10 ĐỀ THI VÀO 9 VÀO 10 – MÔN TOÁN

ĐỀ SỐ 01	MÔN TOÁN
***	*Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)*

Câu I: *(2,0 điểm)*. Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}}-\dfrac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}\right):\dfrac{x+2}{x-2}$.

1) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức P?

2) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức P có giá trị nguyên?

Câu II: *(1,5 điểm)*

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Tổng các chữ số của 1 số có hai chữ số là 9. Nếu thêm vào số đó 63 đơn vị thì số thu được cũng viết bằng hai chữ số đó nhưng theo thứ tự ngược lại. Hãy tìm số đó.

2) Chứng minh hàm số y = 2x luôn đồng biến trên tập $\mathbb{R}$.

Câu III: *(3,0 điểm)*.

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2-y^2+3=0 \\ x+y=1 \end{cases}$.

2) Giải phương trình: $x^3-2x^2-4x=0$.

3) Cho phương trình $x^2+2(m-2)x+m^2-2x+4=0$. Tìm m để phương trình có 2 nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $\dfrac{2}{x_1^2+x_2^2}-\dfrac{1}{x_1x_2}=\dfrac{1}{15m}$?

Câu IV: *(3,0 điểm)*. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H và cắt đường tròn (O) lần lượt tại M, N, P. Chứng minh rằng:

1) Chứng minh rằng:

a) Tứ giác CEHD nội tiếp.

b) Bốn điểm B, C, E, F cùng nằm trên một đường tròn.

c) $AE.AC = AH.AD;\ AD.BC = BE.AC$.

d) H và M đối xứng với nhau qua BC.

2) Xác định tâm đường tròn nội tiếp tam giác DEF.

Câu V: *(0,5 điểm)* Tìm $x,\ y,\ z \in \mathbb{N}$ thỏa mãn: $\sqrt{x + 2\sqrt{3}} = \sqrt{y} + \sqrt{z}$.

---HẾT---

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 01

Câu I:

1) Điều kiện xác định $\begin{cases} x \ge 0 \\ x-\sqrt{x} \ne 0 \\ x+\sqrt{x} \ne 0 \\ x+2 \ne 0 \\ x-2 \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ x \ne 0 \\ x \ne 1 \\ x \ne -2 \\ x \ne 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ x \ne 1 \\ x \ne 2 \end{cases}$

Ta có: $P=\left[\dfrac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}-\dfrac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(x-\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}\right]:\dfrac{x+2}{x-2}$

$$=\frac{x+\sqrt{x}+1-x+\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}:\frac{x+2}{x-2}=\frac{2\left(x-2\right)}{x+2}$$

Vậy: $P=\dfrac{2\left(x-2\right)}{x+2}$

Cách 2:

Đặt $a=\sqrt{x}\ \left(a \ge 0\right)$

Ta có $P=\left(\dfrac{a^3-1}{a^2-a}-\dfrac{a^3+1}{a^2+a}\right):\dfrac{a^2+2}{a^2-2}$

$$=\left[\frac{\left(a-1\right)\left(a^2+a+1\right)}{a\left(a-1\right)}-\frac{\left(a+1\right)\left(a^2-a+1\right)}{a\left(a+1\right)}\right].\frac{a^2-2}{a^2+2}$$

$$=\left[\frac{\left(a^2+a+1\right)-\left(a^2-a+1\right)}{a}\right].\frac{a^2-2}{a^2+2}=2.\frac{a^2-2}{a^2+2}=2.\frac{x-2}{x+2}$$

Nhận xét: Bài toán tìm điều kiện và rút gọn biểu thức áp dụng quy tắc tìm điều kiện và các phương pháp phân tích đa thức thành nhân tử.

2) Ta có: $P=\dfrac{2x-4}{x+2}=\dfrac{2x+4-8}{x+2}=2-\dfrac{8}{x+2}$

Để P nhận giá trị nguyên khi và chỉ khi $8 \vdots (x+2)$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+2=\pm 1 \\ x+2=\pm 2 \\ x+2=\pm 4 \\ x+2=\pm 8 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1;\ x=3 \\ x=0;\ x=-4 \\ x=2;\ x=-6 \\ x=6;\ x=-10 \end{array}\right.$$

Vậy $x=6$.

Nhận xét: Bài toàn tìm giá trị nguyên của biến để biểu thức nguyên bằng cách phân tích phần nguyên.

Câu II:

1) Gọi chữ số hàng chục là x.

Chữ số hàng đơn vị là y.

Vì tổng 2 chữ số là 9, nên ta có $x+y=9$ (1)

Điều kiện: $0<x\le 9,\ x\in \mathbb{N}^*$ và $0\le y\le 9,\ y\in \mathbb{N}$

Số đó là $\overline{xy}=10x+y$

Số viết ngược lại là $\overline{yx}=10y+x$

Vì thêm vào số đó 63 đơn vị thì được số mới viết theo thứ tự ngược lại số cũ, ta có

$\overline{xy}+63=\overline{yx}\Rightarrow 10x+y+63=10y+x\Leftrightarrow 9x-9y=63$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x+y=9 \\ 9x-9y=-63 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=9 \\ x-y=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x=2 \\ x+y=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=8 \end{cases} \text{(thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy số cần tìm là 18.

Nhận xét: Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình từ mỗi quan hệ theo số theo đề bài đã cho từ những kiến thức về cấu tạo số, phép toán số học, …

Câu III:

1) Hệ phương trình tương đương với: $\begin{cases}(x-y)(x+y)=-3\\ x+y=1\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}x-y=-3\\ x+y=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x=-2\\ 2y=4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-1\\ y=2\end{cases}.$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là: $(x;\, y)=(-1;\, 2)$

2) Phương trình tương đương với: $x\left(x^2-2x-4\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2-2x-4\ (*)\end{array}\right.$

Giải (*), ta có $\Delta' = (-1)^2-1.(-4)=5 \Rightarrow \sqrt{\Delta'}=\sqrt{5}$.

Phương trình (*) có nghiệm là: $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{-(-1)+\sqrt{5}}{1}=1+\sqrt{5}\\ x=\dfrac{-(-1)-\sqrt{5}}{1}=1-\sqrt{5}\end{array}\right.$

Vậy phương trình có nghiệm là: $x=0;\ x=1\pm\sqrt{5}$

3) Phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt khi $\Delta'>0$

$\Leftrightarrow (m-2)^2-\left(m^2-2x+4\right)>0 \Leftrightarrow m<0 \qquad (*)$

Với $m<0$ theo định lý Vi-et, ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=4-2m\\ x_1x_2=m^2-2m+4\end{cases}.$

Ta có: $\dfrac{2}{x_1^2+x_2^2}-\dfrac{1}{x_1x_2}=\dfrac{1}{15m} \Leftrightarrow \dfrac{2}{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2}-\dfrac{1}{x_1x_2}=\dfrac{1}{15m} \qquad (1)$

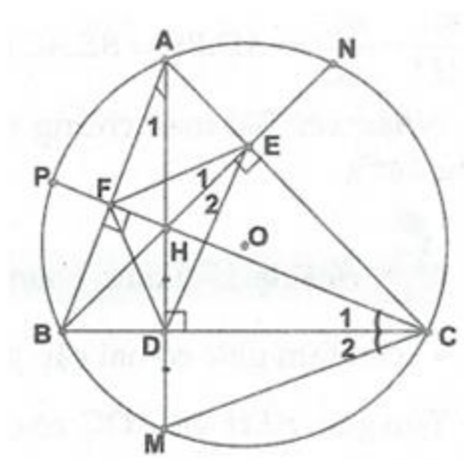
$\Leftrightarrow \dfrac{1}{m+\dfrac{4}{m}-6}-\dfrac{1}{m+\dfrac{4}{m}-2}=\dfrac{1}{15}$

Đặt $t=m+\dfrac{4}{m}$ do $m<0 \Rightarrow t<0$.

Ta có (1) trở thành: $\frac{1}{t-6}-\frac{1}{t-2}=\frac{1}{15}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-4\\t=12\ (l)\end{array}\right.$

Với $t=-4\Leftrightarrow m+\frac{4}{m}=-4\Leftrightarrow m=-2$ (thỏa mãn (*)).

Câu IV:



1) AD,BE là đường cao của ΔABC nên $CEH=HDC=90^\circ$

$\Rightarrow CEH+HDC=180^\circ$

Suy ra tức giác CEHD là tứ giác nội tiếp (điều cần chứng minh)

Nhận xét: Bài toán chứng minh tứ giác nội tiếp bằng cách chứng minh tổng hai góc đối diện bằng 180°

Tứ giác CEHD có tổng cặp góc đối diện bằng 180°: $CEH+HDC=180^\circ$ nên là tứ giác nội tiếp.

2) CF, BE là đường cao của ΔABC nên $CEB=BFC=90^\circ$

=> Điểm E, F thuộc đường tròn đường kính BC.

=> B, C, E, F cùng nằm trên đường tròn đường kính BC (điều cần chứng minh).

Nhận xét: Bài toán chứng minh bốn điểm cùng nằm trên một đường tròn bằng cách chứng minh hai điểm nhìn một cạnh tạo bởi hai điểm còn lại cùng dưới một góc vuông.

3) Tam giác AEH và ADH có chung góc tại đỉnh A và $AEH = ADC = 90^\circ$ nên ΔAEH đồng dạng với $\Delta ADC \Rightarrow \dfrac{AE}{AD} = \dfrac{AH}{AC} \Rightarrow AE.AC = AH.AD$ (điều cần chứng minh).

Tam giác BEC và ADC có chung góc tại đỉnh C và $BEC = ADC = 90^\circ$ nên $\Delta BEC \backsim$ ΔADC

$\Rightarrow \dfrac{BE}{AD} = \dfrac{BC}{AC} \Rightarrow AD.BC = CE.AC$ (điều cần chứng minh).

Nhận xét: Bài toán chứng minh các đẳng thức bằng cách chứng minh các cặp tam giác đồng dạng.

4) Ta có:

$A_1 = C_1$ (cùng phụ với FBC);

$A_1 = C_2$ (cùng chắn cung BM của (O));

Suy ra $C_1 = C_2$

$\Rightarrow$ CD là phân giác của HCM

Tam giác CHM có CD vừa là phân giác vừa là đường cao nên cân tại C, suy ra CD đồng thời cũng la trung trực của HM.

$\Rightarrow$ H, M đối xứng với nhau qua BC (điều cần chứng minh).

5) Ta có:

$E_1 = C_1$ (cùng chắn cung FB trong đường tròn đi qua bốn điểm B, C, E, F);

$C_1 = E_2$ (cùng chắn cung HD trong đường tròn ngoại tiếp tứ giác CEHD);

Suy ra: $E_1 = E_2$

$\Rightarrow$ EB là phân giác của FED.

Chứng minh tương tự: FC là phân giác của DFE

Mà $FC \cap EB = \{H\}$ nên H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác DEF.

Câu V: ***Định hướng:*** Tổng quát dạng toán này là Giải phương trình nghiệm nguyên. Bài toán cho dưới dạng phương trình chứa ba ẩn, với điều kiện $x,\ y,\ z \in \mathbb{N}$ thì các biểu thức trong căn luôn có nghĩa. Tổng quát có dạng $\sqrt{f(x,y,z)} = \sqrt{g(x,y,z)} + \sqrt{h(x,y,z)}$ tư duy nhanh dạng phương trình vô tỉ cơ bản $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)} + \sqrt{h(x)}$.

Giả sử $(x,y,z) = (a,b,c), (a,b,c \in N)$ là một nghiệm của phương trình đã cho. Vì $x,y,z \in \mathbb{N}$ nên vận dụng tính chất cơ bản của số học suy ra $\sqrt{y} + \sqrt{z}$ có một trong hai dạng sau:

1. $\sqrt{y} + \sqrt{z} = \sqrt{b} + \sqrt{c}$. Điều này có nghĩa y, z không cùng là số chính phương.

2. $\sqrt{y} + \sqrt{z} = p\ (p \in N)$. Điều này có nghĩa y, z cùng là số chính phương.

Thay vào phương trình ta có: $\sqrt{a + 2\sqrt{3}} = \sqrt{b} + \sqrt{c}$.

Bình phương hai vế thu được: $a + 2\sqrt{3} = b + c + 2\sqrt{bc}$

Vì $a,b,c \in N$ nên suy ra:

$$\begin{cases} a = b + c \\ \sqrt{3} = \sqrt{bc} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b + c \\ 3 = bc \end{cases}$$

Từ đây chỉ ra b, c chính là hoán vị bộ số (1; 3).

Với sự xuất hiện hằng số $2\sqrt{3}$ trong căn thức vế trái giúp liên tưởng tới biến x sao cho $\sqrt{x + 2\sqrt{3}} = (a + m)^2 = a^2 + 2am + m^2\ (a,\ m \in N)$.

Để ý rằng $2\sqrt{3} = 2.1.\sqrt{3}$ có dạng $2am(a,\ m \in N)$, từ đó nhẩm nhanh đẳng thức tương ứng $a^2 + m^2 = 1^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2$.

Giải:

Ta có: $\sqrt{x + 2\sqrt{3}} = \sqrt{y} + \sqrt{z} \Leftrightarrow x + 2\sqrt{3} = y + z + 2\sqrt{yz}$

$$\Leftrightarrow (x - y - z) + 2\sqrt{3} = 2\sqrt{yz} \Rightarrow (x - y - z)^2 + 4\sqrt{3}(x - y - z) + 12 = 4yz \qquad (1)$$

TH1: Nếu $x-y-z\neq 0$, ta có $\sqrt{3}=\dfrac{4yz-\left(x-y-z\right)^2-12}{4\left(x-y-z\right)}$ (2) (vô lý do $x,y,z\in\mathbb{N}$ nên VP của (2) là số hữu tỉ).

TH2: Nếu $x-y-z=0$, ta có (1) $\Leftrightarrow\begin{cases}x-y-z=0\\ yz=3\end{cases}$ (3)

Giải (3) ra ta được $\begin{cases}x=4\\ y=1\\ z=3\end{cases}$ (thỏa mãn) hoặc $\begin{cases}x=4\\ y=3\\ z=1\end{cases}$ (thỏa mãn).

ĐỀ SỐ 02 ***	MÔN TOÁN ***Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)***

Câu I. *(2,0 điểm)*. Cho biểu thức: $P=\frac{x\sqrt{x}-8}{x+2\sqrt{x}+4}+3\left(1-\sqrt{x}\right)$.

1) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức P?

2) Tìm giá trị nguyên dương của x để biểu thức $Q=\frac{2P}{1-P}$ có giá trị nguyên?

Câu II. *(1,5 điểm)*.

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Tháng giêng hai tổ sản xuất được 900 chi tiết máy; tháng hai do cải tiến kỹ thuật tổ I vượt mức 15% và tổ II vượt mức 10% so với tháng giêng, vì vậy hai tổ đã sản xuất được 1010 chi tiết máy. Hỏi tháng giêng mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy

2) Biết đồ thị của hàm số $y=\frac{1}{3}ax^2\ \left(a\ne 0\right)$ đi qua điểm M (3; -6).

Hãy xác định giá trị của a.

Câu III. *(3,0 điểm)*.

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases}3x+y=11\\2x+3y=12\end{cases}$.

2) Giải phương trình: $x^2-x-12=0$

3) Cho phương trình: $2x^2-4mx+2m^2-1=0$ (1) với m là tham số.

a) Chứng minh với mọi giá trị của m, phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt.

b) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $2x_1^2+4mx_2+2m^2-9<0$.

Câu IV. *(3,0 điểm)*. Cho đường tròn (O; R) đường kính AB. Kẻ tiếp tuyến Ax và lấy trên tiếp tuyến đó một điểm P sao cho AP > R, từ P kẻ tiếp tuyến tiếp xúc với (O) tại M.

1) Chứng minh rằng tứ giác APMO nội tiếp được một đường tròn.

2) Chứng minh BM // OP.

3) Đường thẳng vuông góc với AB ở O cắt tia BM tại N. Chứng minh tứ giác OBNP là hình bình hành.

4) Biết AN cắt OP tại K, PN cắt ON tại I; PN và OM kéo dài cắt nhau tại J. Chứng minh I, J, K thẳng hàng.

