

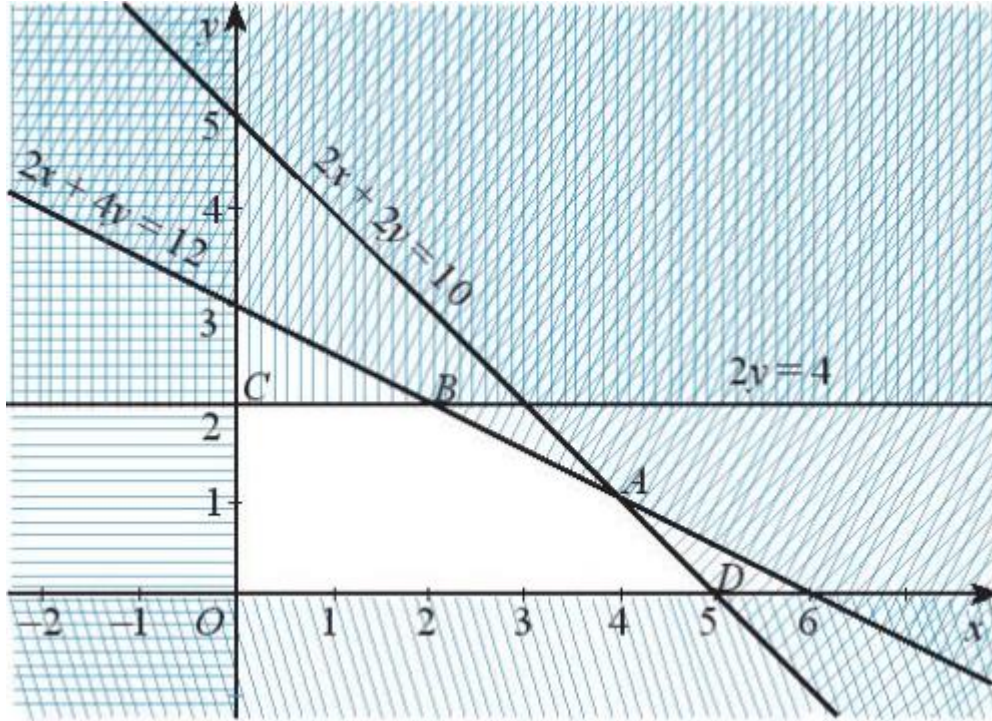
TỰ LUẬN

<p>Câu 1. (2.0 điểm)</p>	<p>Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có tọa độ các điểm $A(1;-2)$, $B(2;1)$, $C(-2;3)$.</p> <p>a/ Tính tích vô hướng $\overline{AB}.\overline{AC}$.</p> <p>b/ Tính giá trị $\cos A$.</p> <p>c/ Tìm tọa độ H là trực tâm của tam giác ABC.</p>																		
a/	$\overline{AB} = (1;3); \overline{AC} = (-3;5)$	0.25																	
	$\overline{AB}.\overline{AC} = 12$	0.25																	
b/	$\cos A = \frac{\overline{AB}.\overline{AC}}{AB.AC}$	0.25																	
	$= \frac{12}{\sqrt{10}.\sqrt{34}} = \frac{6\sqrt{85}}{85}$	0.25																	
c/	<p>Gọi $H(a;b)$ là trực tâm của tam giác ABC.</p> <p>Khi đó điểm H thỏa mãn: $\begin{cases} \overline{AH}.\overline{BC} = 0 \\ \overline{BH}.\overline{AC} = 0 \end{cases}$</p> <p><i>(học sinh viết được 1 trong 2 PT vecto trên thì được 0.25 điểm)</i></p>	0.5																	
	<p>Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} -4.(a-1) + 2(b+2) = 0 \\ -3(a-2) + 5(b-1) = 0 \end{cases}$</p>	0.25																	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} -4a + 2b = -8 \\ -3a + 5b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{19}{7} \\ b = \frac{10}{7} \end{cases}$ <p>Vậy $H\left(\frac{19}{7}; \frac{10}{7}\right)$.</p>	0.25																	
<p>Câu 2. (0.5 điểm)</p>	<p>Một người dùng ba loại nguyên liệu A, B, C để sản xuất ra hai loại sản phẩm P và Q. Để sản xuất 1 kg mỗi loại sản phẩm P hoặc Q phải dùng một số kilôgam nguyên liệu khác nhau. Tổng số kilôgam nguyên liệu mỗi loại A, B, C mà người đó có và số kilôgam từng loại nguyên liệu cần thiết để sản xuất ra 1kg sản phẩm P hoặc Q được cho trong bảng sau:</p>																		
	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Loại nguyên liệu</th> <th rowspan="2">Số kilôgam nguyên liệu đang có</th> <th colspan="2">Số kilôgam từng loại nguyên liệu cần để sản xuất 1 kg sản phẩm</th> </tr> <tr> <th>P</th> <th>Q</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td>10</td> <td>2</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>4</td> <td>0</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>12</td> <td>2</td> <td>4</td> </tr> </tbody> </table>	Loại nguyên liệu	Số kilôgam nguyên liệu đang có	Số kilôgam từng loại nguyên liệu cần để sản xuất 1 kg sản phẩm		P	Q	A	10	2	2	B	4	0	2	C	12	2	4
Loại nguyên liệu	Số kilôgam nguyên liệu đang có			Số kilôgam từng loại nguyên liệu cần để sản xuất 1 kg sản phẩm															
		P	Q																
A	10	2	2																
B	4	0	2																
C	12	2	4																
	<p>Biết 1kg sản phẩm P có lợi nhuận 3 triệu đồng và 1 kg sản phẩm Q có lợi nhuận 5 triệu đồng. Hãy lập phương án sản xuất hai loại sản phẩm trên sao cho có lãi cao nhất.</p>																		

Gọi x là số kilôgam sản phẩm P , y là số kilôgam sản phẩm Q cần sản xuất. Ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 2x + 2y \leq 10 \\ 2y \leq 4 \\ 2x + 4y \leq 12 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình trên hệ trục tọa độ Oxy , ta được như Hình.



