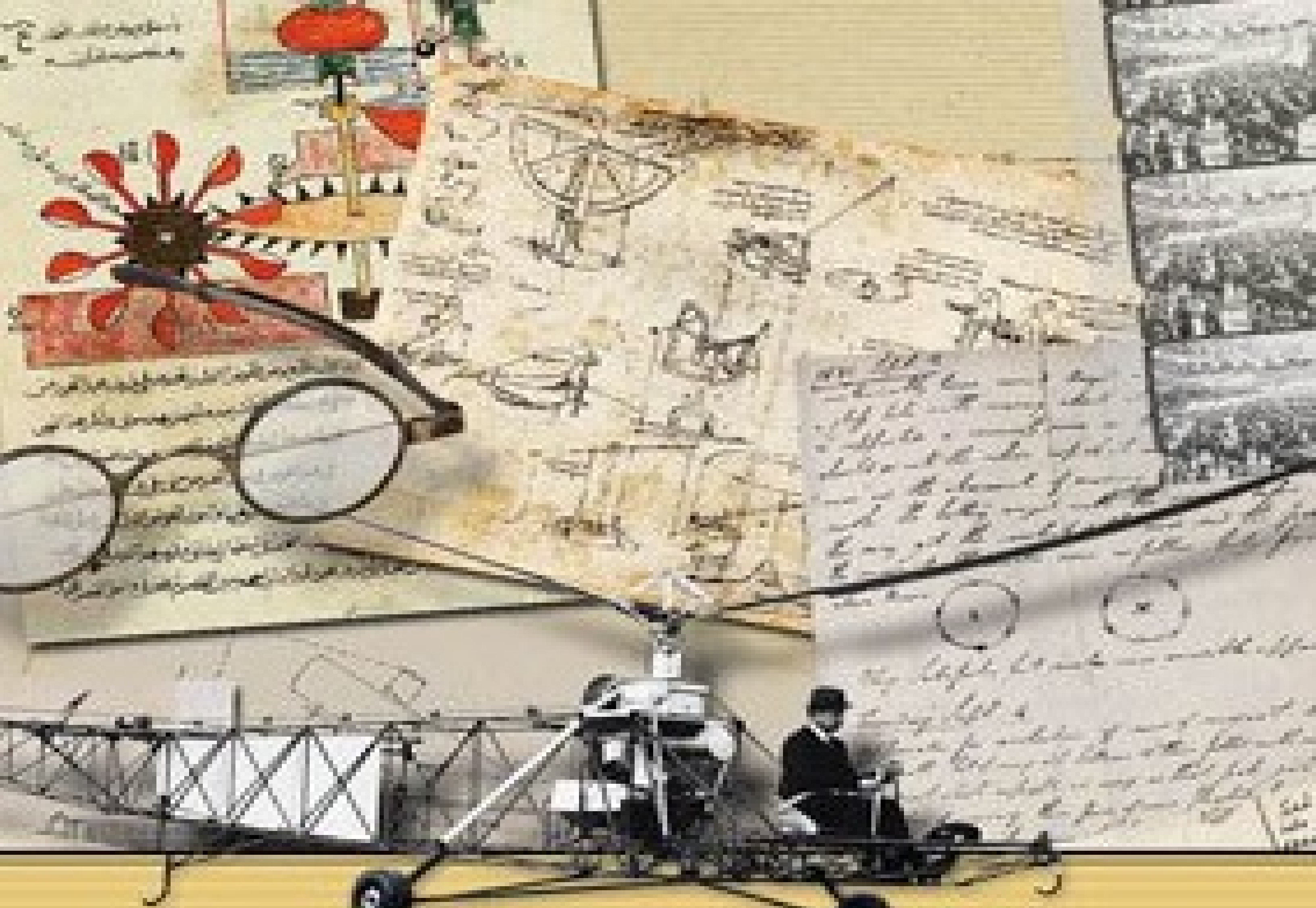


GIẢI TRÍ KHOA HỌC

DONGA

Giải Trí Khoa Học

Tác giả: Trần Thế Vỹ

Ebook miễn phí tại : www.SachMoi.net

Mục lục:

Phần 1. Cạm bẫy của các Đấng Tối Cao.

♠. Chữ tình chữ hiếu, chữ nào trọng hơn?

Có một báo treo giải cho câu đố xã hội như thế này: "Vua, cha và thầy đi cùng thuyền với ta. Đến giữa sông, thuyền bị chìm. Người duy nhất biết bơi là ta. Ta phải cứu ai trước?". Quả là khó khăn. Giải thưởng được trao cho cậu bé 12 tuổi. Cậu trả lời: "Cứu người gần mình nhất.". Nghĩ lại, thấy thật là có lý. Cứu người gần mình nhất thì xác suất thành công cao hơn (với điều kiện khoảng cách giữa mọi người rất nhỏ so với khoảng cách từ họ đến bờ). Và xác suất cứu xong, quay trở lại để cứu người thứ hai cũng cao. Thế nhưng, nếu cậu bé vào tuổi 21 và có vợ, còn đề ra như thế này: "Nữ hoàng, mẹ và vợ đi cùng thuyền với ta. Đến giữa sông, thuyền bị chìm. Người duy nhất biết bơi là ta. Ta phải cứu ai trước?", chắc cậu chả dại dột gì trả lời câu như vậy đâu. Còn mấy ông giám khảo mà chấm câu đấy giải nhất cũng liệu cái thần hồn.

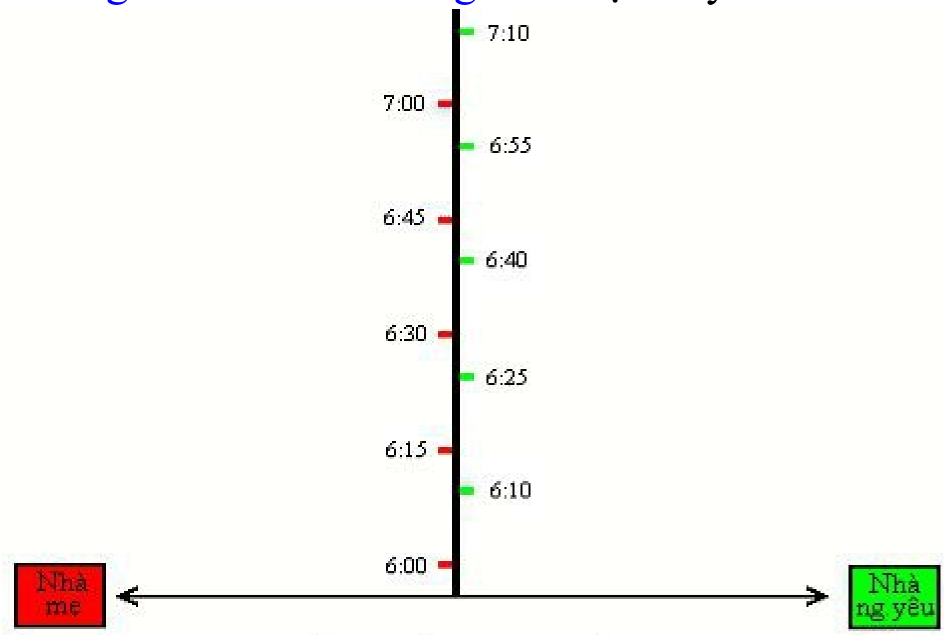
Thượng đế đã sinh ra Adam. Thấy chàng buồn, bèn lấy xương sườn của chàng làm ra nàng Eva xinh đẹp. Để rồi một hôm, nàng nghe lời xui dại của con rắn (hình như trong Kinh Thánh không nói con rắn này là đực hay cái) ăn quả cấm. Nàng quyến rũ anh khờ Adam sa ngã theo. Họ chơi trò chơi Ái Tình. Họ mãi mê đến nỗi Thượng Đế bực dọc và đuổi họ ra khỏi Thiên Đàng. Có phải chăng Ái Tình là thứ tình cảm đầu tiên của giống Người chúng ta?!. Đầu Tiên và Trường Tồn nhất. Và đến một ngày xa tít của thế kỷ 21, một anh chàng đứng trước chữ Tình và chữ Hiếu không biết chọn cái gì, đành phải phó thác cho Thượng Đế:

Mỗi lần đi chơi, anh chàng muốn hoặc đi về nhà mẹ hoặc đi tới nhà người yêu. Mẹ và người yêu anh ta ở hai hướng khác nhau của con đường (anh ta ở giữa). Anh ta thường phân vân không biết về đâu. Cuối cùng, anh ta chọn được giải pháp thích hợp: hễ có xe buýt hướng nào trước, thì đi về hướng ấy. Xe buýt của cả hai hướng cứ 15' có một chuyến. Sau một năm, anh ta tổng kết lại thì phát hiện số lần đi về nhà người yêu lớn gấp hai lần số lần về với mẹ. Anh chàng sung sướng:

"Ái tình, Ái tình…Quả không sai người ta gọi ngươi là đề tài muôn thuở của con người. Thượng đế thật là tâm lý. Chính Ngài đã xui khiến cho ta chọn chữ Tình nhiều hơn.".

Khi nghe câu chuyện trên, một cô bạn của tôi đã reo lên: "Thế mà em chả biết cách chọn này. Vừa đúng em có hai ý trung nhân ở giữa hai đầu đường. Em chả biết đi lại thế nào cho phải đạo nữa.". Tôi nói: "Từ từ nào…Nhưng thôi, cứ theo cách đấy. Sau ít lâu về thông báo cho tôi biết kết quả ra sao.". Bẵng đi một dạo, cô tiu nghỉu bảo với tôi: "Anh ạ, cái anh chàng em không ưa lắm thì em phải đi đến gấp năm lần anh kia. Thượng Đế quả là bên trọng bên khinh.".

Thực ra, từ khi Thượng Đế đuổi Adam và Eva xuống thế gian này thì Ngài đã phó thác Ái Tình cho Trái Tim của Con Người rồi. Còn… giải thích hai hiện tượng trên phải dùng xác suất mới xong. Các bạn hãy theo dõi hình sau:



Hình 1: Lịch xe buýt tại điểm đợi của chàng trai về hướng mẹ ■ và người yêu ■

Xe buýt đi về hướng mẹ bắt đầu từ lúc 6:00 sáng và cứ cách 15' có một chuyến theo lịch: 6:00, 6:15, 6:30, 6:45, 7:00…Còn xe buýt đi về hướng nhà người yêu lại có đầu tiên lúc 6:10 và cách 15' có một chuyến theo lịch: 6:10, 6:25, 6:40, 6:55, 7:10…Theo dõi trên hình, chúng ta thấy, nếu chàng trai đi vào những thời điểm ngẫu nhiên thì thời gian anh ta đợi được xe buýt về hướng người yêu gấp đôi thời gian về hướng mẹ. Từ 6:00 đến 6:10 anh ta đợi chuyến đến người yêu (10'). Từ 6:10 đến 6:15 anh ta đợi chuyến đến nhà mẹ (5'). Suy ra, xác suất anh chàng về hướng người yêu phải gấp hai lần hướng mẹ. Và điều đó đã xảy ra trên thực tế.

Còn trường hợp đối với cô gái, thời gian (ví dụ) các chuyến xe buýt cách nhau 30'. Và chuyến về anh chàng không thích lắm là 6:25, 6:55, 7:25…, chuyến về anh chàng thích là 6:00, 6:30, 7:00…Chuyện cô gái phải ăn quả đắng đi về hướng anh chàng không thích lắm nhiều hơn gấp 5 lần không dính dáng gì đến Thượng Đế cả. Trừ phi, cô nàng thuyết phục hai anh chàng đổi chỗ cho nhau mà kết quả vẫn như trên… Thì… chứng tỏ Thượng Đế đã xui khiến cho công ty xe buýt thành phố đổi lại lịch xe đúng khi hai anh chàng chuyển chỗ cho nhau!!![1]

♣. Thánh nhân đãi kẻ khù khờ?

Một nhà thông thái nghĩ mình đã biết hết mọi việc trên đời. Có lần, ông gặp một bác nông dân trông thật là…nông dân. Quá tự phụ vào kiến thức của mình, ông ta bảo bác nông dân: "Bây giờ, ông hỏi tôi một câu, nếu tôi không trả lời được thì tôi trả ông 10 đồng. Sau đó, tôi hỏi ông một câu, ông không trả lời được, ông trả tôi 1 đồng.". Bác nông dân "Được, tôi chấp nhận cá cược.". "Vậy, nhường ông hỏi trước.", nhà thông thái trả lời. Bác nông dân nói "Tôi xin hỏi ông, con gì chạy xuống núi bằng bốn chân, mà chạy lên núi chỉ bằng ba chân.". Suy nghĩ mãi, nhà thông thái đành trả lời: "Tôi không biết.", và rút 10 đồng ra trả. Ông ta bèn hỏi: "Con gì ngộ vậy?". Bác nông dân rút 1 đồng trả nhà thông thái và nói: "Tôi cũng không biết.".

Trong cuộc sống thường ngày và ngay cả trong khoa học, chúng ta chứng kiến không biết bao nhiêu trường hợp:

"Ai đời châu chấu đá xe
Tưởng rằng chấu ngã, ai dè xe nghiêng"

như thế…

Trong cuốn Mathematical Puzzles and Diversions, Martin Gardner đã dẫn một ví dụ tuyệt diệu về khả năng chiến thắng kẻ mạnh hơn như sau:

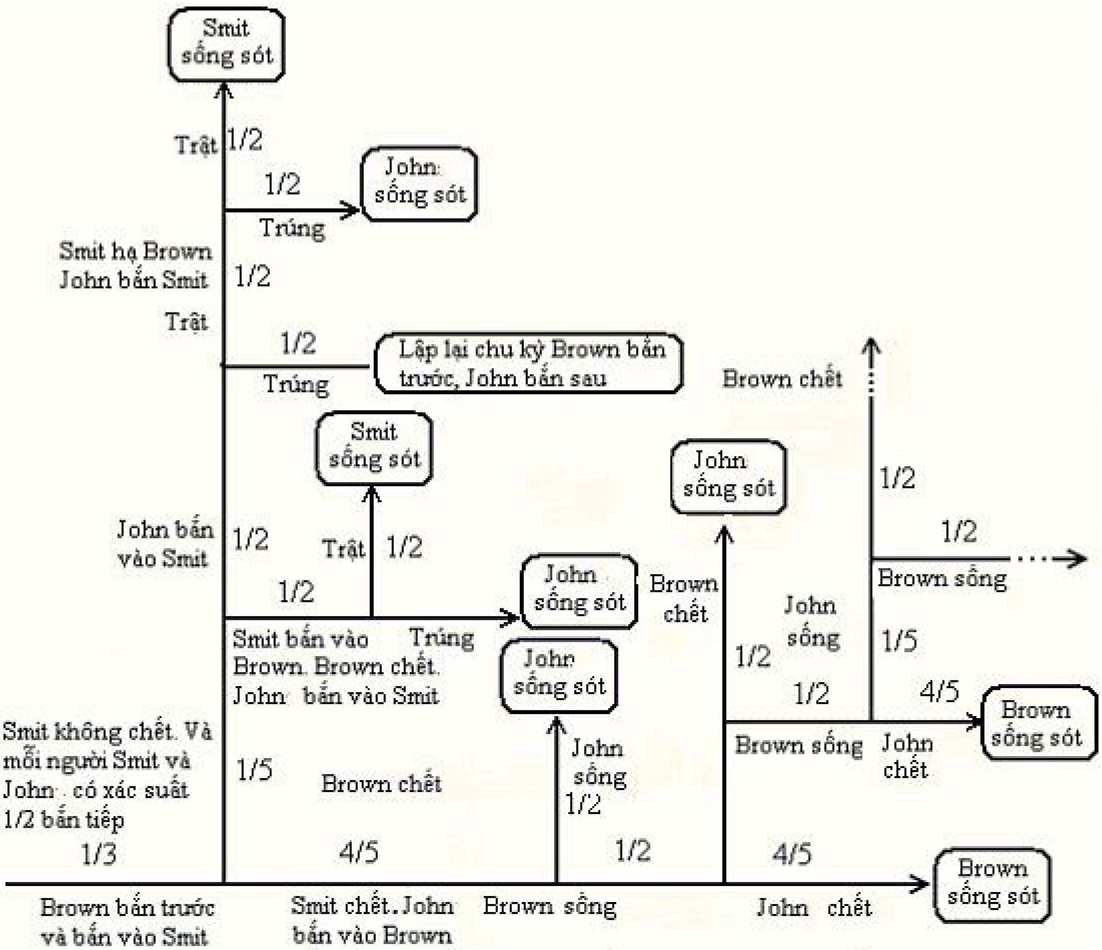
Smit, Brown và John quyết định đấu súng tay ba theo luật sau: đầu tiên họ sẽ bốc thăm xem ai bắn trước, bắn nhì và bắn cuối. Mỗi người đến lượt mình chỉ bắn được một phát và có thể nhắm vào bất kỳ người nào. Cuộc đấu súng tiếp diễn đến khi chỉ còn sống sót một người. Thoả thuận về luật và bốc thăm xong, ba người đứng vào vị trí của mình (là đỉnh của tam giác đều). Cả ba đều biết khả năng hai đối thủ của mình: Smit không bao giờ trượt, Brown bắn trúng đến 80% số lần bắn, còn John thì bắn trượt cũng như bắn trúng(50/50).

Ai sẽ là người có cơ hội sống sót lớn nhất? Biết rằng cả ba đều thực hiện chiến thuật tối ưu nhất. Và kết quả bốc thăm được sử dụng cho cả trận đấu.

Khi tôi giới thiệu bài toán này với những người bạn, tôi đã nhận rất nhiều ý kiến giải đáp khác nhau. Có người cho Smit có khả năng sống sót nhiều hơn, có người cho Brown thoát khỏi hiểm nguy cao nhất. Một trong số ý kiến đó có lý luận sau đáng chú ý: việc bốc thăm sẽ cho cơ hội đồng đều cho cả ba bắn trước. Vậy xác suất của mỗi người được bắn trước là 1/3. Ta xét xem xác suất sống sót của mỗi người:

Trường hợp 1: xác suất 1/3, Smit bắn trước. Chiến thuật tối ưu của anh ta: bắn vào Brown. Anh ta hạ Brown, lúc đó John sẽ bắn vào chàng ta với xác suất trúng đích là 50%. Nếu trật (cũng với xác suất 50%) thì Smit sẽ kết liễu John. Vậy với trường hợp này xác suất của anh chàng thiện xạ được sống sót là 1/3 x 1/2 = 1/6. Xác suất sống sót của John là 1/6 và của Brown bằng 0.