Câu V. *(0,5 điểm)*. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $2ab + 6bc + 2ca = 7abc$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{4ab}{a + 2b} + \frac{9ca}{a + 4c} + \frac{4bc}{b + c}$.

---HẾT---

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 02

Câu 1.

1) Điều kiện xác định: $\begin{cases} x \ge 0 \\ x + 2\sqrt{x} + 4k \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \ge 0$.

Ta có: $P = \dfrac{\left(\sqrt{x} - 2\right)\left(x + 2\sqrt{x} + 4\right)}{x + 2\sqrt{x} + 4} + 3\left(1 - \sqrt{x}\right) = \sqrt{x} - 2 + 3\left(1 - \sqrt{x}\right) = 1 - 2\sqrt{x}$

Vậy $P = 1 - 2\sqrt{x}$.

Cách 2: Đặt $a = \sqrt{x}\ (a \ge 0)$.

Ta có: $P = \dfrac{a^3 - 8}{a^2 + 2a + 4} + 3(1 - a) = \dfrac{(a - 2)\left(a^2 + 2a + 4\right)}{a^2 + 2a + 4} + 3(1 - a)$

$= a - 2 + 3(1 - a) = 1 - 2a = 1 - 2\sqrt{x}$

Nhận xét: Bài toán tìm điều kiện và rút gọn biểu thức áp dụng quy tắc tìm điều kiện và các phương pháp phân tích đa thức thành nhân tử.

2) Ta có: $Q = \dfrac{2P}{1 - P} = \dfrac{2\left(1 - 2\sqrt{x}\right)}{1 - \left(1 - 2\sqrt{x}\right)} = \dfrac{2 - 4\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} = -2 + \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

Để Q nhận giá trị nguyên khi và chỉ khi $1 \vdots \sqrt{x}$

$\Leftrightarrow \sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow x = 1$. Vậy $x = 1$

Nhận xét: Bài toán tìm giá trị nguyên của biến để biểu thức nguyên bằng cách rút gọn biểu thức mới rồi phân tích phân nguyên.

Câu II

1) Gọi x là số chi tiết máy của tổ 1 và y là số chi tiết máy của tổ 2 sản xuất được trong tháng giêng.

Điều kiện: $x, y \in \mathbb{N}^*$

Ta có: $x + y = 900$ (1) (vì tháng giêng 2 tổ sản xuất được 900 chi tiết).

Do cải tiến kỹ thuật nên tháng hai tổ 1 sản xuất đuợc: $x+15\%x$ và và tổ 2 sản xuất đuợc: $y+10\%y$.

Cả hai tổ sản xuất được: $1,15x+1,10y=1010$ (2)

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=900 \\ 1,15x+1,1y=1010 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 1,1x+1,1y=900 \\ 1,15x+1,1y=1010 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,05x=20 \\ x+y=900 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=400 \\ y=500 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Vậy trong tháng giêng tổ 1 sản xuất được 400 chi tiết máy và tổ 2 sản xuất được 500 chi tiết máy.

Nhận xét: Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình từ kiến thức về bài toán "phần trăm". Cách tính số lượng tăng/giảm theo phần trăm, công thức từ bài toán năng suất, ...:

“ a% của một số X được tính bằng $\frac{a.X}{100}$ (đơn vị theo X)”

Câu III.

1) Hệ phương trình tương đương với:

$\begin{cases} y=11-3x \\ 2x+3(11-3x)=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=11-3x \\ -7x=-21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là: $(x;y)=(3;2)$

2)

Cách 1: Phương trình tương đương với: $(x^2+3x-4x)-12=0$

$\Leftrightarrow x(x+3)-4(x+3)=0 \Leftrightarrow (x+3)(x-4)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+3=0 \\ x-4=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=4 \end{array}\right.$

Cách 2: Ta có $\Delta=(-1)^2-4.1.(-12)=49 \Rightarrow \sqrt{\Delta}=7$.

Phương trình có nghiệm là: $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{-(-1)+7}{2.1} \\ x = \dfrac{-(-1)-7}{2.1} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4 \\ x = -3 \end{array}\right.$

Vậy phương trình có nghiệm là: $x = -3;\ x = 4$

3)

a) Ta có: $\Delta' = 4m^2 - 2\left(2m^2 - 1\right) = 2 > 0,\ \forall m$

Vậy phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m.

b) Theo định lý Vi-ét, ta có $x_1 + x_2 = 2m$

Do đó $2x_1^2 + 4mx_2 + 2m^2 - 9 = \left(2x_1^2 - 4mx_1 + 2m^2 - 1\right) + 4m\left(x_1 + x_2\right) - 8$

$= 8m^2 - 8 = 8\left(m-1\right)\left(m+1\right)$ (do $2x_1^2 - 4mx_1 + 2m^2 - 1 = 0$).

Theo bài ra, ta có $\left(m-1\right)\left(m+1\right) < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 1$

Câu IV.

1) Ta có $PAO + PMO = 90° + 90° = 180°$ suy ra tứ giác APMO là tứ giác nội tiếp.

Nhận xét: Bài toán chứng minh một tứ giác là tứ giác nội tiếp bằng cách chứng minh tứ giác đó có tổng hai góc trong đối diện bằng 180°.

2) Ta có: $ABM = \dfrac{AOM}{2}$ (góc nội tiếp và góc ở tâm) (1)

$AOP = \dfrac{AOM}{2}$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) (2)

Suy ra $ABM = AOP$. Do đó BM // OP

Nhận xét: Bài toán chứng minh hai đường thẳng song song bằng cách chứng minh hai góc ở vị trí đồng vị của hai đường thẳng đó bằng nhau.

3) Ta có $\Delta AOP = \Delta OBN$ (g-c-g), suy ra $OP = BN$.

Mà: BN // OP (do BM // OP)

Suy ra OBNP là hình bình hành.

Nhận xét: Bài toán chứng minh một tứ giác là hình bình hành bằng cách chỉ ra tứ giác đó có một cặp cạnh đối song song và bằng nhau.

4) Ta có: AONP là hình chữ nhật nên AP // NO suy ra $APO = NOP$ (hai góc so le trong) (4)

$APO = MPO$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) (5)

Từ (4) và (5) suy ra ΔIPO cân tại I suy ra IK là trung tuyến (AONP là hình chữ nhất nên K là trung điểm của PO) nên IK cũng là đường cao hay $IK \perp PO$ (*)

Ta có $\begin{cases} ON \perp PJ \\ PM \perp OJ \\ ON \cap PM = \{I\} \end{cases}$ nên I là trực tâm của tam giác ΔPOJ nên $IJ \perp OP$ (**).

Từ (*) và (**), suy ra ba điểm I, J, K thẳng hàng.

Nhận xét: Bài toán chứng minh ba điểm thẳng hàng ta chứng minh cho ba điểm đó cùng nằm trên một đường thẳng đặc biệt.

Câu V

Định hướng: Với dạng toán này hướng chung cần tìm mối liên hệ giữa các ẩn và đơn giản hóa biểu thức cần tìm GTNN, GTLN. Đối với học sinh cấp THCS, phương pháp giải dạng toán này thường dùng đánh giá theo bất đẳng thức Cô-si, Bu-nhi-a-cốp-xki, bất đẳng thức phụ hoặc viết dưới dạng tổng bình phương nhờ thêm bớt... Tuy nhiên, áp dụng ngay các phương pháp này sẽ dẫn tới bài toán phức tạp hơn hoặc không đúng với yêu cầu của đề. Việc dự đoán điểm rơi khá phức tạp cho bài toán này.

Bằng phương pháp đổi biến đưa bài toán về dạng đơn giản hơn.

Nhận thấy rằng, giả thiết đã cho các ẩn cùng phụ thuộc trong cùng một biểu thức dễ dưa được về dạng các biến độc lập với nhau.

Tử thức các phân thức trong biểu thức P là tích của hai ẩn dưới mẫu đưa về dạng độc lập khá đơn giản.

Từ: $2ab+6bc+2ca=7abc$ và $a, b, c>0$, ta suy ra $\frac{2}{c}+\frac{6}{a}+\frac{2}{b}=7$.

Đặt $x=\frac{1}{a}, y=\frac{1}{b}, z=\frac{1}{c} \Rightarrow \begin{cases} x, y, z>0 \\ 2z+6x+2y=7 \end{cases}$.

Khi đó: $P=\frac{4}{2x+y}+\frac{9}{4x+z}+\frac{4}{y+z}$

Để tìm GTNN của P thí sinh có thể sử dụng một trong hai cách dưới đây.

Cách 1: Bất đẳng thức Cô-si bằng việc thêm bớt các ẩn.

Phân tích (*) trở thành:

$$P=\frac{4}{2x+y}+\frac{9}{4x+z}+\frac{4}{y+z}$$

$$=\frac{4}{2x+y}+m(2x+y)+\frac{9}{4x+z}+n(4x+z)+\frac{4}{y+z}-m(2x+y)-n(4x+z)-p(y+z)$$

$(m, n, p>0)$

Khi đó

$$P\geq 2\sqrt{\frac{4}{2x+y}.m(2x+y)}+2\sqrt{\frac{9}{4x+z}.n(4x+z)}$$

$$+2\sqrt{\frac{4}{y+z}.p(y+z)}-m(2x+y)-n(4x+z)-p(y+z)$$

$$=4\sqrt{m}+6\sqrt{n}+4\sqrt{p}-\left(x(2x+4n)+y(m+p)+z(n+p)\right)$$

Ta chọn bộ số $m, n, p>0$ sao cho $\begin{cases} 2x+4n=6 \\ m+p=2 \\ n+p=1 \end{cases} \Leftrightarrow m=n=p=1.$

Suy ra: $P\geq 4+6+4-7=7$

Với cơ sở phân tích như trên thí sinh có thể đưa biểu thức P về dạng tổng các bình phương để chỉ ra GTNN.

Cách 2: Áp dụng bổ đề bất đẳng thức:

$$\frac{x^2}{a}+\frac{y^2}{b}\ge\frac{(x+y)^2}{a+b}\ (a,\ b,\ x,\ y>0)\qquad (I)$$

Chứng minh bằng phương pháp biến đổi tương đương.

Tổng quát của bất đẳng thức (I) có dạng:

$$\frac{x_1^2}{a_1}+\frac{x_2^2}{a_2}+...+\frac{x_n^2}{a_n}\ge\frac{(x_1+x_2+...+x_n)^2}{a_1+a_2+...+a_n}\ \left(a_1>0,\ x_i>0,\ i=\overline{1,\ n}\right)$$

Áp dụng bất đẳng thức (I) ta suy ra

$$P=\frac{4}{2x+y}+\frac{9}{4x+z}+\frac{4}{y+z}\ge\frac{(2+3)^2}{6x+y+z}+\frac{2^2}{y+z}\ge\frac{(2+3+2)^2}{6x+2y+2z}=\frac{7^2}{7}=7$$

Do đó, GTNN của P là 7 khi $a=2;\ b=1;\ c=1$.

Giải:

Từ giả thiết: $2ab+6bc+2ca=7abc$ và $a,\ b,\ c>0$

Chia cả hai vế cho $abc>0\Rightarrow\frac{2}{c}+\frac{6}{a}+\frac{2}{b}=7$.

Đặt: $x=\frac{1}{a},\ y=\frac{1}{b},\ z=\frac{1}{c}\Rightarrow\begin{cases}x,\ y,\ z>0\\2z+6x+2y=7\end{cases}$.

Khi đó: $P=\frac{4ab}{a+2b}+\frac{9ac}{a+4c}+\frac{4bc}{b+c}=\frac{4}{2x+y}+\frac{9}{4x+z}+\frac{4}{y+z}\qquad(*)$

$$\Rightarrow P=\frac{4}{2x+y}+2x+y+\frac{9}{4x+z}+4x+z+\frac{4}{y+z}+y+z-(2x+y+4x+z+y+z)$$

$$=\left(\frac{2}{\sqrt{x+2y}}-\sqrt{x+2y}\right)^2+\left(\frac{3}{\sqrt{4x+z}}-\sqrt{4x+1}\right)^2+\left(\frac{2}{\sqrt{y+z}}-\sqrt{y+z}\right)^2+7\ge 7$$

Khi $x=\frac{1}{2};\ y=z=1$ thì $P=7$.

Vậy GTNN của P là 7 khi $a=2;\ b=1;\ c=1$.

ĐỀ SỐ 03 ***	**Đề sở Nam Định năm 2019 – 2020** ***Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)***

Phần 1: Trắc nghiệm (2,0 điểm)

Hãy chọn phương án trả lời đúng và viết chữ cái đứng trước phương án đó vào bài làm

Câu 1. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = (1 - m)x + m + 1$ đồng biến trên **R**

A. $m > 1$ **B.** $m < 1$ **C.** $m < -1$ **D.** $m > -1$

Câu 2. Phương trình $x^2 - 2x - 1 = 0$ có 2 nghiệm x_1; x_2. Tính $x_1 + x_2$

A. $x_1 + x_2 = 2$ **B.** $x_1 + x_2 = 1$ **C.** $x_1 + x_2 = -2$ **D.** $x_1 + x_2 = -1$

Câu 3. Cho điểm $M(x_M; y_M)$ thuộc đồ thị hàm số $y = -3x^2$. Biết $x_M = -2$. Tính y_M

A. $y_M = 6$ **B.** $y_M = -6$ **C.** $y_M = -12$ **D.** $y_M = 12$

Câu 4. Hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 2 \\ 3x + y = 1 \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm ?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** Vô số

Câu 5. Với các số a, b thoả mãn $a < 0$, $b < 0$ thì biểu thức $a\sqrt{ab}$ bằng

A. $-\sqrt{a^2b}$ **B.** $-\sqrt{a^3b}$ **C.** $\sqrt{a^2b}$ **D.** $-\sqrt{a^3b}$

Câu 6. Cho ΔABC vuông tại A có AB = 3cm, AC = 4cm. Tính độ dài đường cao AH của ΔABC

A. $AH = \frac{12}{7}cm$ **B.** $AH = \frac{5}{2}cm$ **C.** $AH = \frac{12}{5}cm$ **D.** $AH = \frac{7}{2}cm$

Câu 7. Cho đường tròn (O; 2cm) và (O’; 3cm) biết OO’ = 6cm. Số tiếp tuyến chung của 2 đường tròn là

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Câu 8. Một quả bóng hình cầu có đường kính 4cm. Thể tích quả bóng là

A. $\frac{32}{3}\pi\ cm^3$ **B.** $\frac{32}{3}\ cm^3$ **C.** $\frac{256}{3}\pi\ cm^3$ **D.** $\frac{256}{3}\ cm^3$

Phần 2: Tự luận (8,0 điểm)

Câu 1. (1,5 điểm)

1) Rút gọn biểu thức $A=\sqrt{3-2\sqrt{2}}-\sqrt{3+2\sqrt{2}}$

2) Chứng minh rằng $\left(\frac{2}{\sqrt{a}+3}-\frac{1}{\sqrt{a}-3}+\frac{6}{a-9}\right).\left(\sqrt{a}+3\right)=1$ Với $a>0,\ a\neq 9$

Câu 2. (1,5 điểm) Cho phương trình $x^2-(m-2)x-6=0$ (1) (với m là tham số)

1) Giải phương trình (1) với m = 0

2) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt

3) Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình . Tìm các giá trị của m để

$x_2^2-x_1x_2+(m-2)x_1=16$

Câu 3. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2-xy+y-7=0 \\ x^2+xy-2y=4(x-1) \end{cases}$

Câu 4. (2,5 điểm) Qua điểm A năm ngoài đường tròn (O) vẽ 2 tiếp tuyến AB, AC của đường tròn (B, C là các tiếp điểm. Gọi E là trung điểm của đoạn AC, F là giao điểm thứ hai của EB với (O)

1) Chứng minh tứ giác ABOC là tứ giác nội tiếp và ΔCEF # ΔBEC

2) Gọi K là giao điểm thứ hai của AF với đường tròn (O). Chứng minh BF.CK = BK.CF

3) Chứng minh AE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔABF

Câu 5. (1,5 điểm) Xét các số x, y, z thay đổi thoả mãn $x^3+y^3+z^3-3xyz=2$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{1}{2}(x+y+z)^2+4(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)$.