0.25

Miền nghiệm là miền ngũ giác $OCBAD$ (Hình) với các đỉnh: $O(0;0); C(0;2); B(2;2); A(4;1); D(5;0)$.

Gọi F là số tiền lãi (đơn vị: triệu đồng) thu được, ta có: $F = 3x + 5y$.

Tính giá trị của F tại các đỉnh của ngũ giác:

Tại $O(0;0)$: $F = 3.0 + 5.0 = 0$;

Tại $C(0;2)$: $F = 3.0 + 5.2 = 10$;

Tại $B(2;2)$: $F = 3.2 + 5.2 = 16$;

Tại $A(4;1)$: $F = 3.4 + 5.1 = 17$

Tại $D(5;0)$: $F = 3.5 + 5.0 = 15$.

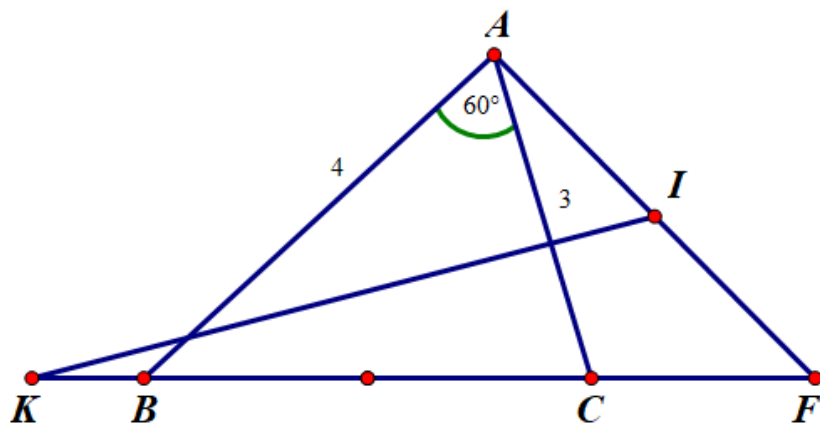
F đạt giá trị lớn nhất bằng 17 tại $A(4;1)$.

Vậy người đó cần sản xuất 4kg sản phẩm P và 1kg sản phẩm Q để có lãi cao nhất.

0.25

Câu 3. (0.5 điểm)

Cho tam giác ABC với $AB = 4$, $AC = 3$ và $\angle BAC = 60^\circ$. Gọi F là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{FB} = 3\overrightarrow{FC}$. Gọi I là trung điểm AF , K thuộc BC sao cho $\overrightarrow{BK} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$. Chứng minh rằng $IK \perp AC$.



Áp dụng định lý Côsin trong tam giác ABC ta được:

$$BC = \sqrt{4^2 + 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cos 60^\circ} = \sqrt{13};$$

$$\cos C = \frac{13 + 9 - 16}{2 \cdot \sqrt{13} \cdot 3} = \frac{1}{\sqrt{13}}.$$

Ta có:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{KI} \cdot \overrightarrow{AC} &= (\overrightarrow{KB} + \overrightarrow{BI}) \cdot \overrightarrow{AC} \\ &= \left(\frac{1}{4} \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2} (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BF}) \right) \cdot \overrightarrow{AC} \\ &= \left(\frac{1}{4} \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2} \left(\overrightarrow{BA} + \frac{3}{2} \overrightarrow{BC} \right) \right) \cdot \overrightarrow{AC} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{1}{4} \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2} \overrightarrow{BA} + \frac{3}{4} \overrightarrow{BC} \right) \cdot \overrightarrow{AC} \\ &= \left(\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2} \overrightarrow{BA} \right) \cdot \overrightarrow{AC} \\ &= \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AC} + \frac{1}{2} \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AC} \\ &= \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CA} - \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \\ &= \sqrt{13} \cdot 3 \cdot \frac{1}{\sqrt{13}} - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = 0. \end{aligned}$$

Suy ra $IK \perp AC$.

TRẮC NGHIỆM

cautron	111	222	333	444
1	C	D	A	B
2	B	C	D	D
3	B	B	A	A
4	D	A	D	D
5	D	A	A	A
6	C	D	D	C
7	A	B	D	C
8	D	A	C	D
9	A	B	D	C
10	C	C	C	D
11	B	D	A	A
12	D	B	C	C
13	B	C	A	B
14	A	C	B	B
15	A	B	B	D
16	C	C	D	B
17	A	A	A	C
18	A	A	C	A
19	C	D	B	C
20	C	A	B	C
21	B	B	C	D
22	A	A	B	A
23	A	A	C	D
24	D	B	B	A
25	C	C	C	B
26	A	B	C	D
27	B	A	B	B
28	C	B	D	B
29	B	A	C	C
30	C	A	C	D
31	B	D	A	C
32	A	C	C	B
33	B	B	B	D
34	C	B	A	A
35	B	D	A	B