

MA TRẬN ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HK2 - TOÁN 11

TT	Chương/ chủ đề	Nội dung/đơn vị kiến thức	Mức độ đánh giá												Tổng số câu			Tỉ lệ % điểm
			TNKQ									TỰ LUẬN						
			Nhiều lựa chọn			Đúng - Sai			Trả lời ngắn									
			Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD				
1	Chương VI	Lũy thừa với số mũ thực (2 tiết)	1												1	0	0	2.5%
			TD															
	HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT (8 tiết)	Lôgarit (2 tiết)	1	1					1					2	2	0	12.5%	
			TD	TD					GQVĐ									
		Hàm số mũ và hàm số logarit (1 tiết)	1			1	1			1				1	1	0	7.5%	
			TD			TD	GQVĐ			GQVĐ								
		Phương trình, bất phương trình mũ và logarit (2 tiết)	1			2							1	3	1	1	20.0%	
			TD			TD							MHH					

2	Chương VII	Hai đường thẳng vuông góc (2 tiết)	1			1									1	1	0	5.0%	
			TD			TD													
	QUAN HỆ VUÔNG GÓC TRONG KHÔNG GIAN (17 tiết)	Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (3 tiết)	2												3	1	0	10.0%	
			TD																
		Phép chiếu vuông góc . Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng (2 tiết)	1				1				1				1	0	1	7.5%	
			TD				GQVĐ				GQCD								
		Hai mặt phẳng vuông góc (4 tiết)	1									1		2	1	0	15.0%		
			TD									GQVĐ							
		Khoảng cách (3 tiết)	1				1						1	1	0	1	12.5%		
			TD				GQVĐ						GQVĐ						
		Thể tích (2 tiết)	1			1					1				1	0	1	7.5%	
			TD			TD					MHH								
		Tổng số câu			11	1	0	5	3	0	0	2	2	0	1	2	27 câu		100%
		Tổng số điểm			2.75	0.25	0	1.25	0.75	0	0	1	1	0	1	2	10 điểm		
		Tỉ lệ % điểm của ma trận			30%			20%			20%			30%			40%	30%	
		Tỉ lệ % điểm theo BGD quy định			30%			20%			20%			30%			40%	30%	30%

BẢNG ĐẶC TẢ ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HK2 - TOÁN 11

TT	Chương/ chủ đề	Nội dung/đơn vị kiến thức	Yêu cầu cần đạt	Mức độ đánh giá											
				TNKQ									TỰ LUẬN		
				Nhiều lựa chọn			Đúng - Sai			Trả lời ngắn					
				Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD
1	Chương VI HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT (8 tiết)	Lũy thừa với số mũ thực (2 tiết)	– Nhận biết được khái niệm lũy thừa với số mũ nguyên của một số thực khác 0; lũy thừa với số mũ hữu tỉ và lũy thừa với số mũ thực của một số thực dương.	Câu 1											
				TD											
		Lôgarit (2 tiết)	– Nhận biết được khái niệm lôgarit cơ số a ($a > 0$, a khác 1) của một số thực dương. – Giải thích được các tính chất của phép tính lôgarit nhờ sử dụng định nghĩa hoặc các tính chất đã biết trước đó. – Sử dụng được tính chất của phép tính lôgarit trong tính toán các biểu thức số và rút gọn các biểu thức chứa biến (tính viết và tính nhẩm, tính nhanh một cách hợp lí).	Câu 2	Câu 3						Câu 1				
				TD	TD						GQVĐ				
		Hàm số mũ và hàm số logarit (1 tiết)	– Nhận biết được hàm số mũ và hàm số lôgarit. Nêu được một số ví dụ thực tế về hàm số mũ, hàm số lôgarit. – Nhận dạng được đồ thị của các hàm số mũ, hàm số lôgarit. – Giải thích được các tính chất của hàm số mũ, hàm số lôgarit thông qua đồ thị của chúng.	Câu 4			Câu 1a	Câu 1d			Câu 2				
				TD			TD	GQVĐ			GQVĐ				