---HẾT---

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 03

I/ Trắc nghiệm

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	B	A	C	B	D	C	D	A

II/ Tự luận

Câu 1:

1) $A=\sqrt{3-2\sqrt{2}}-\sqrt{3+2\sqrt{2}}=\sqrt{2-2.\sqrt{2}.1+1}-\sqrt{2-2.\sqrt{2}.1+1}$

$=\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}-\sqrt{(\sqrt{2}+1)^2}=\left|\sqrt{2}-1\right|-\left|\sqrt{2}+1\right|$

$=\sqrt{2}-1-\sqrt{2}-1=-2$

2) Với $a>0,\ a\neq 9$ Ta có:

$$VT=\left(\frac{2}{\sqrt{a}+3}-\frac{1}{\sqrt{a}-3}+\frac{6}{a-9}\right).\left(\sqrt{a}+3\right)=\left(\frac{2(\sqrt{a}-3)-(\sqrt{a}+3)+6}{(\sqrt{a}-3)}\right).\left(\sqrt{a}+3\right)$$

$$=\frac{2\sqrt{a}-6-\sqrt{a}-3+6}{\sqrt{a}-3}=\frac{\sqrt{a}-3}{\sqrt{a}-3}=1=VP$$

Vậy $\left(\frac{2}{\sqrt{a}+3}-\frac{1}{\sqrt{a}-3}+\frac{6}{a-9}\right).\left(\sqrt{a}+3\right)=1$ Với $a>0,\ a\neq 9$

Câu 2:

1) Với $m=0$ ta có phương trình: $x^2+2x-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1+\sqrt{7}\\x=-1-\sqrt{7}\end{array}\right.$

Vậy khi m =0 phương trình có hai nghiệm phân biệt $x=-1+\sqrt{7}$ và $x=-1-\sqrt{7}$

2) Ta có $\Delta=(m-2)^2-4.1.(-6)=(m-2)^2+24>0$ với mọi m.

Vậy phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

3) Phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

Theo Vi–ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m - 2 \\ x_1x_2 = -6 \end{cases}$

Ta có : $x_2^2 - x_1x_2 + (m-2)x_1 = 16$

$$\Leftrightarrow x_2^2 - x_1x_2 + (x_1 + x_2)x_1 = 16 \Leftrightarrow x_2^2 - x_1x_2 + x_1^2 + x_1x_2 = 16$$
$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - 16 = 0 \Leftrightarrow (m-2)^2 - 2.(-6) - 16 = 0$$
$$\Leftrightarrow (m-2)^2 = 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m - 2 = 2 \\ m - 2 = -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 4 \\ m = 0 \end{array}\right.$$

Vậy khi m = 0, m = 4 thì phương trình có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn:

$x_2^2 - x_1x_2 + (m-2)x_1 = 16$

Câu 3:

$$\begin{cases} x^2 - xy + y - 7 = 0 & (1) \\ x^2 + xy - 2y = 4(x-1) & (2) \end{cases}$$

Ta có: $(2) \Leftrightarrow x^2 + xy - 2y - 4x + 4 = 0$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 4x + 4) + xy - 2y = 0$$
$$\Leftrightarrow (x-2)^2 + y(x-2) = 0$$
$$\Leftrightarrow (x-2)(x-2+y) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - 2 = 0 \\ x - 2 + y = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 2 - y \end{array}\right.$$

+ Thay x = 2 vào phương trình (1) ta được: 4 – 2y + y – 7 = 0 $\equiv$ y = –3

+ Thay x = 2 – y vào phương trình (1) ta được :

$$(2-y)^2 - (2-y)y + y - 7 = 0$$
$$\Leftrightarrow 4 - 4y + y^2 - 2y + y^2 + y - 7 = 0$$
$$\Leftrightarrow 2y^2 - 5y - 3 = 0$$

Phương trình $2y^2 - 5y - 3 = 0$ có $\Delta = (-5)^2 - 4.2.(-3) = 49 > 0$, $\sqrt{\Delta} = 7$

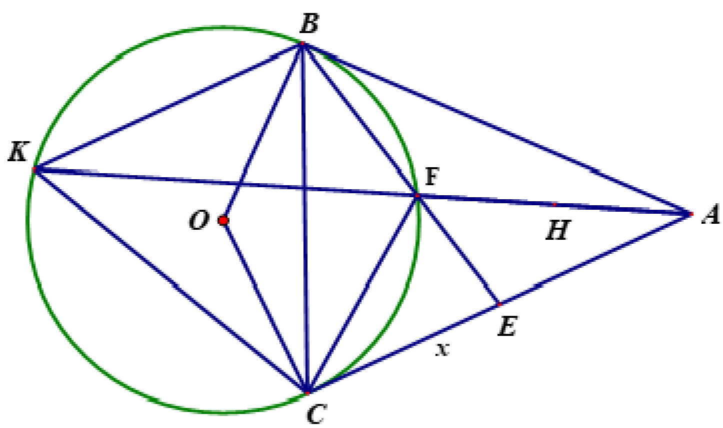
Ta có: $y_1 = \dfrac{5+7}{4} = 3; y_2 = \dfrac{5-7}{4} = -\dfrac{1}{2}$

$+\ y = 3 \Rightarrow x = 2 - 3 = -1$

$+\ y = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;\ y) \in \left\{(-1;\ 3),\ (2;\ -3),\ \left(\frac{5}{2};\ -\frac{1}{2}\right)\right\}$

Câu 4:



1) Chứng minh tứ giác ABOC là tứ giác nội tiếp và ΔCEF # ΔBEC

Có AB, AC là các tiếp tuyến của đường tròn (O) , B và C là ác tiếp điểm

$AB \perp OB,\ AC \perp OC \Rightarrow ABO = 90^0,\ ACO = 90^0$

Tứ giác ABOC có $ABO + ACO = 90^0 + 90^0 = 180^0$ nên tứ giác ABOC nội tiếp đường tròn

+ Đường tròn (O) có:

EBC là góc nội tiếp chắn cung CF

ECF là góc tạo bởi tia tiếp tuyến AC và dây cung CF

$\Rightarrow EBC = ECF$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung CF)

Xét ΔCEF và ΔBEC có

BEC là góc chung

$EBC = ECF$ (chứng minh trên)

$|$ $\Delta CEF \# \Delta BEC$ (g . g)

2) Chứng minh BF.CK = BK.CF

Xét ΔABF và ΔAKB có

BAK là góc chung

$ABF = AKB$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung BF)

$|$ $\Delta ABF \# \Delta AKB$ (g . g) $\Rightarrow \dfrac{BF}{BK} = \dfrac{AF}{AB}$ (1)

Chứng minh tương tự ta có:

$\Delta ACF \# \Delta AKC$ (g . g) $\Rightarrow \dfrac{CF}{CK} = \dfrac{AF}{AC}$ (2)

Mà AB = AC (t/c 2 tiếp tuyến cắt nhau của (O)) (3)

Từ (1), (2) và (3) $\Rightarrow \dfrac{BF}{BK} = \dfrac{CF}{CK} \Rightarrow BF.CK = BK.CF$

3) Chứng minh AE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔABF

Có $\Delta ECF \# \Delta EBC$ (Chứng minh câu a)

$\Rightarrow \dfrac{EC}{EB} = \dfrac{EF}{EC} \Rightarrow EC^2 = EB.EF$

Mà EC = EA (gt) $\Rightarrow EA^2 = EB.EF \Rightarrow \dfrac{EA}{EB} = \dfrac{EF}{EA}$

Xét $\Delta BEA \# \Delta AEF$ có:

$\dfrac{EA}{EB} = \dfrac{EF}{EA}$

AEB là góc chung

$|$ $\Delta BEA \# \Delta AEF$ (c.g.c) $\Rightarrow EAF = EBA$ (hai góc tương ứng) hay $EAF = ABF$

Trên nửa mặt phẳng bờ AB có chưa điểm E, kẻ tia Ax là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp °ABF $\Rightarrow EAF = xAF$ (Cùng bằng ABF) $|$ tia AE trùng với tia Ax

$|$ **AE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔABF**

Câu 5:

Ta có:

$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x + y)^3 - 3xy(x - y) + z^3 - 3xyz = 2$

$\equiv [(x + y)^3 + z^3] - 3xy(x + y + z) = 2$

$\equiv (x + y + z)^3 - 3z(x + y)(x + y + z) - 3xy(x - y - z) = 2$

$\equiv (x + y + z)[(x + y + z)^2 - 3z(x + y) - 3xy] = 2$

$\equiv (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz - 3xz - 3yz - 3xy) = 2$

$\equiv (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - xz - yz) = 2$

$| \; x^2 + y^2 + z^2 - xy - xz - yz \neq 0$

Chứng minh: $x^2 + y^2 + z^2 - xy - xz - yz \geq 0$ với mọi x, y, z

$| \; x^2 + y^2 + z^2 - xy - xz - yz > 0 \; | \; x + y + z$

Đặt $x + y + z = t$ $(t > 0)$ $| \; x^2 + y^2 + z^2 - xy - xz - yz = \dfrac{t}{2}$ khi đó ta có

$$P = \frac{1}{2}(x + y + z)^2 + 4(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) = \frac{t^2}{2} + \frac{8}{t} = \left(\frac{t^2}{2} + 2\right) + \frac{8}{t} - 2$$

Áp dụng BĐT Cô si ta có: $\dfrac{t^2}{2} + 2 \geq 2\sqrt{\dfrac{t^2}{2}.2} = 2t$ (dấu bằng xảy ra $\equiv t = 2$)

$$2t + \frac{8}{t} \geq 2\sqrt{2t.\frac{8}{t}} = 8 \quad \text{(dấu bằng xảy ra} \equiv t = 2)$$

$|$ $P \geq 8 - 2 = 6$. Tồn tại $x = y = 1$, $z = 0$ thì $P = 6$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 6.

ĐỀ SỐ 04 ***	**Tuyển sinh vào lớp 10 tỉnh nghệ an năm học 2019 – 2020** ***Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)***

Câu 1: *(2 điểm)* Rút gọn biểu thức sau:

a) $A = \left(\sqrt{12} - 2\sqrt{5}\right)\sqrt{3} + \sqrt{60}.$

b) $B = \dfrac{\sqrt{4x}}{x-3}.\sqrt{\dfrac{x^2 - 6x + 9}{x}}$ với $0 < x < 3.$

Câu 2: *(2,5 điểm)*

1) Xác định hàm số bậc nhất $y = ax + b$, biết rằng đồ thị hàm số đi qua điểm M(1; –1) và N(2; 1).

2) Cho phương trình: $x^2 - 2mx + m^2 - m + 3 = 0$ (1), với m là tham số.

a) Giải phương trình (1) với $m = 4$.

b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 và biểu thức:

$P = x_1x_2 - x_1 - x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 3: *(1,5 điểm)*

Tình cảm gia đình có sức mạnh phi trường. Bạn Vì Quyết Chiến – Cậu bé 13 tuổi qua thương nhớ em trai của mình đã vượt qua một quãng đường dài 180km từ Sơn La đến bệnh viện Nhi Trung ương Hà Nội để thăm em. Sau khi đi bằng xe đạp 7 giờ, bạn ấy được lên xe khách và đi tiếp 1 giờ 30 phút nữa thì đến nơi. Biết vận tốc của xe khách lớn hơn vận tốc của xe đạp là 35 km/h. Tính vận tốc xe đạp của bạn Chiến.

Câu 4: *(3,0 điểm)*

Cho đường tròn (O) có hai đường kính AB và MN vuông góc với nhau. Trên tia đối của tia MA lấy điểm C khác điểm M. Kẻ MH vuông góc với BC (H thuộc BC).

a) Chứng minh BOMH là tứ giác nội tiếp.

b) MB cắt OH tại E. Chứng minh ME.MH = BE.HC.

c) Gọi giao điểm của đường tròn (O) với đường tròn ngoại tiếp ΔMHC là K. Chứng minh 3 điểm C, K, E thẳng hàng.

Câu 5: *(1,0 điểm)* Giải phương trình: $\sqrt{5x^2+27x+25}-5\sqrt{x+1}=\sqrt{x^2-4}$.

---HẾT---

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 04

Câu 1:

a) $A=\left(\sqrt{12}-2\sqrt{5}\right)\sqrt{3}+\sqrt{60}=\sqrt{36}-2\sqrt{15}+2\sqrt{15}=\sqrt{36}=6$

b) Với $0<x<3$ thì $|x-3|=3-x$

$$B=\frac{\sqrt{4x}}{x-3}.\sqrt{\frac{x^2-6x+9}{x}}=\frac{2\sqrt{x}}{x-3}.\sqrt{\frac{(x-3)^2}{x}}=\frac{-2\sqrt{x}}{3-x}.\frac{|x-3|}{\sqrt{x}}=\frac{-2\sqrt{x}(3-x)}{(3-x)\sqrt{x}}=-2$$

Câu 2:

1) Vì đồ thị hàm số đi qua điểm $M(1;-1)$ nên $a+b=-1$

đồ thị hàm số đi qua điểm $N(2; 1)$ nên $2a+b=1$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a+b=-1 \\ 2a+b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-3 \end{cases}$

Vậy hàm số phải tìm là $y = 2x - 3$.

2)

a) Với $m = 4$, phương trình (1) trở thành: $x^2-8x+15=0$. Có $\Delta=1>0$

Phương trình có hai nghệm phân biệt $x_1=3; x_2=5;$

b) Ta có: $\Delta' = (-m)^2-1.\left(m^2-m+3\right)=m^2-m^2+m-3=m-3$.

Phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 khi $\Delta'\ge 0 \Leftrightarrow m-3\ge 0 \Leftrightarrow m\ge 3$

Với $m\ge 3$, theo định lí Vi–ét ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=2m \\ x_1.x_2=m^2-m+3 \end{cases}$

Theo bài ra: $P=x_1x_2-x_1-x_2=x_1x_2-(x_1+x_2)$

Áp dụng định lí Vi–ét ta được:

$P=m^2-m+3-2m=m^2-3m+3 \;\; =m(m-3)+3$

Vì $m\ge 3$nên $m(m-3)\ge 0$, suy ra $P\ge 3$. Dấu " = " xảy ra khi m = 3.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 3 khi m = 3.

Câu 3:

Đổi 1 giờ 30 phút = 1,5 giờ.

Gọi vận tốc xe đạp của bạn Chiến là x (km/h, $x > 0$)

Vận tốc của ô tô là $x + 35$ (km/h)

Quãng đường bạn Chiến đi bằng xe đạp là: $7x$ (km)

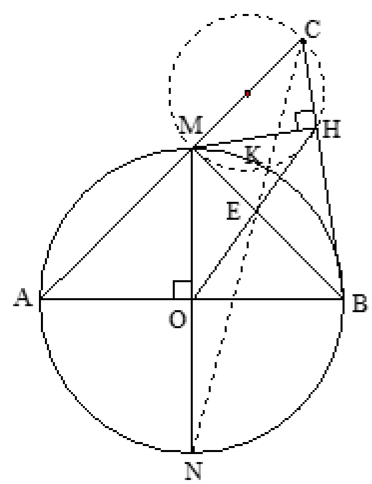
Quãng đường bạn Chiến đi bằng ô tô là: $1,5(x+35)$ (km)

Do tổng quãng đường bạn Chiến đi là 180km nên ta có phương trình:

$7x + 1,5(x+35) = 180 \Leftrightarrow 7x + 1,5x + 52,2 = 180 \Leftrightarrow 8,5x = 127,5 \Leftrightarrow x = 15$ (thỏa mãn)

Vậy bạn Chiến đi bằng xe đạp với vận tốc là 15 km/h.

Câu 4:



a) Ta có: $MOB = 90^0$ (do $AB \perp MN$) và $MHB = 90^0$ (do $MH \perp BC$)

Suy ra: $MOB + MHB = 90^0 + 90^0 = 180^0$

$\Rightarrow$ Tứ giác BOMH nội tiếp.

b) ΔOMB vuông cân tại O nên $OBM = OMB$ (1)

Tứ giác BOMH nội tiếp nên $OBM = OHM$ (cùng chắn cung OM)

và $OMB = OHB$ (cùng chắn cung OB) (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $OHM = OHB$

$\Rightarrow$ HO là tia phân giác của $MHB \Rightarrow \dfrac{ME}{BE} = \dfrac{MH}{HB}$ (3)

Áp dụng hệ thức lượng trong ΔBMC vuông tại M có MH là đường cao

Ta có: $HM^2 = HC.HB \Rightarrow \frac{HM}{HB} = \frac{HC}{HM}$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra: $\frac{ME}{BE} = \frac{HC}{HM}(5) \Rightarrow ME.HM = BE.HC$ (đpcm)

c) Vì $MHC = 90^0$ (do $MH \perp BC$) nên đường tròn ngoại tiếp ΔMHC có đường kính là MC

$\Rightarrow MKC = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

MN là đường kính của đường tròn (O) nên $MKN = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow MKC + MKN = 180^0$

$\Rightarrow$ 3 điểm C, K, N thẳng hàng (*)

$\Delta MHC \backsim \Delta BMC$ (g.g) $\Rightarrow \frac{HC}{MH} = \frac{MC}{BM}$.

