PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO VĨNH BẢO

**TRƯỜNG THCS CỔ AM – VĨNH TIẾN**

**HỘI THI GIÁO VIÊN DẠY GIỎI THÀNH PHỐ CẤP THCS**

**NĂM HỌC 2022 – 2023**

**BÁO CÁO**

**BIỆN PHÁP NÂNG CAO CHẤT LƯỢNG GIÁO DỤC**

**MÔN TOÁN**

**TÊN BIỆN PHÁP**

**KỸ THUẬT CHỌN ĐIỂM RƠI CHO CÁC BÀI TOÁN CHỨNG MINH BẤT ĐẲNG THỨC, TÌM CỰC TRỊ SỬ DỤNG BẤT ĐẲNG THỨC CAUCHY ( AM – GM )**

**TÁC GIẢ: LÊ SỸ TUÂN**

**Giáo viên trường: THCS Cổ Am – Vĩnh Tiến Huyện Vĩnh Bảo**

**Tổ chuyên môn: Khoa học tự nhiên**

|  |  |
| --- | --- |
| **XÁC NHẬN CỦA HIỆU TRƯỞNG**  *Biện pháp trên đây đã được đồng chí ...................…...*  *áp dụng tại nhà trường và đạt hiệu quả ......................*  *Kết quả này chưa được dùng để xét duyệt thành tích khen thưởng cá nhân đồng chí ………………………..…..*  **Hiệu trưởng** | **Hải phòng, ngày 08 tháng 01 năm 2023**  **TÁC GIẢ**  ***Lê Sỹ Tuân*** |

**MỤC LỤC**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Trang bìa | *…………………………………………………* | *Trang 1,2* |
| Mục lục | *…………………………………………………* | *Trang 3* |
| Mở đầu | *…………………………………………………* | *Trang 4* |
| Nội dung | *…………………………………………………* | *Trang 5* |
| Kết luận và kiến nghị | *…………………………………………………* | *Trang 20* |
| Tài liệu tham khảo | *…………………………………………………* | *Trang 20* |

**I. MỞ ĐẦU**

**1. Tính cấp thiết**

Tư duy là một hình thức nhận thức lí tính của con người. Về mặt tâm lí thì tư duy là một quá trình phản ánh những thuộc tính bản chất, những mối liên hệ và quan hệ bên trong có tính quy luật của sự vật hiện tượng trong hiện thức khách quan mà trước đó con người chưa biết.

Tư duy thể hiện sự phát triển của con người trong xã hội. Tư duy không tự nhiên mà có mà do quá trình rèn luyện lâu dài, muốn tư phát triển cần được rèn luyện thường xuyên, học các môn khoa học tự nhiên đặc biết là môn Toán sẽ phát triển tư duy rất tốt. Lứa tuổi THCS đang phát triển mạnh về tư duy nên giáo viên cân quan tâm không được xem nhẹ vấn đề này. Qua một chủ đề có thể phát triển tư duy logic có hệ thống, tư duy lý luận… của học sinh. Điều quan trọng là giáo viên truyền thụ kiến thức như thế nào để phát triển tư duy của học sinh một cách tốt nhất.

Trong thực tế học sinh thường thụ động tiếp thu kiến thức, thường làm bài tập một cách máy móc, không linh hoạt và chỉ dừng lại ở việc tìm ra kết quả bài toán. Với bài toán đó nếu được biến đổi thành bài toán khác thì đa số học sinh không nhận ra, lúng túng và không làm được. Đay là cách học hết sức nguyên hiểm cho học sinh lười học và không phát triển được tư duy. Đối với môn Toán bài tập rất phức tạp và đa dạng, học sinh không thể làm hết được bài tập mà chỉ nắm được dạng bài tập nên học sinh cần hiểu được bản chất của bài tập phụ thuộc vào mức độ nhận thức của học sinh từ đó phát triển tư duy một cách có hệ thống.