Trường hợp 2: xác suất 1/3, Brown bắn trước. Chiến thuật tối ưu của anh ta: bắn vào Smit (xem hình 2). Nếu hạ thủ được Smit với xác suất 4/5, thì xác suất đấu trực tiếp của anh ta với John khi John bắn trước là 4/9 đọ 5/9 (nếu Brown bắn trước sẽ là 8/9 đọ 1/9). Như thế, theo hướng này xác suất John sống sót là 1/3 x 4/5 x 5/9= 4/27, Brown sống sót là 1/3 x 4/5 x 4/9 = 16/135. Nếu không hạ được Smit với xác suất 1/5 thì mỗi người Smit và John có xác suất ½ để bắn tiếp theo. Và theo biểu đồ, chúng ta có thể tính toán cho trường hợp này xác suất sống sót của từng người là:



Hình 2: Biểu đồ xác suất của cuộc đấu súng khi Brown bắn trước

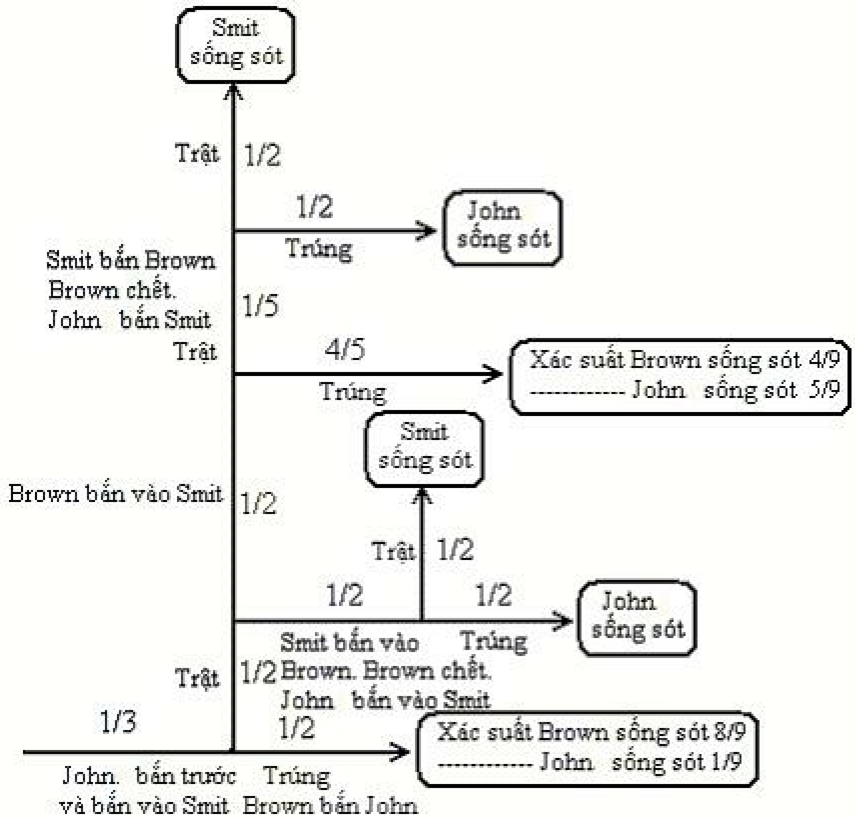
Smit: 1/60 + 1/120 =1/40

John: 1/540 +1/60 + 1/120 + 4/27=7/40

Brown: 8/540 + 16/135=2/15

(Cộng tất cả các số này lại với nhau sẽ được 1/3)

Trường hợp 3: John bắn trước với xác suất 1/3. Theo hình 3 ta có thể tính được như sau:



Hình 3: Biểu đồ xác suất của cuộc đấu súng khi John bắn trước

Smit: 1/24 + 1/120 =1/20

John: 1/24 +1/120 + 1/54 + 1/27=19/180

Brown: 4/27 + 4/135=8/45

(Cộng tất cả các số này lại với nhau sẽ được 1/3)

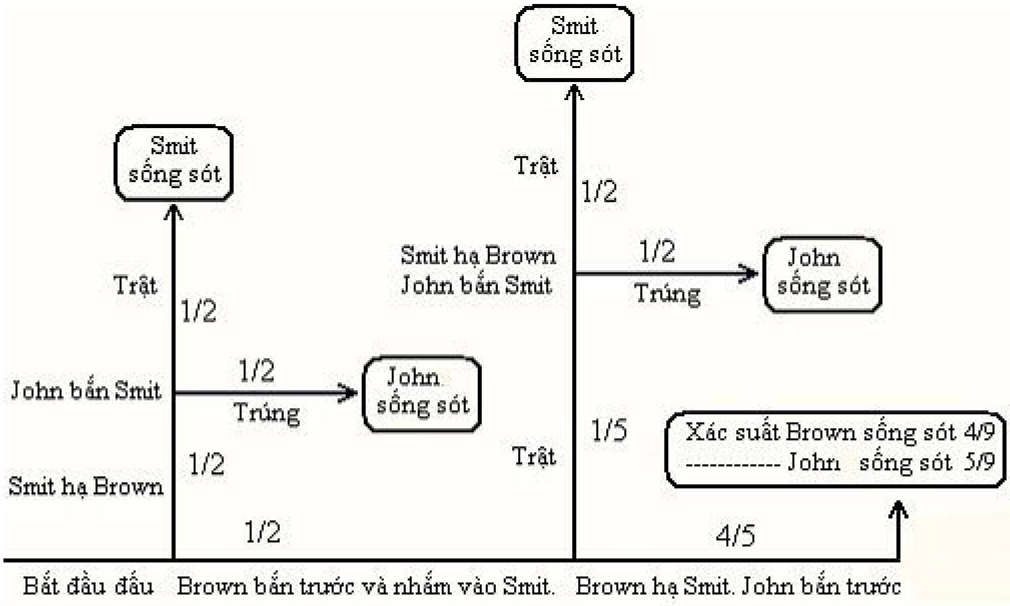
Như thế xác suất sống sót của mỗi người là:

Smit: 1/6 +1/40 + 1/20=29/120 =0.242

John: 1/6 + 7/40 + 19/180 =161/360 =0.447

Brown: 2/15 + 8/45 = 14/45=0.311

Rõ ràng, cách tính trên đã chọn cách tối ưu cho cả ba người là: Khi còn hai đối thủ, người bắn nhằm vào kẻ bắn giỏi hơn. Lúc đó, nếu cơ may đối thủ bị bắn chết thì người bắn vào mình sẽ là tay amatơ hơn. Và cơ hội sống nhiều hơn. Lý luận này đã đúng chưa? Hoá ra, anh chàng thiện xạ có xác suất sống còn thấp nhất. Nhưng các bạn hãy chú ý một điểm rất nhỏ thôi, nhưng cũng đánh gẫy toàn bộ lý luận trên đây. Nếu xét việc bắn trước là một cơ hội tốt của người bắn để thoát hiểm, chúng ta thấy điều này chỉ đúng với Smit. Ngược lại, không đúng cho John và Brown (cái xác suất sống sót của Brown tăng lên vì do John chọn sai chiến thuật tối ưu). Khi John bắn trước, nếu sử dụng cách này xác suất sống còn của anh ta là 19/180 đối với 1/6 và 7/40 khi Smit và Brown bắn trước tương ứng. Vậy việc gì John phải bắn vào ai đó, bởi vì bất kỳ người nào bắn tiếp theo (vẫn còn ba người) thì xác suất sống còn của John vẫn cao hơn khi anh ta nhắm vào người khác mà bắn? Chiến thuật tối ưu của John là bắn lên trời. [2] Ngoài những con số ở trên, chúng ta thấy John sử dụng phương thức này để tận dụng cho hai đối thủ mạnh loại trừ nhau. Quan trọng nhất, theo đúng luật khi một đối thủ của John bị loại thì người bắn trước lại là John. Và trong bất kỳ trường hợp nào, anh ta cũng có xác suất hơn ½ sống sót. Chiến thuật tối ưu của Smit đã rõ, anh ta phải bắn vào Brown. Còn Brown cũng vậy, biết rằng John sẽ ngư ông đắc lợi mà bắn vào John không được. Chỉ còn cách bắn vào Smit để tăng cao xác suất sống còn mình lên. Từ những lý luận trên, chúng ta có thể thiết lập biểu đồ xác suất cho cả ba xạ thủ như hình 4:



Hình 4: Biểu đồ xác suất của cuộc đấu súng

Xác suất cho mỗi người Brown và Smit bắn trước là ½ (Khi còn ba người John là outsider, không tính đến vì anh ta không bắn vào ai cả). Và diễn biến tiếp theo có thể dễ nhận thấy theo hình vẽ. Xác suất của ba người được tính như sau:

Smit: 1/2 x 1/2 + 1/2 x 1/5 x 1/2 = 3/10

Brown: 1/2 x 4/5 x 4/9 = 8/45

John: 1/2 x 1/2 + 1/2 x 1/5 x 1/2 + 1/2 x 4/5 x 5/9 = 47/90

Như vậy chúng ta thấy một "nghịch lý" như sau: John-người bắn kém nhất lại có cơ may sống sót hơn cả cơ may của hai anh chàng bắn giỏi cộng lại. Có phải chăng thánh nhân đãi kẻ khù khờ hay là điều kỳ diệu của xác suất.[3]

♥. Lời an ủi của Diêm Vương?

Ngọc Hoàng Thượng Đế thức giấc, Ngài phóng mắt khắp cõi dương gian và địa ngục xem thần dân của mình ra sao. Đến cửa địa ngục, Ngài thấy ba linh hồn Ghost, Ma và Quái đang xếp hàng chờ đến lượt nhập hộ khẩu. Có lẽ đêm hôm qua, Ngài không gặp ác mộng, nên trong lòng khoan khoái muốn mở lượng từ bi. Ngài quyết định hồi dương một trong ba linh hồn tội lỗi kia. Ngài bèn sai Nam Tào, Bắc Đẩu viết tên ba linh hồn lên ba tờ giấy và đảo kỹ. Sau đó, Ngài bốc một tờ đưa cho Nam Tào:

-Đây là tên linh hồn được quay về dương gian. Các ngươi mau gõ dây thép xuống cho Diêm Vương được biết!

-Dạ, tuân lệnh.

Đang yên giấc nồng, nhận được điện khẩn từ Thiên Đình, Diêm Vương vội tỉnh ngủ, sửa sang lại cân đai áo mão cho vời ba linh hồn Ghost, Ma, Quái đến và phán rằng:

-Trong số các ngươi, có một người sẽ được quay về dương gian. Mau chuẩn bị tinh thần sẵn sàng mà hồi dương.

-Chà…

Ba linh hồn quay ra, Diêm Vương thấy Ma còn lần chần không dứt bèn hỏi:

-Nhà ngươi còn chuyện gì không?

-Dạ, thưa Diêm Vương anh minh! Chắc Ngài không muốn chỉ ra ai trong chúng con được quay về. Con chỉ xin Ngài ân huệ nhỏ.

-Được! Ngươi cứ nói.

-Nếu như một trong hai linh hồn kia được tha về thì Ngài nêu ra tên người ngược lại. Nếu con được tha về thì Ngài có thể nêu bất kỳ tên một trong hai linh hồn kia.

Diêm Vương suy nghĩ một lúc, và nói:

-Thôi được, có một điều an ủi cho ngươi, đó là Quái.

Linh hồn Ma quay về, thấy khoan khoái trong lòng vì nghĩ mình đã lỡm được Diêm Vương. Bởi vì, bây giờ chỉ còn một trong hai người Ghost và Ma được hồi dương. Vậy xác suất hồi dương của mình là ½. Bỗng dưng khi chưa hỏi, thì xác suất hồi dương là 1/3, bây giờ lên được ½ sướng quá còn gì. Còn Diêm Vương thì lẩm bẩm: "Đúng là ngốc tử! Hắn cứ tưởng ta cho hắn một niềm an ủi…".

Thế thì xác suất được hồi dương của Ma là bao nhiêu?

Thực ra, xác suất của Ma vẫn bằng 1/3. Lúc ban đầu khi Ngọc Hoàng Thượng Đế chọn tên để hồi dương một cách ngẫu nhiên như thế, nên xác suất được hồi dương ban đầu của cả ba là 1/3. Đến lượt Diêm Vương thì nhóm ba người này được chia thành hai nhóm nhỏ. Nhóm thứ nhất là Ma, nhóm thứ nhì gồm cả Ghost và Quái với xác suất tương ứng là 1/3 và 2/3. Theo điều kiện của Ma, Diêm Vương chọn giữa một trong hai người Ghost và Quái một người không được hồi dương. Xác suất Diêm Vương chọn được bằng 1 và không ảnh hưởng gì đến xác suất từng nhóm. Và khi Diêm Vương lộ tẩy bất kỳ một người nào trong nhóm hai thì xác suất nhóm hai và nhóm một không thay đổi. Có nghĩa xác suất của Ma vẫn bằng 1/3 còn xác suất của Ghost được tăng lên thành 2/3 bởi vì xác suất của Quái đã bằng 0.

Để dễ hiểu ta(người chia bài) chọn ba con bài Át Cơ, Át Rô và Át Bích chia cho ba người A, B, C. Xác suất của mỗi người nhận được Át Bích khi chia xong (hay khi chưa lật con nào cả nhưng mỗi con bài đã an vị cho mỗi người) là 1/3. Bây giờ, ta chia ra hai nhóm: nhóm có mỗi A và nhóm có con bài của hai người B, C. Rõ ràng nhóm của hai người B, C có xác suất có con Át Bích bằng 2/3. Nhìn hai lá bài của B, C và chọn ra lá khác Át Bích lật ra (xác suất bằng 1). Điều này hoàn toàn không làm ảnh hưởng đến xác suất của hai nhóm. Duy chỉ có điều, nhóm hai bây giờ chỉ còn một người và xác suất của anh ta tăng gấp đôi bằng 2/3. Trong khi đó nhóm 1 xác suất của A không đổi bằng 1/3.[4]

Ta lại tự đặt cho mình hai tình huống nữa:

-Sau khi chia bài ta rút một con bài nào đó và lật ra. Nếu con bài đó không phải Át Bích thì xác suất của hai người còn lại bằng bao nhiêu? Trường hợp này, ta hoàn toàn không chọn gì cả và xác suất con bài bị lật là Át Bích vẫn bằng 1/3. Lúc này, ba con bài vẫn nằm trong một nhóm tính xác suất đồng nhất và bằng 1. Khi lật lá bài kia ra và phát hiện không phải Át Bích, xác suất của nhóm vẫn bằng 1, nhưng vì hai phần bài còn lại hoàn toàn tương đương nhau trong nhóm nên xác suất của chúng trở thành ½.

-Sau khi chia bài, ta lại cầm lấy cả ba và lật một con bài không phải Át Bích ra. Lý luận tương tự trên ta cũng sẽ thấy xác suất của mỗi tay bài còn lại là Át bích bằng ½.

Hai trường hợp này có xác suất giống nhau và lý luận cũng giống nhau, vậy tại sao phải chia thành hai trường hợp??? Trường hợp nhất, ta cùng ba người chơi phó mặc cho số phận khi lật con bài kia ra. Cái reo vui của hai anh chàng còn lại vì được tăng xác suất đổi bằng cái sầu thảm của anh thứ ba. Và anh thứ ba không trách ta không kéo dài thời gian vui thêm một lúc. Việc ban phát buồn vui là của Thượng Đế. Trường hợp hai, chính ta chọn và ta lại ban cho hai anh này một niềm vui ngắn ngủi còn anh thứ ba một nỗi buồn. (nếu như có con Át Bích sẽ được 1000$ chẳng hạn). Việc ban phát buồn vui là việc của ta.[5]

[1]. Cũng không cần thiết hai đầu đường. Nếu như một bến xe buýt có các số 01 chạy về nhà mẹ, 02 chạy về nhà cô giáo, 03 chạy về Nữ Hoàng và 04 chạy đến với người yêu, ta vẫn thiết lập được lịch trình và tính xác suất cụ thể cho từng trường hợp.

[2]. Có người nói, nếu lý luận trên thì ai cũng chờ cho hai đối thủ của mình sát hại lẫn nhau, rồi đến lượt mình bắn chết người còn lại. Điều này đúng nhưng không dành cho Smit vì anh ta là người bắn trăm phát trăm trúng và đây là cuộc đấu súng nên anh ta không thể nhắm vào cột điện mà bắn được. Anh ta phải hạ sát người nào đó khi đến lượt. Và dẫn tới Brown cũng phải bắn vào Smit nếu có lượt trước Smit.

[3]. Những lý luận trên có thể sẽ không đúng với trường hợp 4 hay nhiều hơn người. Chẳng hạn có cuộc đấu súng tay tứ và thêm anh chàng Holmes nào đấy với xác suất bắn trúng là 40%...thì xác suất sống sót mỗi người hoàn toàn khó tính. Vấn đề rất quan trọng là khi đấy, ta gặp một vòng lẩn quẩn. Tìm chiến thuật tối ưu xong tính xác suất. Nhưng khi tính toán xong ta mới nhận ra chiến thuật tối ưu như thế nào. Vì lẽ này, người giải cần tính toán tất cả các khả năng xảy ra và vạch ra chiến thuật tối ưu cho từng người. Một việc làm không dễ dàng. Mời quý vị độc giả thử xem.

[4]. Ta có thể làm cho rõ hơn nữa qua ví dụ sau: Giả sử bốc được lá bài Át Bích sẽ được thưởng 1000$. Có một bộ bài Tây 52 lá, người A rút một lá vậy xác suất anh ta nhận được Át Bích bằng 1/52. A chưa lật bài ra, ta chọn trong 51 lá còn lại 50 lá không phải Át Bích lật ra. Vậy, xác suất của A có lá bài Át Bích là ½ chăng?! Hiển nhiên không đúng. 51 lá còn lại có xác suất là 51/52. Và vì lúc nào ta có thể tìm 50 lá trong 51 khác Át Bích nên chuyện lật hay không lật ra không ảnh hưởng đến xác suất hai nhóm. Ví thế A vẫn có xác suất 1/52 còn lá bài còn lại có xác suất là 51/52.

[5]. Tất cả những trường hợp trên đều là những bài toán Đại số của xác suất mà thôi. Có lần, một anh bạn trẻ hỏi tôi: Có một bộ bài 52 lá, anh bốc một lá và chưa xem. Xong tôi bốc một lá, hỏi xác suất lá của tôi là Át Bích bằng bao nhiêu? Anh bạn lý luận: Nếu lá bài của anh là Át Bích thì xác suất của tôi có Át Bích bằng 0. Nếu lá bài của anh không phải là Át Bích thì xác suất lá bài của tôi là Át Bích bằng 1/51. Vậy tại sao xác suất lá bài của tôi là Át Bích bằng 1/52? Thực ra, khi nói đến việc bốc lá bài ra người ta nghĩ đến việc trừ những lá bốc rồi (kể cả khi chưa nhìn). Nếu ta xét một bàn quay có 52 ô, tôi đánh dấu một ô cho tôi còn anh bạn kia đánh dấu một ô cho anh ta và quay. Vậy xác suất kim vào đúng ô của tôi hay của anh bạn đều bằng 1/52. Ngoài ra, bản chất xác suất là bình quân các khả năng, ví dụ như trường hợp đấu súng tay ba người ta thấy John bắn trúng cũng như bắn trật. Khi thấy John bắn trúng 3 phát liền, như vậy mấy phát tiếp theo John phải bắn trật. Lý luận này không đúng theo tinh thần xác suất. Xác suất được tính trong một quá trình các trường hợp xảy ra khá nhiều và nó mang ý nghĩa bình quân. Chính vì thế, trở lại câu hỏi anh bạn trẻ, tôi đã trả lời anh ta: có mấy trường hợp tôi bốc con Át Bích-có một với xác suất bạn bốc Át Bích bằng 0. Vậy có mấy trường hợp tôi không bốc được con Át Bích- 51 với xác suất bạn bốc được Át Bích là 1/51. Khi ta chưa biết lá bài của tôi, muốn tính xác suất của bạn, ta phải tính bình quân tất cả các khả năng: (51 x 1/51 + 1 x 0)/52= 1/52.