Mà MB = BN (do ΔMBN cân tại B)

$\Rightarrow \frac{HC}{HM} = \frac{MC}{BN}$, kết hợp với $\frac{ME}{BE} = \frac{HC}{HM}$ (theo (5))

Suy ra: $\frac{MC}{BN} = \frac{ME}{BE}$. Mà $EBN = EMC = 90^0 \Rightarrow \Delta MCE \backsim \Delta BNE$ (c.g.c)

$\Rightarrow MEC = BEN$, mà $MEC + BEC = 180^0$ (do 3 điểm M, E, B thẳng hàng)

$\Rightarrow BEC + BEN = 180^0$

$\Rightarrow$ 3 điểm C, E, N thẳng hàng (**)

Từ (*) và (**) suy ra 4 điểm C, K, E, N thẳng hàng

$\Rightarrow$ 3 điểm C, K, E thẳng hàng (đpcm)

Câu 5: ĐKXĐ: $x \geq 2$

Ta có:

$\sqrt{5x^2 + 27x + 25} - 5\sqrt{x+1} = \sqrt{x^2 - 4}$

$\Leftrightarrow \sqrt{5x^2 + 27x + 25} = 5\sqrt{x+1} + \sqrt{x^2 - 4}$

$$\Leftrightarrow 5x^2 + 27x + 25 = x^2 - 4 + 25x + 25 + 10\sqrt{(x+1)(x^2-4)}$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 + 2x + 4 = 10\sqrt{x+1)(x^2-4)}$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + x + 2 = 5\sqrt{(x+1)(x^2-4)} \qquad (1)$$

Cách 1:

$(1) \Leftrightarrow \left(x^2 - 2x - 4\right)\left(4x^2 - 13x - 26\right) = 0$

Giải ra được:

$x = 1 - \sqrt{5}$ (loại); $x = 1 + \sqrt{5}$ (nhận); $x = \dfrac{13 + 3\sqrt{65}}{8}$ (nhận); $x = \dfrac{13 - 3\sqrt{65}}{8}$ (loại)

Cách 2:

$(1) \Leftrightarrow 5\sqrt{\left(x^2 - x - 2\right)\left(x+2\right)} = 2\left(x^2 - x - 2\right) + 3\left(x+2\right) \qquad (2)$

Đặt $a = \sqrt{x^2 - x + 2}$; $b = \sqrt{x+2}$ $(a \ge 0; b \ge 0)$

Lúc đó, phương trình (2) trở thành:

$$5ab = 2a^2 + 3b^2 \Leftrightarrow 2a^2 - 5ab + 3b^2 = 0 \Leftrightarrow (a-b)(2a-3b) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = b \\ 2a = 3b \end{array}\right. \ (*)$$

– Với $a = b$ thì $\sqrt{x^2 - x - 2} = \sqrt{x+2} \Leftrightarrow x^2 - 2x - 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 - \sqrt{5} (\text{ktm}) \\ x = 1 + \sqrt{5} (\text{tm}) \end{array}\right.$

– Với $2a = 3b$ thì $2\sqrt{x^2 - x - 2} = 3\sqrt{x+2} \Leftrightarrow 4x^2 - 13x - 26 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{13 + 3\sqrt{65}}{8} \ (\text{tm}) \\ x = \dfrac{13 - 3\sqrt{65}}{8} \ (\text{ktm}) \end{array}\right.$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm: $x = 1 + \sqrt{5}$ và $x = \dfrac{13 + 3\sqrt{65}}{8}$.

ĐỀ SỐ 05 ***	MÔN TOÁN *Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)*

Câu I: *(2,0 điểm)*. Cho biểu thức: $P = \frac{x\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} - \sqrt{x}$

1) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức P?

2) Tính giá trị của P tại x thỏa mãn $x^2 - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2}x - \left(6+2\sqrt{5}\right) = 0$?

Câu II: *(1,5điểm).*

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Một xe mô-tô đi từ A đến B (cách nhau 60km) theo thời gian đã định. Nửa quãng đường đầu xe đi với vận tốc nhanh hơn vận tốc dự định 10km/h và nửa quãng đường sau xe đi với vận tốc chậm hơn vận tốc dự định 6km/h. Biết rằng xe về đến B đúng thời gian quy định, hỏi vận tốc dự định là bao nhiêu?

2) Tìm các giá trị m để hàm số $y = \left(\sqrt{m}-2\right)x + 3$ đồng biến.

Câu III: *(3,0 điểm).*

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \frac{6}{x} + \frac{5}{y} = 3 \\ \frac{9}{x} - \frac{10}{y} = 1 \end{cases}$.

2) Giải phương trình: $|1-2x| + |x+1| = x+2$.

3) Cho phương trình $x^2 - mx + 1 = 0$. Không giải phương trình, tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức: $(x_1+1)^2 + (x_2+1)^2 = 2$.

Câu IV: *(3,0 điểm).* Đường tròn (O), đường kính. Một cát tuyến MN quay quanh trung điểm H của OB.

1) Chứng minh MN khi di động, trung điểm I của luôn nằm trên một đường tròn cố định.

2) Từ A kẻ $Ax \perp MN$, tia BI cắt Ax tại C. Chứng minh tứ giác CMBN là hình bình hành.

3) Chứng minh C là trực tâm của tam giác AMN.

4) Khi MN quay quanh H thì C di động trên đường nào?

5) Cho $AM.AN = 3R^2, AN = R\sqrt{3}$. Tính diện tích phần hình tròn (O) nằm ngoài tam giác AMN?

Câu V: *(0,5 điểm)*. Cho x, y thỏa mãn: $x^2 + y^2 - 4x - 2 = 0$. Chứng minh rằng $10 - 4\sqrt{6} \le x^2 + y^2 \le 10 + 4\sqrt{6}$.

---HẾT---

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 05

Câu I:

1) Điều kiện xác định: $x \ge 0$.

Ta có: $P = \dfrac{x\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} - \sqrt{x} = \dfrac{\left(\sqrt{x}\right)^3 + 1^3}{\sqrt{x}+1} - \sqrt{x}$

$= \dfrac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(x-\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}+1} - \sqrt{x}$

$= x - \sqrt{x} + 1 - \sqrt{x} = x - 2\sqrt{x} + 1.$

Vậy $P = x - 2\sqrt{x} + 1.$

Cách 2: Đặt $a = \sqrt{x}\left(a \ge 0\right)$.

Ta có: $P = \dfrac{a^3+1}{a+1} - a = \dfrac{(a+1)\left(a^2-a+1\right)}{a+1} - a = a^2 - 2a + 1 = x - 2\sqrt{x} + 1.$

Nhận xét: Bài toán rút gọn biểu thức áp dụng quy tắc tìm điều kiện và các phương pháp phân tích đa thức thành nhân tử.

2) Ta có: $x^2 - \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2}x - \left(6+2\sqrt{5}\right) = 0 \Leftrightarrow x^2 - \left(5+2\sqrt{5}\right)x - \left(6+2\sqrt{5}\right) = 0$

$\Leftrightarrow (x+1)\left[x - \left(6+2\sqrt{5}\right)\right] = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 6+2\sqrt{5} \end{array}\right. \Rightarrow x = 6+2\sqrt{5}$ (vì $x \ge 0$)

Nên ta có $P = \left(6+2\sqrt{5}\right) - 2\sqrt{6+2\sqrt{5}} + 1 = 7 + 2\sqrt{5} - 2\sqrt{\left(\sqrt{5}+1\right)^2}$

$= 7 + 2\sqrt{5} - 2\sqrt{\left(\sqrt{5}+1\right)^2} = 7 + 2\sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 2 = 5.$

Vậy $P = 5$.

Nhận xét: Bài toán tìm giá trị của biểu thức khi biết biến thỏa mãn một điều kiện nào đó. Ta tìm biến rồi thay vào biểu thức để tìm giá trị.

Câu II:

1) Gọi x (km/h) là vận tốc dự định.

Thời gian dự định để đến B với vận tốc trên là $\frac{60}{x}$ (giờ).

Nửa quãng đường đầu xe đi nhanh hơn với vận tốc dự định 10(km/h) nên tốn $\frac{30}{x+10}$(giờ).

Nửa quãng đường sau xe đi chậm hơn với vận tốc dự định 6(km/h) nên tốn $\frac{30}{x-6}$ (giờ).

Do đến B đúng thời gian quy định nên ta có phương trình

$$\frac{60}{x}=\frac{30}{x+10}+\frac{30}{x-6}\Leftrightarrow 60\left(x+10\right)\left(x-6\right)=x\left[30\left(x-6\right)+30\left(x+10\right)\right]$$

$$\Leftrightarrow 60+240x-3600=60x^2+120x\Leftrightarrow 120x=3600\Leftrightarrow x=30\,(\text{km/h}).$$

Nhận xét: Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình từ kiến thức về chuyển động cơ bản và chuyển động trên dòng nước:

"Quãng đường = Vận tốc x Thời gian"

2) Hàm số $y=\left(\sqrt{m}-2\right)x+3$ đồng biến khi $\begin{cases} m\ge 2 \\ \sqrt{m}-2>0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m\ge 0 \\ \sqrt{m}>2 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} m\ge 0 \\ m>4 \end{cases}\Leftrightarrow m>4$$

Vậy $m>4$.

Câu III:

1) Điều kiện: $xy\ne 0$

Đặt $\begin{cases} \frac{1}{x}=a \\ \frac{1}{y}=b \end{cases}$. Hệ phương trình trở thành: $\begin{cases} 6a+5b=1 \\ 9a-10b=1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{3-5b}{6} \\ 9\left(\frac{3-5b}{6}\right)-10b=1 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{3-5b}{6} \\ \frac{7}{2}=\frac{35}{2}b \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{3} \\ b=\frac{1}{5} \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{x} = \dfrac{1}{3} \\ \dfrac{1}{y} = \dfrac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy hệ phương trình có nghiệm: $(x;y) = (3;5)$.

2) Ta có bảng xét dấu các biểu thức

x	-1		$\frac{1}{2}$	
$1-2x$	+ |	+	0	-
$x+1$	- 0	+	|	+

+ Xét: $x \le -1 (*)$.

Phương trình tương đương với: $(1-2x)-(x+1) = x+2$

$\Leftrightarrow -3x = x+2 \Leftrightarrow 4x = 2 \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{2}$ (không thỏa mãn điều kiện (*)).

+ Xét: $-1 < x \le \dfrac{1}{2} (**)$

Phương trình tương đương với: $(1-2x)+(x+1) = x+2$

$\Leftrightarrow 2-x = x+2 \Leftrightarrow 0 = 2x \Leftrightarrow x = 0$ (thỏa mãn điều kiện (**)).

+ Xét: $x > \dfrac{1}{2} (***)$.

Phương trình tương đương với: $-(1-2x)+(x+1) = x+2$

$\Leftrightarrow 3x = x+2 \Leftrightarrow 2x = 2 \Leftrightarrow x = 1$ (thỏa mãn điều kiện (***)).

Vậy phương trình có nghiệm: $x = 0; x = 1$.

3) Ta có: $\Delta = (-m)^2 - 4.1.1 = m^2 - 4$.

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì: $m^2 - 4 \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \geq 2 \\ m \leq -2 \end{array}\right.$.

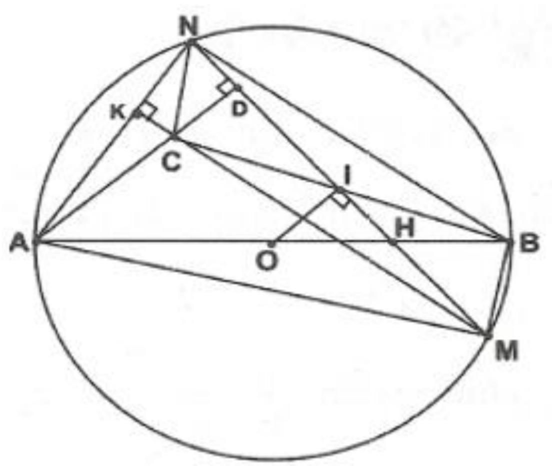
Theo hệ thức Vi-ét, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1.x_2 = 1 \end{cases}$.

Ta có $(x_1 + 1)^2 + (x_2 + 1)^2 = 2 \Leftrightarrow x_1^2 + 2x_1 + 1 + x_2^2 + 2x_2 + 1 = 2$

$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 + 2(x_1 + x_2) - 2x_1.x_2 = 0.$

$\Leftrightarrow m^2 + 2m - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = \sqrt{3} - 1 (l) \\ m = -\sqrt{3} - 1 \end{array}\right.$. Vậy $m = -\sqrt{3} - 1$.

Câu IV:



1) I là trung điểm của MN nên $OI \perp MN$ (quan hệ đường kính – dây cung) $\Rightarrow OIH = 90^\circ$

Do OH cố định nên khi MN di động thì I chạy trên đường tròn đường kính OH.

Nhận xét: Bài toán chứng minh một điểm luôn nằm trên đường cố định.

2) Ta có $AC // OI$ vì cùng vuông góc với MN.

Mà O là trung điểm của AB nên I là trung điểm của BC

Lại có I là trung điểm của nên CMBN là hình bình hành (vì có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường) (điều cần chứng minh).

Nhận xét: Bài toán chứng minh tứ giác là hình bình hành bằng cách chứng minh tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường.

3) CMBN là hình bình hành nên $MC//BN$

Mà $BN \perp NA$ ($BNA = 90^\circ$ do tính chất góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Lại có $AC \perp MN$

Suy ra C là trực tâm tam giác AMN (điều cần chứng minh).

Nhận xét: Bài toán chứng minh một điểm là trực tâm của tam giác bằng cách chứng minh nó là giao điểm của hai đường cao.

4) Ta có H là trung điểm của OB, I là trung điểm của BC nên IH là đường trung bình của ΔOBC

$\Rightarrow IH//OC$

Mà $OC \perp Ax \Rightarrow OCA = 90^\circ$, nên C thuộc đường tròn đường kính OA cố định.

Vậy khi MN quay quanh H thì C di chuyển trên đường tròn đường kính OA cố định.

Nhận xét: Bài toán tìm quỹ tích của một điểm.

5) $AM.AN = 3R^2, AN = R\sqrt{3} \Rightarrow AM = \dfrac{3R^2}{AN} = \dfrac{3R^2}{R\sqrt{3}} = R\sqrt{3} \Rightarrow AM = AN = R\sqrt{3}$

$\Rightarrow \Delta AMN$ cân tại A.

Xét ΔABN vuông tại N có $AB = 2R; AN = R\sqrt{3} \Rightarrow BN = R \Rightarrow ABN = 60^\circ.$

Có $ABN = AMN$ (góc nội tiếp) nên $AMN = 60^\circ$

Suy ra ΔAMN đều

$$\Rightarrow S_{\Delta AMN} = \frac{\left(R\sqrt{3}\right)^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3R^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\Rightarrow S = S_{\{O\}} - S_{\Delta AMN} = \pi R^2 - \frac{3R^2\sqrt{3}}{4} = \frac{R^2\left(4\pi - 3\sqrt{3}\right)}{4}.$$

Nhận xét: Bài toán tính diện tích liên quan đến hình tròn và tam giác.

Câu V:

Phương trình tương đương với: $x^2 + y^2 = 4x + 2 \quad (1)$

Ta có: $x^2-4x-2=-y^2\le 0\Rightarrow \left(x-\sqrt{6}-2\right)\left(x+\sqrt{6}-2\right)\le 0$

$\Leftrightarrow 2-\sqrt{6}\le x\le 2+\sqrt{6}$

$\Leftrightarrow 10-4\sqrt{6}\le 4x+2\le 10+4\sqrt{6}\quad (2)$

Từ (1) và (2), suy ra: $10-4\sqrt{6}\le x^2+y^2\le 10+4\sqrt{6}$.

