

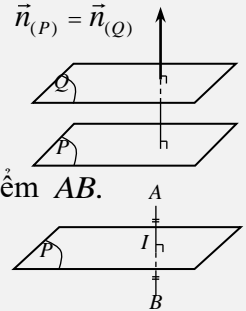
## TÀI LIỆU DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH KHÁ – MỨC 7-8 ĐIỂM

**Dạng 1. Xác định phương trình mặt phẳng (không chứa yếu tố đường thẳng)**

**Dạng 1. Mặt (P):**  $\begin{cases} \square \text{ Qua } A(x_0; y_0; z_0) \\ \square \text{ VTPT: } \vec{n}_{(P)} = (a; b; c) \end{cases} \Rightarrow (P): \boxed{a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0}.$

**Dạng 2. Viết phương trình (P) qua  $A(x_0; y_0; z_0)$  và  $(P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0$ .**

**Phương pháp.** (P):  $\begin{cases} \square \text{ Qua } A(x_0, y_0, z_0) \\ \square \text{ VTPT: } \vec{n}_{(P)} = \vec{n}_{(Q)} = (a; b; c) \end{cases}$

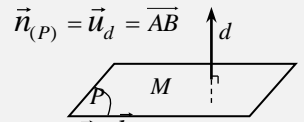


**Dạng 3. Viết phương trình mặt phẳng trung trực (P) của đoạn thẳng AB.**

**Phương pháp.** (P):  $\begin{cases} \square \text{ Qua } I \left( \frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2} \right) : \text{ là trung điểm } AB. \\ \square \text{ VTPT: } \vec{n}_{(P)} = \overline{AB} \end{cases}$

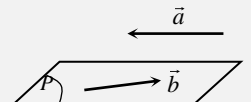
**Dạng 4. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với đường thẳng  $d \equiv AB$ .**

**Phương pháp.** (P):  $\begin{cases} \square \text{ Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \square \text{ VTPT: } \vec{n}_{(P)} = \vec{u}_d = \overline{AB} \end{cases}$



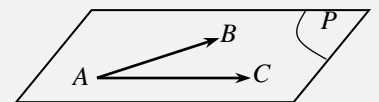
**Dạng 5. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua điểm M và có cặp vectơ chỉ phương  $\vec{a}, \vec{b}$ .**

**Phương pháp.** (P):  $\begin{cases} \square \text{ Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \square \text{ VTPT: } \vec{n}_{(P)} = [\vec{a}, \vec{b}] \end{cases}$



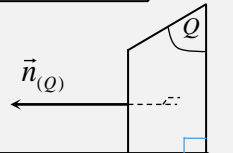
**Dạng 6. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua ba điểm A, B, C không thẳng hàng.**

**Phương pháp.** (P):  $\begin{cases} \square \text{ Qua } A, \text{ (hay } B \text{ hay } C) \\ \square \text{ VTPT: } \vec{n}_{(ABC)} = [\overline{AB}, \overline{AC}] \end{cases}$



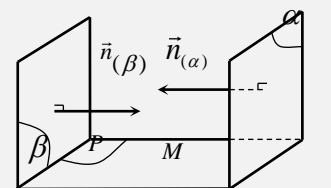
**Dạng 7. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B và  $(P) \perp (Q)$ .**

**Phương pháp.** (P):  $\begin{cases} \square \text{ Qua } A, \text{ (hay } B) \\ \square \text{ VTPT: } \vec{n}_{(P)} = [\overline{AB}, \vec{n}_{(Q)}] \end{cases}$



**Dạng 8. Viết phương trình mp (P) qua M và vuông góc với hai mặt  $(\alpha), (\beta)$ .**

**Phương pháp.** (P):  $\begin{cases} \square \text{ Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \square \text{ VTPT: } \vec{n}_{(P)} = [\vec{n}_{(\alpha)}, \vec{n}_{(\beta)}] \end{cases}$



**Dạng 9. Viết (P) đi qua M và giao tuyến d của hai mặt phẳng:**

$(Q): a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$  và  $(T): a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$ .

**Phương pháp:** Khi đó mọi mặt phẳng chứa d đều có dạng:

$(P): m(a_1x + b_1y + c_1z + d_1) + n(a_2x + b_2y + c_2z + d_2) = 0, m^2 + n^2 \neq 0.$

Vì  $M \in (P) \Rightarrow$  mối liên hệ giữa m và n. Từ đó chọn  $m \Rightarrow n$  sẽ tìm được (P).

**Dạng 10. Viết phương trình mặt phẳng đoạn chắn**

**Phương pháp:** Nếu mặt phẳng (P) cắt ba trục tọa độ lần lượt tại các điểm  $A(a; 0; 0)$ ,

$B(0; b; 0), C(0; 0; c)$  với  $(abc \neq 0)$  thì (P):  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$  gọi là mặt phẳng đoạn chắn.

**Dạng 1.1 Xác định phương trình mặt phẳng khi biết yếu tố vuông góc**

**Câu 1.** Trong không gian Oxyz, cho hai điểm  $A(4; 0; 1)$  và  $B(-2; 2; 3)$ . Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A.  $3x - y - z = 0$ .      B.  $3x + y + z - 6 = 0$ .      C.  $x + y + 2z - 6 = 0$ .      D.  $6x - 2y - 2z - 1 = 0$ .

**Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-1;2;0)$  và  $B(3;0;2)$ . Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$  có phương trình là

A.  $x + y + z - 3 = 0$ .      B.  $2x - y + z + 2 = 0$ .      C.  $2x + y + z - 4 = 0$ .      D.  $2x - y + z - 2 = 0$ .

**Câu 3.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(4;0;1)$  và  $B(-2;2;3)$ . Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$  ?

A.  $3x + y + z - 6 = 0$       B.  $3x - y - z = 0$       C.  $6x - 2y - 2z - 1 = 0$       D.  $3x - y - z + 1 = 0$

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;3;0)$  và  $B(5;1;-1)$ . Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$  có phương trình là:

A.  $x + y + 2z - 3 = 0$ .      B.  $3x + 2y - z - 14 = 0$ .      C.  $2x - y - z + 5 = 0$ .      D.  $2x - y - z - 5 = 0$ .

**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2;1;2)$  và  $B(6;5;-4)$ . Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$  có phương trình là

A.  $2x + 2y - 3z - 17 = 0$ .      B.  $4x + 3y - z - 26 = 0$ .

C.  $2x + 2y - 3z + 17 = 0$ .      D.  $2x + 2y + 3z - 11 = 0$ .

**Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;3;-4)$  và  $B(-1;2;2)$ . Viết phương trình mặt phẳng trung trực  $(\alpha)$  của đoạn thẳng  $AB$ .

A.  $(\alpha): 4x + 2y + 12z + 7 = 0$ .      B.  $(\alpha): 4x - 2y + 12z + 17 = 0$ .

C.  $(\alpha): 4x + 2y - 12z - 17 = 0$ .      D.  $(\alpha): 4x - 2y - 12z - 7 = 0$ .

**Câu 7.** Trong không gian hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho  $A(1;2;-1)$ ;  $B(-1;0;1)$  và mặt phẳng  $(P): x + 2y - z + 1 = 0$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(Q)$  qua  $A, B$  và vuông góc với  $(P)$

A.  $(Q): 2x - y + 3 = 0$       B.  $(Q): x + z = 0$       C.  $(Q): -x + y + z = 0$       D.  $(Q): 3x - y + z = 0$

**Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2;4;1), B(-1;1;3)$  và mặt phẳng  $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$ . Lập phương trình mặt phẳng  $(Q)$  đi qua hai điểm  $A, B$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ .

A.  $2y + 3z - 11 = 0$ .      B.  $2x - 3y - 11 = 0$ .      C.  $x - 3y + 2z - 5 = 0$ .      D.  $3y + 2z - 11 = 0$ .

**Câu 9.** không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;-1;2)$  và  $B(3;3;0)$ . Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$  có phương trình là

A.  $x + y - z - 2 = 0$ .      B.  $x + y - z + 2 = 0$ .      C.  $x + 2y - z - 3 = 0$ .      D.  $x + 2y - z + 3 = 0$ .

**Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P)$  đi qua hai điểm  $A(0;1;0)$ ,  $B(2;3;1)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(Q): x + 2y - z = 0$  có phương trình là

A.  $4x - 3y + 2z + 3 = 0$ .      B.  $4x - 3y - 2z + 3 = 0$ .      C.  $2x + y - 3z - 1 = 0$ .      D.  $4x + y - 2z - 1 = 0$ .