Bất đẳng thức là dạng bài tập khó trong các dạng bài tập khó trong các dạng bài tập ở THCS, bất đẳng thức yêu cầu tư duy rất cao, sự nhạy cảm toán học cũng như kĩ năng của môn Đại Số. Nếu học sinh biết cách giải một số bài tập bất đẳng thức cùng dạng thì đã thực sự trưởng thành về mặt tư duy toán học. Những bài tập bất đẳng thức rất đa dạng học sinh không thể làm hết mà chỉ có thể nắm được một số dạng chính, chính vì vậy học sinh cần nắm được bản chất của bài tập và phân loại bài toán là vô cùng cần thiết. Vì vậy mà giáo viên cần đưa cho học sinh bài tập có hệ thống và liên hệ các bài tập cùng dạng với nhau giúp các em tự tin hơn.

**2. Mục tiêu**

Trong định hướng đổi mới phương pháp bậc THCS thì tự học là một yêu cầu quan trọng đối với học sinh. Tự học giúp cho học sinh say mê học tập, hiếu sâu kiến thức và quan trong hơn là phát triển óc sáng tạo. Vấn đề đặt ra là làm thế nào có thể giúp học sinh tạo hứng thú trong việc tự học, tìm thấy niềm vui khi học toán. Để làm được như vậy thì giáo viên phải cung cấp cho học sinh hệ thống phương pháp để giải hệ thống bài tập từ dễ đến khó, từ đơn giản đến phức tạp.

**3. Đối tượng và phương pháp thực hiện**

Tôi chọn đề tài này, đối tượng là các em học sinh trong đội tuyển toán lớp 8. Phương pháp thực nhiệm là giảng dạy thông qua các tiết lên lớp dạy đội tuyển. Bước đầu giúp các em khối 8 tiếp cận, làm quen và sẽ cảm thấy tự tin hơn khi gặp những bài toán về bất đẳng thức.

**II. NỘI DUNG**

**1. Cơ sở lý luận**

Do tư duy là thuộc tính của tâm lí, tư duy hình thành và phát triển theo từng giai đoạn trong quá trình trưởng thành của con người. Tư duy đặc biệt phát triển mạnh ở giai đoạn thanh, thiếu niên. Vì vậy giáo viên cần phải quan tâm đến phương pháp giảng dạy nhằm phát triển tư duy cho học sinh một cách tốt nhất. tất cả các môn học đều phát triển tư duy cho học sinh nhưng môn toán có vai trò quan trọng hơn cả. Giải bài tập toán là lúc học sinh được thể hiện kĩ năng, tính sáng tạo, phát triển óc tư duy. Các bài tập toán trong sách giáo khoa chủ yếu hình thành kĩ năng cho học sinh, mục đích phát triển tư duy cho học sinh ở mức độ thấp nhất nhằm đảm bảo tính giáo dục phù hợp với học sinh đại trà. Giải bài tập toán chứng minh bất đẳng thức trong qua trình ôn thi học sinh giỏi là điều kiện cần thiết để học sinh hình thành và phát triển tư duy ở mức độ cao hơn.

**2. Thực trạng**

Trường THCS Cổ Am – Vĩnh Tiến là một trong năm trường tốp đầu về chất lượng học sinh giỏi của huyện Vĩnh Bảo. Phần lớn học sinh có ý thức tốt, chăm học nhưng các em còn nhỏ nên chưa có phương pháp nghiên cứu khoa học làm cho kết quả học sinh giỏi cấp thành phố còn hạn chế. Chính vì vậy ván đề ôn thi học sinh giỏi cần được đẩy mạnh hơn nữa. Năm học 2020-2021 tôi được phân công dạy đội tuyển Toán 8 và Giải toán bằng tiếng anh lớp 8, số lượng được dự thi thành phố là 1 học sinh. Tôi lựa chọn 07 em để ôn thi và nhằm phát triển tư duy cho nhóm học sinh đó.Mục “ phát triển tư duy có hệ thống cho học sinh thông qua việc sử dụng bất dẳng thức Cauchy để chứng minh bất đẳng thưc” trong chuyên đề bất đẳng thức được thực hiện trong 9 đến 12 tiết gồm phương pháp chứng minh với bài tập mẫu và hệ thống bài tập tương tự giao về nhà cho học sinh tự làm.

**3. Các biện pháp**

Chúng ta xét các kỹ thuật chọn điểm rơi cho các bài toán chứng minh bất đẳng thức sử dụng bất đẳng thức Cauchy.