Nhận xét: Bài toán áp dụng biến đổi tương đương một phương trình, giải bất phương trình bậc hai.

ĐỀ SỐ 06	Đề thi Sở Lào Cai 2019 – 2020
***	*Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)*

Câu 1. (*1,0 điểm*) Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $\sqrt{4}+3$. b) $\sqrt{5}+\sqrt{\left(6-\sqrt{5}\right)^2}$.

Câu 2. (1,5 điểm) Cho biểu thức $H=\dfrac{2x^2+2x}{x^2-1}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$ với $x\ge 0; x\ne 1$

a) Rút gọn biểu thức H.

b) Tìm tất cả các giá trị của x để $\sqrt{x}-H<0$.

Câu 3. (*2,5 điểm*)

1) Cho đường thẳng (d): $y=x-1$ và parabol (P): $y=3x^2$.

a) Tìm tọa độ A thuộc parabol (P) biết điểm A có hoành độ $x=-1$.

b) Tìm b để đường thẳng (d) và đường thẳng (d'): $y=\dfrac{1}{2}x+b$ cắt nhau tại một điểm trên trục hoành.

2) a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x-y=1 \end{cases}$.

b) Tìm tham số a để hệ phương trình $\begin{cases} x-y=a \\ 7x-2y=5a-1 \end{cases}$. Có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn $y=2x$.

Câu 4. (*2,0 điểm*)

a) Giải phương trình: $x^2-3x+2=0$.

b) Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $x^2-2(m-1)x+m^2=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn hệ thức $\left(x_1-x_2\right)^2+6m=x_1-2x_2$.

Câu 5. (*3,0 điểm*)

Cho đường tròn (O), điểm M nằm ngoài đường tròn (O). kẻ hai tiếp tuyến MB, MC (B và C là các tiếp điểm) với đường tròn. Trên cung lớn BC lấy điểm A sao cho AB < AC. Từ điểm M kẻ đường thẳng song song với AB, đường thẳng này cắt đường tròn (O) tại D và E (MD < ME),cắt BC tại F, cắt AC tại I.

a) Chứng minh tứ giác MBOC nội tiếp.

b) Chứng minh $FD.FE=FB.FC; FI>FE=FD.FE$

c) Đường thẳng OI cắt đường tròn (O) tại P và Q (P thuộc cung nhỏ AB). Đường thẳng QF cắt đường tròn (O) tại K (K khác Q). Chứng minh 3 điểm P, K, M thẳng hàng.

—— HẾT ——

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 06

Câu 1.

a) $\sqrt{4}+3=2+3=5$

b) $\sqrt{5}+\sqrt{\left(6-\sqrt{5}\right)^2}=\sqrt{5}+\left|6-\sqrt{5}\right|=\sqrt{5}+6-\sqrt{5}=6$

Câu 2.

a) $H=\dfrac{2x^2+2x}{x^2-1}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}=\dfrac{2x(x+1)}{(x+1)(x-1)}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$

$=\dfrac{2x}{x-1}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}=\dfrac{2x}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$

b) Theo đề bài ta có $\sqrt{x}-H<0\Leftrightarrow\sqrt{x}-2<\Leftrightarrow\sqrt{x}<2\Leftrightarrow x<4$

Kết hợp điều kiện $x\ge 0;x\ne 1$ ta có $0\le x<4;x\ne 1$

Vậy với $0\le x<4;x\ne 1$ thì $\sqrt{x}-H<0$

Câu 3.

1) a) Điểm A có hoành độ $x=-1$ và thuộc P nên thay $x=-1$ vào P ta được :

$y=3.(-1)^2=3$

$\Rightarrow A(-1;3)$

b)Gọi $B(x_B;0)$ là điểm thuộc trục hoành và là giao điểm của hai đường thẳng d, d’. ta có $B(x_B;0)$ thuộc d $\Rightarrow x_B=-1\Rightarrow B(1;0)$

Lại có: $B(1;0)\in d'\Rightarrow 0=\dfrac{1}{2}.1+b\Leftrightarrow b=-\dfrac{1}{2}$

2) a) $\begin{cases}x+y=5\\2x-y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x=6\\y=5-x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=3\end{cases}$

Vậy hệ pt có nghiệm duy nhất: $(x;y)=(2;3)$

b) Hệ phương trình có $\frac{1}{7} \neq \frac{-1}{-2} \Rightarrow$ hệ pt $\begin{cases} x - y = a\left(1\right) \\ 7x - 2y = 5a - 1\left(2\right) \end{cases}$ có nghiệm duy nhất với mọi a.

Theo đề bài ta có hệ pt có nghiệm duy nhất thỏa mãn $y = 2x$

Thay $y = 2x$ vào (1) ta được: $x - 2x = a \Leftrightarrow x = -a \Rightarrow y = -2a$

Thay $x = -a; y = -2a$ vào (2) ta được:

$$7\left(-a\right) - 2\left(-2a\right) = 5a - 1 \Leftrightarrow -7a + 4a - 5a = -1 \Leftrightarrow -8a = -1 \quad \Leftrightarrow a = \frac{1}{8}$$

Vậy $a = \frac{1}{8}$ thỏa mãn bài toán.

Câu 4.

a) $x^2 - 3x + 2 = 0$

Phương trình có dạng $a + b + c = 0$. Khi đó pt có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 1; x_2 = 2$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \left\{1; 2\right\}$

b) $x^2 - 2(m-1)x + m^2 = 0$

Ta có: $\Delta' = \left[-\left(m-1\right)\right]^2 - m^2 = m^2 - 2m + 1 - m^2 = 1 - 2m$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 1 - 2m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}$

Theo vi–ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2\left(m-1\right) \\ x_1 x_2 = m^2 \end{cases}$

Theo đề bài ta có:

$$\left(x_1 - x_2\right)^2 + 6m = x_1 - 2x_2 \quad \Leftrightarrow \left(x_1 + x_2\right)^2 - 4x_1x_2 + 6m = x_1 - 2x_2$$

$$\Leftrightarrow 4\left(m-1\right)^2 - 4m^2 + 6m = x_1 - 2x_2 \quad \Leftrightarrow -2m + 4 = x_1 - 2x_2$$

Khi đó kết hợp với $x_1 + x_2 = 2\left(m-1\right)$ ta có hệ pt:

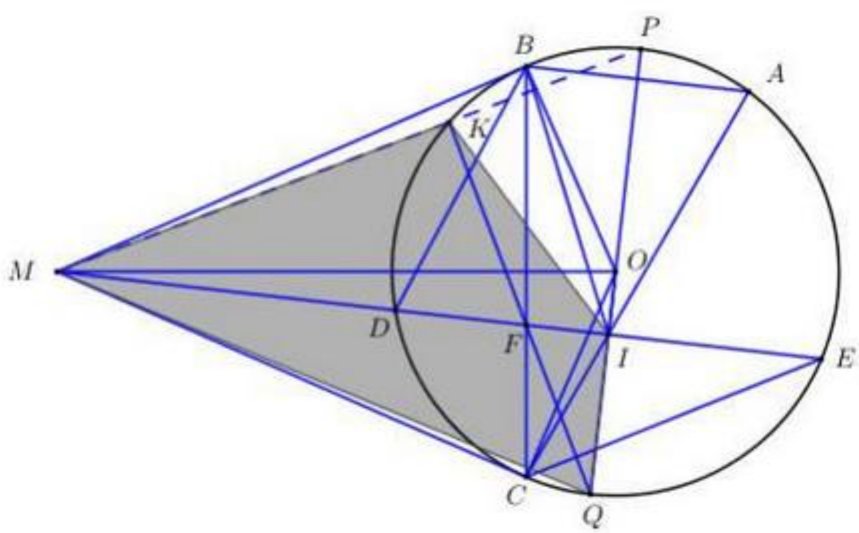
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 - 2x_2 = -2m + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x_2 = 4m - 6 \\ x_1 + x_2 = 2m - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = \dfrac{4}{3}m - 2 \\ x_1 = 2m - 2 - \dfrac{4}{3}m + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = \dfrac{4}{3}m - 2 \\ x_1 = \dfrac{2}{3}m \end{cases}$$

Thay $\begin{cases} x_2 = \dfrac{4}{3}m - 2 \\ x_1 = \dfrac{2}{3}m \end{cases}$ vào $x_1x_2 = m^2$ ta được:

$$\left(\frac{4}{3}m - 2\right).\frac{2}{3}m = m^2 \Leftrightarrow \frac{-1}{9}m^2 - \frac{4}{3}m = 0 \Leftrightarrow -m\left(\frac{1}{9}m + \frac{4}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = -12 \end{array}\right. \text{(tm)}$$

Vậy $m = 0; m = -12$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 5:



a) Do MB, MC là hai tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $OBM = OCM = 90^0$

Xét tứ giác MBOC có: $OBM + OCM = 180^0$ suy ra tứ giác MBOC là tứ giác nội tiếp.

b) Xét tam giác FBD và tam giác FEC có:

$BFD = EFC(dd)$

$FDB = FCE$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BE)

$\Rightarrow \Delta FBD \sim \Delta FEC(g-g) \Rightarrow \frac{FB}{FE} = \frac{FD}{FC} \Rightarrow FD.FE = FB.FC(1)$

Ta có AB// ME suy ra $BAC = DIC$

Mà $BAC = MBC$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung BC)

$\Rightarrow DIC = MBC \Rightarrow MBF = CIF$

Xét tam giác FBM và tam giác FIC có:

$BFM = IFC$ (đđ)

$MBF = CIF(cmt)$

$\Rightarrow \Delta FBM \sim \Delta FIC(g-g) \Rightarrow \frac{FB}{FI} = \frac{FM}{FC} \Rightarrow FI.FM = FB.FC(2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow FI.FM = FD.FE(3)$

c) Xét tam giác FDK và tam giác FQE có:

$KFD = EFQ$ (đđ)

$FKD = FEQ$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung DQ)

$\Rightarrow \Delta FKD \sim \Delta FEQ(g-g)$

$\Rightarrow \frac{FK}{FE} = \frac{FD}{FQ} \Rightarrow FD.FE = FK.FQ(4)$

Từ (3) và (4) $\Rightarrow FI.FM = FK.FQ \Leftrightarrow \frac{FM}{FQ} = \frac{FK}{FI}$

Xét tam giác FMQ và tam giác FKI có:

$\frac{FM}{FQ} = \frac{FK}{FI}(cmt)$

$MFQ = KFI$

$\Rightarrow \Delta FMQ \sim \Delta FKI(c-g-c) \Rightarrow FMQ = FKI$

Suy ra tứ giác KIQM là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow MQK = MIQ$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung MQ)

Ta có $MBF = CIF \Rightarrow MBC = MIF$ suy ra tứ giác MBIC là tứ giác nội tiếp

Mà MOBC là tứ giác nội tiếp nên M, B, O, I, C cùng thuộc 1 đường tròn.

Ta có $OBM = 90^0$ suy ra OM là đường kính của đường tròn đi qua 5 điểm M, B, O, I, C.

Suy ra $OIM = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow IM \perp OI \Rightarrow MIQ = 90^0$

$\Rightarrow MKQ = MIQ = 90^0$

Lại có $QKP = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Từ đó ta có: $MKP = MKQ + QKP = 180^0$

Vậy 3 điểm P, K, M thẳng hàng.

ĐỀ SỐ 07 ***	MÔN TOÁN *Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)*

Câu 1. (*1,0 điểm*)

a) Cho biểu thức $A=\sqrt{16}-\sqrt{25}+\sqrt{4}$. So sánh *A* với $\sqrt{2}$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x-y=-5 \\ 2x+y=11 \end{cases}$

Câu 2. (2,*5 điểm*)

1. Cho Parabol $(P): y=-x^2$ và đường thẳng $(d): y=x-2$

a) Vẽ (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy.

b) Viết phương trình đường thẳng (d') song song với (d) và tiếp xúc với (P).

2. Cho phương trình $x^2-4x+m=0$ (*m là tham số*)

a) Biết phương trình có một nghiệm bằng -1. Tính nghiệm còn lại.

b) Xác định m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $(3x_1+1)(3x_2+1)=4$

Câu 3. (2,*0 điểm*)

Một đội công nhân đặt kế hoạch sản xuất 250 sản phẩm. Trong 4 ngày đầu, họ thực hiện đúng kế hoạch. Mỗi ngày sau đó, họ đều vượt mức 5 sản phẩm nên đã hoàn thành công việc sớm hơn 1 ngày so với dự định. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày đội công nhân đó làm được bao nhiêu sản phẩm? Biết rằng năng suất làm việc của mỗi công nhân là như nhau.

Câu 4. (3,*5 điểm*)

Cho tam giác nhọn ABC (AB<AC), đường cao AH, nội tiếp đường tròn (O). Gọi D và E thứ tự là hình chiếu vuông góc của H lên AB và AC.

a) Chứng minh các tứ giác AEHD và BDEC nội tiếp được đường tròn.

b) Vẽ đường kính AF của đường tròn (O). Chứng minh

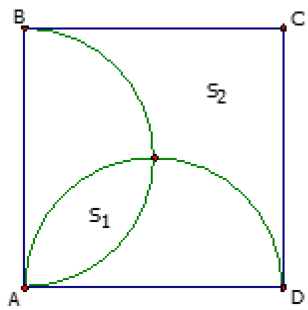
$BC = \sqrt{AB.BD} + \sqrt{AC.CE}$ và AF vuông góc với DE.

c) Gọi O’ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BDE. Chứng minh O’ là trung điểm của HF.

d) Tính bán kính đường trò (O’) biết $BC = 8cm, DE = 6cm, AF = 10cm.$

Câu 5. (1,0 điểm)

Cho hình vuông ABCD.



Gọi S_1 là diện tích phần giao của hai nửa đường tròn đường kính AB và AD. S_2 là diện tích phần còn lại của hình vuông nằm ngoài hai nửa đường trong nói trên (như hình vẽ trên).Tính $\frac{S_1}{S_2}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 07

Câu 1. (*1,0 điểm*)

a) Cho biểu thức $A=\sqrt{16}-\sqrt{25}+\sqrt{4}$. So sánh *A* với $\sqrt{2}$

$A=\sqrt{16}-\sqrt{25}+\sqrt{4}=4-5+2=1<\sqrt{2}$. Vậy $A<\sqrt{2}$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x-y=-5 \\ 2x+y=11 \end{cases}$

$$\begin{cases} x-y=-5 \\ 2x+y=11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x=6 \\ x-y=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ 2-y=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=7 \end{cases}$$

Câu 2. (2,*5 điểm*)

1.

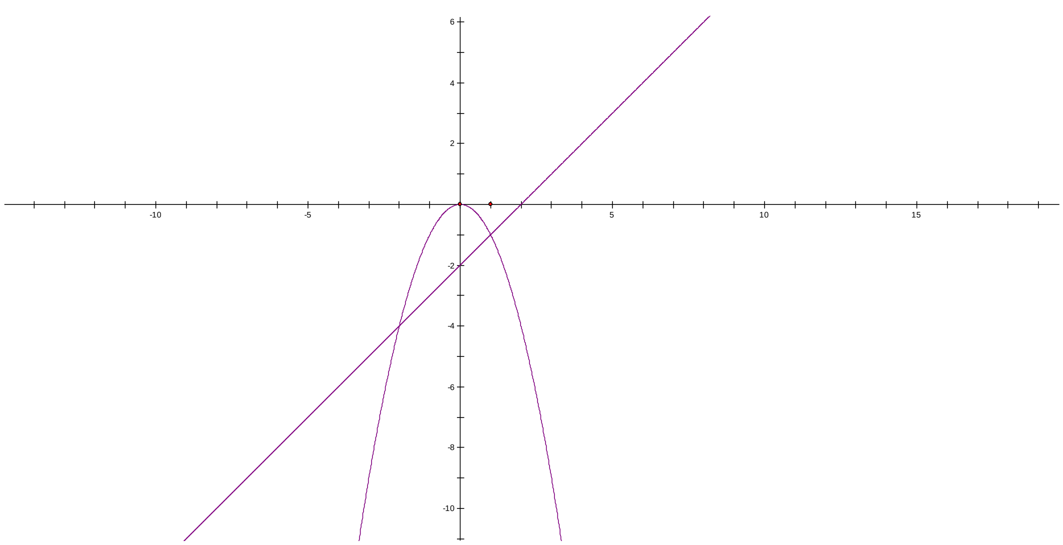
a) $(P): y=-x^2$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-9	-4	-1	0	-1	-4	-9

$(d): y=x-2$

$x=0 \Rightarrow y=-2: \quad (0;-2)$

$y=0 \Rightarrow x=2: \quad (2;0)$



b) Phương trình đường thẳng (d') có dạng $y=ax+b$

$(d')//(d): y = x - 2 \Rightarrow a = 1; b \neq -2$

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d') là $-x^2 = x + b \Leftrightarrow x^2 + x + b = 0\ (*)$

PT $(*)$ có $\Delta = 1 - 4b$.