Phần hai: Cạm bẫy cho những người tính toán

Trong phần một, chúng ta đã thấy nhiều khi, thay vì giải thích bằng phép thuật của các Đấng Tối Cao, nếu chịu khó một chút, ta có thể giải thích bằng Xác Suất. Nhưng liệu cái Xác Suất đó có phải Đấng Tối Cao không thì lại là chuyện khác. Có những thứ cứ ngẫm nghĩ thấy chỉ có Thượng Đế mới làm được thôi, nhưng cuối cùng cũng có thể giải thích bằng Xác Suất. Ví dụ, quỹ đạo của điện tử (electron) trong nguyên tử- các bạn thử tưởng tượng một anh chàng láo nháo, động đậy liên tục thế mà cũng chuyển động theo quỹ đạo. Khó tin quá!!! Các bạn đừng vội cho đó là quỹ đạo. Những hình vẽ được biểu diễn cho quỹ đạo của electron chẳng qua vùng biểu thị xác suất tìm thấy electron lớn nhất.

Phái nào ngoại tình nhiều hơn?

Ở Việt Nam ta, những đức tính cao quý như Công, Dung, Ngôn, Hạnh vẫn được phụ nữ chúng ta gìn giữ một cách trân trọng. Thời buổi kinh tế thị trường, nhịp sống dường như nhanh hơn, hối hả hơn. Hậu quả của nó là người ta cảm thấy có nhu cầu sống gấp hơn, thực dụng hơn kể cả những liễu yếu đào tơ. Theo thống kê, số lượng các cặp vợ chồng ly hôn ở Mỹ là 54%, ở Nga 56%(cao nhất) mà nguyên nhân phần lớn là do bạo hành gia đình và ngoại tình. Thế nhưng, có những thống kê nhiều khi lại dẫn dắt chúng ta đến kết luận sai lầm trầm trọng:

Theo thống kê cho thấy phần châu Âu của nước Nga (chỉ là ví dụ thôi), xác suất tìm người đàn ông ngoại tình lớn hơn người đàn bà ngoại tình với tỷ lệ 75 và 65% tương ứng, còn ở phần châu Á cũng vậy nhưng vì ảnh hưởng văn hoá Á Đông nên cũng ít đi chút đỉnh 30 và 20% tương ứng. Thế ở nước Nga, đàn ông nói chung ngoại tình hơn đàn bà chăng?

Tôi cam chắc với các bạn, không 100% thì 99,99% số người được hỏi sẽ bảo "hiển nhiên là vậy.". Các bậc mày râu thì thở dài ngao ngán: "Mấy vị làm thống kê này chắc toàn phụ nữ hay sao ấy.". Còn các bà thì chì chiết "Đấy nhé, còn chối không?. Con số thống kê rành rành nhé.".

Ấy, đừng vội hoảng quí ông, và cũng đừng vội đe nghiến quí bà. Kể cả những con số chênh lệch khủng khiếp thế cũng không chứng tỏ ở nước Nga nói chung, người đàn ông ngoại tình hơn phụ nữ. Chỉ có điều, tất cả người được hỏi đã để cho những con số đánh lừa cảm giác của mình. Và chúng ta đã suy đoán vấn đề không như ***nó thế*** mà như ***nó có vẻ thế***. Hay là, chúng ta đánh giá vấn đề theo cảm giác và phỏng đoán. Chúng ta thử tính toán một tý xem sao:

Đặt a_1 là số đấng mày râu phần châu Á nước Nga, a_2 là số quí ông ở phần châu Á ngoại tình. Và b_1, b_2 là số phái đẹp châu Á tương ứng.

Tương tự cho phần châu Âu nước Nga là c_1, c_2 (quí ông) và d_1, d_2 (quí bà) tương ứng.

$a_2/a_1 = x\%$

$b_2/b_1 = y\%$

$x>y$

$c_2/c_1 = z\%$

$d_2/d_1 = t\%$

$z>t$

Liệu chúng ta có thể khẳng định:

$(a_2 + c_2)/(a_1 + c_1) > (b_2 + d_2)/(b_1 + d_1)$

Đây là bài đại số sơ đẳng và các bạn có thể tìm ra vô số thí dụ để khẳng định điều ngược lại. Ngay cả đối với những thông số x=0.75, y=0.65, z=0.3, t=0.2 như đề bài. Ta lấy những con số sau:

$a_1 = 24.000.000$, $a_2 = 7.200.000$

$b_1 = 9.800.000$, $b_2 = 1.960.000$

$c_1 = 8.000.000$, $c_2 = 6.000.000$

$d_1 = 14.000.000$ $d_2 = 9.100.000$

Như vậy, tổng số quí ông và quí bà là 32.000.000, 23.800.000 tương ứng. Và số các gentlemen và ladies phạm lời thề hôn nhân sẽ là 13.200.000, 11.060.000. Xác suất tìm thấy người đàn ông ngoại tình ở nước Nga là 41,25% và người phụ nữ ngoại tình lại là 46,47%!!!

Hay chúng ta muốn tạo nên khung cảnh đầy kịch tính hơn:

Xác suất tìm người đàn ông ngoại tình ở hai phần Á, Âu của nước Nga đều lớn hơn xác suất tìm thấy người phụ nữ ngoại tình là 10%. Liệu xác suất tìm thấy người đàn ông ngoại tình của toàn nước Nga có lớn hơn tìm thấy người phụ nữ ngoại tình. Hoàn toàn không chắc!!! Thậm chí, ngược lại có những thông số cho thấy những người phụ nữ vẫn ngoại tình hơn đàn ông như thường. Mà cũng lại hơn đến 10%!

Ta vẫn lấy x, y, z, t như trên và các thông số sau:

$a_1 = 28.000.000$, $a_2 = 8.400.000$

$b_1 = 9.000.000$, $b_2 = 1.800.000$

$c_1 = 8.000.000$, $c_2 = 6.000.000$

$d_1 = 18.000.000$ $d_2 = 11.700.000$

Xác suất tìm thấy người đàn ông ngoại tình ở nước Nga là 40% và người phụ nữ ngoại tình lại là 50%!!!

Trên đây, chúng tôi lấy ví dụ cho quí độc giả thấy có những thông số đánh lừa cảm giác chúng ta dẫn đến những kết luận sai lầm tai hại. Khi nói đến danh từ ***xác suất*** làm cho người ta dễ đơn giản hoá các thông số thành thông số duy nhất P(A) và P(B). Và lầm tưởng mình có thể cộng, trừ, so sánh chúng với nhau. Cũng không ít người trong các bạn cho rằng, những con số trên làm sao đánh lừa được người tính toán chuyên nghiệp. Đúng là như vậy, nhưng có những bài toán xác suất khi đọc điều kiện bài toán cứ ngỡ như tìm ra cách giải đúng nhất. Nhưng sau đấy sẽ có người khác chỉ cho chúng ta cách lý luận khác, cũng hợp lý không kém, đưa đến một đáp số khác Xin các bạn đọc đoạn trích dưới đây trong cuốn Mathematical puzzles and diversions của Martin Gardner:

“Charles Sanders Pears có nói, chưa có một lãnh vực toán học nào mà người chuyên gia sai lầm dễ dãi như lý thuyết xác suất. Lịch sử đã khẳng định điều này. Ngay cả G. W. Leibniz cũng từng cho rằng khi tung hai con xúc xắc lên thì số lần nhận được 12(tổng số hai con xúc xắc cộng lại) cũng bằng số lần xuất hiện 11.

…….

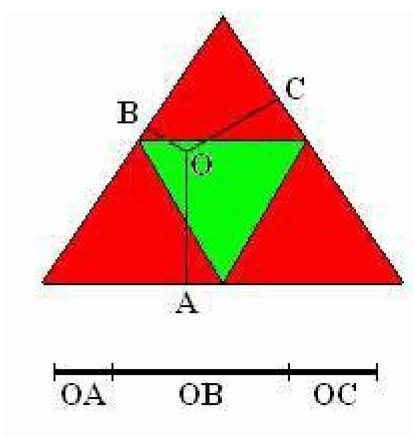
Thời này, lý thuyết xác suất cho những câu trả lời chính xác và rõ ràng với một yêu cầu: ***trong điều kiện bài toán phải xác định rõ ràng bằng phương pháp nào ta thử sự kiện ngẫu nhiên.”***

Và một thí dụ cổ điển nhất minh chứng cho tính không nhất quán của bài toán xác suất là bài toán sau:

Hình tam giác có dễ tạo không?

Tại sao không dễ nhỉ?!. Chấm ba chấm trên tờ giấy trắng. Nối ba điểm lại theo từng cặp ta được một tam giác (xác suất bạn chọn ba điểm trên một đường thẳng hầu như bằng không). Chúng tôi không nói đến cách này, bạn thử làm thí nghiệm như dưới đây:

Bẻ một que (bằng gỗ) thành ba phần một cách ngẫu nhiên. Ba phần nhận được bạn thử tạo thành tam giác. Và tìm xác suất ba phần đó tạo thành hình tam giác.



Hình 5: Minh hoạ bẻ que

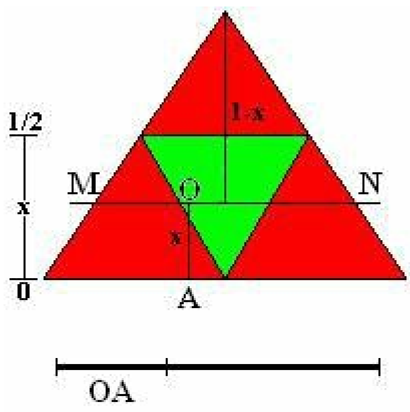
Chúng ta cho rằng hai điểm cắt thanh gỗ được chọn rất ngẫu nhiên và nằm bất kỳ ở đâu trên thanh gỗ và độ dài thanh gỗ là 1 đơn vị. Vậy, các thanh OA, OB, OC có độ dài ngẫu nhiên trong khoảng [0,1]. Ta dựng hình tam giác đều có đường cao bằng 1. Chắc ai trong chúng ta đều chứng minh được "Cho điểm O trong tam giác đều. Tổng ba đoạn vuông góc từ O xuống ba cạnh tam giác bằng đường cao của tam giác.". Vậy, bất kỳ ta bẻ như thế nào ta cũng dựng được điểm O trong tam giác lớn. Và bất kỳ điểm O ở đâu trong tam giác lớn ta cũng tìm được một cách bẻ (hay là hay chỗ bẻ) trên que gỗ. Điều này có nghĩa các điểm O ứng với các càch bẻ khác nhau lấp đầy tam giác lớn. Nhưng chỉ có phần trong tam giác nhỏ màu xanh là cho phép chúng ta dựng được hình tam giác (một cạnh không lớn hơn hai cạnh còn lại). Suy ra, xác suất bằng ¼.

Thế nhưng, trên thực tế khi nói đến động từ bẻ hai lần, ta có thể nghĩ như sau:

Đầu tiên, ta bẻ ngẫu nhiên que gỗ thành hai phần. Sau đó, chọn một đoạn trong

hai phần đó bẻ ra thành hai phần nữa. Tìm xác suất để ba phần này tạo thành hình tam giác.

Có một ý kiến thế này: Lấy đoạn OA là đoạn nhỏ khi chia lần đầu tiên. Vậy O phải nằm trong ba phần dưới của tam giác to. Còn đoạn lớn bẻ ra hai phần (xác suất chọn được phần lớn để bẻ tiếp là ½). Như vậy, xác suất điểm O vào phần màu xanh là 1/3. Như vậy xác suất đề ra là 1/3 x ½ =1/6.



Hình 6: Minh hoạ bẻ que 2

Trên thực tế, cách tính trên hoàn toàn sai (theo sách đã dẫn, cách chứng minh này của một chuyên gia tên là Witvort đưa ra). Với hình vẽ trên, ta thấy các tam giác bằng nhau. Nhưng khi tính xác suất thì các tam giác trên hoàn toàn không bằng nhau tý nào cả!!! Khác với trường hợp một, các điểm đều được biểu thị cho một trạng thái bẻ của que và tất cả các điểm này có giá trị như nhau khi tính xác suất. Và "tổng tất cả trường hợp" để xét xác suất cho tất cả điểm O là tam giác lớn không thay đổi. Còn trường hợp hai, "tổng tất cả trường hợp" là đoạn MN thay đổi theo độ dài x của đoạn OA. X càng lớn thì MN càng nhỏ và trọng lượng từng trường hợp xảy ra trên MN càng lớn. Nói cách khác, các điểm O hoàn toàn không bình đẳng với nhau. Chúng đi kèm với xác suất xảy ra trên MN. [1] Vậy O càng lên trên thì giá trị để tính xác suất của nó càng lớn. Mà theo hình vẽ, càng lên trên đoạn màu xanh càng lớn, ngược lại đoạn màu đỏ càng nhỏ đi. Có nghĩa, trong tam giác màu xanh, trọng lượng xét xác suất tăng dần từ đỉnh đến đáy, còn tam giác màu đỏ lại giảm dần. Hai tam giác vì thế không thể nào bằng nhau về giá trị tính xác suất. Muốn tính xác suất của trường hợp hai, ta phải nhờ đến tích phân.

Với một x nào đó, xác suất điểm O nằm trong phần màu xanh là x/(1-x). Ta lấy trung bình của tất cả xác suất này theo x biến thiên từ 0 đến ½. Giá trị đó bằng:

$$\frac{\int_{0}^{1/2}\frac{x}{1-x}\,dx}{1/2} = -1 + 2\ln 2 = 0{,}386$$

Và phải tính thêm xác suất chọn được đoạn lớn để bẻ bằng ½ nữa, ta được kết quả 0,193 lớn hơn 1/6.

Xác suất ¼ như cách tính 1 có được (lớn hơn 0,193) vì ta tính xác suất bẻ lần thứ hai đúng vào phần lớn hơn không phải là ½ mà lớn hơn. Nó tỷ lệ thuận với độ dài của đoạn lớn. Và nếu ta đặt bài toán như sau:

Đặt que gỗ vào máy chặt, chỉnh máy chặt sao cho khoảng di động của dao chạy theo đúng chiều dài của thanh gỗ. Mỗi lần chặt, máy chặt tự chọn ngẫu nhiên điểm chặt trong khoảng đó. Chặt hai lần được ba phần. Tìm xác suất sao cho ba phần đó lập được tam giác.

Vâng, thưa các bạn nếu bài toán như vậy thì xác suất chính xác bằng ¼.

Bài toán này đã gây khá nhiều tranh luận trong bạn bè chúng tôi. Khi chúngtôi giải thích tất cả những khúc mắc của nó, mọi người đều đồng ý như tôi đã viết trên. Thế nhưng, chúng tôi nhận được một lời giải thích khá hay của một anh bạn trẻ-và chúng tôi nghĩ đó là lời giải thích chu đáo, cặn kẽ:

"Anh Vỹ thân mến!

Khi dùng động từ bẻ thì chắc chúng ta tuyệt đối không thể dùng phương pháp một để giải, vì nó không toát lên ý nghĩa của từ bẻ. Cách một phù hợp hoàn toàn với bài toán máy chặt như anh đã giải thích. Thế nhưng, ngay cả cách hai tuy đúng nhưng không logic trên thực tế. Khi ta nói bẻ có nghĩa là chia cái gì đấy bằng tay ra hai phần. Nếu chia que gỗ ra chỉ hai phần thôi thì mọi việc đơn giản quá. Nhưng ở đây là chia ra ba phần, như vậy ta phải bẻ hai lần. Mà đã bẻ làm hai hay lớn hơn lần thì phải có trạng từ bổ ngữ thêm nữa: đó là bẻ các lần cách quãng hay bẻ liên tiếp. Cách giải hai phù hợp với bẻ hai lần cách quãng. Đúng hơn là: yêu cầu một người bẻ que gỗ. Sau đấy, ta cầm cả hai phần và chìa hai đầu (đã chỉnh cho bằng đầu để người kia không biết đâu là que dài) cho anh ta chọn. Chọn xong, anh ta bẻ đoạn đã chọn ra thành hai phần. Tìm xác suất sao cho ba đoạn nhận được có thể tạo thành tam giác. Như vậy, cách này có toát lên ý nghĩa của từ "bẻ" không?

Hay, người bẻ (trung thực trong cách bẻ ngẫu nhiên) chọn lựa cách bẻ hợp lý trên thực tế hơn. Anh ta bẻ ngẫu nhiên lần một trên que gỗ. Sau đó, tuỳ sở thích của từng người, anh ta thả rơi đoạn bên trái xuống (tay trái thả ra) trong khi tay phải vẫn nắm giữ đầu bên phải của que gỗ. Và tiếp tục bẻ tiếp phần còn lại trong tay phải ra hai phần một cách ngẫu nhiên. Tìm xác suất sao cho ba đoạn tạo thành tam giác.

Rõ ràng, cách bẻ này liên tiếp không dứt quãng và tiết kiệm thời gian cho người bẻ. Đồng thời, cách bẻ này toát lên ý nghĩa từ "bẻ" chân thật nhất. Xác suất tính được cũng bằng 0,193. Nhưng cách giải thích xác suất chọn thanh dài để bẻ bằng ½ hoàn toàn khác. Vì anh ta bẻ liên tiếp như thế, nên chỉ khi điểm bẻ của lần đầu anh ta chọn nằm trên nửa trái của que, thì phần bẻ tiếp theo mới là đoạn dài hơn được. Suy ra xác suất bằng ½.[2]

Thật là sai lầm khi nói đến tính ***không nhất quán của bài toán xác suất*** mà không đề cập đến bài toán Bertran (nhà toán học người Pháp Josep Bertran), còn gọi là nghịch lý Bertran.

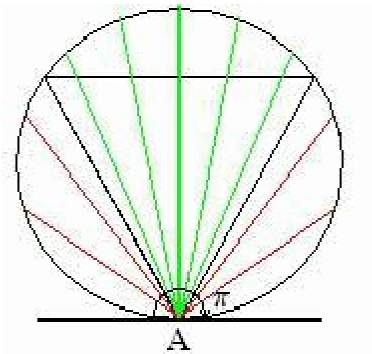
Nghịch lý Bertran:

Dựng một cách ngẫu nhiên một đoạn thẳng (có hai điểm trên một vòng tròn cho

trước). Tìm xác suất sao cho dây cung này lớn hơn độ dài của cạnh tam giác đều nội tiếp trong vòng tròn đó.

