

TÍCH PHÂN

TÀI LIỆU DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH TRUNG BÌNH

Dạng 1. Sử dụng tính chất, bảng nguyên hàm cơ bản để tính tích phân

1. Định nghĩa: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên K ; a, b là hai phần tử bất kì thuộc K , $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K . Hiệu số $F(b) - F(a)$ gọi là tích phân của của $f(x)$ từ a

đến b và được kí hiệu: $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$.

2. Các tính chất của tích phân:

| | |
|---|--|
| $+ \int_a^a f(x) dx = 0$ | $+ \int_a^b [f(x) \pm g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx$ |
| $+ \int_b^a f(x) dx = -\int_a^b f(x) dx$ | $+ \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$ |
| $+ \int_a^b k.f(x) dx = k \cdot \int_a^b f(x) dx$ | $+ \text{Nếu } f(x) \geq g(x) \forall x \in [a; b] \text{ thì } \int_a^b f(x) dx \geq \int_a^b g(x) dx.$ |

Bảng nguyên hàm của một số hàm thường gặp

| | |
|--|--|
| $\int x^\alpha . dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$ | $\int (ax+b)^\alpha dx = \frac{1}{a} \cdot \frac{(ax+b)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$ |
| $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$ | $\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \cdot \ln ax+b + C$ |
| $\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C$ | $\int \frac{1}{(ax+b)^2} dx = -\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{ax+b} + C$ |
| $\int \sin x . dx = -\cos x + C$ | $\int \sin(ax+b) . dx = -\frac{1}{a} \cdot \cos(ax+b) + C$ |
| $\int \cos x . dx = \sin x + C$ | $\int \cos(ax+b) . dx = \frac{1}{a} \cdot \sin(ax+b) + C$ |
| $\int \frac{1}{\sin^2 x} . dx = -\cot x + C$ | $\int \frac{1}{\sin^2(ax+b)} . dx = -\frac{1}{a} \cdot \cot(ax+b) + C$ |
| $\int \frac{1}{\cos^2 x} . dx = \tan x + C$ | $\int \frac{1}{\cos^2(ax+b)} . dx = \frac{1}{a} \cdot \tan(ax+b) + C$ |
| $\int e^x . dx = e^x + C$ | $\int e^{ax+b} . dx = \frac{1}{a} \cdot e^{ax+b} + C$ |
| $\int a^x . dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ | $\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$ |

☞ **Nhận xét.** Khi thay x bằng $(ax+b)$ thì lấy nguyên hàm nhân kết quả thêm $\frac{1}{a}$.

Câu 1. Nếu $\int_1^2 f(x) dx = -2$ và $\int_2^3 f(x) dx = 1$ thì $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

A. -3.

B. -1.

C. 1.

D. 3.

- Câu 2.** Nếu $\int_0^1 f(x)dx = 4$ thì $\int_0^1 2f(x)dx$ bằng
A. 16. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 8.
- Câu 3.** Biết $\int_1^3 f(x)dx = 3$. Giá trị của $\int_1^3 2f(x)dx$ bằng
A. 5. **B.** 9. **C.** 6. **D.** $\frac{3}{2}$.
- Câu 4.** Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_1^2 [2 + f(x)]dx$ bằng
A. 5. **B.** 3. **C.** $\frac{13}{3}$. **D.** $\frac{7}{3}$.
- Câu 5.** Biết $\int_1^5 f(x)dx = 4$. Giá trị của $\int_1^5 3f(x)dx$ bằng
A. 7. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** 64. **D.** 12.
- Câu 6.** Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_1^2 (2 + f(x))dx$ bằng
A. $\frac{23}{4}$. **B.** 7. **C.** 9. **D.** $\frac{15}{4}$.
- Câu 7.** Biết $\int_1^2 f(x)dx = 2$. Giá trị của $\int_1^3 3f(x)dx$ bằng
A. 5. **B.** 6. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** 8.
- Câu 8.** Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_1^3 (1 + f(x))dx$ bằng
A. 20. **B.** 22. **C.** 26. **D.** 28.
- Câu 9.** Biết $\int_2^3 f(x)dx = 6$. Giá trị của $\int_2^3 2f(x)dx$ bằng.
A. 36. **B.** 3. **C.** 12. **D.** 8.
- Câu 10.** Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_1^3 [1 + f(x)]dx$ bằng
A. 10. **B.** 8. **C.** $\frac{26}{3}$. **D.** $\frac{32}{3}$.
- Câu 11.** Biết $\int_2^3 f(x)dx = 4$ và $\int_2^3 g(x)dx = 1$. Khi đó: $\int_2^3 [f(x) - g(x)]dx$ bằng:
A. -3. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.
- Câu 12.** Biết $\int_0^1 [f(x) + 2x]dx = 2$. Khi đó $\int_0^1 f(x)dx$ bằng :
A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 0.

$$\text{C. } \int_a^b [f(x) \cdot g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx. \quad \text{D. } \int_a^b f^2(x) dx = \left[\int_a^b f(x) dx \right]^2.$$

Câu 25. Cho $\int_{-2}^2 f(x) dx = 1$, $\int_{-2}^4 f(t) dt = -4$. Tính $\int_2^4 f(y) dy$.