**Câu 11.** Cho hai mặt phẳng  $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0, (\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$ . Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ  $O$  đồng thời vuông góc với cả  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  là:

A.  $2x - y - 2z = 0$ .      B.  $2x - y + 2z = 0$ .      C.  $2x + y - 2z = 0$ .      D.  $2x + y - 2z + 1 = 0$ .

- Câu 12.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(2;4;1); B(-1;1;3)$  và mặt phẳng  $(P): x-3y+2z-5=0$ . Một mặt phẳng  $(Q)$  đi qua hai điểm  $A, B$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  có dạng  $ax+by+cz-11=0$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?  
**A.**  $a+b+c=5$ .      **B.**  $a+b+c=15$ .      **C.**  $a+b+c=-5$ .      **D.**  $a+b+c=-15$ .
- Câu 13.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho  $A(1;-1;2); B(2;1;1)$  và mặt phẳng  $(P): x+y+z+1=0$ . Mặt phẳng  $(Q)$  chứa  $A, B$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ . Mặt phẳng  $(Q)$  có phương trình là:  
**A.**  $3x-2y-z-3=0$ .      **B.**  $x+y+z-2=0$ .      **C.**  $-x+y=0$ .      **D.**  $3x-2y-z+3=0$ .
- Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): x-3y+2z-1=0, (Q): x-z+2=0$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  vuông góc với cả  $(P)$  và  $(Q)$  đồng thời cắt trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ bằng 3. Phương trình của mp  $(\alpha)$  là  
**A.**  $x+y+z-3=0$       **B.**  $x+y+z+3=0$       **C.**  $-2x+z+6=0$       **D.**  $-2x+z-6=0$
- Câu 15.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho hai mặt phẳng  $(\alpha): 3x-2y+2z+7=0$  và  $(\beta): 5x-4y+3z+1=0$ . Phương trình mặt phẳng đi qua  $O$  đồng thời vuông góc với cả  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  có phương trình là  
**A.**  $2x+y-2z+1=0$ .      **B.**  $2x+y-2z=0$ .      **C.**  $2x-y-2z=0$ .      **D.**  $2x-y+2z=0$ .
- Câu 16.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x+y+z+1=0$  và hai điểm  $A(1;-1;2); B(2;1;1)$ . Mặt phẳng  $(Q)$  chứa  $A, B$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ , mặt phẳng  $(Q)$  có phương trình là:  
**A.**  $3x-2y-z+3=0$ .      **B.**  $x+y+z-2=0$ .      **C.**  $3x-2y-z-3=0$ .      **D.**  $-x+y=0$ .
- Câu 17.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm  $A(0;1;0), B(2;0;1)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P): x-y-1=0$  là:  
**A.**  $x+y-3z-1=0$ .      **B.**  $2x+2y-5z-2=0$ .      **C.**  $x-2y-6z+2=0$ .      **D.**  $x+y-z-1=0$ .
- Câu 18.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(\alpha): 3x-2y+2z+7=0$  và  $(\beta): 5x-4y+3z+1=0$ . Phương trình mặt phẳng qua  $O$ , đồng thời vuông góc với cả  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  có phương trình là  
**A.**  $2x-y+2z=0$ .      **B.**  $2x-y+2z+1=0$ .      **C.**  $2x+y-2z=0$ .      **D.**  $2x-y-2z=0$ .
- Câu 19.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1;-1;2); B(2;1;1)$  và mặt phẳng  $(P): x+y+z+1=0$ . Mặt phẳng  $(Q)$  chứa  $A, B$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ . Mặt phẳng  $(Q)$  có phương trình là  
**A.**  $3x-2y-z-3=0$ .      **B.**  $-x+y=0$ .      **C.**  $x+y+z-2=0$ .      **D.**  $3x-2y-z+3=0$ .
- Câu 20.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): ax+by+cz-9=0$  chứa hai điểm  $A(3;2;1), B(-3;5;2)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(Q): 3x+y+z+4=0$ . Tính tổng  $S=a+b+c$ .  
**A.**  $S=-12$ .      **B.**  $S=2$ .      **C.**  $S=-4$ .      **D.**  $S=-2$ .

- Câu 21.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba mặt phẳng  $(P): x + y + z - 1 = 0$ ,  $(Q): 2y + z - 5 = 0$  và  $(R): x - y + z - 2 = 0$ . Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng qua giao tuyến của  $(P)$  và  $(Q)$ , đồng thời vuông góc với  $(R)$ . Phương trình của  $(\alpha)$  là  
**A.**  $2x + 3y - 5z + 5 = 0$ . **B.**  $x + 3y + 2z - 6 = 0$ . **C.**  $x + 3y + 2z + 6 = 0$ . **D.**  $2x + 3y - 5z - 5 = 0$ .
- Câu 22.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình của mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $B(2;1;-3)$ , đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng  $(Q): x + y + 3z = 0$ ,  $(R): 2x - y + z = 0$  là  
**A.**  $4x + 5y - 3z + 22 = 0$ . **B.**  $4x - 5y - 3z - 12 = 0$ . **C.**  $2x + y - 3z - 14 = 0$ . **D.**  $4x + 5y - 3z - 22 = 0$ .
- Câu 23.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2;4;1)$ ,  $B(-1;1;3)$  và mặt phẳng  $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$ . Một mặt phẳng  $(Q)$  đi qua hai điểm  $A, B$  và vuông góc với  $(P)$  có dạng là  $ax + by + cz - 11 = 0$ . Tính  $a + b + c$ .  
**A.**  $a + b + c = 10$ . **B.**  $a + b + c = 3$ . **C.**  $a + b + c = 5$ . **D.**  $a + b + c = -7$ .
- Câu 24.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1;1;1)$  và hai mặt phẳng  $(P): 2x - y + 3z - 1 = 0$ ,  $(Q): y = 0$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(R)$  chứa  $A$ , vuông góc với cả hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$ .  
**A.**  $3x - y + 2z - 4 = 0$ . **B.**  $3x + y - 2z - 2 = 0$ . **C.**  $3x - 2z = 0$ . **D.**  $3x - 2z - 1 = 0$ .
- Câu 25.** Cho hai mặt phẳng  $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$  và  $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$ . Phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua gốc tọa độ đồng thời vuông góc  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  là:  
**A.**  $x - y - 2z = 0$ . **B.**  $2x - y + 2z = 0$ . **C.**  $2x + y - 2z + 1 = 0$ . **D.**  $2x + y - 2z = 0$ .
- Câu 26.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho hai điểm  $A(2;4;1)$ ,  $B(-1;1;3)$  và mặt phẳng  $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$ . Một mặt phẳng  $(Q)$  đi qua hai điểm  $A, B$  và vuông góc với  $(P)$  có dạng:  $ax + by + cz - 11 = 0$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?  
**A.**  $a + b = c$ . **B.**  $a + b + c = 5$ . **C.**  $a \in (b; c)$ . **D.**  $a + b > c$ .
- Câu 27.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(0;1;2)$ ,  $B(2;-2;0)$ ,  $C(-2;0;1)$ . Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $A$ , trực tâm  $H$  của tam giác  $ABC$  và vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$  có phương trình là  
**A.**  $4x - 2y - z + 4 = 0$ . **B.**  $4x - 2y + z + 4 = 0$ . **C.**  $4x + 2y + z - 4 = 0$ . **D.**  $4x + 2y - z + 4 = 0$ .

**Dạng 1.2 Xác định phương trình mặt phẳng đoạn chắn**

- Câu 28.** Trong không gian  $Oxyz$  cho điểm  $M(1;2;3)$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M$  và cắt các trục tọa độ  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại  $A, B, C$  sao cho  $M$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ .  
**A.**  $(P): 6x + 3y + 2z + 18 = 0$ . **B.**  $(P): 6x + 3y + 2z + 6 = 0$ .  
**C.**  $(P): 6x + 3y + 2z - 18 = 0$ . **D.**  $(P): 6x + 3y + 2z - 6 = 0$ .
- Câu 29.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1;2;3)$ . Gọi  $A, B, C$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $M$  trên các trục  $Ox, Oy, Oz$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(ABC)$ .  
**A.**  $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ . **B.**  $\frac{x}{1} - \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ . **C.**  $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$ . **D.**  $-\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ .

- Câu 30.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $G(1;4;3)$ . Mặt phẳng nào sau đây cắt các trục  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại  $A, B, C$  sao cho  $G$  là trọng tâm tứ diện  $OABC$ ?
- A.  $\frac{x}{3} + \frac{y}{12} + \frac{z}{9} = 1$ .      B.  $12x + 3y + 4z - 48 = 0$ .      C.  $\frac{x}{4} + \frac{y}{16} + \frac{z}{12} = 0$ .      D.  $12x + 3y + 4z = 0$ .
- Câu 31.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $A(1;1;1)$  và  $B(0;2;2)$  đồng thời cắt các tia  $Ox, Oy$  lần lượt tại hai điểm  $M, N$  (không trùng với gốc tọa độ  $O$ ) sao cho  $OM = 2ON$
- A.  $(P): 3x + y + 2z - 6 = 0$       B.  $(P): 2x + 3y - z - 4 = 0$   
C.  $(P): 2x + y + z - 4 = 0$       D.  $(P): x + 2y - z - 2 = 0$
- Câu 32.** Trong không gian  $Oxyz$ , nếu ba điểm  $A, B, C$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm  $M(1;2;3)$  lên các trục tọa độ thì phương trình mặt phẳng  $(ABC)$  là
- A.  $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{3}{z} = 1$ .      B.  $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ .      C.  $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{3}{z} = 0$ .      D.  $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$ .
- Câu 33.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(8;-2;4)$ . Gọi  $A, B, C$  lần lượt là hình chiếu của  $M$  trên các trục  $Ox, Oy, Oz$ . Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm  $A, B$  và  $C$  là
- A.  $x - 4y + 2z - 8 = 0$       B.  $x - 4y + 2z - 18 = 0$       C.  $x + 4y + 2z - 8 = 0$       D.  $x + 4y - 2z - 8 = 0$
- Câu 34.** Viết phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $M(2;1;-3)$ , biết  $(\alpha)$  cắt trục  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại  $A, B, C$  sao cho tam giác  $ABC$  nhận  $M$  làm trọng tâm
- A.  $2x + 5y + z - 6 = 0$ .      B.  $2x + y - 6z - 23 = 0$ .      C.  $2x + y - 3z - 14 = 0$ .      D.  $3x + 4y + 3z - 1 = 0$ .
- Câu 35.** Trong hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $H(2;1;1)$ . Gọi các điểm  $A, B, C$  lần lượt ở trên các trục tọa độ  $Ox, Oy, Oz$  sao cho  $H$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ . Khi đó hoành độ điểm  $A$  là:
- A.  $-3$ .      B.  $-5$ .      C.  $3$ .      D.  $5$
- Câu 36.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua điểm  $M(1;2;3)$  và cắt các trục  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại  $A, B, C$  (khác gốc tọa độ  $O$ ) sao cho  $M$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  có phương trình dạng  $ax + by + cz - 14 = 0$ . Tính tổng  $T = a + b + c$ .
- A.  $8$ .      B.  $14$ .      C.  $T = 6$ .      D.  $11$ .
- Câu 37.** Cho điểm  $M(1;2;5)$ . Mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M$  cắt các trục tọa độ  $Ox, Oy, Oz$  tại  $A, B, C$  sao cho  $M$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Phương trình mặt phẳng  $(P)$  là
- A.  $x + y + z - 8 = 0$ .      B.  $x + 2y + 5z - 30 = 0$ .      C.  $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 0$ .      D.  $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$ .
- Câu 38.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): x + 4y - 2z - 6 = 0$ ,  $(Q): x - 2y + 4z - 6 = 0$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  chứa giao tuyến của  $(P), (Q)$  và cắt các trục tọa độ tại các điểm  $A, B, C$  sao cho hình chóp  $O.ABC$  là hình chóp đều. Phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  là
- A.  $x + y + z - 6 = 0$ .      B.  $x + y + z + 6 = 0$ .      C.  $x + y + z - 3 = 0$ .      D.  $x + y - z - 6 = 0$ .
- Câu 39.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M(9;1;1)$  cắt các tia  $Ox, Oy, Oz$  tại  $A, B, C$  ( $A, B, C$  không trùng với gốc tọa độ). Thể tích tứ diện  $OABC$  đạt giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?

A.  $\frac{81}{2}$ .

B.  $\frac{243}{2}$ .

C.  $\frac{81}{6}$ .

D. 243.

**Câu 40.** Trong không gian  $Oxyz$  cho các điểm  $A(2;0;0), B(0;4;0), C(0;0;6), D(2;4;6)$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng song song với mặt phẳng  $(ABC)$ ,  $(P)$  cách đều  $D$  và mặt phẳng  $(ABC)$ . Phương trình của mặt phẳng  $(P)$  là

A.  $6x+3y+2z-24=0$ . B.  $6x+3y+2z-12=0$ . C.  $6x+3y+2z=0$ . D.  $6x+3y+2z-36=0$ .

**Câu 41.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$  với  $a, b, c$  là ba số thực dương thay đổi, thỏa mãn điều kiện:  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2017$ . Khi đó, mặt phẳng  $(ABC)$  luôn đi qua có một điểm có tọa độ cố định là

A.  $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$ . B.  $(1;1;1)$ . C.  $\left(\frac{1}{2017}; \frac{1}{2017}; \frac{1}{2017}\right)$ . D.  $(2017;2017;2017)$ .

**Câu 42.** Trong không gian  $Oxyz$  cho điểm  $M(1;2;3)$ . Phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $M$  cắt các trục tọa độ  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại  $A, B, C$  sao cho  $M$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$  là

A.  $(P): 6x+3y+2z-18=0$ .

B.  $(P): 6x+3y+2z-6=0$ .

C.  $(P): 6x+3y+2z+18=0$ .

D.  $(P): 6x+3y+2z+6=0$ .

**Câu 43.** Cho điểm  $M(1;2;5)$ . Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $M$  cắt các trục  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại  $A, B, C$  sao cho  $M$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Phương trình mặt phẳng  $(P)$  là

A.  $x+y+z-8=0$ . B.  $x+2y+5z-30=0$ . C.  $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 0$ . D.  $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$ .

**Câu 44.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1;2;5)$ . Số mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $M$  và cắt các trục  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại  $A, B, C$  mà  $OA=OB=OC \neq 0$  là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

**Câu 45.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1;1;2)$ . Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $M$  và cắt các trục  $x'Ox, y'Oy, z'Oz$  lần lượt tại các điểm  $A, B, C$  sao cho  $OA=OB=OC \neq 0$ ?

A. 3

B. 1

C. 4

D. 8

**Câu 46.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , có bao nhiêu mặt phẳng qua  $M(2;1;3), A(0;0;4)$  và cắt hai trục  $Ox, Oy$  lần lượt tại  $B, C$  khác  $O$  thỏa mãn diện tích tam giác  $OBC$  bằng 1?

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

**Câu 47.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(3;2;1)$ . Mặt phẳng  $(P)$  qua  $M$  và cắt các trục  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại  $A, B, C$  sao cho  $M$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Phương trình mặt phẳng  $(P)$  là

A.  $x+y+z-6=0$ .

B.  $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 0$ .

C.  $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$ .

D.  $3x+2y+z-14=0$ .

**Câu 48.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  chứa điểm  $M(1;3;-2)$ , cắt các tia  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại  $A, B, C$  sao cho  $\frac{OA}{1} = \frac{OB}{2} = \frac{OC}{4}$ .





- Câu 57.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , mặt phẳng đi qua ba điểm  $A(2; 3; 5)$ ,  $B(3; 2; 4)$  và  $C(4; 1; 2)$  có phương trình là  
**A.**  $x + y + 5 = 0$ .      **B.**  $x + y - 5 = 0$ .      **C.**  $y - z + 2 = 0$ .      **D.**  $2x + y - 7 = 0$ .
- Câu 58.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm  $A(1;1;4)$ ,  $B(2;7;9)$ ,  $C(0;9;13)$ .  
**A.**  $2x + y + z + 1 = 0$ .      **B.**  $x - y + z - 4 = 0$ .      **C.**  $7x - 2y + z - 9 = 0$ .      **D.**  $2x + y - z - 2 = 0$ .
- Câu 59.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho bốn điểm  $S(-1;6;2)$ ,  $A(0;0;6)$ ,  $B(0;3;0)$ ,  $C(-2;0;0)$ . Gọi  $H$  là chân đường cao vẽ từ  $S$  của tứ diện  $S.ABC$ . Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm  $S$ ,  $B$ ,  $H$  là  
**A.**  $x + y - z - 3 = 0$ .      **B.**  $x + y - z - 3 = 0$ .      **C.**  $x + 5y - 7z - 15 = 0$ .      **D.**  $7x + 5y - 4z - 15 = 0$ .

**Dạng 2. Một số bài toán liên đến khoảng cách - góc**

**Dạng 2.1 Khoảng cách từ điểm đến mặt, khoảng cách giữa hai mặt**

**Khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng, khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song**

- Khoảng cách từ điểm  $M(x_M; y_M; z_M)$  đến mặt phẳng  $(P): ax + by + cz + d = 0$  được xác định bởi

công thức: 
$$d(M; (P)) = \frac{|ax_M + by_M + cz_M + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng đến mặt phẳng

- Cho hai mặt phẳng song song  $(P): ax + by + cz + d = 0$  và  $(Q): ax + by + cz + d' = 0$  có cùng vectơ

pháp tuyến, khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó là 
$$d((Q), (P)) = \frac{|d - d'|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$
.

**Viết phương trình  $(P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0$  và cách  $M(x_0; y_0; z_0)$  khoảng  $k$ .**

Phương pháp:

- Vì  $(P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0 \Rightarrow (P): ax + by + cz + d' = 0$ .
- Sử dụng công thức khoảng cách  $d_{[M, (P)]} = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d'|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = k \Rightarrow d'$ .