(P) và (d') tiếp xúc nhau khi PT $(*)$ có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow 1 - 4b = 0 \Leftrightarrow b = \dfrac{1}{4}$ (nhận).

Vậy PT đường thẳng (d') là : $y = x + \dfrac{1}{4}$

2.

a) PT $x^2 - 4x + m = 0$ có một nghiệm bằng $-1 \Rightarrow a - b + c = 0 \Rightarrow 1 + 4 + m = 0 \Rightarrow m = -5$.

Nghiệm còn lại của PT là $-\dfrac{c}{a} = -\dfrac{m}{1} = -\dfrac{-5}{1} = 5$

b) ĐK $\Delta' = (-2)^2 - m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 4$

Áp dụng định lí Vi et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 x_2 = m \end{cases}$

$(3x_1 + 1)(3x_2 + 1) = 4 \Rightarrow 9x_1x_2 + 3(x_1 + x_2) + 1 = 4$

$\Rightarrow 9m + 3.4 + 1 = 4 \Rightarrow m = -1\ (tm)$

Vậy $m = -1$ là giá trị cần tìm.

Câu 3. (2,*0 điểm*)

Gọi số sản phẩm mỗi ngày đội công nhân đó làm theo kế hoạch là *x(sp)*.

ĐK $x > 0; x \in Z$

Khi đó, số sản phẩm mỗi ngày đội công nhân đó làm trong thực tế là $x + 5\ (sp)$

Thời gian hoàn thành công việc theo kế hoạch là $\dfrac{250}{x}$ (ngày)

Số sản phẩm làm được trong 4 ngày đầu là: $4x\ (sp)$

Số sản phẩm còn lại phải làm là $250 - 4x\ (sp)$

Thời gian làm $250-4x\left(sp\right)$ còn lại là $\dfrac{250-4x}{x+5}$ (ngày).

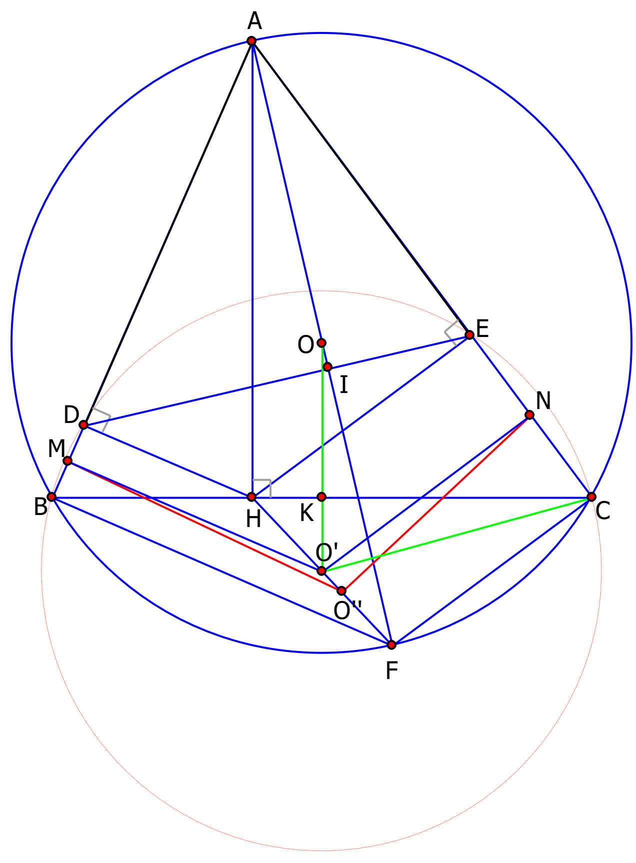
Theo bài toán ta có PT: $\dfrac{250}{x}=4+\dfrac{250-4x}{x+5}+1$

Giải PT này ta được: $x_1=25\left(\text{nhận}\right)$

$x_2=-50\left(\text{loại}\right)$

Vậy số sản phẩm mỗi ngày đội công nhân đó làm theo kế hoạch là 25 sản phẩm.

Câu 4. (3,*5 điểm*)



a) Tứ giác *AEHD* có $ADH+AEH=90^0+90^0=180^0\Rightarrow$ Tứ giác *AEHD* nội tiếp được đường tròn đường kính AH.

Tứ giác *AEHD* (cmt) $ADE=AHE\ \left(1\right)$ (cùng chắn AE). Dễ thấy

$ACH = AHE\,(2)$ (cùng phụ HAE).

Từ (1) và (2) suy ra $ADE = ACH$ nên tứ giác *BDEC* nội tiếp được đường tròn.

b) Áp dụng hệ thức lượng trong hai tam giác vuông AHB và AHC ta có:

$BH^2 = AB.BD \Rightarrow BH = \sqrt{AB.BD}$

$HB^2 = AC.CE \Rightarrow HB = \sqrt{AC.CE}$

Do đó $BC = BH + HC = \sqrt{AB.BD} + \sqrt{AC.CE}$

Nối FB, FC. Gọi I là giao điểm của AF và DE.

Ta có $ADE = ACH$ (cmt) và $AFB = ACH$ (cùng chắn AB) suy ra $ADE = AFB$

nên tứ giác BDIF nội tiếp được đường tròn

$\Rightarrow DIF + DBF = 180^0 \Rightarrow DIF = 180^0 - DBF = 180^0 - 90^0 = 90^0$. Vậy $AF \perp DE$

c) Gọi M,N,O'' lần lượt là trung điểm của BD,EC,HF.

– Ta chứng minh được MO'' và NO'' lần lượt là đường trung bình của các hình thang BDHF và CEHF $\Rightarrow MO''//DH\,(3)$ và $\Rightarrow NO''//EH\,(4)$

– Vì tứ giác *BDEC* nội tiếp mà O' là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BDE suy ra O' cũng là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác *BDEC* $\Rightarrow O'$ thuộc đường trung trực của BD . Suy ra MO' là trung trực của BD do đó

$MO' \perp BD$ lại có $DH \perp BD$ $\Rightarrow MO'//DH\,(5)$.

Tương tự ta có $NO'//EH\,(6)$

Từ (3) và (5) suy ra MO'' và MO' là hai tia trùng nhau

Từ (4) và (6) suy ra NO'' và NO' là hai tia trùng nhau

Do đó O' trùng O''. Mà O'' là trung điểm của HF nên O' cũng là trung điểm của HF.

d) Trong ΔABC ta có $\dfrac{BC}{SinA} = AF \Rightarrow SinA = \dfrac{BC}{AF} = \dfrac{8}{10} = \dfrac{4}{5}$

Trong ΔADE ta có $\dfrac{DE}{SinA} = AH \Rightarrow AH = \dfrac{6}{\frac{4}{5}} = 7{,}5\,(cm)$

Vì O' và O lần lượt là trung điểm của HF và AF nên OO' là đường trung bình của tam giác AHF $\Rightarrow OO' = \frac{AH}{2} = \frac{7,5}{2} = 3,75(cm)$

Gọi K là giao điểm của OO' và BC dễ thấy $OO' \perp BC$ tại trung điểm K của BC.

Áp dụng định lí Pytago vào tam giác vuông OKC ta tính được

$$OK = \sqrt{OC^2 - KC^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3(cm)$$

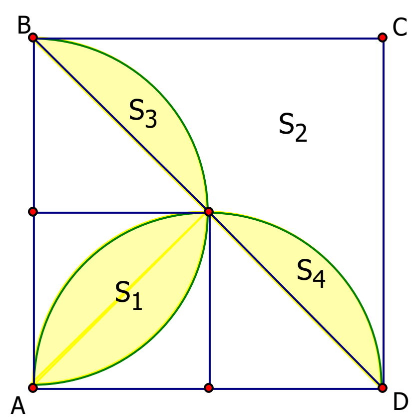
Ta có $KO' = OO' - OK = 3,75 - 3 = 0,75(cm)$

Áp dụng định lí Pytago vào tam giác vuông O'KC ta tính được

$$O'C = \sqrt{O'K^2 + KC^2} = \sqrt{0,75^2 + 4^2} = \frac{\sqrt{265}}{4}(cm)$$

Vậy bán kính đường trò (*O'*) là $\frac{\sqrt{265}}{4}(cm)$.

Câu 5. (1*,0 điểm*)



Gọi a là cạnh hình vuông ABCD. Ta cm được:

$$S_3 = S_4 = \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2.\pi.90}{360} - \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{4}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\right)$$

$$S_1 = S_3 + S_4 = \frac{a^2}{4}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\right) + \frac{a^2}{4}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\right) = \frac{a^2}{2}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\right)$$

$$S_2 = \frac{1}{2}a^2 - \frac{a^2}{2}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\right) = \frac{a^2}{2}\left(\frac{3}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$$

Do đó $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{\dfrac{a^2}{2}\left(\dfrac{\pi}{4} - \dfrac{1}{2}\right)}{\dfrac{a^2}{2}\left(\dfrac{3}{2} - \dfrac{\pi}{4}\right)} = \dfrac{\pi - 2}{6 - \pi}$.

ĐỀ SỐ 08 ***	MÔN TOÁN *Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)*

Câu I: *(2,0 điểm)*. Cho biểu thức: $P=\left(\frac{1}{x-\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{x}-1}\right):\frac{\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}$.

1) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức P?

2) Tìm tất cả các giá trị của x để $P=\frac{1}{3}$?

3) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $Q=A-9\sqrt{x}$?

Câu II: *(1,5 điểm)*.

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Cho tam giác ABC vuông tại A, có $AB=8cm, AC=6cm$. M là một điểm trên AB. Qua M kẻ các đường thẳng song song với AC và BC lần lượt cắt BC và AC tại D và N. Hãy xác định điểm M để diện tích của hình bình hành MNCD bằng $\frac{3}{8}$ diện tích của tam giác ABC?

2) Cho hàm số $y=mx+1$ (1)

a) Tìm m để đồ thị hàm số (1) đi qua điểm $A(1;4)$. Với giá trị m vừa tìm được, hàm số (1) đồng biến hay nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

b) Tìm m để đồ thị hàm số (1) song song với đường thẳng $(d): x+y+3=0$.

Câu III: *(3,0 điểm)*.

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x=2+z \\ y=2+3z \\ z-3x-2y+2=0 \end{cases}$

2) Giải phương trình: $\sqrt{2x^2+3x-5}=2x-2$.

3) Cho phương trình $(m-1)x^2-2(m+2)x+m+1=0$. Tìm m để phương trình có nghiệm duy nhất?

Câu IV: *(3,0 điểm).* Từ một điểm A nằm ngoài đường tròn $\left(O:R\right)$ ta vẽ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B,C là tiếp điểm). Trên cung nhỏ BC lấy một điểm M, vẽ $MI \perp AB, MK \perp AC$ $\left(I \in AB, K \in AC\right)$

1) Chứng minh: AIMK là tứ giác nội tiếp đường tròn.

2) Vẽ $MP \perp BC$ $\left(P \in BC\right)$. Chứng minh: $MPK = MBC$.

3) Xác định vị trí của điểm M trên cung nhỏ BC để tích $MI.MK.MP$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu V: *(0,5 điểm).* Tìm $a;\ b;\ c$ biết rằng phương trình: $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ có tập nghiệm là $S = \left\{-1;1\right\}$?

---HẾT---

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 08

Câu I:

1) Điều kiện xác định: $\begin{cases} x-\sqrt{x}\ne 0 \\ \sqrt{x}-1\ne 0 \\ x\ge 0 \\ \sqrt{x}+1\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ne 0 \\ x\ne 1 \\ x\ge 0 \\ \sqrt{x}\ne -1 \end{cases} \Leftrightarrow 0<x\ne 1$

Ta có: $P=\left(\dfrac{1}{x-\sqrt{x}}+\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}\right).\dfrac{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\sqrt{x}+1}$

$=\left[\dfrac{1}{x-\sqrt{x}}+\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}\right].\dfrac{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\sqrt{x}+1}$

$=\dfrac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}.\dfrac{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\sqrt{x}+1}=\dfrac{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$

Vậy $P=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$.

Cách 2: Đặt $a=\sqrt{x}\ \ (a\ge 0)$

Ta có: $P=\left(\dfrac{1}{a^2-a}+\dfrac{1}{a-1}\right):\dfrac{a+1}{(a-1)^2}=\left[\dfrac{1}{a(a-1)}+\dfrac{1}{a-1}\right].\dfrac{(a-1)^2}{a+1}$

$=\left[\dfrac{1+a}{a(a-1)}\right].\dfrac{(a-1)^2}{a+1}=\dfrac{a-1}{a}=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$.

Nhận xét: Bài toán tìm điều kiện và rút gọn áp dụng quy tắc tìm điều kiện và các phương pháp phân tích đa thức thành nhân tử.

2) Với $P=\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}=\dfrac{1}{3}$

$\Leftrightarrow 3\left(\sqrt{x}-1\right)=\sqrt{x}\Leftrightarrow 2\sqrt{x}=3\Leftrightarrow x=\dfrac{9}{4}$ (thõa mãn).

Nhận xét: Bài toán tìm giá trị của biến để biểu thức nhận một giá trị cho trước.

3) Ta có $Q = P - 9\sqrt{x} = \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} - 9\sqrt{x} = 1 - \left(\dfrac{1}{\sqrt{x}} + 9\sqrt{x}\right)$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho 2 số không âm $\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ và $9\sqrt{x}$, tạ có:

$\dfrac{1}{\sqrt{x}} + 9\sqrt{x} \ge 2\sqrt{\dfrac{1}{\sqrt{x}}.9\sqrt{x}} = 2\sqrt{9} = 6.$

$\Rightarrow Q \le 1 - 6 = -5$

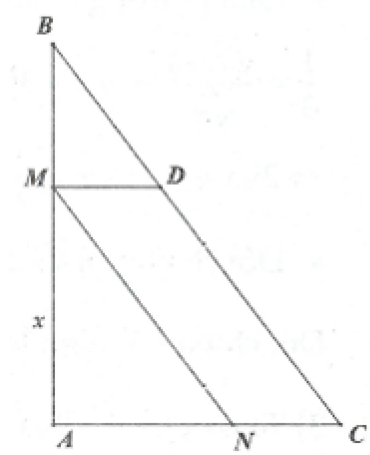
Dấu " = " xảy ra khi $\dfrac{1}{\sqrt{x}} = 9\sqrt{x} \Leftrightarrow 1 = 9x \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{9}$

Vậy $\max P = -5$ khi $x = \dfrac{1}{9}$.

Nhận xét: Bài toán tìm cực trị của biểu thức.

Câu II:

1)



Gọi độ dài AM là x (cm), $0 < x < 8$.

Theo định lý Ta-lét trong tam giác ABC với $MN//BC$ ta có $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} \Leftrightarrow \dfrac{x}{8} = \dfrac{AN}{6} \Leftrightarrow AN = \dfrac{3}{4}x(cm)$

$\Rightarrow NC = AC - AN = 6 - \dfrac{3}{4}x(cm)$.

Diện tích hình bình hành $MNCD$ là:

$S_{MNCD} = AM.NC = x\left(6 - \frac{3}{4}x\right)\left(cm^2\right)$

Diện tích tam giác ABC là: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.AC = \frac{1}{2}.6.8 = 24\left(cm^2\right)$

Theo bài ra, diện tích của hình bình hành MNCD bằng $\frac{3}{8}$ diện tích của tam giác ABC,

nên ta có phương trình $x\left(6 - \frac{3}{4}x\right) = \frac{3}{8}.24$

$\Leftrightarrow x^2 - 8x + 12 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 6 \end{array}\right.$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy điểm M cách A là 2 cm hoặc 6 cm.