**3.1. Các dạng biểu diễn của bất đẳng thức Cauchy**

**a. Dạng tổng quát**

+ Cho x1, x2, x3, ..., xn là các số thực không âm ta có:

Dạng 1: 

Dạng 2: 

Dạng 3: 

+ Cho x1, x2, x3, ..., xn là các số thực dương ta có:

Dạng 1: 

Dạng 2: 

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi x1 = x2 = x3 = ... = xn

**b. Một số dạng đặc biệt**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **n** | n = 2 | n = 3 |
| **Điều kiện** |  |  |
| **Dạng 1** |  |  |
| **Dạng 2** |  |  |
| **Dạng 3** | () | () |
| **Dạng 4** | () | () |
| **Dạng 5** | () | () |
| **Đẳng thức** |  |  |

**c. Một số bất đẳng thức được suy ra từ bất đẳng thức Cauchy**

+ ; 

+ ; 

+  ; 

+ 

**3.2. Áp dụng bất đẳng thức Cauchy (AM – GM)**

**3.2.1. Kỹ thuật chọn điểm rơi trong đánh giá từ trung bình cộng sang trung bình nhân.**

Đánh giá từ trung bình cộng sang trung bình nhân thực chất dánh giá bất đẳng thức Cauchy theo chiều từ trái sang phải. Trong chuỗi đánh giá, cái ta hay quên đó là cần phải được bảo toàn dấu đẳng thức xảy ra mà ta hay gọi là bảo toàn “Điểm rơi”. Một thực tế cho thấy việc xác định điểm rơi cho một bất đẳng thức quyết định đễn hơn nửa thành công cho việc tìm lời giải. Ý tưởng chính của chọn điểm rơi chính là việc xác định được dấu đẳng thức xảy ra khi nào để ta có thể sử dụng những đánh giá hợp lý. Trong quá trình chứng minh các bất đẳng thức ta thường gặp những sai lầm là áp dụng ngay bất đẳng thức Cauchy mà quên mất dấu đẳng thức xảy ra tại đâu. Trước khi tìm hiểu về kĩ thuật đánh giá từ trung bình cộng sang trung bình nhân ta hãy xét một số ví dụ về chọn “Điểm rơi” dưới đây, ta sẽ hiểu hơn vấn đề đang được đề cập.

**Bài 1.1.** Cho số thực . Tìm giá trị nhỏ nhất (GTNN) của 

**Sai lầm thường gặp là**: . Vậy GTNN của *A* là 2.

**Nguyên nhân sai lầm**: GTNN của *A* là 2 vô lý vì theo giả thuyết thì 

**Phân tích :** Quan sát biểu thức trên ta nhận thấy giá trị của *a* càng tăng thì *A* càng tăng. Ta dự đoán *A* đạt GTNN khi . Khi đó ta nói *A* đạt GTNN tại “**Điểm rơi** ” . Ta không thể áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho hai số  và vì không thỏa quy tắc dấu “=”. Vì vậy ta phải tách  hoặc  để khi áp dụng bất đẳng thức Cauchy thì thỏa quy tắc dấu “=”. Giả sử ta sử dụng bất đẳng thức Cauchy cho cặp số sao cho tại “**Điểm rơi** ” thì , ta có sơ đồ sau: 

Khi đó:  và ta có lời giải đúng như sau:

**Lời giải đúng**: 

Dấu “=” xảy ra  . Vậy GTNN của *A* là .

**Chú ý:**  *Để giải bài toán trên, ngoài cách chọn cặp số  ta có thể chọn các các cặp số sau:  hoặc  hoặc .*

**Bài 1.2:** Cho số thực . Tìm giá trị nhỏ nhất của 

Sơ đồ điểm rơi: 

**Sai lầm thường gặp là**

Dấu “=” xảy ra . Vậy GTNN của *A* là 

**Nguyên nhân sai lầm**: Mặc dù GTNN của *A* là  là đáp số đúng nhưng cách giải trên mắc sai lầm trong đánh giá mẫu số: “  là sai”.