Để trả lời cho câu hỏi này, có rất nhiều lời giải. Dưới đây là ba lời giải cổ điển của nó:

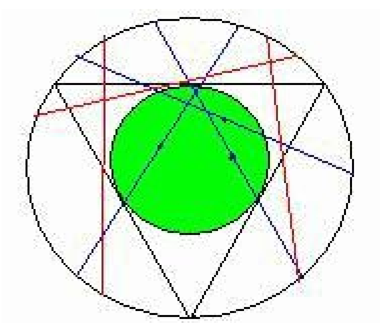
Lời giải 1: Dây cung phải được bắt đầu từ một điểm nào đó trên vòng tròn. Ví dụ, điểm đó là điểm A như trên hình 7:



Hình 7: Nghịch lý Bertran 1

Tất cả các đường thẳng từ A quét hết một góc Pi, nhưng chỉ có những đường thẳng màu xanh tạo nên những dây cung lớn hơn cạnh của tam giác đều nội tiếp. Suy ra xác suất bằng 1/3. Ở bất kỳ điểm A nào đó trên vòng tròn đều có kết quả như vậy.

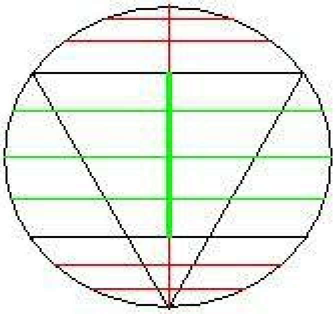
Lời giải 2: Bất kỳ điểm nào trong đường tròn có thể là trung điểm của một dây cung nào đó. Và ngược lại điểm đó chỉ là trung điểm của một dây cung duy nhất (trừ tâm vòng tròn).



Hình 8: Nghịch lý Bertran 2

Từ hình 8, ta thấy chỉ có những đường thẳng có điểm giữa nằm trong vòng tròn nội tiếp tam giác đều mới có độ dài lớn hơn cạnh tam giác. Suy ra, xác suất bằng Diện tích vòng tròn nội tiếp/ Diện tích vòng tròn ngoại tiếp = ¼.

Lời giải 3: Không mất tính tổng quát, ta chỉ xét những dây cung song song với đường kính vòng tròn nào đấy (Các đường khác có thể nhận được nhờ quay). Chúng ta hoàn toàn thấy được tổng tất cả các đường bằng tổng tất cả các bộ đường song song như thế với các góc quay khác nhau. Nên ta chỉ cần xét một bộ đường song song là đủ.


Hình 9: Nghịch lý Betran 3

Tất cả những đoạn thẳng nằm trong vùng màu xanh đều thoả mãn điều kiện. Suy ra xác xuất bằng ½.

Hầu hết tất cả các chuyên gia, qua các lời giải trên, đều cho rằng đề ra không chính xác. Tất cả xoay quanh cụm "dựng một cách ngẫu nhiên đoạn thẳng". Dựng thế nào? Bằng cách gì? Ngẫu nhiên ra sao? Ngẫu nhiên nào ngẫu nhiên hơn?...

Dù ngôn ngữ có những lệch lạc với logic toán học, nhưng chúng tôi cho rằng ngay cả những lệch lạc đó cũng có giới hạn của nó. Chứ không thể dựng ngẫu nhiên một đoạn thẳng là ta có thể lấy một điểm trên vòng tròn rồi vẽ đường thẳng ngẫu nhiên. Có cái gì đó bất ổn!!!

Ta thử xem đoạn thẳng phải được dựng như thế nào? Theo đề toán việc chúng ta nhận được đoạn thẳng (dây cung) là hiển nhiên. Nói cách khác, cứ một lần thử nghiệm một cách ngẫu nhiên ta phải có một dây cung hay xác suất nhận được dây cung phải bằng 1. Rõ ràng, nếu thế phải có ít nhất một điểm trên mặt đường tròn nằm trên đường thẳng (đt mà từ đó ta có thể kéo dài cho nó cắt đường tròn tạo ra dây cung). Như vậy, việc tạo ra dây cung hiển nhiên một cách ngẫu nhiên có phải tương đương với một trong hai việc sau:

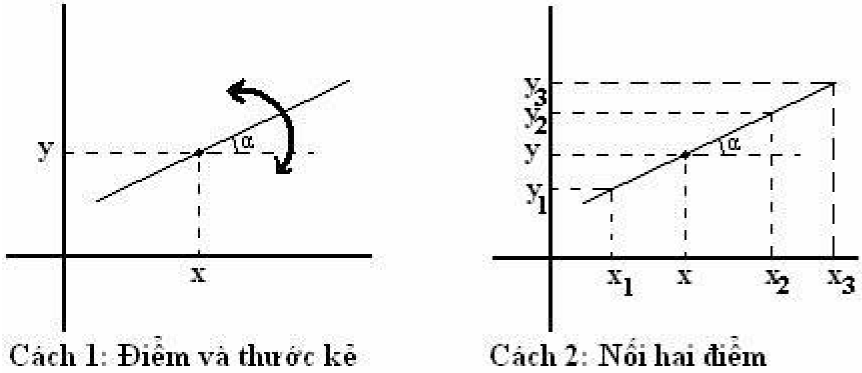
1. Điểm bên ngoài và thước kẻ: Lấy ngẫu nhiên một điểm ngoài vòng tròn. Từ điểm này dựng hai tiếp tuyến với đường tròn. Đặt thước kẻ qua điểm đó và di động ngẫu nhiên trong góc tạo bởi hai tiếp tuyến. Chọn bất kỳ vị trí ngẫu nhiên của thước kẻ, dựng một đường thẳng cắt đường tròn, ta nhận dây cung.

2. Điểm bên ngoài và điểm bên trong: Lấy một điểm ngẫu nhiên bên ngoài đường tròn, sau đó lấy một điểm ngẫu nhiên khác trong vòng tròn. Nối chúng lại, dựng được một dây cung.

3. Điểm bên trong và thước vẽ: Lấy ngẫu nhiên một điểm trên mặt đường tròn, đặt cây thước vào điểm đó vẽ ngẫu nhiên một đường thẳng cắt vòng tròn tạo thành một dây cung. Kể cả phương pháp đặt ngẫu nhiên thước kẻ vào vòng tròn và kẻ cũng là một dạng của phép lấy dây cung này.

4. Hai điểm và nối: Lấy một điểm trên mặt đường tròn và một điểm bất kỳ. Nối chúng lại tạo một đường thẳng cắt đường tròn ta nhận đươc một dây cung. Nếu điểm ngẫu nhiên sau nằm ngoài vòng tròn thì phép thử này lại giống phép 1 (giải thích dưới). Nên phép thử này chỉ như sau: lấy ngẫu nhiên hai điểm trên mặt vòng tròn. Nối hai điểm lại thành đường thẳng cắt đường tròn, ta nhận được dây cung.

Như vậy, có hai kiểu dựng chính: một điểm + thước kẻ, hai điểm và nối. Biểu diễn trên trục toạ độ, ta thấy cách một phụ thuộc vào toạ đoạ x, y và góc α, còn cách hai- toạ độ x, y và x_1, y_1.



Hình 10: Các cách vẽ đường thẳng trên nguyên tắc

Chúng ta lưu ý, tuy từ toạ độ của hai điểm, ta cũng tìm được góc α, nhưng cách hai cho ta thêm một đại lượng nữa- đó là trọng lượng hay xác suất vẽ được đường thẳng qua (x,y) có góc α. Theo hình 10, cách dùng thước kẻ để vẽ chỉ cho ta thêm đại lượng ngẫu nhiên α, còn cách hai, để nhận được đường thẳng (x,y,α) ta có nhiều trường hợp các cặp [(x,y),(x_1,y_1)] khác nhau. Nhưng xác suất nhận được chúng khác nhau. Khoảng chọn được các cặp điểm lớn thì xác suất lớn, khoảng chọn được nhỏ thì xác suất nhỏ.

Ví dụ, lời giải 1 chỉ dựa trên thông số α, bởi vì tuy có điểm trên đường tròn nhưng tất cả những điểm này tương đương nhau nên yếu tố x,y không đóng vai trò gì. Lại chọn điểm mà xác suất thấp nhất. Nhưng nếu thay vì chọn cách một, ta lại theo cách hai- tức ta điểm đầu tiên vẫn trên đường tròn nhưng điểm thứ hai lấy ngẫu nhiên trên mặt đường tròn. Lúc này, xác suất không phải 1/3 nữa mà bằng diện tích của phần màu xanh chia cho diện tích đường tròn (lớn hơn ½, trường hợp 2 phía dưới). Hoặc, lời giải 3 chỉ dựa vào thông số ngẫu nhiên duy nhất là y. Nhưng nếu ta đặt bài toán như sau:

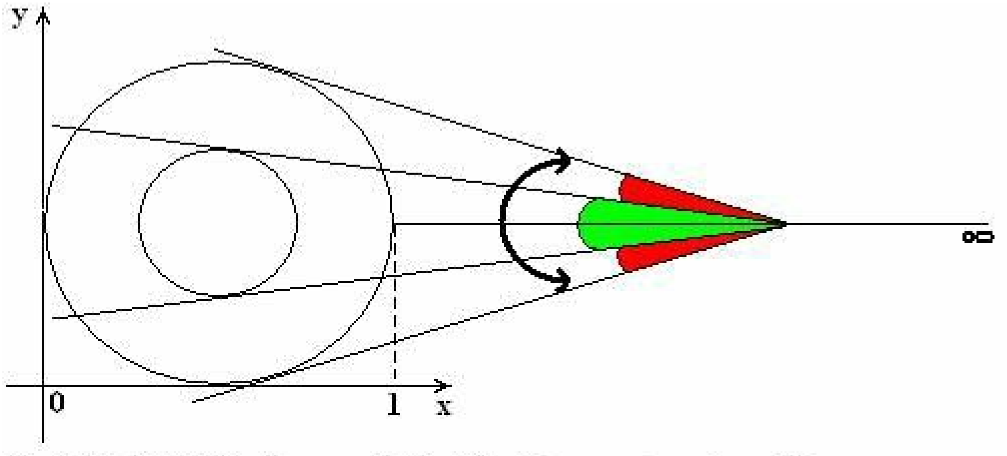
Cho một điểm x, y trên mặt đường tròn, vẽ một đường song song với trục hoành tao trên đường tròn một dây cung. Tìm xác suất sao dây cung đó lớn hơn cạnh tam giác đều nội tiếp.

Bài này cũng có xác suất bằng diện tích phần màu xanh chia cho diện tích đường tròn (trường hợp 2 phía dưới). Chỉ có lời giải hai khá lập dị, nó dựa trên hai thông số ngẫu nhiên (x,y) và thông số α (rất quan trọng cho việc dựng đoạn thẳng ngẫu nhiên) được suy ra từ (x,y). Và cách dựng đường thẳng lại làm cho dây cung nhận được nhỏ nhất, nên trách sao xác suất chả nhỏ hơn nhiều!!!. Các bạn thử xem, vì sao về nguyên tắc lời giải 3 và lời giải 2 giống nhau, thế nhưng hai xác suất nhận được lại khác nhau?

So sánh các lời giải trên với các yếu tố ngẫu nhiên như đã vẽ trên hình 10, chúng ta thấy các lời giải chỉ dùng "tính ngẫu nhiên" một phần rất nhỏ. Hiển nhiên, khi tính ngẫu nhiên nhỏ thì người ta càng dễ đưa ra các lời giải khác nhau ứng với từng phần nhỏ ngẫu nhiên nhất định. Dẫn đến kết quả khác nhau xa nhau rất lớn. Và ba lời giải trên chẳng qua chỉ là những ví dụ khá độc đáo gây ấn tượng lớn cho độc giả (xác suất ½, 1/3, ¼), không hơn không kém. Chúng không thể được xem là những lời giải của bài toán Bertran. Bởi vì, chúng chưa làm toát lên tính ***ngẫu nhiên của đoạn thẳng***. Dù, như chúng tôi viết ở trên, ***ngôn ngữ có những lệch lạc không đáp ứng với tính chính xác của toán học, nhưng những lệch lạc đó cũng phải có giới hạn của nó***.

Và khi các yếu tố ngẫu nhiên được đề cập đến nhiều, đề cập một cách tổng thể, thì kết quả nhận được không lệch nhau nhiều. Ta thử tính xem xác suất của các cách lấy ngẫu nhiên như tôi đã đề cập trên:

1. Điểm bên ngoài và thước kẻ: Lấy ngẫu nhiên một điểm ngoài vòng tròn. Từ điểm này dựng hai tiếp tuyến với đường tròn. Đặt thước kẻ qua điểm đó và di động ngẫu nhiên trong góc tạo bởi hai tiếp tuyến. Chọn bất kỳ vị trí ngẫu nhiên của thước kẻ, dựng một đường thẳng cắt đường tròn, ta nhận dây cung.



Hình 11: Nghịch lý Bertran. Một điểm bên ngoài và thước kẻ.

Gọi l là độ dài từ tâm đến điểm ở ngoài đó. Từ hình vẽ 11, dễ thấy xác suất sao cho dây cung nhận được lớn hơn cạnh tam giác đều nội tiếp bằng góc màu xanh chia cho góc giữa hai tiếp tuyến. Hay bằng:

$$\frac{\arcsin\frac{1}{4l}}{\arcsin\frac{1}{2l}}$$

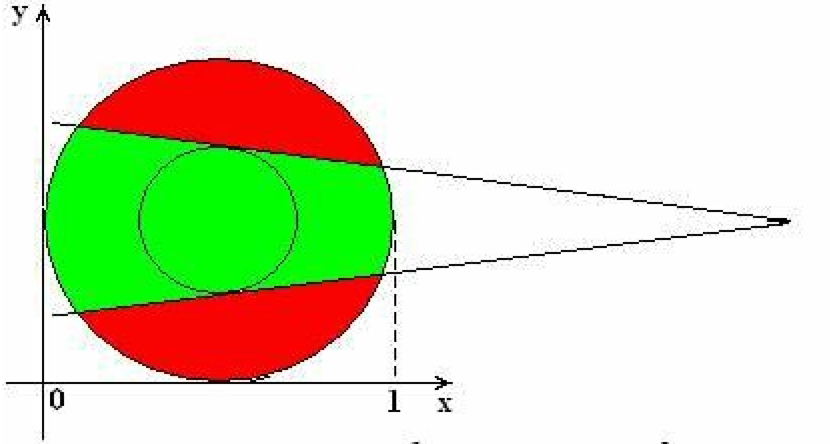
Và lời giải 1, lời giải 3 dẫn ra trước đây chỉ là trường hợp con của bài toán này. Nếu l = ½, tức các điểm lấy bên ngoài nằm trên đường tròn (lời giải 1) thì thay vào công thức ta được 1/3. Nếu l = ∞ thì:

$$\lim_{l\to\infty}\frac{\arcsin\frac{1}{4l}}{\arcsin\frac{1}{2l}}=\frac{1}{2},$$

đây cũng chính là lời giải 3. Khi l tiến đến vô cùng, các đường thẳng vẽ được thành song song nhau. Hai góc trên đều bằng không, nhưng tỷ lệ của chúng lại bằng ½.

Vì điểm ngoài vòng tròn là ngẫu nhiên, vậy xác suất trong trường hợp này là trung bình của tất cả các trường hợp của l (từ 1/3 đến ½). Nhưng vì l tiến về vô cùng thì xác suất bằng ½ nên xác suất trung bình cũng bằng ½.

2. Điểm bên ngoài và điểm bên trong: Lấy một điểm ngẫu nhiên bên ngoài đường tròn, sau đó lấy một điểm ngẫu nhiên khác trong vòng tròn. Nối chúng lại, dựng được một dây cung.

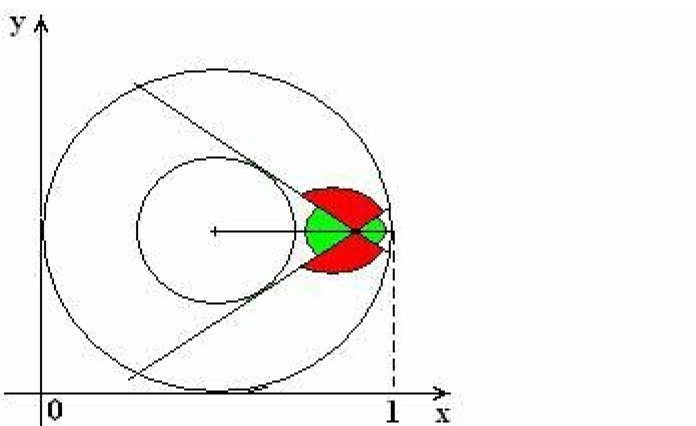


Hình 12: Nghịch lý Bertran. Điểm bên ngoài và điểm bên trong.

Tất cả những điểm trong vùng màu xanh thoả mãn điều kiện. Vậy xác suất dây cung lớn hơn cạnh tam giác sẽ không đổi dù điểm bên ngoài nằm ở đâu đi chăng nữa và bằng:

$$\frac{\frac{\pi}{4} - \frac{2}{3}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{3\sqrt{3}}{16}\right)}{\frac{\pi}{4}} = 0,609$$

3. Điểm bên trong và thước vẽ: Lấy ngẫu nhiên một điểm trên mặt đường tròn, đặt cây thước vào điểm đó vẽ ngẫu nhiên một đường thẳng cắt vòng tròn tạo thành một dây cung. Kể cả phương pháp đặt ngẫu nhiên thước kẻ vào vòng tròn và kẻ cũng là một dạng của phép lấy dây cung này.

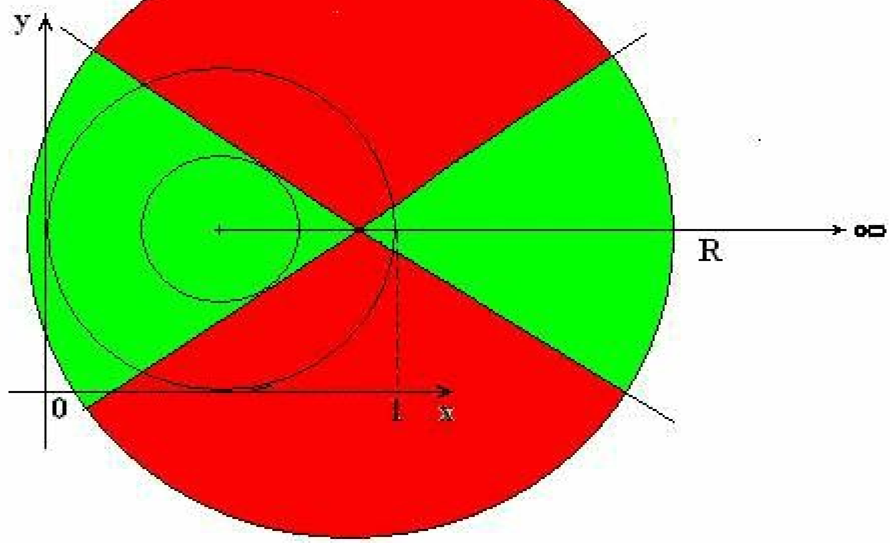


Hình 13: Nghịch lý Bertran. Điểm bên trong và thước kẻ.