**Viết phương trình mặt phẳng  $(P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0$  và  $(P)$  cách mặt phẳng  $(Q)$  một khoảng  $k$  cho trước.**

Phương pháp:

- Vì  $(P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0 \Rightarrow (P): ax + by + cz + d' = 0$ .
- Chọn một điểm  $M(x_0; y_0; z_0) \in (Q)$  và sử dụng công thức:

$$d_{[(Q), (P)]} = d_{[M, (P)]} = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d'|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = k \Rightarrow d'$$

**Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  vuông góc với hai mặt phẳng  $(\alpha)$ ,  $(\beta)$ , đồng thời  $(P)$  cách điểm  $M(x_0; y_0; z_0)$  một khoảng bằng  $k$  cho trước.**

Phương pháp:

- Tìm  $\vec{n}_{(\alpha)}$ ,  $\vec{n}_{(\beta)}$ . Từ đó suy ra  $\vec{n}_{(P)} = [\vec{n}_{(\alpha)}, \vec{n}_{(\beta)}] = (a; b; c)$ .
- Khi đó phương trình  $(P)$  có dạng  $(P): ax + by + cz + d = 0$ , (cần tìm  $d$ ).
- Ta có:  $d_{[M, (P)]} = k \Leftrightarrow \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = k \Rightarrow d$ .



- Câu 1.** Trong không gian  $Oxyz$ , điểm  $M$  thuộc trục  $Oy$  và cách đều hai mặt phẳng:  $(P): x + y - z + 1 = 0$  và  $(Q): x - y + z - 5 = 0$  có tọa độ là
- A.  $M(0; -3; 0)$ .      B.  $M(0; 3; 0)$ .      C.  $M(0; -2; 0)$ .      D.  $M(0; 1; 0)$ .
- Câu 2.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho  $A(1; 2; 3)$ ,  $B(3; 4; 4)$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  sao cho khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $2x + y + mz - 1 = 0$  bằng độ dài đoạn thẳng  $AB$ .
- A.  $m = 2$ .      B.  $m = -2$ .      C.  $m = -3$ .      D.  $m = \pm 2$ .
- Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho 3 điểm  $A(1; 0; 0)$ ,  $B(0; -2; 3)$ ,  $C(1; 1; 1)$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng chứa  $A, B$  sao cho khoảng cách từ  $C$  tới mặt phẳng  $(P)$  bằng  $\frac{2}{\sqrt{3}}$ . Phương trình mặt phẳng  $(P)$  là
- A.  $\begin{cases} 2x + 3y + z - 1 = 0 \\ 3x + y + 7z + 6 = 0 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x + 2y + z - 1 = 0 \\ -2x + 3y + 6z + 13 = 0 \end{cases}$
- C.  $\begin{cases} x + y + 2z - 1 = 0 \\ -2x + 3y + 7z + 23 = 0 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x + y + z - 1 = 0 \\ -23x + 37y + 17z + 23 = 0 \end{cases}$
- Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$  cho  $A(2; 0; 0)$ ,  $B(0; 4; 0)$ ,  $C(0; 0; 6)$ ,  $D(2; 4; 6)$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng song song với  $mp(ABC)$ ,  $(P)$  cách đều  $D$  và mặt phẳng  $(ABC)$ . Phương trình của  $(P)$  là
- A.  $6x + 3y + 2z - 24 = 0$       B.  $6x + 3y + 2z - 12 = 0$
- C.  $6x + 3y + 2z = 0$       D.  $6x + 3y + 2z - 36 = 0$
- Câu 5.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; 3)$ ,  $B(5; -4; -1)$  và mặt phẳng  $(P)$  qua  $Ox$  sao cho  $d(B; (P)) = 2d(A; (P))$ ,  $(P)$  cắt  $AB$  tại  $I(a; b; c)$  nằm giữa  $AB$ . Tính  $a + b + c$ .
- A. 12.      B. 6.      C. 4.      D. 8.
- Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , Khoảng cách giữa hai mặt phẳng  $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$  và  $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$  bằng:
- A.  $\frac{4}{3}$       B.  $\frac{8}{3}$       C.  $\frac{7}{3}$       D. 3.
- Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$  cho hai mặt phẳng song song  $(P)$  và  $(Q)$  lần lượt có phương trình  $2x - y + z = 0$  và  $2x - y + z - 7 = 0$ . Khoảng cách giữa hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  bằng
- A. 7.      B.  $7\sqrt{6}$ .      C.  $6\sqrt{7}$ .      D.  $\frac{7}{\sqrt{6}}$ .
- Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , khoảng cách giữa hai mặt phẳng  $(P): x + 2y + 2z - 8 = 0$  và  $(Q): x + 2y + 2z - 4 = 0$  bằng
- A. 1.      B.  $\frac{4}{3}$ .      C. 2.      D.  $\frac{7}{3}$ .
- Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , khoảng cách giữa hai mặt phẳng  $(P): x + 2y - 2z - 16 = 0$  và  $(Q): x + 2y - 2z - 1 = 0$  bằng



A.  $M(0;0;-3)$ .      B.  $M(0;0;3)$ .      C.  $M(0;0;-4)$ .      D.  $M(0;0;4)$ .

**Câu 20.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;2;1), B(3;4;0)$ , mặt phẳng  $(P): ax+by+cz+46=0$ . Biết rằng khoảng cách từ  $A, B$  đến mặt phẳng  $(P)$  lần lượt bằng 6 và 3. giá trị của biểu thức  $T = a+b+c$  bằng

A. -3.      B. -6.      C. 3.      D. 6.

**Câu 21.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x+2y+2z-10=0$ . Phương trình mặt phẳng  $(Q)$  với  $(Q)$  song song với  $(P)$  và khoảng cách giữa hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  bằng  $\frac{7}{3}$  là.

A.  $x+2y+2z+3=0; x+2y+2z-17=0$       B.  $x+2y+2z-3=0; x+2y+2z+17=0$   
C.  $x+2y+2z+3=0; x+2y+2z+17=0$       D.  $x+2y+2z-3=0; x+2y+2z-17=0$

**Câu 22.** Trong không gian hệ tọa độ  $Oxyz$ , lập phương trình các mặt phẳng song song với mặt phẳng  $(\beta): x+y-z+3=0$  và cách  $(\beta)$  một khoảng bằng  $\sqrt{3}$ .

A.  $x+y-z+6=0; x+y-z=0$ .      B.  $x+y-z+6=0$ .  
C.  $x-y-z+6=0; x-y-z=0$ .      D.  $x+y+z+6=0; x+y+z=0$ .

**Câu 23.** Trong hệ trục tọa độ  $Oxyz$  cho 3 điểm  $A(4;2;1), B(0;0;3), C(2;0;1)$ . Viết phương trình mặt phẳng chứa  $OC$  và cách đều 2 điểm  $A, B$ .

A.  $x-2y-2z=0$  hoặc  $x+4y-2z=0$ .      B.  $x+2y+2z=0$  hoặc  $x-4y-2z=0$ .  
C.  $x+2y-2z=0$  hoặc  $x+4y-2z=0$ .      D.  $x+2y-2z=0$  hoặc  $x-4y-2z=0$ .

**Câu 24.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(1;0;0), B(0;-2;3), C(1;1;1)$ . Phương trình mặt phẳng  $(P)$  chứa  $A, B$  sao cho khoảng cách từ  $C$  tới  $(P)$  bằng  $\frac{2}{\sqrt{3}}$  là

A.  $x+y+z-1=0$  hoặc  $-23x+37y+17z+23=0$ .  
B.  $x+y+2z-1=0$  hoặc  $-23x+3y+7z+23=0$ .  
C.  $x+2y+z-1=0$  hoặc  $-13x+3y+6z+13=0$ .  
D.  $2x+3y+z-1=0$  hoặc  $3x+y+7z-3=0$ .

**Câu 25.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x-2y+z-5=0$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(Q)$  song song với mặt phẳng  $(P)$ , cách  $(P)$  một khoảng bằng 3 và cắt trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ dương.

A.  $(Q): 2x-2y+z+4=0$ .      B.  $(Q): 2x-2y+z-14=0$ .  
C.  $(Q): 2x-2y+z-19=0$ .      D.  $(Q): 2x-2y+z-8=0$ .

**Câu 26.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(Q): x+2y+2z-3=0$ , mặt phẳng  $(P)$  không qua  $O$ , song song với mặt phẳng  $(Q)$  và  $d((P), (Q))=1$ . Phương trình mặt phẳng  $(P)$  là

A.  $x+2y+2z+1=0$       B.  $x+2y+2z=0$       C.  $x+2y+2z-6=0$       D.  $x+2y+2z+3=0$

**Câu 27.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(2;0;0), B(0;4;0), C(0;0;6), D(2;4;6)$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng song song với  $mp(ABC)$ ,  $(P)$  cách đều  $D$  và mặt phẳng  $(ABC)$ . Phương trình của  $(P)$  là

A.  $6x+3y+2z-24=0$ . B.  $6x+3y+2z-12=0$ . C.  $6x+3y+2z=0$ .      D.  $6x+3y+2z-36=0$ .

- Câu 28.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(2;0;0)$ ,  $B(0;3;0)$ ,  $C(0;0;-1)$ . Phương trình của mặt phẳng  $(P)$  qua  $D(1;1;1)$  và song song với mặt phẳng  $(ABC)$  là  
**A.**  $2x+3y-6z+1=0$ . **B.**  $3x+2y-6z+1=0$ . **C.**  $3x+2y-5z=0$ . **D.**  $6x+2y-3z-5=0$ .
- Câu 29.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(1;1;0)$ ,  $B(0;2;1)$ ,  $C(1;0;2)$ ,  $D(1;1;1)$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $A(1;1;0)$ ,  $B(0;2;1)$ ,  $(\alpha)$  song song với đường thẳng  $CD$ . Phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  là  
**A.**  $x+y+2-3=0$ . **B.**  $2x-y+z-2=0$ . **C.**  $2x+y+z-3=0$ . **D.**  $x+y-2=0$ .