2)

a) Do đồ thị hàm số (1) đi qua điểm $A(1;4)$ nên ta có phương trình $4 = m.1 + 1 \Leftrightarrow m = 3$

.

Với $m = 3$ hàm số (1) có dạng $y = 3x + 1$

Vì $3 > 0$ nên hàm số (1) đồng biến trên $\mathbb{R}$.

b) Phương trình đường thẳng (d) là: $y = -x - 3$.

Để đồ thị hàm số (1) song song với đường thẳng (d) thì $\left[\begin{array}{l} m = -1 \\ 1 \neq -3 \end{array}\right. \Leftrightarrow m = -1$

Vậy $m = -1$ thì đồ thị của hàm số (1) song song với đường thẳng (d).

Câu III:

1) Hệ phương trình tương đương với: $\begin{cases} x = 2 + z \\ y = 2 + 3z \\ z - 3(2 + z) - 2(2 + 3z) + z = 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + z \\ y = 2 + 3z \\ -8z - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \\ z = -1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm: $(x;y;z) = (1;-1;-1)$.

2) Phương trình tương đương với: $\begin{cases} 2x - 2 \geq 0 \\ 2x^2 + 3x - 5 = (2x-2)^2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ 2x^2 + 3x - 5 = 4x^2 - 8x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ 2x^2 - 11x + 9 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ (x-1)(2x-9) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = \dfrac{9}{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = \dfrac{9}{2} \end{array}\right.$$

Vậy phương trình có nghiệm: $x = 1; x = \frac{9}{2}$.

3)

+ Xét $m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$, phương trình trở thành: $-6x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$

Do đó $m = 1$ thỏa mãn.

+ Xét $m - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$ (*).

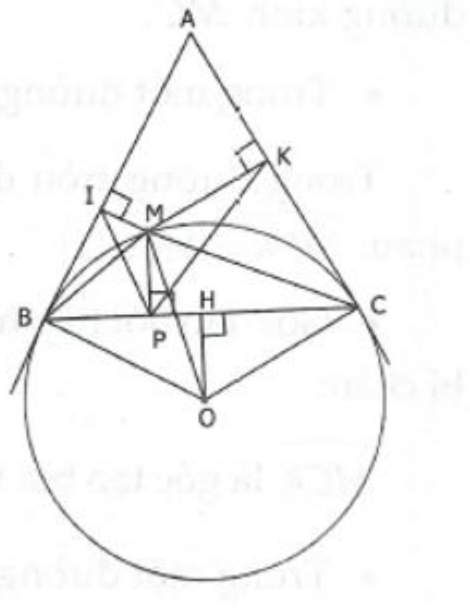
Để phương trình có nghiệm duy nhất thì $\Delta' = 0$

$$\Leftrightarrow \left[-(m+2)\right]^2 - (m-1)(m+1) = 0 \Leftrightarrow (m+2)^2 - (m^2 - 1) = 0$$

$\Leftrightarrow 4m + 5 = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{5}{4}$ (thỏa mãn điều kiện (*))

Kết luận: $m = 1$ hoặc $m = -\frac{5}{4}$.

Câu IV:



1) Ta có $AIM = AKM = 90^\circ(gt)$, suy ra tứ giác AIMK nội tiếp đường tròn đường kính AM.

Nhận xét: Bài toán chứng minh tứ giác nội tiếp bằng cách chứng minh hai đỉnh cùng nhìn cạnh đối diện dưới góc 90°.

2) Tứ giác CPMK có $MPC = MKC = 90^\circ$ (gt). Do đó CPMK là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow MPK = MCK$ (1). Vì KC là tiếp tuyến của (O) nên ta có: $MCK = MBC$ (cùng chắn MC) (2).

Từ (l), (2) $\Rightarrow MPK = MBC$ (3).

Nhận xét: Bài toán chứng minh hai góc bằng nhau bằng cách sử dụng tính chất bắc cầu.

3) Chứng minh tương tự câu b ta có BPMI là tứ giác nội tiếp.

Suy ra: $MIP = MBP$ (4). Từ (3) (4) $\Rightarrow MPK = MIP$

Tương tự ta chứng minh được $MKP = MPI$.

Suy ra: ΔMPK đồng dạng với ΔMIP

$$\Rightarrow \frac{MP}{MK} = \frac{MI}{MP} \Rightarrow MI.MK = MP^2 \Rightarrow MI.MK.MP = MP^3$$

Do đó $MI.MK.MP$ lớn nhất khi và chỉ khi MP lớn nhất.

Gọi H là hình chiếu của O trên BC, suy ra OH là hằng số (do BC cố định).

Lại có: $MP + OH \le OM = R \Rightarrow MP \le R - OH$. Do đó MP lớn nhất bằng $R - OH$ khi và chỉ khi O, H, M thẳng hàng hay M nằm chính giữa cung nhỏ BC.

Suy ra $\max MI.MK.MP = \left(R - OH\right)^3 \Leftrightarrow M$ nằm chính giữa cung nhỏ BC.

Câu V:

Phương trình có hai nghiệm là $x = -1$ và $x = 1$, thay vào phương trình ta được hệ

$$\begin{cases} -1 + a - b + c = 0 \\ 1 + a + b + c = 0 \end{cases}$$

Trừ hai phương trình trên, ta được: $-2 - 2b = 0 \Leftrightarrow b = -1$

Cộng hai phương trình trên, ta được: $a + c = 0 \Leftrightarrow c = -a$

Phương trình trở thành: $x^3 + ax^2 - x - a = 0$

$$\Leftrightarrow x^2\left(x + a\right) - \left(x + a\right) \Leftrightarrow \left(x + a\right)\left(x^2 - 1\right) = 0$$

Theo giải thiết, phương trình có tập nghiệm là $S = \left\{-1; 1\right\}$, khi đó phương trình $x + a = 0$ phải có nghiệm là -1 hoặc 1, suy ra. $a = 1$ hoặc $a = -1$.

Vậy các số a; b; c cần tìm là $a = 1; b = -1; c = -1$ hoặc $a = -1; b = -1; c = 1$.

ĐỀ SỐ 09	**MÔN TOÁN**
***	***Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)***

Câu I: (2,0 điểm). Cho biểu thức: $P=\left(\frac{4\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}}+\frac{8x}{4-x}\right):\left(\frac{\sqrt{x}-1}{x-2\sqrt{x}}-\frac{2}{\sqrt{x}}\right)$ với $x>9$.

1) Rút gọn biểu thức P?

2) Tìm m để với mọi giá trị $x>9$ ta có $m\left(\sqrt{x}-3\right)P>x+1$

Câu II: (1,5 điểm).

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Một thửa ruộng hình chữ nhật, nếu tăng chiều dài thêm 2m, chiều rộng thêm 3m thì diện tích tăng thêm 100m^2. Nếu giảm cả chiều dài và chiều rộng đi 2m thì diện tích giảm đi 68m^2. Tính diện tích thửa ruộng đó.

2) Xác định a, b để đường thẳng $(d): ax+b$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2 và cắt đồ thị $(P): y=\frac{1}{4}x^2$ tại điểm có hoành độ bằng 2.

Câu III: *(3,0 điểm).*

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases}(2x+3y-2)(x-5y-3)=0\\ x-3y=1\end{cases}$

2) Giải phương trình: $3\sqrt{x-2}-\sqrt{x^2-4}=0$.

3) Cho phương trình $(2m-1)x^2-2mx+1=0$. Tìm m để phương trình trên có nghiệm thuộc khoảng $(-1;0)$?

Câu IV: (3,0 điểm). Cho đường tròn $(O;R)$ có đường kính AB. Vẽ dây cung CD vuông góc với AB (CD không đi qua tâm O). Trên tia đối của tia BA lấy điểm S; SC cắt $(O;R)$ tại điểm thứ hai là M.

1) Chứng minh ΔSMA đồng dạng với ΔSBC.

2) Gọi H là giao điểm của MAvà BC; K là giao điểm của MD và AB. Chứng minh BMHK là tứ giác nội tiếp và $HK//CD$.

3) Chứng minh: $OK.OS = R^2$.

Câu V: (0,5 điểm). Cho x; y là hai số thực thỏa mãn $xy + \sqrt{\left(1+x^2\right)\left(1+y^2\right)} = 1$. Chứng minh rằng $x\sqrt{1+y^2} + y\sqrt{1+x^2} = 0$.

---HẾT---

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 09

Câu I:

1) Với $x>9$ thì biểu thức P đã có nghĩa.

Ta có: $P=\left[\dfrac{4\sqrt{x}\left(2-\sqrt{x}\right)}{\left(2+\sqrt{x}\right)\left(2-\sqrt{x}\right)}+\dfrac{8x}{4-x}\right]:\left[\dfrac{\sqrt{x}-1}{x-2\sqrt{x}}-\dfrac{2\left(\sqrt{x}-2\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}\right]$

$=\left[\dfrac{4\sqrt{x}\left(2-\sqrt{x}\right)+8x}{4-x}\right]:\left[\dfrac{\sqrt{x}-1-2\left(\sqrt{x}-2\right)}{x-2\sqrt{x}}\right]=\left(\dfrac{8\sqrt{x}+4x}{4-x}\right):\left(\dfrac{3-\sqrt{x}}{x-2\sqrt{x}}\right)$

$=\left[\dfrac{4\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(2-\sqrt{x}\right)\left(2+\sqrt{x}\right)}\right].\left(\dfrac{x-2\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}}\right)=\left(\dfrac{4\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}\right).\left[\dfrac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}{3-\sqrt{x}}\right]=\dfrac{4x}{\sqrt{x}-3}$

Vậy $P=\dfrac{4x}{\sqrt{x}-3}$

Cách 2: Đặt $a=\sqrt{x}\ \ a\ge 0$

Ta có: $P=\left(\dfrac{4a}{2+a}+\dfrac{8a^2}{4-a^2}\right):\left(\dfrac{a-1}{a^2-2a}-\dfrac{2}{a}\right)$

$=\left[\dfrac{4a\left(2-a\right)}{\left(2+a\right)\left(2-a\right)}+\dfrac{8a^2}{\left(2+a\right)\left(2-a\right)}\right]:\left[\dfrac{a-1}{a\left(a-2\right)}-\dfrac{2\left(a-2\right)}{a\left(a-2\right)}\right]$

$=\dfrac{4a\left(2-a\right)+8a^2}{\left(2+a\right)\left(2-a\right)}:\dfrac{a-1-2\left(a-2\right)}{a\left(a-2\right)}=\dfrac{4a^2+8a}{\left(2+a\right)\left(2-a\right)}:\dfrac{3-a}{a\left(a-2\right)}$

$=\dfrac{4a\left(a+2\right)}{\left(2+a\right)\left(2-a\right)}.\dfrac{a\left(a-2\right)}{3-a}=\dfrac{4a^2}{a-3}=\dfrac{4x}{\sqrt{x}-3}$

Nhận xét. Bài toán rút gọn biểu thức áp dụng phương pháp phân tích đa thức thành nhân tử.

2) Ta có: $m\left(\sqrt{x}-3\right)P>x+1\Leftrightarrow m\left(\sqrt{x}-3\right).\dfrac{4x}{\sqrt{x}-3}>x+1$

$$\Leftrightarrow 4mx > x+1 \Leftrightarrow (4m-1)x > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 4m-1>0 \Leftrightarrow m<\dfrac{1}{4} \\ x>\dfrac{1}{4m-1}\ (*) \end{cases}$$

Giải (*), do $x>9 \Leftrightarrow \dfrac{1}{4m-1}>9 \Leftrightarrow \dfrac{1}{9}>4m-1 \Leftrightarrow \dfrac{5}{18}>m$

Như vậy $\dfrac{1}{4}<m<\dfrac{5}{18}$.

Nhận xét: Bài toán tìm điều kiện của tham số để biến thỏa mãn một bất đẳng thức trước

Câu II:

1) Gọi chiều dài của thửa ruộng là x (m).

Chiều rộng là y (m).

Điều kiện: $x,\ y>0$.

Diện tích thửa ruộng là $x.y$.

Nếu tăng chiều dài thêm 2m, chiều rộng thêm 3 m thì diện tích thửa ruộng lúc này là: $(x+2)(y+3)$ và diện tích tăng thêm 100m^2, tức là $(x+2)(y+3)=xy+100$ (1)

Nếu giảm cả chiều dài và chiều rộng 2m thì diện tích thửa ruộng còn lại là $(x-2)(y-2)$ và diện tích giảm đi 68m^2, tức là $(x-2)(y-2)=xy-68$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình $\begin{cases}(x+2)(y+3)=xy+100\\(x-2)(y-2)=xy-68\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy+3x+2y+6=xy+100 \\ xy-2x-2y+4=xy-68 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+2y=94 \\ 2x+2y=72 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=22 \\ x+y=36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=22 \\ y=14 \end{cases}$$

Vậy diện tích thửa ruộng là: $S=22.14=308\left(m^2\right)$

2) Đường thẳng $(d): y=ax+b$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2, nên ta có phương trình: $-2=a.0+b \Leftrightarrow b=-2$

Suy ra đường thẳng (d) có dạng: $y=ax-2$.

Đường thẳng $(d): y = ax - 2$ cắt đồ thị $(P): y = \frac{1}{4}x^2$ tại điểm có hoành độ bằng 2, nên ta có phương trình: $a.2 - 2 = \frac{1}{4}.2^2 \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}$

Vậy đường thẳng (d) là: $y = \frac{3}{2}x - 2$.

Câu III:

1) Hệ Phương trình tương đương với: $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} 2x + 3y - 2 = 0 \\ x - 5y - 3 = 0 \end{array}\right. \\ x - 3y = 1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y - 2 = 0 \\ x - 3y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x - 5y - 3 = 0 \\ x - 3y = 1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(1 + 3y) + 3y - 2 = 0 \\ x = 1 + 3y \end{cases} \vee \begin{cases} (1 + 3y) - 5y - 3 = 0 \\ x = 1 + 3y \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 9y = 0 \\ x = 1 + 3y \end{cases} \vee \begin{cases} -2y - 2 = 0 \\ x = 1 + 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là: $(x; y) = (1; 0), (-2; -1)$

2) Điều kiện: $\begin{cases} x - 2 \geq 0 \\ x^2 - 4 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ \left[\begin{array}{l} x \leq -1 \\ x \geq 2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 2$

Phương trình tương đương $3\sqrt{x - 2} - \sqrt{(x - 2)(x + 2)} = 0$

$\Leftrightarrow \sqrt{x - 2}\left(3 - \sqrt{x + 2}\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x - 2} = 0 \\ 3 - \sqrt{x + 2} = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x + 2 = 9 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 7 \end{array}\right.$ (thõa mãn điều kiện)

3) + Xét $2m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$ phương trình trở thành: $-x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$, không thuộc khoảng $(-1; 0)$.

+ Xét $2m-1\neq 0\Leftrightarrow m\neq \frac{1}{2}$, khi đó ta có

$\Delta'=m^2-(2m-1).1=m^2-2m+1=(m-1)^2\geq 0,\ \forall m$; nên phương trình có nghiệm với mọi m.

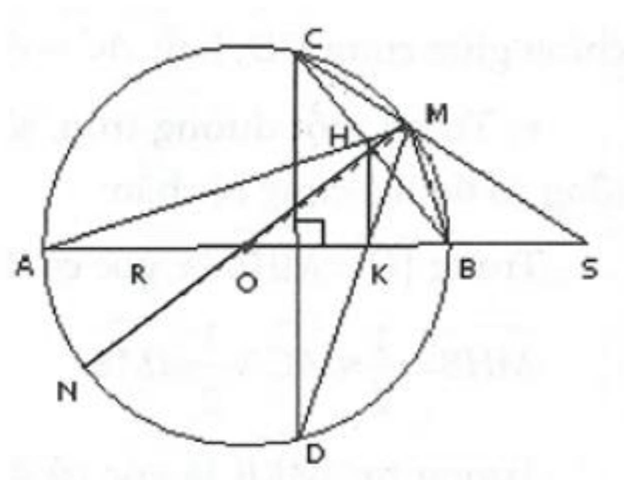
Suy ra $\sqrt{\Delta'}=m-1$.