Và xác suất bằng:

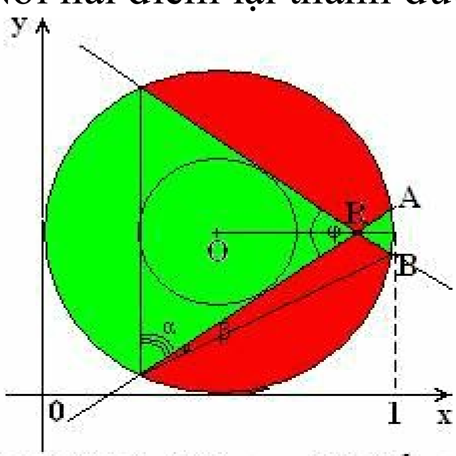
$$\frac{1}{4} + \frac{16}{\pi}\int_{1/4}^{1/2} l \arcsin\frac{1}{4l}\,dl = 0,609$$

4. Hai điểm và nối: Lấy một điểm trên mặt đường tròn và một điểm bất kỳ. Nối chúng lại tạo một đường thẳng cắt đường tròn ta nhận đươc một dây cung. Nếu điểm ngẫu nhiên sau nằm ngoài vòng tròn thì phép thử này lại giống phép 1, bởi vì lúc đó tất cả các điểm quét hết các phần thoả mãn điều kiện và không thoả mãn đến vô cùng. Lúc đó tỷ lệ của vô cùng với vô cùng bằng tỷ lệ các góc. Và điều này hoàn toàn trùng với phép chọn ngẫu nhiên 3.



Hình 14: Điểm bên trong điểm bên ngoài. Dù R tiến đến đâu, tỷ lệ giữa màu xanh với phần tổng đều bằng góc giữa hai tiếp tuyến chia π.

Như vậy phép thử này phần điểm bên trong với điểm bên ngoài ta không cần xét nữa (ở trường hợp 3). Ta chỉ xét trường hợp: lấy ngẫu nhiên hai điểm trên mặt vòng tròn. Nối hai điểm lại thành đường thẳng cắt đường tròn, ta nhận được dây cung.



Hình 15: Nghịch lý Bertran. Hai điểm trên mặt đường tròn.

$\varphi = 2\arcsin(1/4l)$, $\alpha = \pi/2 - \arcsin(1/4l)$, $\beta = \arcsin(1/4l) - \pi/6$

Diện tích cung OAB = $1/4(\arcsin(1/4l)-\pi/6)$, tổng diện tích hai tam giác ORA, ORB = $½l\sin(\arcsin(1/4l)-\pi/6)=1/16[\mathrm{sqrt}(3)-\mathrm{sqrt}(16l^2-1)]$. Diện tích cung RAB $=1/4(\arcsin(1/4l)-\pi/6)-1/16[\mathrm{sqrt}(3)-\mathrm{sqrt}(16l^2-1)]$. Diện tích hai phần màu đỏ $=\pi/4 - ½\arcsin(1/4l) - 1/8\ \mathrm{sqrt}(16l^2-1)$. Vậy, diện tích phần màu xanh = $1/2\arcsin(1/4l)+1/8\mathrm{sqrt}(16l^2-1)$. Xác suất để dây cung lớn hơn cạnh tam giác tại một l nào đó sẽ = $[2\arcsin(1/4l) +1/2\mathrm{sqrt}(16l^2-1)]/\pi$. Lấy trung bình của các xác suất này trong toàn mặt đường tròn (phần diện tích tam giác nội tiếp, xác suất bằng 1), ta được xác suất cho các điểm l ngẫu nhiên sẽ là:

$$\frac{1}{4}+\frac{16}{\pi}\int_{1/4}^{1/2} l\arcsin\frac{1}{4l}\,dl+\frac{4}{\pi}\int_{1/4}^{1/2} l\sqrt{16l^2-1}\,dl = 0,747$$

Những bài toán xác suất hình học rất thú vị và hóc búa. Chúng tôi xin giới thiệu với các bạn một bài toán khá hay sau:

Chia bánh dễ mà khó?

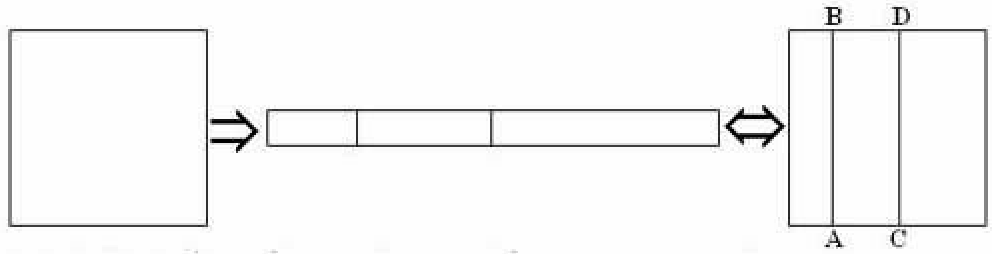
Thuở sinh viên ở đất nước Nga xa xôi, lạnh giá, vào những dịp Tết, lũ lưu học sinh chúng tôi hay quay quần bên nhau trò chuyện về bánh chưng, bánh tét và hầu hết những hoài nhớ quê hương. Có một giao thừa như thế, tác giả bài viết này khi nhìn cô bạn cắt bánh gatô mà nhớ về những ngày thơ ấu. Hồi đó, mỗi khi đi chợ về, má thường cho ba đứa trẻ chúng tôi khi cái bánh, khi cây kẹo. Anh Hai chia ra làm ba phần (theo trí nhớ của tôi là khá đều), nhưng cô em Út bao giờ cũng giãy nãy lên: “Các anh khôn lắm, toàn cho em phần nhỏ nhất thôi.”. Anh Hai lại cấu của mình cho Út một tý nữa. (Cái bánh có nhiều nhặn gì cho cam!!!. Chắc vừa đủ để anh em chúng tôi phân biệt được nó là loại bánh gì trong “kho tàng bánh” rất ư phong phú của Việt Nam ta. Các bạn thử nhớ lại xem, ai mà không từng gặp trường hợp này).

Hình 16: Happy New Year.

Trong giao thừa đó, chúng tôi có đưa ra bài toán:

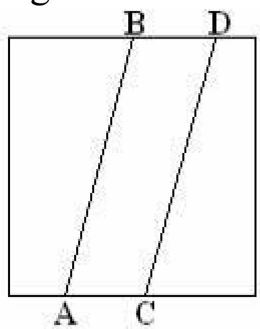
Chia ngẫu nhiên một bánh hình vuông làm ba phần (các vết chia là đường thẳng). Tìm xác suất sao cho có ít nhất một phần nhỏ hơn ¼ cái bánh.

Bài toán vừa đưa ra đã gây nên một cuộc tranh luận sôi nổi. Một cô bạn nói: “Cho dù bạn có cắt bằng cách nào đi chăng nữa thì ta cũng có thể ép ba phần đấy lại thành một dây bánh dài. Vậy bài toán gần như tương đương với việc ép bánh lại và cắt. Lúc này, để tìm xác suất thì không khó”. Vâng, nếu như vậy thì quả là dễ. Bài toán cũng khá gần với bài toán bẻ que gỗ như ở trên.



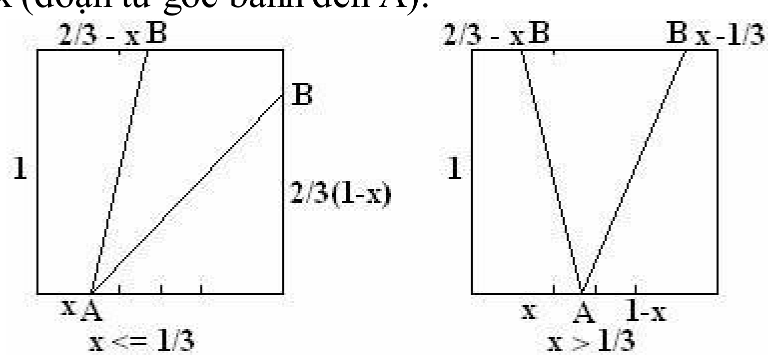
Hình 17: Ep và cắt, tương đương việc cắt các đường song song với cạnh tam giác.

Thế nhưng, có người phản bác lại: “Cách cắt bánh bằng các đường song song với cạnh hoàn toàn không đồng nhất với cắt bằng các đường song song ngẫu nhiên.”



Hình 17': Cắt bánh bằng các đường song song ngẫu nhiên.

Sau đó, bạn ấy suy luận như sau: “Bất kỳ phần nào được ép của bạn thành dây khi chia thì nó chính xác có một cách như thế được diện tích như thế. Nhưng khi chia bánh có dạng vuông (hay hình nào đó) thì cũng một diện tích như thế có nhiều cách cắt khác nhau. Và quan trọng, diện tích khác nhau thì số cách cắt khác nhau. Nên không thể dùng phương pháp này tính xác suất được. Cách tính này tương đương việc dùng các đường song song với một cạnh nào đấy của bánh để chia. Nhưng có thể dùng phương pháp này để dự đoán xác suất gần đúng.”. Người khác lại bảo: “Bánh được cắt ra thì phải có điểm cắt tại các cạnh. Vậy, các điểm trên chu vi của bánh có vai trò ngẫu nhiên như nhau. Ví dụ, ta xét bài toán ***“Chia ngẫu nhiên bánh hình vuông thành hai phần, tìm xác suất sao cho có một phần nhỏ hơn 1/3.”.*** Cho điểm ban đầu để cắt là A (bao giờ cũng phải có điểm ban đầu. Do đó xác suất có điểm A bằng 1). Ngoài ra, không mất tính tổng quát, ta có thể cho A chỉ nằm trên một nửa của cạnh đó, bởi vì nếu nằm ở nửa ngược lại thì ta cũng có bộ cách cắt giống y như vậy nhưng nằm đối xứng gương với bộ cách cắt khi A ở phía bên kia. Tổng các số điểm B trên chu vi bánh để có thể từ A cắt thành đường AB bằng 3 (cho cạnh bánh bằng 1). Việc chúng ta là tìm hàm xác suất theo thông số x (đoạn từ góc bánh đến A).



Hình 18: Trường hợp các điểm cắt ngẫu nhiên.

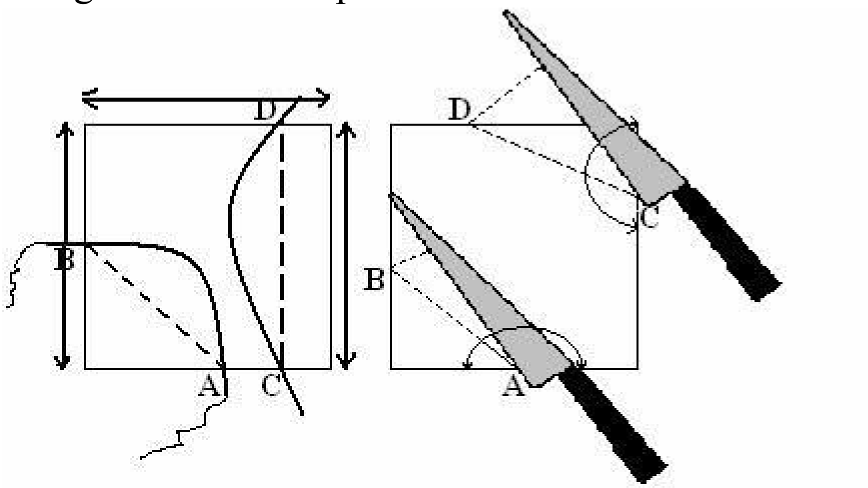
Từ hình 18, ta thấy nếu x<=1/3 thì xác suất sẽ là:

$$\frac{\frac{5}{3} - x + \frac{2}{3(1-x)}}{3}$$

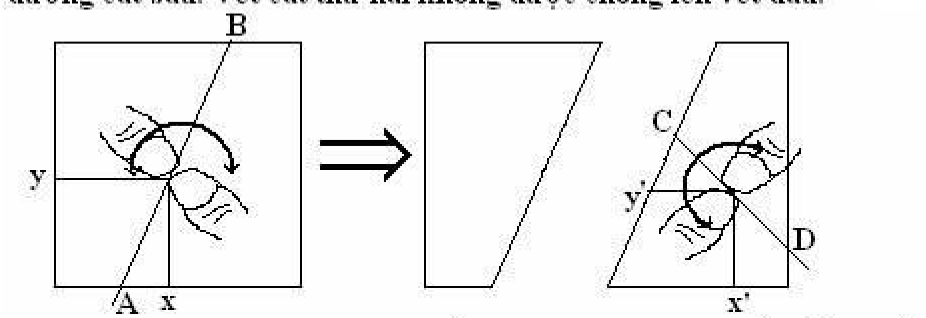
còn nếu x >1/3 thì xác suất bằng 7/9.

Ta lấy bình quân tất cả các xác suất này trong khoảng [0, ½], sẽ có được xác suất cần tìm. Còn bài toán hai nhát cắt cũng tương tự vậy, tuy có phức tạp hơn nhiều.”. Xác suất này bằng 0,773 trong khi nếu dùng cách ép và cắt thì xác suất sẽ là 0,667.

Ấy vậy mà, khi phân tích bài toán trên, chúng tôi nhận thấy rằng, cách cắt trên chỉ là một trong những cách suy diễn của động từ “chia” mà thôi. Tuy động từ “chia” nghe có vẻ êm ái vậy, nhưng trong trường hợp bài toán này, nó rất là thiếu sót. Cần phải thêm bổ từ trả lời cho câu hỏi “chia như thế nào?”. Cách giải trên, nghĩ kỹ chúng ta sẽ thấy nó giống như cách người ta cắt bánh chưng bằng lạt vậy. Một đầu dây lạt người ta tựa vào điểm ngẫu nhiên nào đấy trên một cạnh, còn đầu kia, người ta chọn bất kỳ điểm nào đó của ba cạnh còn lại để đặt vào. Sau đó luồn xuống dưới và rút. Sợi dây lạt sẽ cắt miếng bánh thành hai phần.



Hình 19: Cắt bằng lạt và bằng dao. Bánh để nguyên khi cắt xong đường cắt sau. Vết cắt thứ hai không được chồng lên vết đầu.



Hình 20: Bẻ. Bánh tách ra hai phần. Sau đó chọn một phần để bẻ tiếp. Điểm bẻ trong bánh và vết cắt ở bất kỳ đâu.

Còn cắt bằng dao thì để tạo vết cắt, người ta thường tỳ dao vào một điểm nào đó trên chu vi bánh, sau đó xoay dao rồi ấn xuống. Cái ngẫu nhiên tạo ra được do cách chọn điểm đặt dao A, C và cách xoay dao hay góc xoay dao.

Phương pháp chia bánh “bẻ” khác hơn: người ta đưa hai tay vào một điểm nào đấy trên mặt bánh, sau đó bẻ theo đường thẳng (cũng có góc xoay tay, ngay tại một chỗ ấn tay, cũng có nhiều cách nhận được đường thẳng “vết bẻ” khác nhau). Bẻ xong, chọn một trong hai (dĩ nhiên là ngẫu nhiên) và bẻ tiếp. Không giống như bằng lạt và dao, cách này cho phép vết hai bất kỳ ở đâu. Trong trường hợp lạt và dao, bánh để nguyên thì hai đường cắt không thể cắt nhau được vì như thế sẽ chia ra bốn phần chứ không phải là ba.

Mời các bạn tìm lời giải cho các cách cắt này. Mặc định rằng, các vết cắt vuông góc với mặt bánh.

Có Tứ quý hay biết bao nhiêu:

Không, xin các bạn đừng nghĩ đó là "Long, Ly, Quy, Phượng". Xác suất của cái Tứ Quý này bằng không. Hay nói đúng hơn nó bằng không trong thế giới thực của chúng ta. Ngoài Quy ra, thì các con vật khác đều do trí tưởng tượng của con người tạo nên. Biết đâu…chúng tồn tại trong thế giới khác?!. Tôi muốn nói đến Tứ Quý trong bài Tây 52 con bài kia. Khi đánh bài Tiến lên, Binh…, chúng ta ai ai cũng mừng khi trong bài của mình có bốn cây giống nhau về chất, ví dụ như bốn cây A, bốn cây K hay thậm chí bốn cây 3. Chắc nhiều người trong chúng ta đã không ít lần đặt câu hỏi: Vậy xác suất của Tứ Quý ta có thể nhận được là bao nhiêu? Và chính xác hơn ta đặt bài toán như sau:

Chia bộ bài Tây 52 cây thành bốn tay bài. Tìm xác suất sao cho có ít nhất một tay bài có Tứ Quý.

"Có gì đâu!" có người nói, "ta cứ lấy một tay bài, vì xác suất có Tứ Quý trong các tay bài đều bằng nhau nên khi tính được xác suất một tay bài, ta nhân cho 4 thì được xác suất có ít nhất một tay bài có Tứ Quý.". Sau đấy, bạn ấy trình bày cách như sau:

Xác suất một tay bài có Tứ Quý bằng xác suất tay bài đó có ít nhất một Tứ Quý trong 13 chất bài nhân cho 13. Bởi vì các xác suất có ít nhất Tứ Quý của một chất bài nào đó đều bằng nhau. Vậy có bao nhiêu cách để chia bài cho một tay bài:

$$C_{52}^{13} = \frac{52!}{13!\,39!} = 635013559600$$

Có bao nhiêu cách có ví dụ như Tứ Quý A:

$$C_{48}^{9} = \frac{48!}{9!\,39!} = 1677106640$$

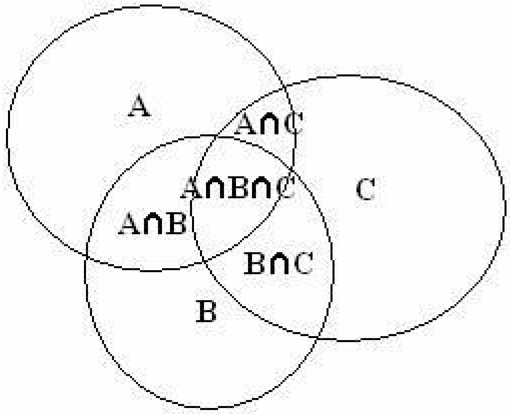
Vậy xác suất có ít nhất Tứ Quý A bằng 0,002641. Và xác suất có một Tứ Quý của bất kỳ một chất nào đó ở cả bốn tay bài bằng: 0,1373. Tức là cứ 7 lần chia sẽ có ít nhất một lần có Tứ Quý.