**Lời giải đúng**: 

Dấu “=” xảy ra . Vậy GTNN của *A* là 

**Bài 1.3.** Cho 2 số thực dương *a, b* thỏa . Tìm GTNN của 

**Phân tích:** Ta có: 

Sơ đồ điểm rơi: 

**Giải:** Ta có: 



Dấu “=” xảy ra . Vậy GTNN của *A* là 

**Bài 1.4.** Cho 2 số thực dương *a, b* thỏa .. Tìm GTNN của

**Sai lầm thường gặp là**: .Vậy GTNN của *A* là 4.

**Nguyên nhân sai lầm**: GTNN của *A* là 4 .

Khi đó  trái giả thuyết .

**Phân tích:** Do *A* là biểu thức đối xứng với *a, b* nên ta dự đoán GTNN của *A* đạt tại 

Sơ đồ điểm rơi: 

**Lời giải đúng**: 

Dấu “=” xảy ra Vậy GTNN của *A* là 

**Bài 1.5.** Cho 3 số thực dương *a, b, c*  thỏa .

Tìm GTNN của

**Phân tích:** Do *A* là biểu thức đối xứng với *a, b, c*  nên ta dự đoán GTNN của *A* đạt tại . Sơ đồ điểm rơi: 

**Giải:**  Dấu “=” xảy ra . Vậy GTNN của *A* là 

**Bài 1.6.** Cho 2 số thực dương *a, b*. Tìm GTNN của 

**Phân tích:** Do *A* là biểu thức đối xứng với *a, b* nên ta dự đoán GTNN của *A* đạt tại .

Sơ đồ điểm rơi: 

**Giải:** 

Dấu “=” xảy ra  Vậy GTNN của *A* là 

**3.2.2. Chọn điểm rơi trong đánh giá từ trung bình nhân sang trung bình cộng.**

Đánh giá từ trung bình nhân sang trung bình cộng chính là đánh giá bất đẳng thức Cauchy theo chiều từ phải sang trái. Trong chuỗi đánh giá đó ta cũng cần phải bảo toàn dấu của đẳng thức xẩy ra. Dưới đây là một số bài toán sử dụngkỹ thuật đánh giá từ trung bình nhân sang trung bình cộng.

**Bài 2.1.** Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn điều kiện a + b + c = 1.

Chứng minh rằng : 

**Sai lầm thường gặp :**



Cách chứng minh trên hoàn toàn sai. Vậy nguyên nhân sai lầm ở đâu ?

**Nguyên nhân sai lầm :** Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi a + b = b + c = c + a = 1

a + b + c = 2. Điều này trái với giả thiết.

**Phân tích tìm lời giải :**  Để tìm lời giải cho bất đẳng thức trên, ta cần trả lời các câu hỏi sau :

- Đẳng thức xảy ra tại đâu ?

- Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho mấy số, đó là những số nào ?

Do vai trò của a, b, c trong các biểu thức là như nhau nên ta dự đoán điểm rơi của bất đẳng thức sẽ là , từ đó .

Vì bất đẳng thức chứa căn thức bậc hai nên để phá căn ta sử dụng bất đẳng thức Cauchy cho hai số là  và , …hằng số cần thêm là  . Đến đây ta có lời giải đúng như sau :

**Lời giải :** Áp dụng bất đẳng thức Cauchy dạng :  cho hai số không âm ta có :





⇒ 

Bất đẳng thức được chứng minh. Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi 

**Bài 2.2.** Cho Tìm GTLN của 

**Sai lầm thường gặp: **

⇒  ⇒ GTLN của S = 

**Nguyên nhân sai lầm**

GTLN của S =  ⇔ 

**Phân tích tìm lời giải :**  Để tìm lời giải cho bất đẳng thức trên, ta cần trả lời các câu hỏi sau :

- Đẳng thức xảy ra tại đâu ?

- Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho mấy số, đó là những số nào ?

Do vai trò của a, b, c trong các biểu thức là như nhau nên ta dự đoán điểm rơi của bất đẳng thức sẽ là , từ đó .

Vì bất đẳng thức chứa căn thức bậc hai nên để phá căn ta sử dụng bất đẳng thức Cauchy cho ba số là  ;  và , …hằng số cần thêm là  . Đến đây ta có lời giải đúng như sau :

**Lời giải :** Áp dụng BĐT Cauchy dạng :  cho hai số không âm ta có :





⇒ 

Vậy GTLN của S = . Dấu “ = ” xảy ra ⇔  ⇔ .