Phương trình có nghiệm là: $\left\{\begin{array}{l} x=\dfrac{m+(m-1)}{2m-1}=1\notin(-1;0) \\ x=\dfrac{m-(m-1)}{2m-1}=\dfrac{1}{2m-1}\end{array}\right.$

Theo bài ra, ta có: $-1<\dfrac{1}{2m-1}<0\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}-1<\dfrac{1}{2m-1}\\ \dfrac{1}{2m-1}<0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}\dfrac{2m}{2m-1}>0\\ 2m-1<0\end{array}\right.\Leftrightarrow m<0$

Vậy phương trình có nghiệm thuộc khoảng $(-1;0)$ khi và chỉ khi $m<0$.

Câu IV:



1) ΔSBC và ΔSMA có:

$BSC=MSA$, $SCB=SAM$ (góc nội tiếp cùng chắn MB)

$\Rightarrow \Delta DBC$ đồng dạng với ΔSMA.

Nhận xét: Bài toán chứng minh hai tam giác đồng dạng theo trường hợp góc – góc.

2) Vì $AB\perp CD$ nên $AC=AD$.

Suy ra: $MHB = MKB$ (vì cùng bằng $\frac{1}{2}sđAD + \frac{1}{2}sđMB$)

$\Rightarrow$ Tứ giác BMHK nội tiếp được đường tròn $\Rightarrow HMB + HKB = 180°$. (1)

Lại có: $HMB = AMB = 90°$ (2) (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Từ (1) (2) suy ra $HKB = 90°$ do đó $HK//CD$ (cùng vuông góc với AB).

Nhận xét: Bài toán chứng minh hai đường thẳng song song bằng cách chứng minh chúng cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba.

3) Vẽ đường kính MN suy ra $MB = AN$.

Ta có: $OSM = \frac{1}{2}\left(sđAC - sđMB\right)$

$OMK = \frac{1}{2}\left(sđAD - sđAN\right)$

Mà $AC = AD$ và $MB = AN$ nên $OSM = OMK$

$\Rightarrow \Delta OSM$ đồng dạng với ΔOMK

$\Rightarrow \frac{OS}{OM} = \frac{OM}{OK} \Rightarrow OK.OS = R^2$

Nhận xét: Bài toán chứng minh một đẳng thức bằng cách chứng minh tam giác đồng dạng.

Câu V:

Ta có: $xy + \sqrt{\left(1+x^2\right)\left(1+y^2\right)} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{\left(1+x^2\right)\left(1+y^2\right)} = 1 - xy$

$\Rightarrow \left(1+x^2\right)\left(1+y^2\right) = \left(1-xy\right)^2$

$\Leftrightarrow 1 + x^2 + y^2 + x^2y^2 = 1 - 2xy + x^2y^2$

$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2xy = 0 \Leftrightarrow \left(x+y\right)^2 = 0 \Leftrightarrow y = -x$

$\Rightarrow x\sqrt{1+y^2} + y\sqrt{1+x^2} = x\sqrt{1+x^2} - x\sqrt{1+x^2} = 0$

Nhận xét: Bài toán hay ở chỗ khai thác triệt để giả thiết, vì giả thiết là manh mối quyết định bài toán, khi tìm được $x = -y$ thì việc chứng minh trở nên rất đơn giản.

ĐỀ SỐ 10	MÔN TOÁN
***	*Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)*

Câu I: (2,0 điểm). Cho biểu thức $P=\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\frac{1}{x-\sqrt{x}}\right):\left(\frac{1}{\sqrt{x}+1}+\frac{2}{x-1}\right)$

1) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức P?

2) Tìm m thỏa mãn $P\sqrt{x}=m-\sqrt{x}$?

Câu II: (1,5 điểm)

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Hai đội bóng bàn của hai trường phổ thông thi đấu nhau. Mỗi cầu thủ của đội này phải thi đấu với mỗi cầu thủ của đội kia một trận. Biết rằng tổng số trận đấu bằng 4 lần tổng số cầu thủ hai đội và số cầu thủ của ít nhất một trong hai đội là số lẻ. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu cầu thủ?

2) Cho Parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $(d): 2x-m^2+9$

a) Tìm tọa độ các giao điểm của Parabol (P) và đường thẳng (d) khi $m=1$

b) Tìm m để đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm nằm về hai phía của trục tung

Câu III: (3,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2-xy=24 \\ 2x-3y=1 \end{cases}$

2) Giải phương trình $\frac{x+5}{2}+\frac{3-2x}{4}=x-\frac{7+x}{6}$

3) Cho phương trình $2x^2+(2m-1)x+m-1=0$. Không giải phương trình, tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ thỏa mãn hệ thức $3x_1-4x_2=11$

Câu IV: (3,0 điểm). Cho tam giác ΔABC vuông ở A. Trên cạnh AC lấy 1 điểm M, dựng đường tròn tâm (O) có đường kính MC. Đường thẳng BM cắt đường tròn tâm (O) tại D, đường thẳng AD cắt đường tròn tâm (O) tại S

1) Chứng minh tứ giác ABCD là tứ giác nội tiếp và CA là tia phân giác của góc BCS

2) Gọi E là giao điểm của BC với đường tròn (O). Chứng minh các đường thẳng BA, EM, CD đồng quy

3) Chứng minh M là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ΔADE

Câu V: (0,5 điểm). Cho x, y là hai số thực thỏa mãn : $x > y$ và $xy = 1$. Chứng minh rằng

$$\frac{\left(x^2+y^2\right)^2}{\left(x-y\right)^2} \geq 8$$

---HẾT---

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 10

Câu I:

1) Điều kiện xác định : $\begin{cases} x \ge 0 \\ \sqrt{x}-1 \ne 0 \\ x-\sqrt{x} \ne 0 \\ \sqrt{x}+1 \ne 0 \\ x-1 \ne 0 \\ \dfrac{1}{\sqrt{x}+1}+\dfrac{2}{x-1} \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \ne 1 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \ne 1$

Ta có : $P = \left[\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \dfrac{1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}\right] : \left[\dfrac{\sqrt{x}-1}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)} + \dfrac{2}{x-1}\right]$

$$= \left[\frac{x-1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\sqrt{x}}\right] : \left(\frac{\sqrt{x}-1+2}{x-1}\right)$$

$$= \left[\frac{x-1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\sqrt{x}}\right] . \left(\frac{x-1}{\sqrt{x}+1}\right) = \frac{(x-1)^2}{(x-1)\sqrt{x}} = \frac{x-1}{\sqrt{x}}$$

Vậy $P = \dfrac{x-1}{\sqrt{x}}$

Cách 2: Đặt $a = \sqrt{x}\left(a \ge 0\right)$

Ta có

$$P = \left(\frac{a}{a-1} - \frac{1}{a^2-a}\right) : \left(\frac{1}{a+1} + \frac{2}{a^2-1}\right) = \left[\frac{a}{a-1} - \frac{1}{a\left(a-1\right)}\right] : \left[\frac{1}{a+1} + \frac{2}{\left(a-1\right)\left(a+1\right)}\right]$$

$$= \frac{a^2-1}{a\left(a-1\right)} : \frac{\left(a-1\right)+2}{a+1} = \frac{\left(a-1\right)\left(a+1\right)}{a\left(a-1\right)} : \frac{a+1}{a+1} = \frac{a+1}{a} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$$

Nhận xét : Bài toán rút gọn biểu thức có chứa biến

2) Ta có : $P\sqrt{x} = m - \sqrt{x} \Leftrightarrow \dfrac{x-1}{\sqrt{x}}.\sqrt{x} = m - \sqrt{x}$

$\Leftrightarrow x-1=m-\sqrt{x}\Leftrightarrow m=x-1+\sqrt{x}$

Vậy $m=x-1+\sqrt{x}$ với $0<x\neq 1$

Nhận xét : Bài toán tìm tham số để thỏa mãn một đẳng thức cho trước

Câu II:

1) Gọi x và y lần lượt là số cầu thủ của mỗi đội (x, y nguyên dương)

Giả sử x là số lẻ

Vì mỗi cầu thủ của đội này phải thi đấu với mỗi cầu thủ của đội kia một trận nên tổng số trận đấu là x.y

Vì tổng số trận đấu bằng 4 lần tổng số cầu thủ của cả 2 đội nên ta có phương trình $x.y=4(x+y)$

$\Leftrightarrow x.y-4x-4y+16=16\Leftrightarrow (x-4)(y-4)=16$

Vì x, y là số nguyên dương nên : $x-4\geq -3$ và $y-4\geq -3$

Mặt khác x là số lẻ nên $x-4$ là số lẻ

Mà 16 chỉ phân tích được thành tích của 2 số trong đó có một số lẻ là : $16=1.16$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x-4=1 \\ y-4=16 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=20 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy một đội có 5 cầu thủ, đội còn lại có 20 cầu thủ

2)

a) Với $m=1$, ta có $(d): 2x+8$

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) với đồ thị (P) là :

$x^2=2x+8\Leftrightarrow x^2-2x-8=0\Leftrightarrow x^2+2x-4x-8=0$

$\Leftrightarrow x(x+2)-4(x+2)=0\Leftrightarrow (x+2)(x-4)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+2=0 \\ x-4=0 \end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2\Rightarrow y=2.(-2)+8=4 \\ x=4\Rightarrow y=2.4+8=16 \end{array}\right.$

Vậy tọa độ các giao điểm của (d) và (P) là $(-2;4)$ và $(4;16)$

b) Phương trình hoành độ của đường thẳng (d) và đồ thị (P) là :

$x^2 = 2x - m^2 + 9 \Leftrightarrow x^2 - 2x + (m^2 - 9) = 0 (1)$

Để đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm nằm về hai phía của trục tung thì phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow 1(m^2 - 9) < 0$

$\Leftrightarrow m^2 - 9 < 0 \Leftrightarrow (m-3)(m+3) < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 3$

Vậy $-3 < m < 3$ thì đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm nằm về hai phía của trục tung

Câu III:

1) Hệ phương trình tương đương với : $\begin{cases} x^2 - \dfrac{x(2x-1)}{3} = 24 \\ \dfrac{2x-1}{3} = y \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x = 72 \\ \dfrac{2x-1}{3} = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 9x = 8x + 72 \\ \dfrac{2x-1}{3} = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(x+9) = 8(x+9) \\ \dfrac{2x-1}{3} = y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x+9)(x-8) = 0 \\ \dfrac{2x-1}{3} = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = -9 \\ x = 8 \end{array}\right. \\ \dfrac{2x-1}{3} = y \end{cases} \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = -9 \\ x = 8 \end{array}\right. \\ \dfrac{2x-1}{3} = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -9 \\ y = -\dfrac{19}{3} \end{cases} \vee \begin{cases} x = 8 \\ y = 5 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm : $(x;y) = \left(-9; -\dfrac{19}{3}\right), (8;5)$

2) Phương trình tương đương với : $\dfrac{(x+5).6}{2.6} + \dfrac{(3-2x).3}{4.3} = \dfrac{12x}{12} - \dfrac{(7+x).2}{6.2}$

$$\Leftrightarrow (x+5).6 + (3-2x).3 = 12x - (7+x).2 \Leftrightarrow 39 = 10x - 14 \Leftrightarrow x = \frac{53}{10}$$

3) Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thì $\Delta > 0$

$$\Leftrightarrow (2m-1)^2 - 4.2(m-1) > 0 \Leftrightarrow (3-2m)^2 > 0 \Leftrightarrow 3 - 2m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \frac{3}{2}$$

Theo định lý Vi-ét, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{2m-1}{2} = \dfrac{1-2m}{2} \\ x_1.x_2 = \dfrac{m-1}{2} \end{cases}$

Kết hợp với yêu cầu đề bài, ta có hệ phương trình $\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{1-2m}{2} \\ x_1x_2 = \dfrac{m-1}{2} \\ 3x_1 - 4x_2 = 11 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x_2 = 3x_1 - 11 \\ 4x_1 + 4x_2 = 2(1-2m) \\ 4x_1.x_2 = 2(m-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x_2 = 3x_1 - 11 \\ 4x_1 + (3x_1 - 11) = 2(1-2m) \\ x_1(3x_1 - 11) = 2(m-1) \end{cases}$$

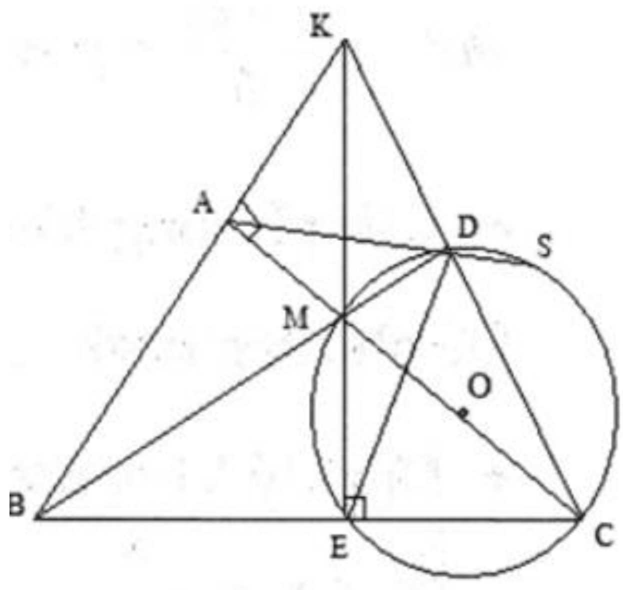
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x_2 = 3x_1 - 11 \\ 2m = \dfrac{13-7x_1}{2} \\ 3x_1^2 - 11x_1 = 2m - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x_2 = 3x_1 - 11 \\ 2m = \dfrac{13-7x_1}{2} \\ 3x_1^2 - 11x_1 = \dfrac{13-7x_1}{2} - 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -\dfrac{1}{2} \\ m = -2 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x_1 = -\dfrac{1}{2} \\ x_2 = -\dfrac{25}{8} \\ m = \dfrac{33}{8} \end{cases}$$

Cả hai giá trị m tìm được đều thỏa mãn điều kiện để phương trình có 2 nghiệm

Vậy $m = -2$ hoặc $m = \dfrac{33}{8}$

Câu IV:



1) Ta có $BAC = 90^\circ (gt)$

$MDC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

A, D nhìn BC dưới góc 90° , tứ giác ABCD nội tiếp

Vì tứ giác ABCD nội tiếp $\Rightarrow ADB = ACB$ (cùng chắn cung AB) (1)

Ta có tứ giác DMCS nội tiếp $\Rightarrow ADB = ACS$ (cùng bù với MDS) (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow BCA = ACS$

2) Giả sử BA cắt CD tại K. Ta có $BD \perp CK, CA \perp BK$

$\Rightarrow M$ là trực tâm ΔKBC. Mặt khác $MEC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow K, M, E$ thẳng hàng, hay BA, EM, CD đồng quy tại K

3) Vì tứ giác ABCD nội tiếp $\Rightarrow DAC = DBC$ (cùng chắn DC) (3)

Mặt khác tứ giác BAME nội tiếp $\Rightarrow MAE = MBE$ (cùng chắn ME) (4)

Từ (3) và (4) $\Rightarrow DAM = MAE$ hay AM là tia phân giác DAE

Chứng minh tương tự $ADM = MDE$ hay DM là tia phân giác ADE

Vậy M là tâm đường tròn nội tiếp ΔADE

Câu V:

Vì $x > y$ nên $x - y > 0$, suy ra $\frac{\left(x^2 + y^2\right)^2}{\left(x - y\right)^2} \geq 8 \Leftrightarrow \frac{x^2 + y^2}{x - y} \geq 2\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow x^2 + y^2 \geq 2\sqrt{2}\left(x - y\right) \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2\sqrt{2}x + 2\sqrt{2}y \geq 0$

$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2 - 2\sqrt{2}x + 2\sqrt{2}y \geq 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + \left(\sqrt{2}\right)^2 - 2\sqrt{2}x + 2\sqrt{2}y - 2xy \geq 0$

(vì $xy = 1$ nên $2 = 2xy$)

$\left(x - y - \sqrt{2}\right)^2 \geq 0$, điều này luôn luôn đúng

Vậy ta có điều phải chứng minh.