  sẽ xuất hiện lại tích phân ban đầu. Giả sử tích phân được tính ban đầu là  $I$  và nếu lặp lại, ta sẽ không giải tiếp mà xem đây là phương trình bậc nhất ẩn là  $I \xrightarrow{\text{giải}} I$ .

- Câu 1.** Xét  $\int_0^2 xe^{x^2} dx$ , nếu đặt  $u = x^2$  thì  $\int_0^2 xe^{x^2} dx$  bằng  
 A.  $2 \int_0^2 e^u du$ .                      B.  $2 \int_0^4 e^u du$ .                      C.  $\frac{1}{2} \int_0^2 e^u du$ .                      D.  $\frac{1}{2} \int_0^4 e^u du$ .
- Câu 2.** Tính tích phân  $I = \int_1^e x \ln x dx$ :  
 A.  $I = \frac{e^2 - 1}{4}$                       B.  $I = \frac{1}{2}$                       C.  $I = \frac{e^2 - 2}{2}$                       D.  $I = \frac{e^2 + 1}{4}$
- Câu 3.** Cho  $\int_1^e (1 + x \ln x) dx = ae^2 + be + c$  với  $a, b, c$  là các số hữu tỷ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?  
 A.  $a + b = c$                       B.  $a + b = -c$                       C.  $a - b = c$                       D.  $a - b = -c$

- Câu 4.** Cho  $\int_1^e (2 + x \ln x) dx = ae^2 + be + c$  với  $a, b, c$  là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào sau đây đúng?  
**A.**  $a + b = c$                       **B.**  $a - b = c$                       **C.**  $a - b = -c$                       **D.**  $a + b = -c$
- Câu 5.** Biết  $\int_0^1 x \ln(x^2 + 1) dx = a \ln 2 - \frac{b}{c}$  (với  $a, b, c \in \mathbb{N}^*$  và  $\frac{b}{c}$  là phân số tối giản). Tính  $P = 13a + 10b + 84c$ .  
**A.** 193.                                      **B.** 191.                                      **C.** 190.                                      **D.** 189.
- Câu 6.** Cho  $a$  là số thực dương. Tính  $I = \int_0^a \sin^{2016} x \cdot \cos(2018x) dx$  bằng:  
**A.**  $I = \frac{\cos^{2017} a \cdot \sin 2017a}{2016}$ . **B.**  $I = \frac{\sin^{2017} a \cdot \cos 2017a}{2017}$ .  
**C.**  $I = \frac{\sin^{2017} a \cdot \cos 2017a}{2016}$ . **D.**  $I = \frac{\cos^{2017} a \cdot \cos 2017a}{2017}$ .
- Câu 7.** Cho hàm số  $f(x)$  có  $f(0) = -1$  và  $f'(x) = x(6 + 12x + e^{-x})$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Khi đó  $\int_0^1 f(x) dx$  bằng  
**A.**  $3e$ .                                      **B.**  $3e^{-1}$ .                                      **C.**  $4 - 3e^{-1}$ .                                      **D.**  $-3e^{-1}$ .
- Câu 8.** Biết  $I = \int_0^4 x \ln(x^2 + 9) dx = a \ln 5 + b \ln 3 + c$  trong đó  $a, b, c$  là các số thực. Tính giá trị của biểu thức  $T = a + b + c$ .  
**A.**  $T = 9$ .                                      **B.**  $T = 11$ .                                      **C.**  $T = 8$ .                                      **D.**  $T = 10$ .
- Câu 9.** Xét hàm số  $f(x) = e^x + \int_0^1 xf(x) dx$ . Giá trị của  $f(\ln(5620))$  bằng  
**A.** 5622.                                      **B.** 5620.                                      **C.** 5618.                                      **D.** 5621.