**Dạng 2.2 Góc của 2 mặt phẳng**

**1. Góc giữa hai véctơ**

Cho hai véctơ  $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$  và  $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$ . Khi đó góc giữa hai véctơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  là góc nhọn hoặc tù.

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}} \text{ với } 0^\circ < \alpha < 180^\circ.$$

**2. Góc giữa hai mặt phẳng**

Cho hai mặt phẳng  $(P): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$  và  $(Q): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ .

$$\cos((P), (Q)) = \cos \alpha = \frac{|\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q|}{|\vec{n}_P| \cdot |\vec{n}_Q|} = \frac{|A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}} \text{ với } 0^\circ < \alpha < 90^\circ.$$

- Câu 30.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $H(2;1;2)$ ,  $H$  là hình chiếu vuông góc của góc tọa độ  $O$  xuống mặt phẳng  $(P)$ , số đo góc giữa mặt  $(P)$  và mặt phẳng  $(Q): x+y-11=0$   
**A.**  $60^\circ$  **B.**  $30^\circ$  **C.**  $45^\circ$  **D.**  $90^\circ$
- Câu 31.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P)$  có phương trình  $x-2y+2z-5=0$ . Xét mặt phẳng  $(Q): x+(2m-1)z+7=0$ , với  $m$  là tham số thực. Tìm tất cả giá trị của  $m$  để  $(P)$  tạo với  $(Q)$  góc  $\frac{\pi}{4}$ .  
**A.**  $\begin{cases} m=1 \\ m=4 \end{cases}$  **B.**  $\begin{cases} m=2 \\ m=-2\sqrt{2} \end{cases}$  **C.**  $\begin{cases} m=2 \\ m=4 \end{cases}$  **D.**  $\begin{cases} m=4 \\ m=\sqrt{2} \end{cases}$
- Câu 32.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P)$  có phương trình:  $ax+by+cz-1=0$  với  $c < 0$  đi qua 2 điểm  $A(0;1;0)$ ,  $B(1;0;0)$  và tạo với  $(Oyz)$  một góc  $60^\circ$ . Khi đó  $a+b+c$  thuộc khoảng nào dưới đây?  
**A.**  $(5;8)$ . **B.**  $(8;11)$ . **C.**  $(0;3)$ . **D.**  $(3;5)$ .
- Câu 33.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): x+2y-2z+1=0$ ,  $(Q): x+my+(m-1)z+2019=0$ . Khi hai mặt phẳng  $(P)$ ,  $(Q)$  tạo với nhau một góc nhỏ nhất thì mặt phẳng  $(Q)$  đi qua điểm  $M$  nào sau đây?  
**A.**  $M(2019;-1;1)$  **B.**  $M(0;-2019;0)$  **C.**  $M(-2019;1;1)$  **D.**  $M(0;0;-2019)$

- Câu 34.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): 2x - y + 2z + 5 = 0$  và  $(Q): x - y + 2 = 0$ . Trên  $(P)$  có tam giác  $ABC$ ; Gọi  $A', B', C'$  lần lượt là hình chiếu của  $A, B, C$  trên  $(Q)$ . Biết tam giác  $ABC$  có diện tích bằng 4, tính diện tích tam giác  $A'B'C'$ .
- A.  $\sqrt{2}$ .                      B.  $2\sqrt{2}$ .                      C. 2.                      D.  $4\sqrt{2}$ .
- Câu 35.** Trong không gian  $Oxyz$ , biết hình chiếu của  $O$  lên mặt phẳng  $(P)$  là  $H(2; -1; -2)$ . Số đo góc giữa mặt phẳng  $(P)$  với mặt phẳng  $(Q): x - y - 5 = 0$  là
- A.  $30^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .
- Câu 36.** Trong hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $H(2; 1; 2)$ . Điểm  $H$  là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ  $O$  xuống mặt phẳng  $(P)$ , số đo góc giữa mặt phẳng  $(P)$  và mặt phẳng  $(Q): x + y - 11 = 0$  là
- A.  $90^\circ$ .                      B.  $30^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $45^\circ$ .
- Câu 37.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(3; 0; 1), B(6; -2; 1)$ . Phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $A, B$  và tạo với mặt phẳng  $(Oyz)$  một góc  $\alpha$  thỏa mãn  $\cos \alpha = \frac{2}{7}$  là
- A.  $\begin{cases} 2x + 3y + 6z - 12 = 0 \\ 2x + 3y - 6z = 0 \end{cases}$                       B.  $\begin{cases} 2x - 3y + 6z - 12 = 0 \\ 2x - 3y - 6z = 0 \end{cases}$
- C.  $\begin{cases} 2x - 3y + 6z - 12 = 0 \\ 2x - 3y - 6z + 1 = 0 \end{cases}$                       D.  $\begin{cases} 2x + 3y + 6z + 12 = 0 \\ 2x + 3y - 6z - 1 = 0 \end{cases}$
- Câu 38.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , biết mặt phẳng  $(P): ax + by + cz + d = 0$  với  $c < 0$  đi qua hai điểm  $A(0; 1; 0), B(1; 0; 0)$  và tạo với mặt phẳng  $(yOz)$  một góc  $60^\circ$ . Khi đó giá trị  $a + b + c$  thuộc khoảng nào dưới đây?
- A.  $(0; 3)$ .                      B.  $(3; 5)$ .                      C.  $(5; 8)$ .                      D.  $(8; 11)$ .

**Dạng 3. Vị trí tương đối**

**Dạng 3.1 Vị trí tương đối mặt phẳng với mặt cầu**

Vị trí tương đối giữa mặt phẳng  $(P)$  và mặt cầu  $(S)$

Cho mặt cầu  $S(I; R)$  và mặt phẳng  $(P)$ .

Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $I$  lên  $(P)$

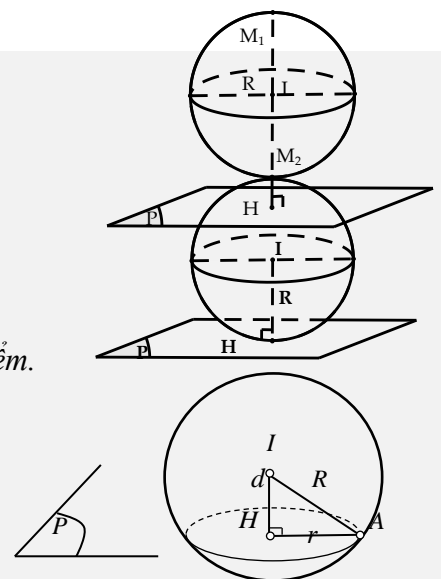
và có  $d = IH$  là khoảng cách từ  $I$  đến mặt phẳng  $(P)$ . Khi đó:

- Nếu  $d > R$ : Mặt cầu và mặt phẳng không có điểm chung.
- Nếu  $d = R$ : Mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu.

Lúc đó  $(P)$  là mặt phẳng tiếp diện của  $(S)$  và  $H$  là tiếp điểm.

- Nếu  $d < R$ : mặt phẳng  $(P)$  cắt mặt cầu theo thiết diện

là đường tròn có tâm  $H$  và bán kính  $r = \sqrt{R^2 - IH^2}$ .



Viết phương trình mặt  $(P) \square (Q): ax + by + cz + d = 0$  và tiếp xúc với mặt cầu  $(S)$ .

Phương pháp:

- Vì  $(P) \square (Q): ax + by + cz + d = 0 \Rightarrow (P): ax + by + cz + d' = 0$ .
- Tìm tâm  $I$  và bán kính  $R$  của mặt cầu.

□ Vì  $(P)$  tiếp xúc  $(S)$  nên có  $d_{[I;(P)]} = R \Rightarrow d'$ .