- A. $I = 5$. B. $I = -3$. C. $I = 3$. D. $I = -5$.

Câu 26. Cho $\int_0^2 f(x) dx = 3$ và $\int_0^2 g(x) dx = 7$, khi đó $\int_0^2 [f(x) + 3g(x)] dx$ bằng

- A. 16. B. -18. C. 24. D. 10.

Câu 27. Cho $\int_0^1 f(x) dx = -1$; $\int_0^3 f(x) dx = 5$. Tính $\int_1^3 f(x) dx$

- A. 1. B. 4. C. 6. D. 5.

Câu 28. Cho $\int_1^2 f(x) dx = -3$ và $\int_2^3 f(x) dx = 4$. Khi đó $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

- A. 12. B. 7. C. 1. D. -12.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $[-1; 2]$, $f(-1) = 8$; $f(2) = -1$. Tích phân $\int_{-1}^2 f'(x) dx$ bằng

- A. 1. B. 7. C. -9. D. 9.

Câu 30. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có $\int_0^2 f(x) dx = 9$; $\int_2^4 f(x) dx = 4$. Tính $I = \int_0^4 f(x) dx$.

- A. $I = 5$. B. $I = 36$. C. $I = \frac{9}{4}$. D. $I = 13$.

Câu 31. Cho $\int_{-1}^0 f(x) dx = 3 \int_0^3 f(x) dx = 3$. Tích phân $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

- A. 6 B. 4 C. 2 D. 0

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $\int_0^4 f(x) dx = 10$, $\int_3^4 f(x) dx = 4$. Tích phân $\int_0^3 f(x) dx$ bằng

- A. 4. B. 7. C. 3. D. 6.

Câu 33. Nếu $F'(x) = \frac{1}{2x-1}$ và $F(1) = 1$ thì giá trị của $F(4)$ bằng

- A. $\ln 7$. B. $1 + \frac{1}{2} \ln 7$. C. $\ln 3$. D. $1 + \ln 7$.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $\int_1^8 f(x) dx = 9$, $\int_4^{12} f(x) dx = 3$, $\int_4^8 f(x) dx = 5$.

Tính $I = \int_1^{12} f(x) dx$.

- A. $I = 17$. B. $I = 1$. C. $I = 11$. D. $I = 7$.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;10]$ thỏa mãn $\int_0^{10} f(x)dx = 7$, $\int_2^6 f(x)dx = 3$. Tính

$$P = \int_0^2 f(x)dx + \int_6^{10} f(x)dx.$$

- A. $P = 10$. B. $P = 4$. C. $P = 7$. D. $P = -6$.

Câu 36. Cho f, g là hai hàm liên tục trên đoạn $[1;3]$ thỏa:

$$\int_1^3 [f(x) + 3g(x)]dx = 10, \int_1^3 [2f(x) - g(x)]dx = 6. \text{ Tính } \int_1^3 [f(x) + g(x)]dx.$$

- A. 7. B. 6. C. 8. D. 9.

Câu 37. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;10]$ và $\int_0^{10} f(x)dx = 7$; $\int_2^6 f(x)dx = 3$. Tính

$$P = \int_0^2 f(x)dx + \int_6^{10} f(x)dx.$$

- A. $P = 4$ B. $P = 10$ C. $P = 7$ D. $P = -4$

Câu 38. Cho f, g là hai hàm số liên tục trên $[1;3]$ thỏa mãn điều kiện $\int_1^3 [f(x) + 3g(x)]dx = 10$ đồng thời

$$\int_1^3 [2f(x) - g(x)]dx = 6. \text{ Tính } \int_1^3 [f(x) + g(x)]dx.$$

- A. 9. B. 6. C. 7. D. 8.

Câu 39. Cho f, g là hai hàm liên tục trên $[1;3]$ thỏa: $\int_1^3 [f(x) + 3g(x)]dx = 10$ và

$$\int_1^3 [2f(x) - g(x)]dx = 6. \text{ Tính } I = \int_1^3 [f(x) + g(x)]dx.$$

- A. 8. B. 7. C. 9. D. 6.

Câu 40. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = 5$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2\sin x]dx = 5$.