2		Phương trình, bất phương trình mũ và logarit (2 tiết)	- Giải được phương trình, bất phương trình mũ, lôgarit ở dạng đơn giản. - Giải quyết được một số vấn đề có liên quan đến môn học khác hoặc có liên quan đến thực tiễn gắn với phương trình, bất phương trình mũ và lôgarit (ví dụ: bài toán liên quan đến độ pH, độ rung chấn,...).	Câu 5			Câu 1b, 1c								Câu 1
				TD			TD								MHH
	Chương VII	Hai đường thẳng vuông góc (2 tiết)	- Nhận biết được khái niệm góc giữa hai đường thẳng trong không gian. - Nhận biết được hai đường thẳng vuông góc trong không gian. - Chứng minh được hai đường thẳng vuông góc trong không gian trong một số trường hợp đơn giản.	Câu 6			Câu 2a								
				TD			TD								
	QUAN HỆ VUÔNG GÓC TRONG KHÔNG GIAN (17 tiết)	Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (3 tiết)	- Nhận biết được đường thẳng vuông góc với mặt phẳng. - Xác định được điều kiện để đường thẳng vuông góc với mặt phẳng. - Giải thích được định lý ba đường vuông góc. - Giải thích được mối liên hệ giữa tính song song và tính vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng. - Nhận biết được khái niệm phép chiếu vuông góc. - Xác định được hình chiếu vuông góc của một điểm, một đường thẳng, một tam giác. - Nhận biết được công thức tính thể tích của hình chóp, hình lăng trụ, hình hộp. - Tính được thể tích của hình chóp,	Câu 7, 8								Câu 3			
				TD								MHH			

		hình lăng trụ, hình hộp trong những trường hợp đơn giản (ví dụ: nhận biết được đường cao và diện tích mặt đáy của hình chóp). – Vận dụng được kiến thức về đường thẳng vuông góc với mặt phẳng để mô tả một số hình ảnh trong thực tiễn.												
	Phép chiếu vuông góc . Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng (2 tiết)	– Nhận biết được khái niệm góc giữa đường thẳng và mặt phẳng. – Xác định và tính được góc giữa đường thẳng và mặt phẳng trong những trường hợp đơn giản (ví dụ: đã biết hình chiếu vuông góc của đường thẳng lên mặt phẳng). – Nhận biết được khái niệm góc nhị diện, góc phẳng nhị diện.	Câu 9				Câu 2c							
			TD				GQVĐ							
	Hai mặt phẳng vuông góc (4 tiết)	– Nhận biết được hai mặt phẳng vuông góc trong không gian. – Xác định được điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc. – Giải thích được tính chất cơ bản về hai mặt phẳng vuông góc. – Giải thích được tính chất cơ bản của hình lăng trụ đứng, lăng trụ đều, hình hộp đứng, hình hộp chữ nhật, hình lập phương, hình chóp đều.	Câu 10										Câu 2	
			TD									GQVĐ		
	Khoảng cách (3 tiết)	– Xác định được khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng; khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng; khoảng cách giữa hai đường thẳng song song; khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song; khoảng cách giữa	Câu 11				Câu 2d							Câu 3
			TD				GQVĐ						GQVĐ	

		hai mặt phẳng song song trong những trường hợp đơn giản. – Nhận biết được đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau; tính được khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau trong những trường hợp đơn giản (ví dụ: có một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng chứa đường thẳng còn lại). – Sử dụng được kiến thức về khoảng cách trong không gian để mô tả một số hình ảnh trong thực tiễn.													
		Thể tích (2 tiết)	– Nhận biết được hình chóp cụt đều. – Tính được thể tích khối chóp cụt đều. – Vận dụng được kiến thức về hình chóp cụt đều để mô tả một số hình ảnh trong thực tiễn.	Câu 12			Câu 2b					Câu 4			
			TD			TD						GQVĐ			
Tổng số câu				11	1	0	5	3	0	0	2	2	0	1	2
Tổng số điểm				2.75	0.25	0	1.25	0.75	0	0	1	1	0	1	2
Tỉ lệ % điểm của ma trận				30%			20%			20%			30%		
Tỉ lệ % điểm theo BGD quy định				30%			20%			20%			30%		

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Với a là số thực dương tùy ý, tích $a^3 \cdot a^{\frac{1}{2}}$ bằng

- A. $a^{\frac{7}{2}}$. B. a C. $a^{\frac{3}{2}}$. D. $a^{\frac{1}{4}}$.

Câu 2. Cho ba số thực dương a, b, c tùy ý và $a \neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. $\log_a a^\alpha = \alpha, \forall \alpha \in \mathbb{R}$. B.

$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$.

- C. $\log_a (b+c) = \log_a b + \log_a c$. D. $\log_a a = 1$.

Câu 3. Giá trị $A = \log_{\frac{1}{a}} \sqrt[3]{a^8}$ với $0 < a \neq 1$ bằng:

- A. $-\frac{8}{3}$ B. -2 C. $\frac{5}{3}$ D. 4

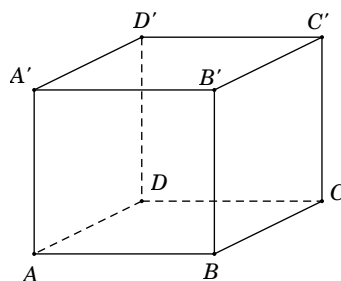
Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là:

- A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 5. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 6$ là

- A. $(\log_2 6; +\infty)$. B. $(-\infty; 3)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(-\infty; \log_2 6)$.