**Bài 2.3.** Cho *a, b, c*  là các số thực dương thỏa mãn .

Chứng minh rằng : 

**Phân tích tìm lời giải :** Quan sát BĐT ta nghĩ đến đánh giá 

Đầu tiên ta dự đoán dấu đẳng thức xẩy ra tại , khi đó ta có *2a = b +c* và *b = c*

Nên ta có đánh giá: 

Áp dụng tương tự ta được: 

→ Đến đây bạn đọc có thể trình bày lại lời giải được.

**Bài 2.4.**  Cho *a, b, c* là các số thực dương bất kỳ. CMR : 

**Phân tích :** Quan sát bất đẳng thức ta thấy cần phải khử các căn bậc hai ở vế trái.

- Cách 1. Bình phương hai vế, tuy nhiên lúc đó vế trái vẫn còn chứa căn bậc hai, nên ta không nên sử dụng cách này.

- Cách 2. Sử dụng BĐT Cauchy dạng , để ý đến chiều của BĐT nên ta sử dụng BĐT Cauchy cho mẫu số.

Từ đó một cách tự nhiên ta nghĩ đến phép biến đổi  và vì không cần quan tâm đến dấu đẳng thức xảy ra nên ta có đánh giá 

Đến đây chỉ cần áp dụng tương tự cho hai căn thức còn lại là bài toán được chứng minh.

**Lời giải :** *( Bạn đọc có thể tự trình bày được )*

**Bài 2.5.** Cho *a, b, c* là các số thực dương thỏa mãn *a + b + c = 1.* Chứng minh rằng :



**Phân tích :**  Để ý là : 

Do đó theo bất đẳng thức Cauchy ta được : 

Biến đổi tương tự cho hai hạng tử còn lại ta có lời giải như sau :

**Lời giải**

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy và kết hợp với giả thiết , ta có :



Tương tự ta được  ; 

Cộng vế theo vế của các bất đẳng thức trên, ta được:





Vậy bất đẳng thức được chứng minh. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi 

**Bài 2.6.** Cho *a, b, c* là các số thực dương thỏa mãn điều kiện *a + b + c = 3.*

Chứng minh rằng : 

**Phân tích :**  Để ý là  nên 

Do đó ta được 

Suy ra được bất đẳng thức sau: 

Cũng theo bất đẳng thức Cauchy ta lại có: 

Việc biến đổi và trình bày còn lại tương tự như bài 2.5 các bạn đọc có thể tự trình bày được.

**Bài 2.7.** Cho Cho  *a, b, c*  là các số thực dương thỏa mãn *a + b + c = 6*

Chứng minh rằng : 

**Phân tích :** Điều đầu tiên ta dự đoán dấu bằng xảy ra tại *a = b = c = 2*

Khi đó  và khi *b = 2* thì *b +1 = b2 –b +1 = 3*

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy dạng 

Do đó ta có đánh giá sau : 

Từ đây ta suy ra được : , áp dụng tương tự ta được bất đẳng thức:



Ta cần phải chứng minh được: , đến đây ta đánh giá trên tử hay dưới mẫu đều được bất đẳng thức ngược chiều. Do đó một cách tự nhiên ta nghĩ đến tư tưởng Cauchy ngược dấu, tức là ta biến đổi , chú ý đến đẳng thức xảy ra tại *a = b = c = 2* ta lại có 

Áp dụng tương tự ta được: 

Mà theo một đánh giá quen thuộc ta có 

Đến lúc này ta có 

Đến dây chính là điều cần phải chứng minh.

**Lời giải:** *( Dựa vào phân tích trên bạn đọc có thể sắp xếp lại trình bày bài toán dễ dàng )*

**3.2.3. Kỹ thuật chọn điểm rơi để thêm bớt**

**Bài 3.1.**  Cho a, b, c là các số thực dương. Chứng minh rằng: 

**Phân tích:**  Bất đẳng thức trên đã được chứng minh bằng phép biến đổi tương đương và cũng có thể chứng minh bằng cách sử dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki dạng phân thức. Tuy nhiên bây giờ ta sẽ áp dụng ngay bất đẳng thức Cauchy để chứng minh bài toán.