- Câu 10.** Tích phân  $\int_0^1 (x - 2)e^{2x} dx$  bằng  
**A.**  $\frac{-5-3e^2}{4}$ .                                      **B.**  $\frac{5-3e^2}{4}$ .                                      **C.**  $\frac{5-3e^2}{2}$ .                                      **D.**  $\frac{5+3e^2}{4}$ .
- Câu 11.** Biết rằng tích phân  $\int_0^1 (2x + 1)e^x dx = a + b \cdot e$ , tích  $a \cdot b$  bằng  
**A.** -15.                                      **B.** -1.                                      **C.** 1.                                      **D.** 20.
- Câu 12.** Cho tích phân  $I = \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{b}{c} + a \ln 2$  với  $a$  là số thực,  $b$  và  $c$  là các số dương, đồng thời  $\frac{b}{c}$  là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức  $P = 2a + 3b + c$ .  
**A.**  $P = 6$ .                                      **B.**  $P = 5$ .                                      **C.**  $P = -6$ .                                      **D.**  $P = 4$ .
- Câu 13.** Cho tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (x - 1) \sin 2x dx$ . Tìm đẳng thức đúng?  
**A.**  $I = -(x - 1) \cos 2x - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$ .                      **B.**  $I = -\frac{1}{2}(x - 1) \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$ .  
**C.**  $I = -\frac{1}{2}(x - 1) \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$ . **D.**  $I = -(x - 1) \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$ .
- Câu 14.** Biết rằng tồn tại duy nhất các bộ số nguyên  $a, b, c$  sao cho  $\int_2^3 (4x + 2) \ln x dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$ . Giá trị của  $a + b + c$  bằng  
**A.** 19.                                      **B.** -19.                                      **C.** 5.                                      **D.** -5.
- Câu 15.** Cho  $\int_1^2 \frac{\ln(1+x)}{x^2} dx = a \ln 2 + b \ln 3$ , với  $a, b$  là các số hữu tỉ. Tính  $P = a + 4b$ .  
**A.**  $P = 0$                                       **B.**  $P = 1$                                       **C.**  $P = 3$                                       **D.**  $P = -3$
- Câu 16.** Tính tích phân  $I = \int_1^{2^{1000}} \frac{\ln x}{(x+1)^2} dx$ , ta được  
**A.**  $I = -\frac{\ln 2^{1000}}{1+2^{1000}} + 1001 \ln \frac{2}{1+2^{1000}}$ .                      **B.**  $I = -\frac{1000 \ln 2}{1+2^{1000}} + \ln \frac{2^{1000}}{1+2^{1000}}$ .  
**C.**  $I = \frac{\ln 2^{1000}}{1+2^{1000}} - 1001 \ln \frac{2}{1+2^{1000}}$ .                      **D.**  $I = \frac{1000 \ln 2}{1+2^{1000}} - \ln \frac{2^{1000}}{1+2^{1000}}$ .

- Câu 17.** Biết  $\int_0^2 2x \ln(x+1) dx = a \cdot \ln b$ , với  $a, b \in \mathbb{N}^*$ ,  $b$  là số nguyên tố. Tính  $6a + 7b$ .  
**A.**  $6a + 7b = 33$ .      **B.**  $6a + 7b = 25$ .      **C.**  $6a + 7b = 42$ .      **D.**  $6a + 7b = 39$ .
- Câu 18.** Biết rằng  $\int_1^a \ln x dx = 1 + 2a$ , ( $a > 1$ ). Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?  
**A.**  $a \in (18; 21)$ .      **B.**  $a \in (1; 4)$ .      **C.**  $a \in (11; 14)$ .      **D.**  $a \in (6; 9)$ .
- Câu 19.** Cho tích phân  $\int_0^1 (x-2)e^x dx = a + be$ , với  $a; b \in \mathbb{Z}$ . Tổng  $a + b$  bằng  
**A.** 1.      **B.** -3.      **C.** 5.      **D.** -1.
- Câu 20.** Tính tích phân  $I = \int_1^2 xe^x dx$ .  