- Câu 1.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(3;2;-1)$  và đi qua điểm  $A(2;1;2)$ . Mặt phẳng nào dưới đây tiếp xúc với  $(S)$  tại  $A$  ?  
**A.**  $x + y + 3z - 9 = 0$     **B.**  $x + y - 3z + 3 = 0$     **C.**  $x + y - 3z - 8 = 0$     **D.**  $x - y - 3z + 3 = 0$
- Câu 2.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$  cho mặt phẳng  $(\alpha)$  có phương trình  $2x + y - z - 1 = 0$  và mặt cầu  $(S)$  có phương trình  $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 4$ . Xác định bán kính  $r$  của đường tròn là giao tuyến của mặt phẳng  $(\alpha)$  và mặt cầu  $(S)$ .  
**A.**  $r = \frac{2\sqrt{42}}{3}$ .    **B.**  $r = \frac{2\sqrt{3}}{3}$     **C.**  $r = \frac{2\sqrt{15}}{3}$ .    **D.**  $r = \frac{2\sqrt{7}}{3}$
- Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , viết phương trình mặt cầu có tâm  $I(2;1;-4)$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(\alpha): x - 2y + 2z - 7 = 0$ .  
**A.**  $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y - 8z - 4 = 0$ .    **B.**  $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 8z - 4 = 0$ .  
**C.**  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 8z - 4 = 0$ .    **D.**  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 8z - 4 = 0$ .
- Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$  và mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(0;-2;1)$ . Biết mặt phẳng  $(P)$  cắt mặt cầu  $(S)$  theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích  $2\pi$ . Mặt cầu  $(S)$  có phương trình là  
**A.**  $x^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 2$ .    **B.**  $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$ .  
**C.**  $x^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 3$ .    **D.**  $x^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 1$ .
- Câu 5.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x - 2y + 2z - 2 = 0$  và điểm  $I(-1;2;-1)$ . Viết phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  và cắt mặt phẳng  $(P)$  theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 5.  
**A.**  $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$ .    **B.**  $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 16$ .  
**C.**  $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 34$ .    **D.**  $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 34$ .
- Câu 6.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(-1;2;1)$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(P): x - 2y - 2z - 2 = 0$  có phương trình là  
**A.**  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3$ .    **B.**  $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 9$ .  
**C.**  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$ .    **D.**  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$ .
- Câu 7.** Phương trình mặt cầu tâm  $I(3;-2;4)$  và tiếp xúc với  $(P): 2x - y + 2z + 4 = 0$  là:  
**A.**  $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = \frac{20}{3}$ .    **B.**  $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = \frac{400}{9}$ .  
**C.**  $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = \frac{20}{3}$ .    **D.**  $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = \frac{400}{9}$ .
- Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $I(3;1;-1)$  và mặt phẳng  $(P): x - 2y - 2z + 3 = 0$ . Phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(P)$  là



- A.  $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 4$ .      B.  $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 16$ .  
 C.  $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 4$ .      D.  $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 16$ .

**Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1;2;1)$  và cắt mặt phẳng  $(P): 2x - y + 2z + 7 = 0$  theo một đường tròn có đường kính bằng 8. Phương trình mặt cầu  $(S)$  là

- A.  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 81$ .      B.  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 5$ .  
 C.  $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 9$ .      D.  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 25$ .

**Câu 10.** Cho mặt cầu  $(S)$  có phương trình  $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 100$  và mặt phẳng  $(\alpha)$  có phương trình  $2x - 2y - z + 9 = 0$ . Tính bán kính của đường tròn  $(C)$  là giao tuyến của mặt phẳng  $(\alpha)$  và mặt cầu  $(S)$ .

- A. 8.      B.  $4\sqrt{6}$ .      C. 10.      D. 6.

**Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 10 = 0$ , mặt phẳng  $(P): x + 2y - 2z + 10 = 0$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $(P)$  tiếp xúc với  $(S)$ .  
 B.  $(P)$  cắt  $(S)$  theo giao tuyến là đường tròn khác đường tròn lớn.  
 C.  $(P)$  và  $(S)$  không có điểm chung.  
 D.  $(P)$  cắt  $(S)$  theo giao tuyến là đường tròn lớn.

**Câu 12.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 1$  và mặt phẳng  $(P): x + 2y - 2z + 1 = 0$ . Tìm bán kính  $r$  đường tròn giao tuyến của  $(S)$  và  $(P)$ .

- A.  $r = \frac{1}{3}$ .      B.  $r = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ .      C.  $r = \frac{1}{2}$ .      D.  $r = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 13.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu có tâm  $I(3;1;0)$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(P): 2x + 2y - z + 1 = 0$ ?

- A.  $(x+3)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 3$ .      B.  $(x+3)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 9$ .  
 C.  $(x-3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 3$ .      D.  $(x-3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$ .

**Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$  cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$ . Đường tròn giao tuyến của  $(S)$  với mặt phẳng  $(Oxy)$  có bán kính là

- A.  $r = 3$ .      B.  $r = \sqrt{5}$ .      C.  $r = \sqrt{6}$ .      D.  $r = \sqrt{14}$ .

**Câu 15.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(2;1;1)$  và mặt phẳng  $(P): 2x + y + 2z + 2 = 0$ . Biết mặt phẳng  $(P)$  cắt mặt cầu  $(S)$  theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1. Viết phương trình của mặt cầu  $(S)$

- A.  $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 8$       B.  $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 10$   
 C.  $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 8$       D.  $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 10$

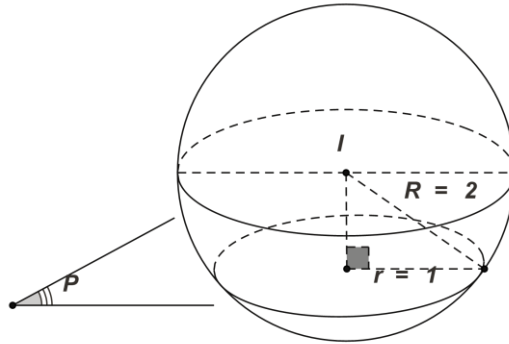
**Câu 16.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đi qua ba điểm  $M(2;3;3)$ ,  $N(2;-1;-1)$ ,  $P(-2;-1;3)$  và có tâm thuộc mặt phẳng  $(\alpha): 2x+3y-z+2=0$ .

- A.  $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z + 2 = 0$       B.  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z - 2 = 0$   
 C.  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z - 10 = 0$       D.  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z - 2 = 0$

**Câu 17.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , xét các điểm  $A(0;0;1)$ ,  $B(m;0;0)$ ,  $C(0;n;0)$ ,  $D(1;1;1)$  với  $m > 0$ ;  $n > 0$  và  $m+n=1$ . Biết rằng khi  $m, n$  thay đổi, tồn tại một mặt cầu cố định tiếp xúc với mặt phẳng  $(ABC)$  và đi qua  $D$ . Tính bán kính  $R$  của mặt cầu đó?

- A.  $R=1$ .      B.  $R = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .      C.  $R = \frac{3}{2}$ .      D.  $R = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 18.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 4$  và mặt phẳng  $(P): x+my+z-3m-1=0$ . Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để mặt phẳng  $(P)$  cắt mặt cầu  $(S)$  theo giao tuyến là đường tròn có đường kính bằng 2.



- A.  $m=1$ .      B.  $m=-1$  hoặc  $m=-2$ .      C.  $m=1$  hoặc  $m=2$ .      D.  $m=-1$

**Câu 19.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  tâm  $I(a;b;c)$  bán kính bằng 1, tiếp xúc mặt phẳng  $(Oxz)$ . Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A.  $|a|=1$ .      B.  $a+b+c=1$ .      C.  $|b|=1$ .      D.  $|c|=1$ .

**Câu 20.** Trong không gian  $Oxyz$  cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + 5 = 0$ . Mặt phẳng tiếp xúc với  $(S)$  và song song với mặt phẳng  $(P): 2x - y + 2z - 11 = 0$  có phương trình là:

- A.  $2x - y + 2z - 7 = 0$ .      B.  $2x - y + 2z + 9 = 0$ .      C.  $2x - y + 2z + 7 = 0$ .      D.  $2x - y + 2z - 9 = 0$ .

**Câu 21.** Trong không gian  $Oxyz$  cho hai mặt phẳng  $(P): 2x - y + z - 2 = 0$  và  $(Q): 2x - y + z + 1 = 0$ . Số mặt cầu đi qua  $A(1;-2;1)$  và tiếp xúc với hai mặt phẳng  $(P), (Q)$  là

- A. 0.      B. 1.      C. Vô số.      D. 2.

**Câu 22.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có đường kính  $AB$  với  $A(6;2;-5)$ ,  $B(-4;0;7)$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  tiếp xúc với mặt cầu  $(S)$  tại  $A$ .

- A.  $(P): 5x + y - 6z + 62 = 0$ .      B.  $(P): 5x + y - 6z - 62 = 0$ .  
 C.  $(P): 5x - y - 6z - 62 = 0$ .      D.  $(P): 5x + y + 6z + 62 = 0$ .