Ta dự đoán dấu bằng xảy ra tại a = b =c.

Bên vế trái xuất hiện các đại lượng ; ; 

và bên vế phải có đại lượng a + b + c, chú ý đến dấu đẳng thức xẩy ra ta nghĩ đến sử dụng bất đẳng thức Cauchy cho các cặp sau 

để sử dụng bất đẳng thức Cauchy cho các cặp trên, trước hết ta thêm vào vế trái một tổng a + b + c rồi mới tiến hành ghép theo cặp.

**Lời giải**

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho các số dương ta có:



Cộng theo vế ba bất đẳng thức trên ta được:



Bài toán được chứng minh xong. Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi a = b = c

**Bài 3.2.** Cho a, b, c là các số thực dương. Chứng minh rằng: 

**Phân tích:**  Áp dụng lý tưởng như trên, tuy nhiên ở đây ta cần triệt tiêu b +c ở dưới mẫu nên ta thêm cho  một số  và chú ý đến dấu bằng xảy ra tại a= b = c nên ta tìm được k = 4. Do đó ta có lời giải như sau:

**Lời giải**

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho các số dương ta có:



Cộng theo vế các bất đẳng thức trên ta được:



Suy ra: 

**Bài 3.3.** Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn abc = 1. Chứng minh rằng:



**Phân tích:**  Quan sát bất đẳng thức ta nhận thấy có thể chứng minh được bài toán theo ý tưởng như trên nhưng ta cần trả lời được câu hỏi đặt ra là:

- Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho mấy số ?

- Các đại lượng được thêm vào có dạng như thế nào ?

Để ý đến đại lượng  ta thấy nên áp dụng bất đẳng thức cho ba số, khi đó đại lượng thêm vào cần triệt tiêu được tích  ở dưới mẫu, do đó ta nghĩ đến các đại lượng kiểu  với *k* là một số dương nào đó.

Chú ý đến dấu đẳng thức xảy ra tại a = b = c = 1, khi đó  sẽ cho ta k = 8. Vì vậy ta có chứng minh sau:

**Lời giải**

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có:



Áp dụng tương tự ta được:



Cộng theo vế các bất đẳng thức ta được:



Hay: 

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy kết hợp với giả thiết abc = 1, ta lại có:



Suy ra 

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi a = b = c=1

**Bài 3.4.**  Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn abc = 1. Chứng minh rằng:



**Phân tích:**  Dự đoán được đẳng thức xảy ra tại a = b = c = 1 khi đó ta thêm các biểu thức thỏa mãn:  suy ra  *m = 3; n = 9*

**Lời giải**

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho ba số dương ta được:



Áp dụng tương tự ta được:



Cộng theo vế các bất đẳng thức trên ta được:





Mặt khác theo bất đẳng thức Cauchy ta có: 

Do đó: 

Bất đẳng thức được chứng minh. Dấu đẳng thức xảy ra khi *a = b = c = 1*

**Bài 3.5.**  Cho a, b, c là độ dài 3 cạnh của một tam giác thỏa mãn a + b + c = 3

Chứng minh rằng: 

**Phân tích:**  ta thấy được dấu bằng xảy ra khi a = b = c = 1, ta tim các biểu thức cần thêm vào mỗi hạng tử trong vế trái theo sơ đồ:  từ đó tìm được m = 3; n = 1.

Khi đó ta có đánh giá 

**Lời giải**

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho ba số dương ta được:



Cộng theo vế của các bất đẳng thức ta được:



Vậy là bài toán đã được chứng minh.

**Bài 3.6.**  Cho a, b, c là các số thực dương tùy ý. Chứng minh rằng:



**Phân tích:**  Bất đẳng thức cần chứng minh có hình thức khác so với các bài toán trên, tuy nhiên đẳng thức vẫn xảy ra tại a = b = c. Để ý hai đại lượng đầu ta sử dụng cách thêm – bớt như các bài toán trên thì được:







Khi đó cộng theo vế của các bất đẳng thức ta được bất đẳng thức cần chứng minh.

**Lời giải:**

Học sinh trình bày theo phân tích trên được bài giải hoàn chỉnh.