Câu 6. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng ? .



- A. 45° B. 30° . C. 60° . D. 90° .

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$. Phát biểu nào sau đây là sai?

- A. Đường thẳng BC vuông góc với (SAB) .
- B. Đường thẳng BD vuông góc với (SAC) .
- C. Đường thẳng AC vuông góc với (SBD) .
- D. Đường thẳng AD vuông góc với (SAB) .

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $AB \perp (SAC)$.
- B. $AB \perp (SBC)$.
- C. $AB \perp (SCD)$.
- D. $AB \perp (SAD)$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$, $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là

- A. SCB .
- B. SCD .
- C. SCA .
- D. SAC .

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi. Mặt phẳng (SAC) vuông góc với $(ABCD)$. Trong các mệnh đề sau, hãy cho biết mệnh đề nào đúng?

- A. $(SAC) \perp (SBD)$.
- B. $(SBD) \perp (ABCD)$.
- C. $(BCD) \perp (ACD)$.
- D. $(SAB) \perp (SAD)$.

Câu 11. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và $(DCC'D')$ bằng

- A. AD .
- B. AB' .
- C. AD' .
- D. AA' .

Câu 12. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

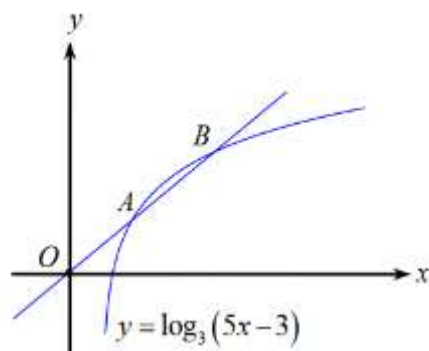
- A. a^3 .
- B. $6a^3$.
- C. $3a^3$.
- D. $2a^3$.

Phần II. Thí sinh trả lời câu 1, câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \log_3(5x - 3)$.

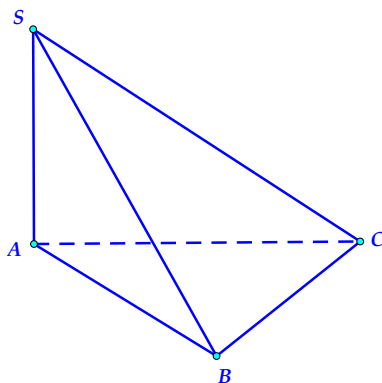
- a) Tập xác định của hàm số là $D = \left[\frac{3}{5}; +\infty \right)$.
- b) Phương trình $f(x) = 1$ có nghiệm là $x = \frac{6}{5}$.
- c) Số nghiệm nguyên của bất phương trình $f(x) < 3$ là 5.

d) Giả sử A, B là hai điểm phân biệt trên đồ thị hàm số $y = \log_3(5x-3)$ sao cho A là trung điểm của đoạn OB .



Độ dài đoạn thẳng OB bằng $\frac{2\sqrt{61}}{5}$.

Câu 2. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A có $AB = a$. Biết $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ và vuông góc với mặt đáy (tham khảo hình vẽ)



- Đường thẳng SB vuông góc với đường thẳng BC .
- Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$.
- Góc nhị diện $[S, BC, A]$ bằng 60° .
- Khoảng cách giữa AB và SC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a^{\log_3 7} = 27, b^{\log_7 11} = 49, c^{\log_{11} 25} = \sqrt{11}$. Tính giá trị của biểu thức $P = a^{\log_3^2 7} + b^{\log_7^2 11} + c^{\log_{11}^2 25}$

Câu 2. Có bao nhiêu số nguyên dương x thuộc tập xác định của hàm số $y = \ln(2025 - x^2)$?

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C , $SA \perp (ABC)$, biết $SA = 2$, $AC = 1$. Tính tang góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 4. Một chiếc lều du lịch hình chóp có đáy là lục giác đều và hình chiếu của đỉnh lều trên mặt đất trùng với tâm của lục giác đáy, khung lều làm bằng tre (như hình). Người ta muốn treo 1 dây đèn trang trí dọc theo cột ở giữa của lều từ đỉnh xuống sàn. Độ dài của dây đèn cần chuẩn bị là bao nhiêu mét nếu biết góc giữa các thanh tre với mặt sàn là 30° ; tấm lót sàn hình lục giác đều có diện tích 18 mét vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

PHẦN IV. Tự luận (3 điểm)

Câu 1. Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng theo hình thức lãi kép có kì hạn là 12 tháng với lãi suất là $6\%/ \text{năm}$. Để có được số tiền cả gốc và lãi nhiều hơn 130 triệu đồng thì người đó phải gửi ít nhất bao nhiêu năm? Biết rằng lãi suất không thay đổi qua các năm và người đó không rút tiền ra trong suốt quá trình gửi.

Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD vuông cân tại B và $AB \perp (BCD)$. Cho biết $BC = a\sqrt{2}, AB = \frac{a}{\sqrt{3}}$. Xác định và tính góc giữa hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) .

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a\sqrt{2}; AD = 2a$. Biết tam giác SAB là tam giác cân tại S , nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy và có diện tích bằng $\frac{a^2\sqrt{6}}{6}$. Tính khoảng cách từ A đến (SBD) .

ĐÁP ÁN ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2 – TOÁN 11

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.A	4.C	5.A	6.D
7.C	8.D	9.C	10.A	11.A	12.B

Phần II. Thí sinh trả lời câu 1, câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU	a)	b)	c)	d)
1	S	Đ	Đ	Đ
2	S	Đ	Đ	S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

CÂU	1	2	3	4
Đ.A	469	44	1,41	1,5

Phần IV. Tự luận

1	2	3
5	30^0	$a\sqrt{6}$

Câu 1: Với a là số thực dương tùy ý, tích $a^3.a^{\frac{1}{2}}$ bằng

A. $a^{\frac{7}{2}}$.

B. a

C. $a^{\frac{3}{2}}$.

D. $a^{\frac{1}{4}}$.

Lời giải

Ta có: $a^2.a^{\frac{1}{2}} = a^{2+\frac{1}{2}} = a^{\frac{5}{2}}$

Câu 2: Cho ba số thực dương a, b, c tùy ý và $a \neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\log_a a^\alpha = \alpha, \forall \alpha \in \mathbb{R}$.

B.

$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$.

C. $\log_a (b+c) = \log_a b + \log_a c$.

D. $\log_a a = 1$.

Câu 3. Giá trị $A = \log_{\frac{1}{a}} \sqrt[3]{a^8}$ với $0 < a \neq 1$ bằng:

A. $-\frac{8}{3}$

B. -2

C. $\frac{5}{3}$

D. 4

Lời giải

$$A = \log_{\frac{1}{a}} \sqrt[3]{a^8} = \log_{a^{-1}} a^{\frac{8}{3}} = -\frac{8}{3}$$

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là:

A. $[0; +\infty)$.

B. $(-\infty; +\infty)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

Hàm số $y = \log_2(x-3)$ có nghĩa khi: $x-3 > 0 \Leftrightarrow x > 3$

Tập xác định của hàm số là: $(3; +\infty)$.

Câu 5. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 6$ là

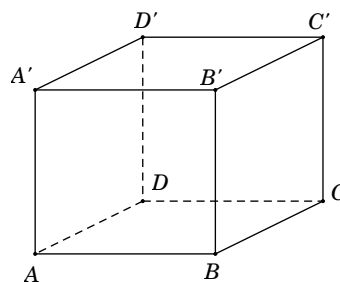
A. $(\log_2 6; +\infty)$.

B. $(-\infty; 3)$.

C. $(3; +\infty)$.

D. $(-\infty; \log_2 6)$.

Câu 6. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng ? .



A. 45°

B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$. Phát biểu nào sau đây là sai?

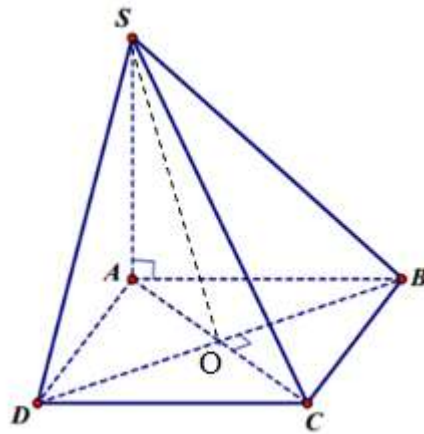
A. Đường thẳng BC vuông góc với (SAB) .