- Câu 23.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x + 2y + z - m^2 - 3m = 0$  và mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$ . Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để  $(P)$  tiếp xúc với  $(S)$ .
- A.  $\begin{cases} m = -2 \\ m = 5 \end{cases}$ .      B.  $\begin{cases} m = 2 \\ m = -5 \end{cases}$ .      C.  $m = 2$ .      D.  $m = -5$ .
- Câu 24.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$  có tâm  $I$  và mặt phẳng  $(P): x + 2y + 2z + 7 = 0$ . Thể tích của khối nón đỉnh  $I$  và đường tròn đáy là giao tuyến của mặt cầu  $(S)$  và mặt phẳng  $(P)$  bằng
- A.  $12\pi$       B.  $48\pi$       C.  $36\pi$       D.  $24\pi$
- Câu 25.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho hai mặt cầu  $(S_1), (S_2)$  lần lượt có phương trình là  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 22 = 0$ ,  $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y + 2z + 5 = 0$ . Xét các mặt phẳng  $(P)$  thay đổi nhưng luôn tiếp xúc cả hai mặt cầu đã cho. Gọi  $A(a; b; c)$  là điểm mà tất cả các mặt phẳng  $(P)$  đi qua. Tính tổng  $S = a + b + c$ .
- A.  $S = \frac{5}{2}$ .      B.  $S = -\frac{5}{2}$ .      C.  $S = \frac{9}{2}$ .      D.  $S = -\frac{9}{2}$ .
- Câu 26.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 45$  và mặt phẳng  $(P): x + y - z - 13 = 0$ . Mặt cầu  $(S)$  cắt mặt phẳng  $(P)$  theo giao tuyến là đường tròn có tâm  $I(a; b; c)$  thì giá trị của  $a + b + c$  bằng
- A.  $-11$ .      B.  $5$ .      C.  $2$ .      D.  $1$ .
- Câu 27.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x - 2y + z + 7 = 0$  và mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z - 10 = 0$ . Gọi  $(Q)$  là mặt phẳng song song với mặt phẳng  $(P)$  và cắt mặt cầu  $(S)$  theo một giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng  $6\pi$ . Hỏi  $(Q)$  đi qua điểm nào trong số các điểm sau?
- A.  $(6; 0; 1)$ .      B.  $(-3; 1; 4)$ .      C.  $(-2; -1; 5)$ .      D.  $(4; -1; -2)$ .
- Câu 28.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$  và mặt phẳng  $(\alpha): 4x + 3y - 12z + 10 = 0$ . Lập phương trình mặt phẳng  $(\beta)$  thỏa mãn đồng thời các điều kiện: tiếp xúc với  $(S)$ ; song song với  $(\alpha)$  và cắt trục  $Oz$  ở điểm có cao độ dương.
- A.  $4x + 3y - 12z - 78 = 0$ .      B.  $4x + 3y - 12z - 26 = 0$ .  
C.  $4x + 3y - 12z + 78 = 0$ .      D.  $4x + 3y - 12z + 26 = 0$ .
- Câu 29.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x - y - 2z - 1 = 0$  và điểm  $M(1; -2; 0)$ . Mặt cầu tâm  $M$ , bán kính bằng  $\sqrt{3}$  cắt phẳng  $(P)$  theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng bao nhiêu?
- A.  $2$ .      B.  $\sqrt{2}$ .      C.  $2\sqrt{2}$ .      D.  $\sqrt{3} - 1$ .
- Câu 30.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho mặt phẳng  $(Q): x - 2y + z - 5 = 0$  và mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 15$ . Mặt phẳng  $(P)$  song song với mặt phẳng  $(Q)$  và cắt mặt cầu  $(S)$  theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng  $6\pi$  đi qua điểm nào sau đây?

- A.  $(2; -2; 1)$ .      B.  $(1; -2; 0)$ .      C.  $(0; -1; -5)$ .      D.  $(-2; 2; -1)$ .

**Câu 31.** Cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 9$ . Phương trình mặt phẳng  $(\beta)$  tiếp xúc với mặt cầu  $(S)$  tại điểm  $M(0; 4; -2)$  là

- A.  $x+6y-6z+37=0$     B.  $x-2y-2z-4=0$     C.  $x-2y-2z+4=0$     D.  $x+6y-6z-37=0$

**Câu 32.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 4$  và mặt phẳng  $(P): 4x-3y-m=0$ . Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để mặt phẳng  $(P)$  và mặt cầu  $(S)$  có đúng 1 điểm chung.

- A.  $m=1$ .      B.  $m=-1$  hoặc  $m=-21$ .  
C.  $m=1$  hoặc  $m=21$ .      D.  $m=-9$  hoặc  $m=31$ .

**Câu 33.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): mx+2y-z+1=0$  ( $m$  là tham số). Mặt phẳng  $(P)$  cắt mặt cầu  $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$  theo một đường tròn có bán kính bằng 2. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$ ?

- A.  $m = \pm 1$ .      B.  $m = \pm 2 + \sqrt{5}$ .      C.  $m = \pm 4$ .      D.  $m = 6 \pm 2\sqrt{5}$ .

**Câu 34.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(Q)$  chứa trục  $Ox$  và cắt  $(S)$  theo một đường tròn bán kính bằng 3.

- A.  $(Q): y+3z=0$ .    B.  $(Q): x+y-2z=0$ .    C.  $(Q): y-z=0$ .    D.  $(Q): y-2z=0$ .

**Câu 35.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $I(-1; 2; 1)$  và mặt phẳng  $(P)$  có phương trình  $x+2y-2z+8=0$ . Viết phương trình mặt cầu tâm  $I$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(P)$ :

- A.  $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 9$       B.  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3$   
C.  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 4$       D.  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$

**Câu 36.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu có tâm  $I(0; 1; 3)$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(P): 2x-y-2z-2=0$ ?

- A.  $x^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 9$ .      B.  $x^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = 9$ .  
C.  $x^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 3$ .      D.  $x^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = 3$ .

**Câu 37.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt cầu  $(S)$  tâm  $I(-1; 2; 5)$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(P): x-2y+2z+4=0$  là

- A.  $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 10z + 21 = 0$ .    B.  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 10z + 21 = 0$ .  
C.  $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 10z - 21 = 0$ .    D.  $(S): x^2 + y^2 + z^2 + x - 2y - 5z - 21 = 0$ .

**Câu 38.** Trong không gian  $Oxyz$  cho điểm  $I(1; -2; 3)$  và mặt phẳng  $(P): 2x-y+2z-1=0$ . Mặt cầu  $(S)$  tâm  $I$  tiếp xúc với  $(P)$  có phương trình là:

- A.  $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$ .      B.  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 3$ .  
C.  $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 3$ .      D.  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$ .

- Câu 39.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $I(-3;0;1)$ . Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  và cắt mặt phẳng  $(P): x-2y-2z-1=0$  theo một thiết diện là một hình tròn. Diện tích của hình tròn này bằng  $\pi$ . Phương trình mặt cầu  $(S)$  là
- A.  $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4$ .                      B.  $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 25$ .  
 C.  $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 5$ .                      D.  $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$ .
- Câu 40.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x-2y+2z-2=0$  và điểm  $I(-1; 2; -1)$ . Viết phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  và cắt mặt phẳng  $(P)$  theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 5.
- A.  $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$ .                      B.  $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 16$ .  
 C.  $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 34$ .                      D.  $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 34$ .
- Câu 41.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2z - 2 = 0$  và điểm  $K(2;2;0)$ . Viết phương trình mặt phẳng chứa tất cả các tiếp điểm của các tiếp tuyến vẽ từ  $K$  đến mặt cầu  $(S)$ .
- A.  $2x+2y+z-4=0$ .    B.  $6x+6y+3z-8=0$ .    C.  $2x+2y+z+2=0$     D.  $6x+6y+3z-3=0$ .
- Câu 42.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu có phương trình  $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + m - 3 = 0$ . Tìm số thực của tham số  $m$  để mặt phẳng  $(\beta): 2x - y + 2z - 8 = 0$  cắt  $(S)$  theo một đường tròn có chu vi bằng  $8\pi$ .
- A.  $m = -3$ .                      B.  $m = -1$ .                      C.  $m = -2$ .                      D.  $m = -4$ .
- Câu 43.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 4z - 2 = 0$  và mặt phẳng  $(\alpha): x + 4y + z - 11 = 0$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$ , biết  $(P)$  song song với giá của vectơ  $\vec{v} = (1;6;2)$ , vuông góc với  $(\alpha)$  và tiếp xúc với  $(S)$ .
- A.  $\begin{cases} x-2y+z+3=0 \\ x-2y+z-21=0 \end{cases}$     B.  $\begin{cases} 3x+y+4z+1=0 \\ 3x+y+4z-2=0 \end{cases}$     C.  $\begin{cases} 4x-3y-z+5=0 \\ 4x-3y-z-27=0 \end{cases}$     D.  $\begin{cases} 2x-y+2z+3=0 \\ 2x-y+2z-21=0 \end{cases}$
- Câu 44.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P)$  có phương trình  $x-2y-2z-5=0$  và mặt cầu  $(S)$  có phương trình  $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 4$ . Tìm phương trình mặt phẳng song song với mặt phẳng  $(P)$  và đồng thời tiếp xúc với mặt cầu  $(S)$ .
- A.  $x-2y-2z+1=0$ .    B.  $-x+2y+2z+5=0$ .    C.  $x-2y-2z-23=0$ .    D.  $-x+2y+2z+17=0$ .
- Câu 45.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$  cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 4z - 2 = 0$ , mặt phẳng  $(\alpha): x + 4y + z - 11 = 0$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng vuông góc với  $(\alpha)$ ,  $(P)$  song song với giá của vectơ  $\vec{v} = (1;6;2)$  và  $(P)$  tiếp xúc với  $(S)$ . Lập phương trình mặt phẳng  $(P)$ .
- A.  $2x-y+2z-2=0$  và  $x-2y+z-21=0$ .    B.  $x-2y+2z+3=0$  và  $x-2y+z-21=0$ .  
 C.  $2x-y+2z+3=0$  và  $2x-y+2z-21=0$ .    D.  $2x-y+2z+5=0$  và  $2x-y+2z-2=0$ .
- Câu 46.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;0;0)$ ,  $B(0;0;2)$  và mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ . Số mặt phẳng chứa hai điểm  $A, B$  và tiếp xúc với mặt cầu  $(S)$  là
- A. 1 mặt phẳng.                      B. 2 mặt phẳng.                      C. 0 mặt phẳng.                      D. Vô số mặt phẳng.