**A.**  $I = e^2$ .      **B.**  $I = -e^2$ .      **C.**  $I = e$ .      **D.**  $I = 3e^2 - 2e$ .
- Câu 21.** Biết rằng  $\int_2^3 x \ln x dx = m \ln 3 + n \ln 2 + p$  trong đó  $m, n, p \in \mathbb{Q}$ . Tính  $m + n + 2p$   
**A.**  $\frac{5}{4}$ .      **B.**  $\frac{9}{2}$ .      **C.** 0.      **D.**  $-\frac{5}{4}$ .
- Câu 22.** Biết  $\int_0^2 2x \ln(1+x) dx = a \cdot \ln b$ , với  $a, b \in \mathbb{N}^*$ ,  $b$  là số nguyên tố. Tính  $3a + 4b$ .  
**A.** 42.      **B.** 21.      **C.** 12.      **D.** 32.
- Câu 23.** Cho tích phân  $I = \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{b}{c} + a \ln 2$  với  $a$  là số thực,  $b$  và  $c$  là các số nguyên dương, đồng thời  $\frac{b}{c}$  là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức  $P = 2a + 3b + c$ .  
**A.**  $P = 6$       **B.**  $P = -6$       **C.**  $P = 5$       **D.**  $P = 4$
- Câu 24.** Biết  $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x}{\cos^2 x} dx = \frac{\sqrt{3}}{a} \pi - \ln b$ . Khi đó, giá trị của  $a^2 + b$  bằng  
**A.** 11.      **B.** 7.      **C.** 13.      **D.** 9.
- Câu 25.** Cho  $\int \ln(x^2 - x) dx = F(x)$ ,  $F(2) = 2 \ln 2 - 4$ . Khi đó  $I = \int_2^3 \left[ \frac{F(x) + 2x + \ln(x-1)}{x} \right] dx$  bằng  
**A.**  $3 \ln 3 - 3$ .      **B.**  $3 \ln 3 - 2$ .      **C.**  $3 \ln 3 - 1$ .      **D.**  $3 \ln 3 - 4$
- Câu 26.** Biết  $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x}{\cos^2 x} dx = \frac{\sqrt{3}}{a} \pi - \ln b$ , với  $a, b$  là các số nguyên dương. Tính giá trị của biểu thức  $T = a^2 + b$ .  
**A.**  $T = 9$ .      **B.**  $T = 13$ .      **C.**  $T = 7$ .      **D.**  $T = 11$ .
- Câu 27.** Cho  $\int_1^2 \frac{\ln(1+2x)}{x^2} dx = \frac{a}{2} \ln 5 + b \ln 3 + c \ln 2$ , với  $a, b, c$  là các số nguyên. Giá trị của  $a + 2(b+c)$  là:  
**A.** 0.      **B.** 9.      **C.** 3.      **D.** 5.
- Câu 28.** Cho  $\int_1^2 \frac{\ln(1+x)}{x^2} dx = a \ln 2 + b \ln 3$ , với  $a, b$  là các số hữu tỉ. Tính  $P = ab$ .  
**A.**  $P = \frac{3}{2}$ .      **B.**  $P = 0$ .      **C.**  $P = \frac{-9}{2}$ .      **D.**  $P = -3$ .
- Câu 29.** Cho tích phân  $\int_0^1 (x-2)e^x dx = a + be$ , với  $a; b \in \mathbb{Z}$ . Tổng  $a + b$  bằng  
**A.** 1.      **B.** -3.      **C.** 5.      **D.** -1.
- Câu 30.** Cho  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\ln(\sin x + 2 \cos x)}{\cos^2 x} dx = a \ln 3 + b \ln 2 + c\pi$  với  $a, b, c$  là các số hữu tỉ. Giá trị của  $abc$  bằng  
**A.**  $\frac{15}{8}$       **B.**  $\frac{5}{8}$       **C.**  $\frac{5}{4}$       **D.**  $\frac{17}{8}$