B. Đường thẳng BD vuông góc với (SAC) .

C. Đường thẳng AC vuông góc với (SBD) .

D. Đường thẳng AD vuông góc với (SAB) .

Lời giải



$$BC \perp AB, BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAB).$$

$$BD \perp AC, BD \perp SA \Rightarrow BD \perp (SAC).$$

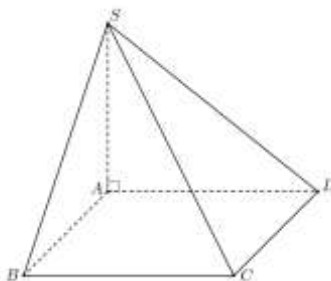
$$AD \perp AB, AD \perp SA \Rightarrow AD \perp (SAB).$$

Giả sử $AC \perp (SBD)$. Khi đó $AC \perp SO$ (với $O = AC \cap BD$). Điều này vô lý vì $AC \perp SA$. Vậy đường thẳng AC vuông góc với (SBD) là phát biểu sai.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $AB \perp (SAC)$. B. $AB \perp (SBC)$. C. $AB \perp (SCD)$. D. $AB \perp (SAD)$.

Lời giải



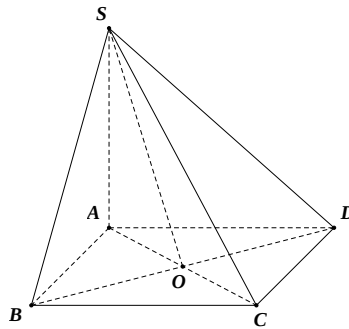
Ta có: $AB \perp AD$ (do $ABCD$ là hình vuông) và $AB \perp SA$ ($SA \perp (ABCD)$).

Vậy $AB \perp (SAD)$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$, $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là

- A.** SCB . **B.** SCD . **C.** SCA . **D.** SAC .

Lời giải



Ta có: $SA \perp (ABCD)$ suy ra AC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$, suy ra góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc SCA .

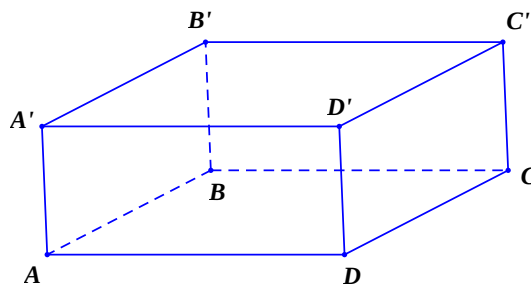
Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi. Mặt phẳng (SAC) vuông góc với $(ABCD)$. Trong các mệnh đề sau, hãy cho biết mệnh đề nào đúng?

- A.** $(SAC) \perp (SBD)$. **B.** $(SBD) \perp (ABCD)$. **C.** $(BCD) \perp (ACD)$. **D.** $(SAB) \perp (SAD)$.

Câu 11. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và $(DCC'D')$ bằng

- A.** AD . **B.** AB' . **C.** AD' . **D.** AA' .

Lời giải



Ta có $d((ABB'A'), (DCC'D')) = AD$

Câu 12. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A.** a^3 . **B.** $6a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $2a^3$.

Lời giải

Thể tích khối lăng trụ đã cho: $V = Bh = 3a^2 \cdot 2a = 6a^3$.

Phần II. Thí sinh trả lời câu 1, câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

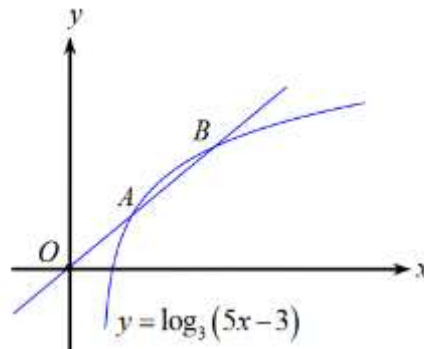
Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \log_3(5x - 3)$.

a) Tập xác định của hàm số là $D = \left[\frac{3}{5}; +\infty\right)$.

b) Phương trình $f(x) = 1$ có nghiệm là $x = \frac{6}{5}$.

c) Số nghiệm nguyên của bất phương trình $f(x) < 3$ là 5.

d) Giả sử A, B là hai điểm phân biệt trên đồ thị hàm số $y = \log_3(5x - 3)$ sao cho A là trung điểm của đoạn OB .



Độ dài đoạn thẳng OB bằng $\frac{2\sqrt{61}}{5}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

a) Hàm số xác định $\Leftrightarrow 5x - 3 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{3}{5}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \left(\frac{3}{5}; +\infty\right)$.

b) Ta có: $f(x) = 1 \Leftrightarrow \log_3(5x - 3) = 1 \Leftrightarrow 5x - 3 = 3 \Leftrightarrow x = \frac{6}{5}$.

c) Ta có: $f(x) < 3 \Leftrightarrow \log_3(5x - 3) < 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 3 > 0 \\ 5x - 3 < 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{3}{5} \\ x < 6 \end{cases}$

$\Leftrightarrow x \in \left(\frac{3}{5}; 6\right) \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} x \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

d) Gọi $A(a; \log_3(5a - 3))$ và $B(b; \log_3(5b - 3))$.