- Câu 47.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(Q)$  song với mặt phẳng  $(P): 2x - 2y + z - 7 = 0$ . Biết  $mp(Q)$  cắt mặt cầu  $(S): x^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 25$  theo một đường tròn có bán kính  $r = 3$ . Khi đó mặt phẳng  $(Q)$  có phương trình là:  
**A.**  $x - y + 2z - 7 = 0$ .    **B.**  $2x - 2y + z - 7 = 0$ .    **C.**  $2x - 2y + z - 17 = 0$ .    **D.**  $2x - 2y + z + 17 = 0$ .

**Dạng 3.2 Vị trí tương đối hai mặt**

**Vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$**

Cho hai mặt phẳng  $(P): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$  và  $(Q): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ .

$\square (P) \text{ cắt } (Q) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} \neq \frac{C_1}{C_2} \neq \frac{D_1}{D_2}$ .       $\square (P) \parallel (Q) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} \neq \frac{D_1}{D_2}$ .

$\square (P) \equiv (Q) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2}$ .       $\square (P) \perp (Q) \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$ .

- Câu 48.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): 2x + my + 3z - 5 = 0$  và  $(Q): nx - 8y - 6z + 2 = 0$ , với  $m, n \in \mathbb{R}$ . Xác định  $m, n$  để  $(P)$  song song với  $(Q)$ .

- A.**  $m = n = -4$ .      **B.**  $m = 4; n = -4$ .      **C.**  $m = -4; n = 4$ .      **D.**  $m = n = 4$ .

- Câu 49.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$  và  $(Q): mx + y - 2z + 1 = 0$ . Với giá trị nào của  $m$  thì hai mặt phẳng đó vuông góc với nhau?

- A.**  $m = 1$       **B.**  $m = -1$       **C.**  $m = -6$       **D.**  $m = 6$

- Câu 50.** Trong không gian  $Oxyz$ , tìm tập hợp các điểm cách đều cặp mặt phẳng sau đây:  $4x - y - 2z - 3 = 0, 4x - y - 2z - 5 = 0$ .

- A.**  $4x - y - 2z - 6 = 0$ .    **B.**  $4x - y - 2z - 4 = 0$ .    **C.**  $4x - y - 2z - 1 = 0$ .    **D.**  $4x - y - 2z - 2 = 0$ .

- Câu 51.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): x - 2y - z + 3 = 0; (Q): 2x + y + z - 1 = 0$ . Mặt phẳng  $(R)$  đi qua điểm  $M(1;1;1)$  chứa giao tuyến của  $(P)$  và  $(Q)$ ; phương trình của  $(R): m(x - 2y - z + 3) + (2x + y + z - 1) = 0$ . Khi đó giá trị của  $m$  là

- A.** 3.      **B.**  $\frac{1}{3}$ .      **C.**  $-\frac{1}{3}$ .      **D.** -3.

- Câu 52.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): 2x + y + z - 2 = 0$  vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

- A.**  $2x - y - z - 2 = 0$ .    **B.**  $x - y - z - 2 = 0$ .    **C.**  $x + y + z - 2 = 0$ .    **D.**  $2x + y + z - 2 = 0$ .

- Câu 53.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho 3 điểm  $A(1;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$  trong đó  $b, c \neq 0$  và mặt phẳng  $(P): y - z + 1 = 0$ . Mối liên hệ giữa  $b, c$  để mặt phẳng  $(ABC)$  vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  là

- A.**  $2b = c$ .      **B.**  $b = 2c$ .      **C.**  $b = c$ .      **D.**  $b = 3c$ .

- Câu 54.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $(P): x + y - 2z + 5 = 0$  và  $(Q): 4x + (2 - m)y + mz - 3 = 0, m$  là tham số thực. Tìm tham số  $m$  sao cho mặt phẳng  $(Q)$  vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ .

- A.**  $m = -3$ .      **B.**  $m = -2$ .      **C.**  $m = 3$ .      **D.**  $m = 2$ .



- Câu 55.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): ax - y + 2z + b = 0$  đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng  $(P): x - y - z + 1 = 0$  và  $(Q): x + 2y + z - 1 = 0$ . Tính  $a + 4b$ .
- A.  $-16$ .                      B.  $-8$ .                      C.  $0$ .                      D.  $8$ .
- Câu 56.** Trong không gian  $Oxyz$  cho hai mặt phẳng  $(\alpha): x + 2y - z - 1 = 0$  và  $(\beta): 2x + 4y - mz - 2 = 0$ . Tìm  $m$  để hai mặt phẳng  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  song song với nhau.
- A.  $m = 1$ .                      B. Không tồn tại  $m$ .                      C.  $m = -2$ .                      D.  $m = 2$ .
- Câu 57.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x + 2y - 2z - 1 = 0$ , mặt phẳng nào dưới đây song song với  $(P)$  và cách  $(P)$  một khoảng bằng  $3$ .
- A.  $(Q): x + 2y - 2z + 8 = 0$ .                      B.  $(Q): x + 2y - 2z + 5 = 0$ .  
C.  $(Q): x + 2y - 2z + 1 = 0$ .                      D.  $(Q): x + 2y - 2z + 2 = 0$ .
- Câu 58.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  có bao nhiêu mặt phẳng song song với mặt phẳng  $(Q): x + y + z + 3 = 0$ , cách điểm  $M(3; 2; 1)$  một khoảng bằng  $3\sqrt{3}$  biết rằng tồn tại một điểm  $X(a; b; c)$  trên mặt phẳng đó thỏa mãn  $a + b + c < -2$ ?
- A.  $1$ .                      B. Vô số.                      C.  $2$ .                      D.  $0$ .
- Câu 59.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(Q_1): 3x - y + 4z + 2 = 0$  và  $(Q_2): 3x - y + 4z + 8 = 0$ . Phương trình mặt phẳng  $(P)$  song song và cách đều hai mặt phẳng  $(Q_1)$  và  $(Q_2)$  là:
- A.  $(P): 3x - y + 4z + 10 = 0$ .                      B.  $(P): 3x - y + 4z + 5 = 0$ .  
C.  $(P): 3x - y + 4z - 10 = 0$ .                      D.  $(P): 3x - y + 4z - 5 = 0$ .
- Câu 60.** Gọi  $m, n$  là hai giá trị thực thỏa mãn giao tuyến của hai mặt phẳng  $(P_m): mx + 2y + nz + 1 = 0$  và  $(Q_m): x - my + nz + 2 = 0$  vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha): 4x - y - 6z + 3 = 0$ . Tính  $m + n$ .
- A.  $m + n = 0$ .                      B.  $m + n = 2$ .                      C.  $m + n = 1$ .                      D.  $m + n = 3$ .
- Câu 61.** Biết rằng trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  có hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  cùng thỏa mãn các điều kiện sau: đi qua hai điểm  $A(1; 1; 1)$  và  $B(0; -2; 2)$ , đồng thời cắt các trục tọa độ  $Ox, Oy$  tại hai điểm cách đều  $O$ . Giả sử  $(P)$  có phương trình  $x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$  và  $(Q)$  có phương trình  $x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$ . Tính giá trị biểu thức  $b_1b_2 + c_1c_2$ .
- A.  $7$ .                      B.  $-9$ .                      C.  $-7$ .                      D.  $9$ .
- Câu 62.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(3; 2; 1)$ . Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $M$  và cắt các trục tọa độ  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại các điểm  $A, B, C$  không trùng với gốc tọa độ sao cho  $M$  là trực tâm tam giác  $ABC$ . Trong các mặt phẳng sau, tìm mặt phẳng song song với mặt phẳng  $(P)$ .
- A.  $3x + 2y + z + 14 = 0$ .                      B.  $2x + y + 3z + 9 = 0$ .                      C.  $3x + 2y + z - 14 = 0$ .                      D.  $2x + y + z - 9 = 0$ .