Các bạn thân mến! Chúng ta dễ thấy trong lập luận trên có hai điểm không đúng:

Thứ nhất: Nếu tính xác suất của tay bài có ít nhất một Tứ Quý bằng 13 xác suất có ít nhất Tứ Quý A, ta thấy có điểm vô lý. Ví dụ khi ta tính có ít nhất Tứ Quý A thì ta đã quét hết các trường hợp có Tứ Quý A kể cả trường hợp vừa có Tứ Quý A vừa có Tứ Quý K. Đến khi cộng thêm các cách có Tứ Quý K vào ta lại một lần nữa tính các trường hợp vừa có Tứ Quý K vừa có Tứ Quý A.

Thứ hai: Tương tự như trên, ta không thể tính xác suất có Tứ Quý của bốn tay bài bằng bốn lần xác suất một tay bài. Bởi vì, khi tính tất cả các trường hợp có Tứ Quý A ở tay bài 1 đã tính trường hợp có xác suất Tứ Quý K ở tay bài 2. Nhưng đến khi tính tất cả trường hợp có Tứ Quý ở bài 2 đã tính luôn trường hợp có Tứ Quý A ở bài 1. Vậy ta tính thành ra hai lần.

Để giải bài này, ta vận dụng biểu đồ Venn. Ví dụ ta có ba tập hợp A, B, C. Tính tập AUBUC.



Hình 21: Biểu đồ Venn. \

$C_{52}^{13} = \frac{52!}{13!\,39!} = 635013559600$

Theo biểu đồ ta có thể tính được:

AUBUC=A + B + C - A∩B - A∩C - B∩C + A∩B∩C

Các bạn có thể tổng quát hoá lên cho n tập:

$A_1 U A_2 U \ldots U A_n = \sum A_i - \sum A_i \cap A_j + \sum A_i \cap A_j \cap A_k - \sum A_i \cap Aj \cap A_k \cap A_m + \ldots + (-1)^{n+1} \sum A_1 \cap A_2 \ldots \cap A_n$

Vận dụng vào bài toán trên, ta gọi:

A_i: tập các trường hợp có ít nhất Tứ Quý i cho cả bốn tay bài.

$A_i \cap A_j$: tập các trường hợp có ít nhất Tứ Quý i và j cho cả bốn tay bài.

….

$A_{(12,i)}$: tập các trường hợp có ít nhất 12 Tứ Quý trừ Tứ Quý i cho cả bốn tay bài.

Với 11=J, 12=Q, 13=K.

Ta có thể chứng minh được, trong mỗi tầng kết hợp các tập bằng nhau: Ví dụ $A_1=A_2=\ldots=A_{13}$,

$A_1 \cap A_2 = A_2 \cap A_3 = \ldots$

Lại thấy, mỗi lần chia ta nhận được bốn tay bài và chúng có thể hoán cho nhau thành 4! cách. Nên ta chỉ lấy một cách là đủ (bất kỳ trạng thái nào của bốn tay bài đều có 4! cách hoán vị như vậy.). Bởi vậy, số trường hợp thật sự khác nhau khi chia 52 cây bài thành 4 sẽ là:

$$\frac{C_{52}^{13} C_{39}^{13} C_{26}^{13}}{4!}$$

Ta tính tất cả trường hợp có ít nhất một Tứ Quý X nào đó:

$$\frac{C_{48}^{9} C_{39}^{13} C_{26}^{13}}{3!}$$

∑(1 Tứ Quý):

$$\frac{13 C_{48}^{9} C_{39}^{13} C_{26}^{13}}{3!}$$

Cách tính của bạn kia chính là lấy: ∑(1 Tứ Quý) chia cho tổng các trường hợp.

Tiếp tục, ta tính cho có ít nhất hai Tứ Quý X và Y nào đó:

Cách sắp xếp giữa X và Y sẽ là: X, Y cùng một tay bài, X, Y ở hai tay bài khác nhau:

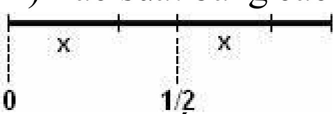
$$\frac{C_{44}^{5} C_{39}^{13} C_{26}^{13}}{3!} + \frac{C_{44}^{9} C_{35}^{9} C_{26}^{13}}{2}$$

Có 12x13/2=78 cách cho hai Tứ Quý khác nhau. Suy ra,∑(2 Tứ Quí) bằng:

$$78\left(\frac{C_{44}^{5} C_{39}^{13} C_{26}^{13}}{3!} + \frac{C_{44}^{9} C_{35}^{9} C_{26}^{13}}{2}\right)$$

Chỉ số này chỉ làm giảm xác suất như đã tính xuống: 0,0096 thành 0,1277. Không đáng kể, và các thành phần sau còn nhỏ hơn rất nhiều. Nếu có nhã hứng, các bạn có thể tính cho trường hợp có 3 Tứ Quý và 4 Tứ Quí. Nhưng những thành phần này không đóng góp nhiều lắm để thay đổi xác suất nói trên. Chúng ta nhận thấy rằng, tuy cách ban đầu có sai sót, nhưng nó cũng rất gần với kết quả thật. Bởi vì, xác suất có hai tứ quí trong một lần chia bài rất nhỏ (1 trên 100). Và Tứ Quý hoàn toàn không khó như nhiều người lầm tưởng.[3], [4]

1. Thực tế, ta không cần phải vẽ hình phức tạp làm gì. Ta thấy, khi bẻ nhát đầu tiên, có thể điểm bẻ nằm ở bất kỳ ở đâu trên que, nhưng không mất tính tổng quát ta cho nó nằm ở nửa bên trái. Vì nếu nằm bên phải cũng là th đối xứng gương mà thôi. Gọi x là độ dài đoạn nhỏ, x nằm trong khoảng[0,1/2], P(1-x)-xác suất bằng cách nào đó ta chọn được đoạn lớn để bẻ tiếp theo.



Vậy xác suất bẻ hai lần để tạo được tam giác tại một giá trị x bằng P(1-x)x/(1-x). Lấy trung bình đại lượng này trong khoảng [0,1/2] ta được xác suất cần tìm.

$$\frac{\int_0^{1/2} P(1-x)\frac{x}{1-x}\,dx}{1/2}$$

Trong trường hợp máy chặt, ta có P(1-x)=1-x. Suy ra xác suất bằng:

$$\frac{\int_0^{1/2} x\,dx}{1/2}=\frac{1}{4}$$

Còn trường hợp bẻ P(1-x)=1/2, và xác suất như đã tính.

2. Nếu người bẻ lẫn lộn lung tung khi thả phần nào và cầm lại bẻ tiếp phần nào thì trên nguyên tắc xác suất bẻ được phần lớn hơn cũng chính là xác suất chọn một trong hai.

3. Tôi sẽ viết một bài về các trò chơi bài Tây 52 lá. Trong đó, nói cụ thể các vấn đề này hơn.

4. Sẽ có bạn hỏi "Thế, tác giả bài viết có chui vào bẫy không?". Có, rất nhiều lần. Nhưng chúng tôi muốn nói các bạn rằng, ***những cạm bẫy là những hoa văn tuyệt mỹ tô điểm cho bức tranh xác suất tổng thể càng lung linh, càng huyền ảo hơn.*** Và chúng tôi bị mê hoặc bởi chúng. Cũng rất vui sướng vì điều đó.

Phần 3: Cạm Bẫy cho những ai Đam Mê Cờ Bạc

Cờ bạc là bác thằng Bần
Nhà cửa bán hết, ra thân ăn mày.

Mượn hai câu đồng dao trên, tiền nhân chúng ta khuyên lớp hậu bối chúng ta đừng đam mê cờ bạc. Nó không có giúp ích gì cho chúng ta cả ngoại trừ tài sản chúng ta dần dần cuốn đi theo mây khói. Thế nhưng, ai hiểu được niềm đam mê…

Phải nói dân châu Á chúng ta là những người đam mê bài bạc nhất. Những khách hàng hạng VIP của các sòng bạc ở Las-Vegas là những nhà tài phiệt Nhật Bản, những ông hoàng Ả rập, những tay tư sản mới nổi lên ở Trung Quốc. Và chúng ta cứ xem cái đà tham làm giàu của người Việt ta qua đánh đề, đánh cá cược bóng đá cũng rõ. Nỗi hy vọng vào ngày mai lên hương làm cho nhiều người mất lý trí đem tài sản đánh cược với ông Thần May mắn. Nếu cho anh gặp may đi, thì những người khác gặp cái xui. Anh được tiền thì người khác phải mất tiền chứ. ***Bởi vì, luật chơi bao giờ cũng đưa đến cho người cầm cái một phần xác suất thắng hiển nhiên.*** Ví dụ, chơi đề nếu anh đặt trúng hai số đuôi thì anh cũng chỉ ăn được gấp 70 lần thôi. Trong khi xác suất thắng của anh phải là 1/100. Người cầm cái chắc thắng được 30%. Nhiều người thua bạc lại bắt đầu đổ lỗi là bởi mình chưa làm cho Thần May hài lòng. Chắc mình chưa ăn ở với ổng tốt nên ổng không mỉm cười với mình. Và họ lao vào cúng bái, cầu khấn thiên về mê tín và trở thành con mồi cho bọn đồng cô bất lương. Giả sử rằng, anh A cúng thần của mình để xin được trúng số thì anh ta phải tin rằng thần của mình chắc chắn cao tay hơn các vị thần khác chứ. Chớ nếu không, anh B sẽ cúng thần khác nhiều tiền hơn để ông này vừa ra tay hoá giải phép thuật của các ông thần khác vừa làm cho kết quả xổ số ra đúng con số mà ổng đã mách trước với anh B. Và đánh đề qua cầu khấn chẳng qua là việc chọn trong số các ông thần ông nào cao tay hơn (cho rằng ổng không phân bì quà cáp ít hay nhiều. Chớ gặp ông phân bì nhiều hay ít thì chỉ có tiền mất tật mang). Và cái việc chọn này nó lại quay về lại với Xác Suất: "***Tìm xác suất ta cầu được ông thần muốn giúp ta và với một món cúng vừa phải ổng chịu khó giải trừ được phép của các thần khác.".*** Cái xác suất này còn rối hơn canh hẹ. Và rồi, … ngày ngày người ta lại chứng kiến kẻ cười người khóc và những người cầm cái vẫn thu nhập 30% đều đều. ***Không có vị thần nào làm điều như thế!!!***

Cờ gian bạc lận.

Trong một chuyến công tác ở Vladivostoc, chúng tôi bốn người đi dạo chợ phiên. Thấy một người đang bày ra trò chơi như vầy: ***Cho một viên bi vào một trong ba cái cốc đen. Úp ba cái cốc xuống để cho không ai nhìn thấy viên bi, nhưng lúc ban đầu vẫn thấy cái cốc có chứa viên bi. Di chuyển ba cốc không theo quy luật nào cả chỉ dựa vào nhanh tay. Sau đó, đề nghị mọi người đặt cược (trúng ăn 1/1) và chỉ ra cái cốc nào có viên bi.*** Xem ra, trò này là việc tỷ thí giữa cái nhanh tay của người chuyển ly và cái lẹ mắt của người đoán. Hầu hết những người tham dự đều quả quyết họ vẫn theo dõi được cái ly có chứa viên bi (vì người chuyển ly cũng cố tình làm điều đó). Thế nhưng, tất cả mọi người đều thua trong đó có anh bạn tôi. Lúc anh bạn tôi thua 100$, tôi đã khuyên anh ta thôi, nhưng không thành công. Vì anh ta muốn đánh tiếp và vì người ta doạ tôi hãy để anh ta yên mà … nộp tiền. Cuối cùng bạn tôi thua hết 800$. Anh cứ lẩm bẩm mãi, vì sao như thế, vì sao như thế.

Người ta hay nói: Đừng bảo một anh chàng đang uống rượu là anh say rồi, đừng chê anh chàng lái xe là tay nghề anh kém đi từ từ lại thôi và đừng khuyên anh chàng đánh bạc là anh đánh dở lắm nên thôi đi. Tất cả những lời này đều dẫn đến kết quả ngược lại. Tuy nhiên, tôi cũng ráng sức nói với anh ấy:

-Nếu như bốn chúng ta đánh bài anh có hy vọng thắng chúng tôi không?

-Không, xác suất thắng của bốn người bằng nhau. Vì tài chúng ta ngang ngửa nhau.

-Nếu như, tôi, anh và hai người khác anh không biết hoàn toàn (có thể tôi biết) đánh bài anh tin tưởng mình thắng không?

-Không, tôi đánh bài thì trung thực còn những người kia tôi không biết họ nên phải nghi ngờ về tính trung thực của họ. Nếu họ là những tay bài gian thì phần thua chắc chắn ở tôi.

-Vậy khi anh chơi trò vừa rồi, người cầm cái vừa là người chuyên nghiệp-dùng phương thức này để kiếm ăn (trong trò chơi này tài hơn anh) vừa là người xa lạ với anh-mức độ trung tín làm sao kiểm chứng được thì có lẽ anh thấy phần thắng thua nằm ở đâu rồi. Tôi tin chắc có gian lận ở đây.

Anh bạn tôi im lặng không trả lời.

Về sau, tôi tìm hiểu và được biết viên bi đó làm bằng vật liệu xốp, mềm khi người cầm cái di chuyển ly có viên bi, anh ta lấy thành ly đè lên viên bi, ép nó xuống và viên bi dần dần được đưa ra ngoài. Ngón tay út vừa che vừa kẹp viên bi vào. Cũng như vậy, anh ta đưa viên bi vào ly khác. Bởi thế, anh ta cố tình di chuyển ba cái ly một cách từ từ cho mọi người tham dự thấy cái ly chứa viên bi, nhưng anh ta vẫn thắng. Vì viên bi đã nằm trong cái ly khác!!!

Một dạng khác của trò chơi này như sau: ***Trong hai cái ly chứa con bài Át Cơ, còn cái ly còn lại chứa Át Bích. Các con bài đặt ngữa để khi giở cả ba ly ra, người ta thấy ngay chất bài. Người cầm cái di chuyển ba ly và yêu cầu người tham dự đoán con Át Bích sau khi di chuyển xong nằm trong ly nào.*** Người tham gia đoán vẫn thua!!! Bởi vì, theo anh bạn của tôi, cả ba con bài làm bằng chất liệu đàn hồi và nó có hai mặt Át Bích và Át Cơ. Khi di chuyển, người cầm cái dồn quân bài và dùng ngón út chận lại. Quân bài bị cong lên và bằng động tác hất thành thục, người cầm cái đảo lộn quân bài. Như thế, trong ly chứa Át Bích (mà trước khi chơi người cầm cái đã trình cho người chơi xem) sẽ được con Át Cơ. Và ngược lại một con Át Cơ ở ly nào đó sẽ được chuyển thành Át Bích. Như vậy, chả ai trong đám người tham dự đoán trúng ly nào có Át Bích, trừ những anh chàng cò mồi. [1]

Trên đây, chỉ là một trong muôn vàn những ngón lừa đảo của các Thần Bài. Thế nhưng, có những trò chơi đỏ đen, người cầm cái lại lợi dụng cái cảm giác, cái phỏng đoán sai hay nói rõ hơn sự suy luận chưa thấu đáo của người chơi để trục lợi. Nhân câu chuyện, Át Bích, Át cơ, tôi xin giới thiệu với các bạn bài toán sau:

Vì sao không phải 1 ăn 1.

Có ba con bài có hai mặt. Con bài thứ nhất cả hai mặt Át Cơ, con bài thứ hai cả hai mặt là Át Bích, con thứ ba một mặt là Át Cơ một mặt Át Bích. Người cái cho tất vào mũ và trộn đều. Bốc ngẫu nhiên một con bài và lật ngẫu nhiên một mặt cho cả hai cùng xem (ví dụ mặt thấy được là Át Cơ chẳng hạn). Lúc đó, người cái cá rằng con bài là con có hai mặt giống nhau.

Cái suy luận đầu tiên nhất và hiển hiện nhất của ta là: rõ ràng chỉ có hai con bài mang chất Át Cơ. Vậy xác suất con bài có hai mặt khác nhau là ½. Rõ ràng là 1 ăn 1. Thế thì ngại gì không chơi. Cuối cùng, ta sẽ thấy tiền của ta dần dần ra đi không hẹn ngày trở lại. Và nhiều người sẽ an ủi mình: "Hôm nay ra đường gặp mèo đen hay sao mà xui xẻo thế?" hay là "Chắc hôm nay đỏ tình thì bây giờ đen bạc là đúng rồi.". Khoan vội đổ lỗi cho ông Thần May mắn. Ông ấy chỉ có lỗi với người cái khi đã ra luật vậy mà anh ta vẫn thua!!! Còn với ta, chúng ta thua là do ta đã phỏng đoán chứ không tính xác suất nghiêm túc. Bởi vì xác suất thắng của ta chỉ được 1/3 thôi. Khi ra con Át cơ thì có mấy trường hợp xảy ra:

1. Át cơ của con bài hai mặt khác nhau.
2. Át cơ của mặt trước con bài hai mặt giống nhau.
3. Át cơ của mặt sau con bài hai mặt giống nhau.

Và vì đảo và lật một cách ngẫu nhiên, nên ba cách hiện Át cơ này đều có xác suất bằng nhau. Suy ra xác suất con bài đấy là con Át Cơ-Át Bích là 1/3.

Người cái có thể dẫn dắt chúng ta vào mê cung hấp dẫn hơn, trong đó các điều kiện tưởng chừng rất ưu đãi cho người chơi. ***Có năm con xúc xắc. Hai con các mặt đầy đủ từ Nhất cho đến Lục. Ba con còn lại là mỗi con có 3 mặt một số (6 mặt chỉ có hai số thôi và các con này khác nhau như xúc xắc 1-2, xúc xắc 3-4 và xúc xắc 5-6). Người cái sẽ đảo năm con xúc xắc, bốc một con và lật ra một mặt của nó ra cho hai người cùng xem (ví dụ ta thấy đó là Nhất). Sau đó anh ta cá: "Con xúc xắc có 6 mặt chỉ hai số thôi". Dĩ nhiên, để thêm phần thuyết phục anh ta mồi thêm tý dầu hâm nóng máu đam mê của ta: "Chỉ có ba con có thể cho ra mặt Nhất được. Mà hai con đã là những con có 6 mặt khác nhau. Vậy xác suất là 2/3. Xác suất thắng của bạn là 2:1 còn chờ đợi gì?".***

Nếu như ta lại tiếp tục phỏng đoán theo cảm giác thì cũng như trường hợp trên hầu bao chúng ta không chóng thì chầy cũng bốc hơi. Bởi vì, tương tự như trên, tỷ suất thắng của người cái đối với ta là 3:2.[2]

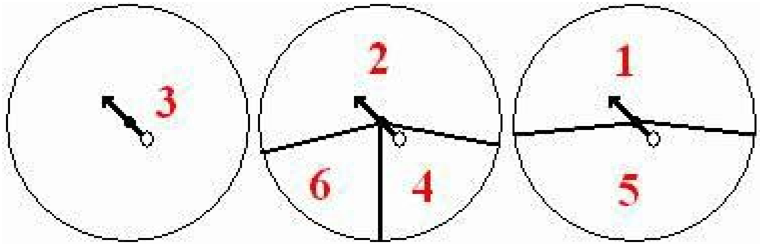
Phép lạ chăng?