Vì A là trung điểm của OB nên $\begin{cases} b = 2a \\ \log_3(5b - 3) = 2\log_3(5a - 3) \end{cases}$.

Khi đó, ta có phương trình:

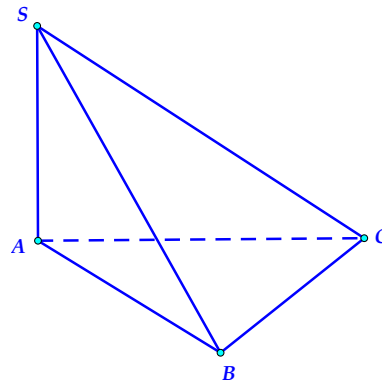
$$\log_3(10a-3) = 2\log_3(5a-3) \Leftrightarrow \begin{cases} a > \frac{3}{5} \\ (5a-3)^2 = 10a-3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > \frac{3}{5} \\ 25a^2 - 40a + 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > \frac{3}{5} \\ a = \frac{6}{5} \vee a = \frac{2}{5} \end{cases} \Leftrightarrow a = \frac{6}{5}$$

Với $a = \frac{6}{5} \Rightarrow b = \frac{12}{5}$; $\log_3(5b-3) = 2$ suy ra $B\left(\frac{12}{5}; 2\right)$.

Vậy $OB = \sqrt{\left(\frac{12}{5}\right)^2 + 2^2} = \frac{2\sqrt{61}}{5}$.

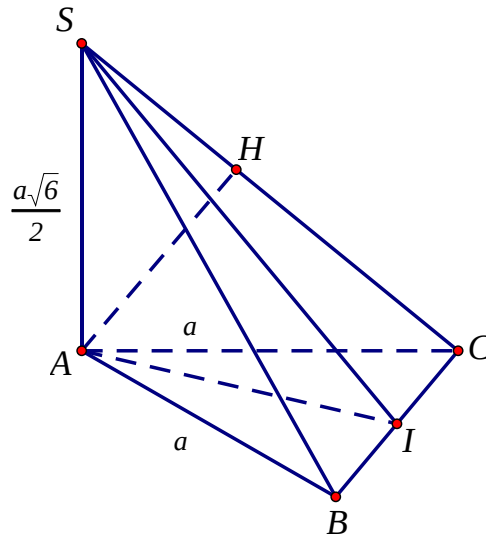
Câu 2. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A có $AB = a$. Biết $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ và vuông góc với mặt đáy (tham khảo hình vẽ)



- a) Đường thẳng SB vuông góc với đường thẳng BC .
- b) Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$.
- c) Góc nhị diện $[S, BC, A]$ bằng 60° .
- d) Khoảng cách giữa AB và SC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------



a) Ta có $\Delta SAB = \Delta SAC \Rightarrow SB = SC \Rightarrow \Delta SBC$ cân tại S. Do đó đường thẳng SB không vuông góc với đường thẳng BC.

b) Vì SA vuông góc mặt phẳng đáy nên SA là đường cao.

$$\text{Ta có } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$$

c) Gọi I là trung điểm BC, ta có $\left. \begin{array}{l} SI \perp BC \\ AI \perp BC \end{array} \right\} \Rightarrow$ Góc nhị diện $[S, BC, A]$ là góc

AIS

$$\text{Ta có } AI = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}\sqrt{AC^2 + AB^2} = \frac{1}{2}a\sqrt{2}$$

$$\text{Ta có } \tan AIS = \frac{SA}{AI} = \frac{\frac{\sqrt{6}}{2}a}{\frac{1}{2}a\sqrt{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow AIS = 60^\circ$$

d) Trong mặt phẳng (SAC) dựng $AH \perp SC$

$$\text{Ta có } \left. \begin{array}{l} AB \perp SA \\ AB \perp AC \end{array} \right\} \Rightarrow AB \perp (SAC) \Rightarrow AB \perp AH$$

Do đó AH là đoạn vuông góc chung của AB và SC

Xét tam giác vuông SAC, ta có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AC^2} \Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{2}{3a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{5}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{15}}{5}.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a^{\log_3 7} = 27, b^{\log_7 11} = 49, c^{\log_{11} 25} = \sqrt{11}$. Tính giá trị của biểu thức $P = a^{\log_3^2 7} + b^{\log_7^2 11} + c^{\log_{11}^2 25}$

Lời giải

Ta có $a^{\log_3^2 7} = (a^{\log_3 7})^{\log_3 7} = 27^{\log_3 7} = (3^{\log_3 7})^3 = 7^3 = 343$