- A. $I = 7$ B. $I = 5 + \frac{\pi}{2}$ C. $I = 3$ D. $I = 5 + \pi$

Câu 41. Cho $\int_{-1}^2 f(x)dx = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x)dx = -1$. Tính $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)]dx$.

- A. $I = \frac{17}{2}$ B. $I = \frac{5}{2}$ C. $I = \frac{7}{2}$ D. $I = \frac{11}{2}$

Câu 42. Cho hai tích phân $\int_{-2}^5 f(x)dx = 8$ và $\int_5^{-2} g(x)dx = 3$. Tính $I = \int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1]dx$

- A. 13. B. 27. C. -11. D. 3.

Câu 43. Cho $\int_{-1}^2 f(x)dx = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x)dx = -1$, khi đó $\int_{-1}^2 [x + 2f(x) + 3g(x)]dx$ bằng

A. $\frac{5}{2}$

B. $\frac{7}{2}$

C. $\frac{17}{2}$

D. $\frac{11}{2}$

Câu 44. Cho $\int_0^2 f(x)dx = 3$, $\int_0^2 g(x)dx = -1$ thì $\int_0^2 [f(x) - 5g(x) + x]dx$ bằng:

A. 12.

B. 0.

C. 8.

D. 10

Câu 45. Cho $\int_0^5 f(x)dx = -2$. Tích phân $\int_0^5 [4f(x) - 3x^2]dx$ bằng

A. -140.

B. -130.

C. -120.

D. -133.

Câu 46. Cho $\int_1^2 [4f(x) - 2x]dx = 1$. Khi đó $\int_1^2 f(x)dx$ bằng:

A. 1.

B. -3.

C. 3.

D. -1.

Câu 47. Cho $\int_0^1 f(x)dx = 1$ tích phân $\int_0^1 (2f(x) - 3x^2)dx$ bằng

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. -1.

Câu 48. Tính tích phân $I = \int_{-1}^0 (2x+1)dx$.

A. $I = 0$.

B. $I = 1$.

C. $I = 2$.

D. $I = -\frac{1}{2}$.

Câu 49. Tích phân $\int_0^1 (3x+1)(x+3)dx$ bằng

A. 12.

B. 9.

C. 5.

D. 6.

Câu 50. Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ bằng

A. 0.

B. 1.

C. -1.

D. $\frac{\pi}{2}$.

Câu 51. Tính tích phân $I = \int_0^2 (2x+1)dx$

A. $I = 5$.

B. $I = 6$.

C. $I = 2$.

D. $I = 4$.

Câu 52. Với a, b là các tham số thực. Giá trị tích phân $\int_0^b (3x^2 - 2ax - 1)dx$ bằng

A. $b^3 - b^2a - b$.

B. $b^3 + b^2a + b$.

C. $b^3 - ba^2 - b$.

D. $3b^2 - 2ab - 1$.

Câu 53. Giả sử $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x dx = a + b \frac{\sqrt{2}}{2}$ ($a, b \in \mathbb{Q}$). Khi đó giá trị của $a - b$ là

A. $-\frac{1}{6}$

B. $-\frac{1}{6}$

C. $-\frac{3}{10}$

D. $\frac{1}{5}$

Câu 54. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $\int_0^2 (f(x) + 3x^2)dx = 10$. Tính $\int_0^2 f(x)dx$.

Câu 65. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x}$. Tính: $I = F(e) - F(1)$?

A. $I = \frac{1}{2}$

B. $I = \frac{1}{e}$

C. $I = 1$

D. $I = e$

Câu 66. $\int_0^1 e^{3x+1} dx$ bằng

A. $\frac{1}{3}(e^4 + e)$

B. $e^3 - e$

C. $\frac{1}{3}(e^4 - e)$

D. $e^4 - e$

Câu 67. $\int_1^2 e^{3x-1} dx$ bằng

A. $\frac{1}{3}(e^5 + e^2)$

B. $\frac{1}{3}(e^5 - e^2)$

C. $\frac{1}{3}e^5 - e^2$

D. $e^5 - e^2$

Câu 68. Cho $\int_0^6 f(x) dx = 12$. Tính $I = \int_0^2 f(3x) dx$.

A. $I = 5$

B. $I = 36$

C. $I = 4$

D. $I = 6$

Câu 69. Tích phân $I = \int_0^1 \frac{1}{x+1} dx$ có giá trị bằng

A. $\ln 2 - 1$.

B. $-\ln 2$.

C. $\ln 2$.

D. $1 - \ln 2$.

Câu 70. Tính $K = \int_2^3 \frac{x}{x^2-1} dx$.

A. $K = \ln 2$.

B. $K = \frac{1}{2} \ln \frac{8}{3}$.

C. $K = 2 \ln 2$.

D. $K = \ln \frac{8}{3}$.