Trong phần một chúng tôi đã giới thiệu cho các bạn khả năng chiến thắng kẻ mạnh, nhưng chiến thắng ngược như thế này thật là không tưởng:

Trong cuốn Time Travel and Other Mathematical Bewilderments, M. Gardner có giới thiệu paradox K.Blait như sau:

Có ba bàn quay như hình vẽ dưới đây. Bàn quay thứ nhất (bàn A) số ba 100%, thứ hai (bàn B): số 2 56%, số 4 và 6 mỗi số chiếm 22%, thứ ba (bàn C): số 1-51% và số 5-49%. Luật chơi: Mỗi người quay ngẫu nhiên bàn của mình. Số nhận dược của ai lớn hơn thì người ấy thắng. Khi chơi hai người, ta sẽ nhận thấy người chọn bàn A thắng người chọn B 56/44 và thắng người chọn C 51/49. Người chọn bàn B sẽ thắng người chọn bàn C với xác suất (1x0,22) + (0,22x0,51) + (0,56x0,51)=0,6178 hay theo tỷ lệ 6,178/3,822. Vậy khi chơi hai người thì A là tốt nhất và C là xấu nhất. Nếu chơi ba người với luật chơi-người thắng phải có số lớn

hơn số của hai người kia-thì bạn sẽ chọn bàn quay nào???



Có lẽ khi được phân tích ngon ngọt như vậy thì không ít người trong chúng ta quả quyết : "***Tôi chọn bàn quay A.". Và bàn quay C để lại chơ vơ cho người thách đố. Kể cả khi ta tung xúc xắc để được quyền ưu tiên chọn trước thì chả ai dại gì chọn C. Vậy anh chàng vớ phải quả "bồ hòn" C chắc thê lương lắm chăng? Không phải vậy. Ngược lại, quý vị đã hoàn toàn trúng bẫy!!!***

Nếu tính toán cẩn thận, ta lại thấy khi chơi ba người ***bàn A là bàn tồi tệ nhất và bàn C lại cho ta chiến thắng tốt nhất!!!*** Cũng không có gì bác học lắm, ta có thể tính ngay xác suất thắng của anh chọn A. A chiến thắng khi kim quay của B vào số 2 và kim quay của C vào số 1. Vậy xác suất thắng của A là 0,56x0,51 = 0,2856. Còn B chiến thắng khi kim quay của B vào 6 hoặc 4 đồng thời kim quay C vào 1 hoặc kim quay của B chỉ vào 6 còn kim quay của C vào 5. Ta có thể tính xác suất thắng của B (0,44x0,51) + (0,22x0,49)=0,3322. Còn C chiến thắng khi kim quay của C vào 5 đồng thời kim quay B vào 4 hoặc 2 và xác suất là 0,49x0,78=0,3822.

Và 3/6 không bằng ½???

Chắc không ít người trong chúng ta cảm thấy bàng hoàng khi biết rằng có những thứ-đã có thời là một phần máu thịt mình- mất đi vĩnh viễn. Có lúc, ta lại thảng thốt, ngẩn ngơ ngơ ngẩn tự vấn đến buốt lòng như nhà thơ Vũ Đình Liên:

Ông đồ

Mỗi năm hoa đào nở
Lại thấy ông đồ già
Bày mực tàu, giấy đỏ
Bên phố đông người qua

……

Năm nay đào lại nở
Không thấy ông đồ xưa
Những người muôn năm cũ
Hồn ở đâu bây giờ?

Đáng kể nhất trong những hoài niệm của tôi về thời thơ ấu là những trò chơi cỏn con. Có một trò chơi dính dáng nhiều đến Xác suất là trò Bầu Cua Tôm Cá. Hồi nhỏ, cứ mỗi độ Tết về, chúng tôi được mang đồ mới đi du xuân. Cứ đến gốc đa là thấy có mấy cậu bé xếp dưới đất tấm giấy có vẽ Bầu, Cua, Tôm, Cá…để tổ chức chơi ăn tiền cho vui (ngay quan niệm chơi cho vui lúc bấy giờ cũng hoàn toàn khác hẳn bây giờ.). Sẵn có ít đồng được ba má lì xì, tôi thường đặt hú hoạ để gọi là có chơi. Tôi nhớ tôi thích nhất cái Bầu. Bây giờ, không còn thấy người ta bày trò đó nữa. Trò đấy cụ thể như thế này:

Có ba quân xúc xắc 6 mặt. Mỗi mặt vẽ một vật nào đó, thí dụ như: Bầu, Cua, Tôm, Cá,… (một mặt còn lại là Gà, còn mặt kia tôi quên mất rồi…). Người chơi đặt tiền vào một hay nhiều ô (được vẽ hình vật trong xúc xắc lên trên tờ giấy) nào đó. Nếu khi xúc xắc được mở ra có 1 quân trùng với ô được đặt thì người cầm cái trả 1

lần số tiền đặt. Nếu ra hai quân trùng thì trả hai lần. Ra ba trả ba lần.

Có thể nói, xác suất đã đồng hành với chúng ta từ thuở ấu thơ. Nó ăn sâu vào tiềm thức của chúng ta như thể cộng, trừ, nhân và chia vậy. Lúc đó, tôi còn nhớ tôi luận đơn giản như thế này: "Nếu lấy đồng tiền tung lên, ta đặt một trong hai mặt (Tiền và Lúa) thì rõ ràng 1 ăn một. Vậy ở đây ba quân sáu mặt. Thì chắc cơ hội thắng thua cũng đồng đều ½.". Khi học trung học, lại lý luận như vầy: xác suất ra một vật gì đó là 1/6. Có ba quân xúc xắc. Vậy ta có ba cơ hội để thực nghiệm điều đó. Suy ra, xác suất ra vật đó bằng ½.

Hay chúng ta cùng xét sâu hơn một tý nữa: có 216 trường hợp xảy ra. Đặt ví dụ, ta chọn Bầu. Vậy có: 75 trường hợp ra một con Bầu,15 trường hợp ra hai con Bầu và 1 trường hợp ra ba con Bầu. Tổng cộng có thể có đến 91 trường hợp ra Bầu. Đúng là khi chỉ xét sự xuất hiện của con Bầu làm chuẩn thì chỉ có 91 trường hợp thôi. Nhưng nếu kết hợp cả thể lệ trả thưởng thì trong 91 trường hợp mang đến cho ta 108 đồng trong 216 đồng đặt cược. Điểm chết là chỗ này. Khi học xác suất xong, ai ai cũng dễ tính ra đến đây nhưng cảm giác lại dắt ta đến sai lầm. Ờ thì rõ ràng 108/216=1/2 vậy xác suất ta thắng ½ cũng như trường hợp chơi đồng tiền hai mặt thôi. Cơ may ngang ngửa cho cả người chơi và người cầm cái. Ấy vậy, chúng ta chú ý một chi tiết nhỏ: trong 216 trường hợp ta thua đến 125 trường hợp mất 125 đồng. Ta thắng trong 91 trường hợp thắng được 108 đồng. Vậy tỷ lệ thắng của ta với người cầm cái sẽ là 108/125 chớ không phải 1/1!!! Và vậy là, một trò chơi cứ ngỡ tỷ lệ thắng thua hoàn toàn bằng nhau, nhưng lại thành người cái bao giờ cũng hưởng lợi gần 20%.[3]

Ăn gian thế nào được?

Có một lần, tác giả bài viết đi chơi với anh bạn. Ngồi chầu rìa xem anh ta đánh bài binh(sập xám chướng) với ba người nữa. Tôi hoàn toàn không tán thành những trò chơi ăn tiền sát phạt nhau. Nên khi xem, tôi hỏi cặn kẽ anh bạn, liệu có thể ăn gian được không? Anh bạn trả lời: "Không thể. Bởi vì, người chia bài chia ba ván. Khi chia bài xong, thì một trong ba người (theo thứ tự mỗi người một ván) tung hai con xúc xắc (Nhất:Lục). Và cộng lại theo luật Sinh(1), Lão(2), Bệnh(3), Tử(4) mà lấy tụ bài. (Tức là, nếu tổng hai con xúc xắc chia cho 4 thừa ra 1 thì bài người chia sẽ là tụ bài ngay trước mặt anh ta, còn thừa 2 thì anh ta bốc tụ người kế bên phải, thừa ra 3-tụ đối diện, không thừa-tụ bên trái. Ba người còn lại cứ theo thứ tự ngược chiều kim đồng hồ tính từ tụ bài của người cầm cái mà bốc.).". Anh lại nhấn mạnh: "Theo luật này thì người cầm cái không dám chia bài đẹp vào một tụ nào được. Vì anh ta không biết kết quả của hai con xúc xắc ra sao.".

Khi nghiên cứu về cách thức chơi binh và thể lệ chia bài trên, tôi đã phát hiện ra bạn tôi đã sai lầm kinh khủng. Và vì ít gặp nhau nên tôi cũng không có cách nào giải thích cho anh được. Nhân đây, qua Vietsciences tôi xin trình bày những sai lầm trong lý luận của bạn tôi để cho nhiều người khác rút kinh nghiệm và rời xa những trò bài bạc tai hại.

Trước tiên, tôi xin giải thích về cách chơi Binh (xập xám). Nguyên thuỷ từ xập xám tiếng Hán là thập tam, tức 13. Có nghĩa mỗi người sở hữu 13 cây bài trong 52 cây bài

Tây. Tại sao gọi là Binh? Vì người chơi cần chia 13 cây của mình thành ba chi: chi đầu 3 cây, chi giữa 5 cây và chi cuối 5 cây. Sao cho ba chi đó được xếp theo "độ mạnh" lớn dần về cuối. Chi đầu giống như Lính-yếu, giữa Tướng-mạnh hơn và Vua-mạnh nhất.

Độ mạnh được xét theo thứ tự sau: Thùng phé sảnh (một sảnh đồng chất), Tứ quý (bốn quân bài giống số nhau), Cù lũ (ba cây cùng số và một đôi), Thùng (đồng chất), Sảnh (5 cây có số liền nhau. Trong đó con Át có thể tạo thành hai sảnh Át,2,3,4,5 và 10,J,Q,K, Át. Sảnh lớn nhất là 10,J,Q,K, Át, lớn nhì Át,2,3,4,5, xong đến 9,10,J,Q,K…Không có sảnh J,Q,K, Át,2 đến K, Át,2,3,4.), Xám (ba cây giống số), Thú (hai đôi), Dách (một đôi), Mậu (không xếp được gì cả). Trong các phạm trù chi kể trên thì các chi đồng phạm trù độ mạnh được so sánh bằng từng quân bài ưu tiên theo thứ tự ba cây, một đôi và quân riêng lẻ. Ví dụ chi có 3 cây 5 và đôi 3 lớn hơn chi có 3 cây 4 và đôi 9. Hoặc 10,J,Q,K,A cơ cả lớn hơn 9,10,J,Q,K bích cả. Hay Hai Đôi 99 và 55 mạnh hơn Hai Đôi 88 và 77. Hay Hai Đôi 99 + 55 +J lớn hơn Hai Đôi 99+55+8. Hay A,K,10,9,8 chất cơ lớn hơn A,Q,J,10,9 chất rô…

Mậu Binh (không phải binh, thắng luôn). Trong trường hợp chơi binh chi thì các loại sau đây được Mậu Binh: Tay bài 13 cây có 6 đôi (như vậy nếu có tay bài 5 đôi và ba cây vẫn được gọi là Mậu Binh). Tay bài khi chia các chi sẽ nhận được ba Sảnh hoặc ba Thùng cả. Tay bài có 5 đôi liền nhau. Đây là bốn loại Mậu Binh thường. Có những Mậu Binh đặc biệt như sau: Tay bài chỉ có một cái Xám không đôi nào nữa và cũng không thể tạo ra một Sảnh hoặc Thùng nào. Tay bài có mỗi hai đôi cũng không tạo ra được Sảnh hoặc Thùng nào. Tay bài có 12 quân một màu, 13 quân một màu. Tay bài có các quân từ Át đến K. Trong trường hợp binh tụ thì có thêm các trường hợp: tay bài có Tứ Quý hoặc có Thùng Phé Sảnh.

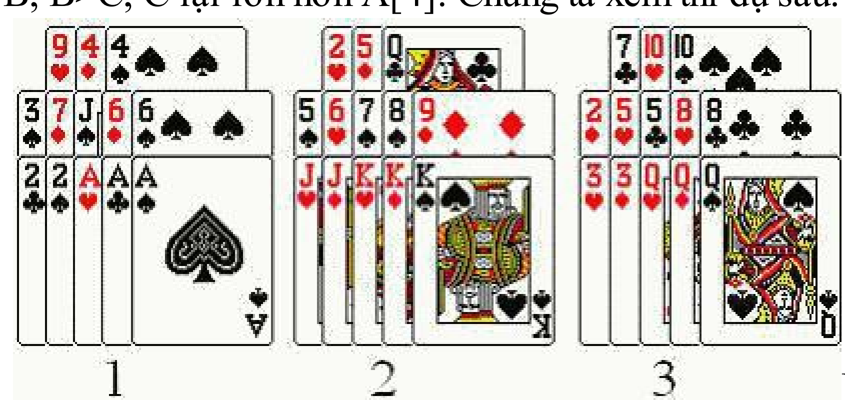
Cách chơi: Có hai cách chơi: binh tụ và binh chi. Binh tụ: một người làm cái, ba người chơi. Những người chơi được phép đặt một số tiền nào đó. Nếu người chơi thắng cái hai trong ba chi thì anh ta thắng, người cái phải trả cho người chơi số tiền mà anh ta đặt ban đầu. Hoặc ngược lại. Trừ trường hợp Mậu Binh. Người chơi có Mậu Binh thì tuyên bố, nếu cái không có Mậu Binh cái thua, nếu cái có thì Hoà. Binh chi: Có một người chia bài (mỗi người chia ba ván luân phiên nhau), người chia có lợi một chút là khi có chi nào của anh ta đọ với chi đối phương mà bằng nhau về độ mạnh thì chi đấy anh ta được thắng. Trong binh chi bốn người chơi đọ với nhau và một chi được quy định là một đơn vị tiền tệ nào đó. Ví dụ, mỗi chi 5$ chẳng hạn.

Tính thắng thua: Để hạn chế bớt, ở đây tôi chỉ nêu lên cách tính chi khi chơi Binh Chi thôi. Các chi của bốn người chơi được đọ lẫn nhau theo trình tự: chi đầu đọ với nhau, chi giữa đọ với nhau và chi cuối cũng thế. Không được phép đọ chi giữa với chi đầu hoặc đọ chi cuối với chi giữa. Nếu ai có Xám ở chi đầu thì được tính thắng những người không có là 3 chi, nếu có hai người có Xám đầu thì hai người còn lại cũng thua hai người kia mỗi người ba chi như thế, nhưng người có Xám nhỏ hơn lại thua người có Xám lớn hơn là 6 chi. Nếu ai có Tứ quý chi cuối thì được thắng 4 chi ở chi cuối, nếu hai Tứ Quý đụng nhau thì Tứ Quý nhỏ hơn thua 8 chi. Nếu ai có Tứ Quý chi giữa thì được thắng 8 chi ở chi giữa. Nếu ai có Thùng Phé Sảnh ở chi cuối thì thắng 5 chi, nếu đụng nhau thì Thùng Phé Sảnh nhỏ hơn thua 10 chi. Ai có Thùng Phé Sảnh giữa được tính thắng 10 chi. Nếu ai có Cù lũ giữa được tính thắng 2 chi nhưng nếu đụng nhau ở giữa thì Cù lũ nhỏ hơn bị thua 4 chi. Đó là những tay bài đặc biệt. Còn bình thường thì nếu độ mạnh lớn hơn thì thắng 1 chi. Bài Mậu Binh thường thì không tính chi nữa mà tính chung cuộc thắng mỗi người còn lại 3 chi. Nếu hai bài Mậu Binh thì Hoà. Vậy khi Binh chi nếu ai đó có Thùng Phé Sảnh anh ta phải binh và vẫn thua người có Mậu Binh 3 chi. Trường hợp có Mậu Binh đặc biệt thì Mậu Binh đặc biệt thắng Mậu Binh thường. Xám hoặc Hai đôi không thể có Sảnh hoặc Thùng thắng mỗi nhà 6 chi. 12 quân cùng màu thắng 12 chi, 13 quân cùng màu thắng 13 chi. Tay bài từ Át đến K thắng mỗi nhà 26 chi.

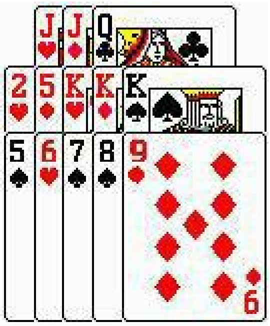
Sập hầm: Có nơi chơi Sập hầm trực tiếp. Nếu thắng ai đó 3 chi cả thì được nhân số chi thắng lên gấp đôi. Ví dụ một người có bài chi cuối Thùng Phé Sảnh, chi giữa Thùng và chi đầu đôi Át, còn người khác có cuối: Cù lũ, giữa Xám, Đầu đôi K thì tính như sau: Cuối thắng 5, giữa thắng 1, đầu thắng 1. Vị chi là 7 và được nhân đôi thành ra 14 chi. Sập hầm cả làng: Nếu người nào thắng cả ba nhà còn lại cả ba chi thì người đó ngoài số chi tính trên bài còn được thưởng thêm a chi (ví dụ 3 hoặc 5) mỗi người. Có số nơi chơi Gà thì anh ta sẽ ăn luôn gà.

Gà: Mỗi ván chơi, mỗi người chơi nộp vào số chi quy định nào đó (ví dụ 1) vào quỹ chung. Đến khi có ai thắng Sập hầm cả làng thì anh ta sẽ ăn Gà đó.

Bài Binh còn hay gọi là Xám Chướng vì nó đúng là …Chướng. Có những phép Toán học có tính bắc cầu như sau: A>B, B>C thì suy ra A>C. Thế nhưng, trong trò Binh thì có những tình huống mà A>B, B>C, C lại lớn hơn A[4]. Chúng ta xem thí dụ sau:



Rõ ràng, ta thấy 1 thắng 2, 2 lại thắng 3, nhưng 3 lại thắng 1!!! Chính điểm chướng này và cách chơi biến hoá của bài Binh tạo nên chiến thuật chơi tối ưu của các Thần Bài (khi anh ta đã biết mười mươi những quân bài của người khác). Như trường hợp trên, người thứ hai không binh kiểu đó mà theo kiểu:

 Lúc này 2 sẽ thắng cả 1 lẫn 3, mỗi người một chi.

Trở lại điểm sai của anh bạn tôi.