Lại có $b^{\log_7^2 11} = (b^{\log_7 11})^{\log_7 11} = 49^{\log_7 11} = (7^{\log_7 11})^2 = 11^2 = 121$

Mặt khác $c^{\log_{11}^2 25} = (c^{\log_{11} 25})^{\log_{11} 25} = \sqrt{11}^{\log_{11} 25} = (11^{\log_{11} 25})^{\frac{1}{2}} = 25^{\frac{1}{2}} = 5$

Vậy $P = a^{\log_3^2 7} + b^{\log_7^2 11} + c^{\log_{11}^2 25} = 343 + 121 + 5 = 469$

Câu 2. Có bao nhiêu số nguyên dương x thuộc tập xác định của hàm số $y = \ln(2025 - x^2)$?

Lời giải

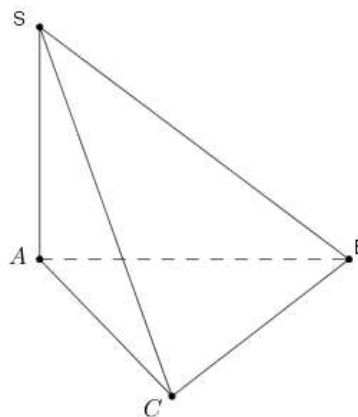
Đáp án: 44

Điều kiện xác định của hàm số là $2025 - x^2 > 0 \Leftrightarrow -45 < x < 45$. Mà x là số nguyên dương nên $x \in \{1; 2; \dots; 44\}$. Vậy có 44 giá trị thỏa mãn đề bài.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C , $SA \perp (ABC)$, biết $SA = 2$, $AC = 1$. Tính tang góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 1,41



Ta có: $SA \perp (ABC)$ nên A là hình chiếu vuông góc của S trên mp (ABC)

Suy ra: Góc giữa SB và mặt đáy là góc giữa SB và AB là góc SBA

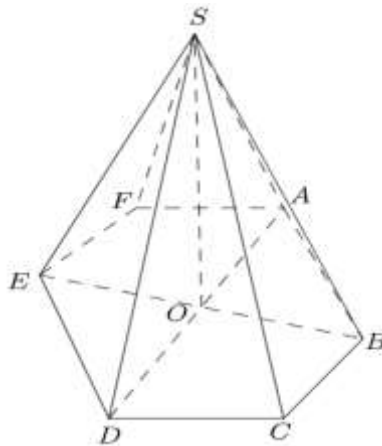
Xét $\triangle ABC$ vuông cân tại C :

$$AB = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

Xét tam giác SAB vuông tại A : $\tan \alpha = \frac{SA}{AB} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \approx 1,41$.

Câu 4. Một chiếc lều du lịch hình chóp có đáy là lục giác đều và hình chiếu của đỉnh lều trên mặt đất trùng với tâm của lục giác đáy, khung lều làm bằng tre (như hình). Người ta muốn treo 1 dây đèn trang trí dọc theo cột ở giữa của lều từ đỉnh xuống sàn. Độ dài của dây đèn cần chuẩn bị là bao nhiêu mét nếu biết góc giữa các thanh tre với mặt sàn là 30° ; tấm lót sàn hình lục giác đều có diện tích 18 mét vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Đáp án: 1,5



Gọi O là tâm hình lục giác $ABCDEF$ thì $SO \perp (ABCDEF) \Rightarrow SO \perp OB$.

Có OB là hình chiếu vuông góc của SB trên mặt phẳng $(ABCDEF)$

Suy ra $(SB, (ABCDEF)) = SBO = 30^\circ$.

Từ giả thiết, ta có $S_{ABCDEF} = 18 \Rightarrow S_{OAB} = 3$; $S_{OAB} = OB^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = 3 \Rightarrow OB = 2\sqrt{3}$

Tam giác SOB vuông tại O , có:

$$\tan SBO = \frac{SO}{OB} \Rightarrow SO = OB \tan SBO = 2\sqrt{3} \cdot \tan 30^\circ \approx 1,5m$$

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1. Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng theo hình thức lãi kép có kì hạn là 12 tháng với lãi suất là $6\%/năm$. Để có được số tiền cả gốc và lãi nhiều hơn 130 triệu đồng thì người đó phải gửi ít nhất bao nhiêu năm? Biết rằng lãi suất không thay đổi qua các năm và người đó không rút tiền ra trong suốt quá trình gửi.