**4. Thực nghiệm sư phạm**

Trong suốt quá trình bồi dưỡng học sinh giỏi lớp 8 năm học 2020 – 2021 tôi nhận thấy: Sau khi làm các bài tập chứng minh bất đẳng thức, tìm cực trị trong chuyên đề “ ***Kỹ thuật chọn điểm rơi cho bài toán chứng minh bất đẳng thức, tìm cực trị sử dụng bất đẳng thức Cauchy ( AM-GM) ”*** giúp các em học sinh trong nhóm không còn e ngại khi gặp bài toán liên quan đến bất đẳng thức. Kỹ năng trình bày một bài toán chứng minh bất đẳng thức của học sinh tiến bộ đáng kể đặc biệt là kỹ thuật thêm bớt. Học sinh tự tin hơn, không còn sợ những bài toán lạ, bước đầu biết tìm tòi kiến thức. Kết quả khả quan hơn cả là chuyên đề này giúp học sinh yêu toán hơn, các em đã có ý thức tự đọc sách, tự tìm tòi và làm các bài tập trong các quyển sách “ Toán nâng cao và các chuyên đề Đại số và Hình học 8” của tác giả Vũ Dương Thụy và Nguyễn Ngọc Đạm; “ Toán bồi dưỡng của tác giả Vũ Hữu Bình ”

Chính sự cố gắng đó điểm kiểm tra của một số em tốt hơn hẳn các bạn trên lớp, nhiều laqanf đạt điểm tuyệt đối.

Kết quả thi học sinh thành phố năm học 2020-2021 trường THCS Cổ Am – Vĩnh Tiến có một học sinh tham gia thi và đạt được giải ba.

**III. KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ**

- Với việc trình bày các bài toán cơ bản, cùng với các ví dụ minh họa ngay sau đó, sẽ giúp tăng cường bài giảng cho các thầy , cô giáo và với các em học sinh sẽ dễ hiểu và biết cách trình bày bài, học sinh biết vận dụng thành thạo các kiến thức đã học làm cơ sở cho việc tiếp thu bài mới một cách thuận lợi, vững chắc.

- Đặc biệt là phân tích một vài bài tập ví dụ sẽ giúp các em học sinh củng cố những hiểu biết chưa thật thấu đáo, cùng với cách nhìn nhận vấn đề đặt ra cho các em học sinh, để trả lời một cách thỏa đáng câu hỏi “ Tại sao lại nghĩ và làm như vậy?”

- Luyện tập cho học sinh thói quen suy nghĩ, quan sát, lập luận để học sinh phát huy trí thông minh, óc sáng tạo, khả năng phân tích, tổng hợp, tư duy độc lập và thông qua việc thảo luận, tranh luận mà học sinh phát triển khả năng nói lưu loát, biết lí luận chặt chẽ khi giải toán.

   Cuối cùng, cho dù đã rất cố gắng bằng việc tham khảo một lượng rất lớn các tài liệu sách hiện nay để vừa viết, vừa mang đi giảng dạy ngay cho các em học sinh của mình từ đó kiểm nghiệm và bổ sung thiếu sót, cùng với việc tiếp thu có chọn lọc ý kiến của các bạn đồng nghiệp để dần hòan thiện bộ tài liệu này, nhưng khó tránh khỏi những thiếu sót bởi những hiểu biết và kinh nghiệm còn hạn chế, rất mong nhận được những đóng góp quý báu của quý thầy giáo, cô giáo, các bạn đồng nghiệp và các bạn đọc gần xa.

**IV. TÀI LIỆU THAM KHẢO**

**1.** Phan Huy Khải. ***Tuyển tập các bài toán Bất Đẳng Thức – Tập 1*.**

NXB GD -1996.

**2.** Trần Văn Hạo (Chủ biên ) . ***Bất đẳng thức Cau chy.***

Nhà xuất bản giáo dục – 2001

**3.** Trần Phương ( Chủ biên) .***15 Kỹ thuật sử dụng bất đẳng thức Cauchy***

NXB GD -2001

*Hải Phòng, ngày 08 tháng 01 năm 2023*

*Người thực hiện*

**Lê Sỹ Tuân**