Thứ nhất, kể cả khi người chia bài cố tình chia một bài đẹp đi thì anh ta vẫn có xác suất thắng hơn các người còn lại. Ta thử tính xem có bao nhiêu kết quả khi tung hai con xúc xắc:

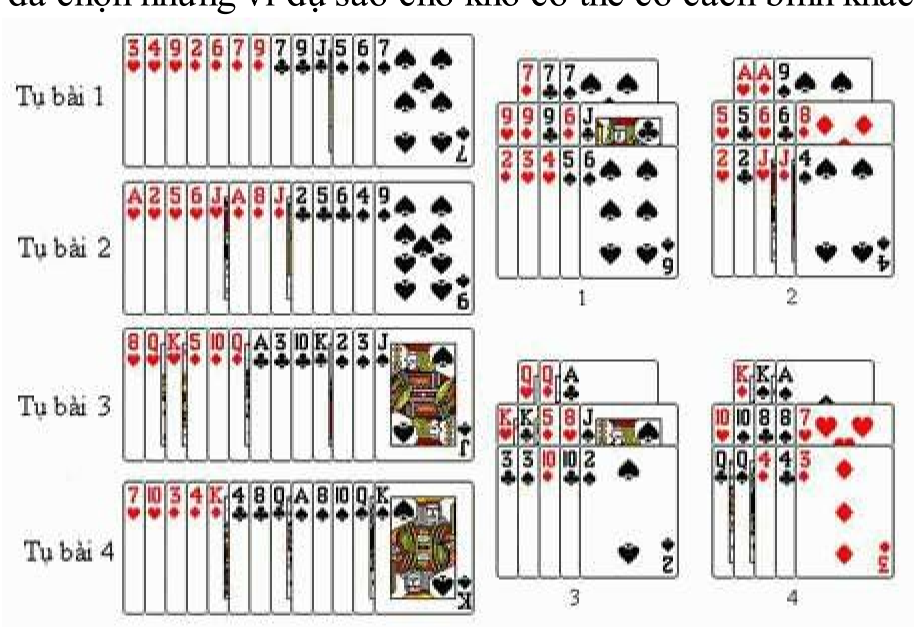
Mod 4=1: 1-4, 4-1, 2-3, 3-2, 3-6, 6-3, 4-5, 5-4: 8 trường hợp.
=2: 1-1, 1-5, 5-1, 2-4, 4-2, 3-3, 4-6, 6-4, 5-5: 9 trường hợp.
=3: 1-2, 2-1, 1-6, 6-1, 2-5, 5-2, 3-4, 4-3, 5-6, 6-5: 10 trường hợp.
=0: 1-3, 3-1, 2-2, 2-6, 6-2, 3-5, 5-3, 4-4, 6-6: 9 trường hợp.

Vậy nếu anh ta chia bài đẹp vào tụ đối diện thì cơ hội tụ bài đấy của anh ta lớn hơn của các người khác hơn 10%. Đấy chưa kể bao nhiêu trường hợp anh ta có thể phân bố bài như thế nào đó cộng thêm biết bài người với tâm lý đánh của họ, anh ta sẽ có chiến thuật tối ưu. Và lúc nào cũng có thể thắng.

Thứ hai, người chia bài (ăn gian) không chia một bài đẹp mà chia bốn tụ bài có những yếu tố ràng buộc nhất định để anh ta thủ thắng. Hay chia bốn tay bài làm sao dù bốc đúng bài nào anh ta cũng có thể thắng. Nghe lạ tai quá chăng, bạn không tin ư? Vậy đây, mời các bạn thưởng lãm:

Ta thử tính cho trò chơi không Gà và không Sập hầm trực tiếp. Khi Sập hầm cả làng thì được cộng thêm 6 chi.

Ví dụ 1: Người chia bài (ăn gian) chia tụ thứ nhất vào đối diện với mình còn các tụ còn lại phân bố như thế nào cũng được. Theo những logic bình thường nhất thì các tụ bài được binh như hình vẽ. Tôi đã chọn những ví dụ sao cho khó có thể có cách binh khác.



Ví dụ 1: Phân bố quân các tụ bài và cách Binh đúng đắn nhất.

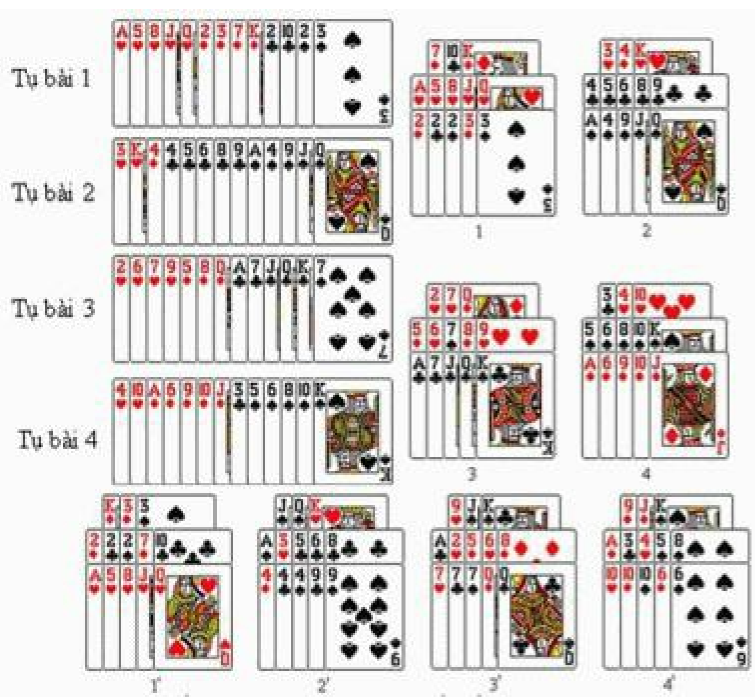
-Nếu tung hai xúc xắc ra kết quả mod 4 = 3 thì, người chia bài (ăn gian) sẽ binh theo cách trên. Và các bạn binh của anh ta vẫn binh bình thường (họ không ăn gian nên đánh theo khinh nghiệm binh bình thường nhất). Cuối cùng người ăn gian thắng Sập hầm cà làng. Mỗi người thua anh ta: chi đầu 3, chi giữa 1, chi cuối 1 và 6 chi thưởng. Vị chi cả thảy 11 chi mỗi người.

-Nếu tung ra kết quả mod 4 # 3 thì anh ta chỉ đơn giản binh như sau: tụ 2: binh Thùng cơ ở dưới; tụ 3 bình Sảnh 10, J, Q, K, A ở chi cuối; tụ 4 binh Thùng Bích ở chi cuối. Cả ba trường hợp anh ta đều bỏ hai chi đầu và giữa. Thủ chắc chi dưới, chỉ nhằm mục đích thắng được Sảnh 2, 3, 4, 5, 6 của người bốc được tụ 1. Cần hiểu rằng, người bình thường chả ai đánh như thế này cả!!! Còn anh ta cứ tưởng binh dở hoá ra cứu làng một phen Sập hầm. Cuối cùng, cả ba trường hợp còn lại anh ta sẽ thua 5 chi. Chú ý, khi bốc được tụ 4, nếu binh bình thường thì anh ta thắng 2-1 chi, thắng 3-3chi nhưng bị Sập Hầm cả làng mất 11 chi. Vị chi vẫn thua 7 chi. Không lợi bằng khi binh kiểu "tưởng chừng ngờ nghệch" trên. Chỉ có những người biết bài người khác mới đánh như thế này.

Cuối cùng, ta thử bình quân xem anh ta vẫn thắng cho kiểu chia bài này bao nhiêu một lần: 33x10/36+(-5)26/36=5,5555 chi.

Nhưng bạn có thể phản đối: "vẫn có xác suất 26/36 anh ta thua". Chờ đến lúc chia tiếp theo thì đã muộn. Bạn thích ví dụ anh ta thắng trong tất cả các trường hợp? Ta tiếp tục xem ví dụ dưới đây.

Ví dụ 2: Người chia bài chia tụ thứ nhất vào chỗ đối diện, còn các tụ khác tuỳ ý. Theo logic binh bình thường thì cách binh đúng đắn nhất ở hình vẽ. Riêng tụ bài 1 có thể binh theo cách 1 hoặc 1'. Cách 1' về nguyên tắc chi cuối gần bằng cách 1, chi giữa nhỏ hơn cách 1 nhiều, nhưng đổi lại chi đầu lại lớn hơn cách 1. Vậy hai cách 1, 1' mạnh gần tương đương nhau và tụ bài 1 thực chất chả là tụ bài đẹp.



Ví dụ 2: Phân bố quân các tụ bài và cách Binh đúng đăn nhất.
Cách 2', 3', 4' không theo logic thường
nhưng hữu hiệu khi đã biết bài đối thủ.

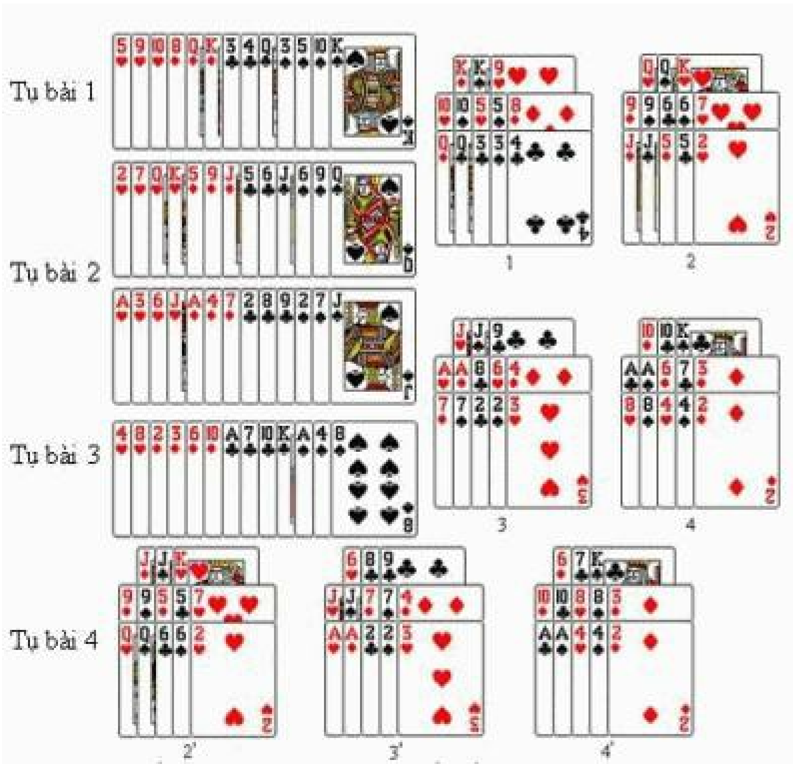
-Nếu tung hai xúc xắc ra kết quả mod 4 = 3 thì, người chia bài (ăn gian) sẽ binh theo cách 1. Và các bạn binh của anh ta vẫn binh bình thường. Cuối cùng người ăn gian thắng Sập hầm cà làng. Mỗi người thua anh ta: chi đầu 1, chi giữa 1, chi cuối 1 và 6 chi thưởng. Cả thảy 9 chi mỗi người.

-Nếu tung xúc xắc mà người chia phải lấy tụ 2, 3, 4 thì anh ta binh theo cách 2', 3', 4' tương ứng. Những cách không thể nào hợp với logic binh bình thường. Các người khác vẫn theo cách binh hợp logic (1(1'), 2, 3, 4). Nếu ai đó có tụ 1 binh theo kiểu 1, anh ta sẽ thắng mỗi nhà 1 chi, còn binh theo cách 1’, anh ta thắng chung cuộc 1 chi. Cho rằng xác suất người kia chọn 1 hay 1’ bằng nhau thì bình quân anh ta thắng 2 chi khi đã tính điểm với các nhà.

Cuối cùng, bình quân anh ta thắng trong trận này là 27x10/36 +2x26/36=8,944 chi.

Nhưng đã đến cực điểm của sự ăn gian chưa? Chưa đâu các bạn. Ta vẫn có thể chọn bài mà khi người chia bốc đúng tụ một, anh ta ăn Sập hầm cả làng, tụ hai-anh ta thua người có tụ một 1 chi nhưng thắng sập hầm hai người còn lại, còn nếu anh ta được tụ ba hay bốn anh ta thắng mỗi người một chi.

Ví dụ 3: Người chia bài chia tụ thứ nhất vào chỗ đối diện, tụ hai chia ở một trong hai chỗ cạnh mình, còn các tụ khác tuỳ ý vào các chỗ còn lại. Ta thấy các tụ bài không thể có một Sảnh hay một Thùng nào, vậy các chi chỉ có thể là Thú hay Dách. Theo logic binh bình thường thì cách binh đúng đắn nhất ở hình vẽ.



Ví dụ 2: Phân bố quân các tụ bài và cách Binh đúng đắn nhất. Cách 2'. 3'. 4' không theo logic thường nhưng hữu hiệu khi đã biết bài đối thủ.

-Nếu tung hai xúc xắc ra kết quả mod 4 = 3 thì, người chia bài (ăn gian) sẽ binh theo cách 1. Và các bạn binh của anh ta vẫn binh bình thường như hình vẽ. Cuối cùng người ăn gian thắng Sập hầm cà làng. Mỗi người thua anh ta: chi đầu 1, chi giữa 1, chi cuối 1 và 6 chi thưởng. Vị chi cả thảy 9 chi mỗi người.

-Nếu tung xúc xắc mà người chia phải lấy tụ 2, 3, 4 thì anh ta binh theo cách 2’, 3’, 4’ tương ứng - những cách không thể nào hợp với logic binh bình thường. Các người khác vẫn theo cách binh hợp logic (1, 2, 3, 4). Nếu anh ta nhận được tụ hai thì anh ta thua tụ 1-1 chi, nhưng thắng hai nhà kia mỗi nhà 3 chi. Chung cuộc vẫn thắng 5 chi. Nếu nhận được tụ 3, 4 anh ta thắng mỗi nhà 1 chi. Chung cuộc thắng 3 chi.

Cuối cùng, bình quân anh ta thắng trong trận này là 27x10/36 + 5x9/36 + 3x17/36=10,167 chi.

Một vòng chia 12 ván, người chia gian chia ba ván, nếu cho rằng khi các người còn lại chia thì xác suất Thắng Thua của cả bốn người bằng nhau, người chơi gian sẽ thắng bình quân 3x5,555=16,665 chi (ví dụ 1), 3x8,944=26,832 chi (ví dụ 2) và 3x10,167=30,5 chi (ví dụ 3).[5]

Từ những ví dụ trên, ta thấy người chơi gian không cần chia bài đẹp cho tụ nào đó mà chia bài hạn chế chỉ có một cách binh hợp logic. Còn các cách binh hoàn toàn không hợp logic binh, anh ta dùng để thủ thắng. Dù là gì, khi biết tất cả bài đối phương cũng mang đến cho người chơi gian ưu thế rất lớn. Và động tác tung hai quân xúc xắc hoàn toàn vô dụng (nó chỉ đóng vai trò mang đến cho người chơi gian thắng ít hay thắng nhiều mà thôi). [6]

[1] Những chàng cò mồi này là các loại người tuổi tác, nghề nghiệp khác nhau. Luôn tạo cảm giác họ là những người cùng chơi như ta. Và đôi khi họ được thắng rất lớn. Các thủ thuật lừa đảo tinh vi và càng ngày càng được hoàn thiện! Có nhiều khi những người cảnh giác nhất cũng không nhận ra.

[2] Có bạn hỏi tôi: "Có cái gì đó như bài "Ghost, Ma và Quái". Hẳn nhiên không phải. Hai lý giải đến kết quả khác nhau. Và dẫn chứng dưới đây cho thấy điểm đặc biệt của bài này. Xác suất tính được phụ thuộc vào Số đươc thấy của xúc xắc. Ví dụ, ta có ba xúc xắc có cả 6 mặt 1÷6, có ba xúc xắc khác như sau: viên 1: bốn mặt là 1, hai mặt kia là 4, viên 2: bốn mặt là 2, hai mặt kia là 5, viên ba: bốn mặt là 3, hai mặt kia là 6. Như vậy, nếu cuộc cá cược dựa trên viên đấy có đều mặt hay không sẽ phụ thuộc rất lớn đến mặt số được hiện ra.

[3] Có một nhận định tưởng chừng đúng là : nếu có đồng tiền hai mặt khi ta chọn mặt nào đó thì xác suất ra mặt đó là ½, còn xúc xắc 6 mặt thì khi tung ba lần ta cũng có xác suất ra mặt nào đó là ½. Ví dụ cuộc chơi ra như sau: Bạn chọn số nào trong 6 mặt xúc xắc, bạn được phép tung ba lần. Ở bất kỳ lần tung nào nếu ra mặt bạn chọn thì người cái sẽ trả số tiền bạn đặt và kết thúc vòng chơi. Xác suất thắng của bạn là 1/6(1+5/6+25/36)=91/216 nhỏ hơn ½.

[4] Có thời gian tôi sẽ viết một bài về các trò chơi Chướng và một bài về các trò chơi dân gian. Hy vọng bạn nào có hứng thú hãy viết thư cho tôi về các trò chơi này. E-mail: tran_the_vy@yahoo.com

[5] Nếu tính cả việc ăn Gà thì tỷ lệ thắng của người ăn gian càng lớn hơn nữa. Đây cũng là bài toán hay, các bạn thử xem.

[6] Các bạn có biết chơi bài Tá lả 9 cây? Có lần, tôi bảo với chúng bạn "Tôi có thể chia một ván bài mà khi bốc phải tụ nào tôi cũng Ù. Phải minh định lại cách chia: chia mỗi tụ 9 cây, khi tung hai xúc xắc lên cũng theo nguyên tắc chọn bài Binh ở trên, và người chia gian nhận được bài của mình và lấy thêm một quân bài từ nọc nữa trước khi đánh.". Bạn bè tôi hoài nghi "làm sao như thế được?". Liệu các bạn có thể tìm ví dụ như thế? Cho rằng người đánh bài tuân thủ logic đánh tối ưu.

Còn như bài Tiến Lên, người chia gian có thể nghiên cứu các tụ bài sao cho anh ta thắng khi bốc được bất kỳ tụ nào. Hoặc ít nhất tăng xác suất Thắng giảm xác suất Thua. Vì anh ta được đánh quân đầu tiên, cộng thêm biết bài đối phương. Ví dụ, anh ta làm sao đó để khi bốc phải tụ mod 4=3 (có xác suất bốc phải là 10/36 sẽ thắng 100%), bốc phải tụ mod 4=2 (9/36) cũng thắng 100%, bốc phải tụ mod 4 =0(9/36) thắng 80%, về nhì 20%, bốc phải tụ mod 4=1(8/36) thắng 50%, về nhì 30%, về ba 20%. Lúc đó các bạn thấy tỷ suất thắng chung cuộc của anh ta rất lớn (Cho luật chơi thắng ăn cả, về nhì thua 1, về ba thua 2 về chót thua 3, tỷ suất sẽ là 6x18/36 + (-1)9/36 + (-2)8/36=2,3. Khi anh ta chia, bình quân anh ta thắng 2,3 đơn vị/một trận).

HẾT