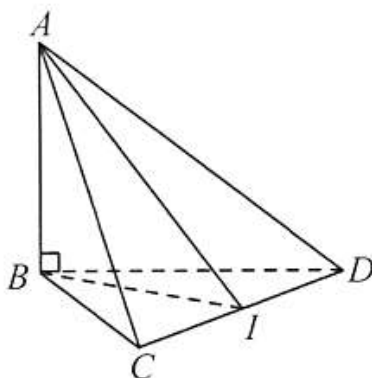
Lời giải

Gọi x là số năm người đó gửi tiền trong ngân hàng.

Số tiền cả gốc và lãi người đó có được sau x năm được tính bởi công thức:
 $S = 100.1,06^x$. Để có được số tiền cả gốc và lãi nhiều hơn 130 triệu đồng thì
 $100.1,06^x > 130 \Leftrightarrow 1,06^x > 1,3 \Leftrightarrow x > \log_{1,06} 1,3$. Suy ra $x > 4,503$. Do kì hạn gửi là 12 tháng nên để rút được số tiền cả gốc và lãi nhiều hơn 130 triệu đồng thì người đó phải gửi ít nhất 5 năm.

Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD vuông cân tại B và $AB \perp (BCD)$. Cho biết $BC = a\sqrt{2}, AB = \frac{a}{\sqrt{3}}$. Xác định và tính góc giữa hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) .

Lời giải



Gọi I là trung điểm của CD .

Ta có: $CD \perp BI$ và $CD \perp AB \Rightarrow CD \perp AI$.

Khi đó: $(ACD) \cap (BCD) = CD$;

$AI \perp CD, AI \subset (ACD)$;

$BI \perp CD, BI \subset (BCD)$ suy ra $((ACD), (BCD)) = (AI, BI)$.

Do tam giác BCD vuông cân tại B nên $BI = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2} \cdot BC\sqrt{2} = a$.

Xét tam giác ABI vuông tại B , ta có: $\tan AIB = \frac{AB}{BI} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow AIB = 30^\circ$.

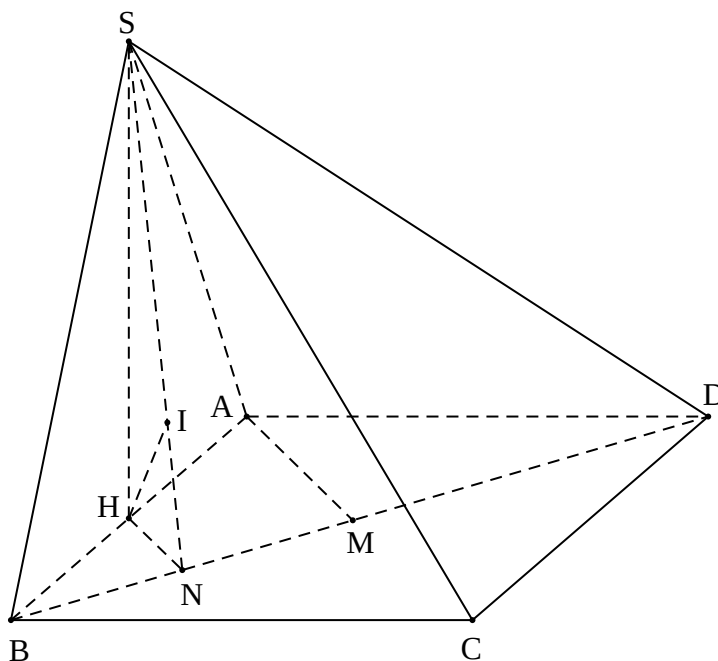
Vậy góc giữa hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) là $AIB = 30^\circ$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a\sqrt{2}; AD = 2a$.

Biết tam giác SAB là tam giác cân tại S , nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy và có diện tích bằng $\frac{a^2\sqrt{6}}{6}$. Tính khoảng cách từ

A đến (SBD) .

Lời giải



Gọi H là trung điểm của AB .

Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, H trên đường thẳng BD .

Gọi I là hình chiếu vuông góc của H lên SN .

Ta chứng minh được $HI \perp (SBD)$.

Vì H là trung điểm AB nên $d(A, (SBD)) = 2d(H, (SBD)) = 2HI$.

Trong tam giác vuông ABD có $\sin B = \frac{AD}{BD} = \frac{2a}{\sqrt{(a\sqrt{2})^2 + (2a)^2}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

Trong tam giác vuông ABM có

$$\sin B = \frac{AM}{AB} = \frac{\sqrt{6}}{3} \Rightarrow AM = a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{2\sqrt{3}a}{3} \Rightarrow HN = \frac{1}{2} AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Trong tam giác vuông SHN có $\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HN^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{2}{3a^2} \Rightarrow HI = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vậy $d(A, (SBD)) = a\sqrt{6}$.